



Do czego mogą się przydać wyrażenia algebraiczne w życiu codziennym?

Do czego mogą się przydać wyrażenia algebraiczne w życiu codziennym?

Źródło: dostępny w internecie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.

Wyrażenia algebraiczne przydają się, gdy chcemy zapisać algorytm rozwiązania problemu, który powtarza się cyklicznie.

Na przykład musimy obliczyć, ile rolek tapety trzeba kupić, aby wystarczyło ich na oklejenie prostokątnej ściany o wymiarach 4 m na 3 m.



Najpierw oczywiście obliczamy pole powierzchni ściany.

$$P = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (m}^2\text{)}$$

Jedna rolka tapety wystarczy na oklejenie 5 m² ściany. Ponieważ:

$$12 : 5 = 2,4,$$

zatem trzeba kupić trzy rolki tapety.

Jeśli chcielibyśmy wytapetować jeszcze inne prostokątne ściany, można powyższe obliczenia zapisać w postaci wzoru:

$$\frac{a \cdot b}{5},$$

gdzie:

a, b – wymiary ściany w metrach.

Musimy jeszcze określić przybliżenie z góry otrzymanej liczby (chyba, że jest to liczba całkowita). Korzystając z tego wzoru, ustalimy szybciej liczbę potrzebnych rolek tapety.

Wyrażenie $\frac{a \cdot b}{5}$ to wyrażenie algebraiczne.

Wyrażenie algebraiczne to wyrażenie zbudowane z liczb, liter, znaków działań, nawiasów.

Analizując przykłady zawarte w tym materiale, poznasz sposoby zapisywania zależności przedstawionych w zadaniach praktycznych w postaci wyrażeń algebraicznych. Skorzystasz z podanych wzorów, rozwiązując zadania z kontekstem realistycznym. Sprawdzisz ukształtowane umiejętności wykonując ćwiczenia.

1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
2. [Animacje](#)
3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
4. [Słownik](#)

Twoje cele

- Utworzysz wyrażenie algebraiczne na podstawie informacji osadzonych w kontekście praktycznym.
- Zapiszesz zależności przedstawione w zadaniach z kontekstem realistycznym w postaci wyrażeń algebraicznych jednej lub kilku zmiennych.

- Wykorzystasz w obliczeniach wzory z fizyki i geometrii.

Wiele praw z różnych dziedzin wiedzy formułowana jest za pomocą wzorów zapisanych w postaci wyrażeń algebraicznych. Pokażemy teraz kilka przykładów zastosowania takich wzorów w zadaniach prowadzących w konsekwencji do obliczania wartości liczbowych [wyrażeń algebraicznych](#).

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Chcąc obliczyć gęstość (masę właściwą) danej substancji obliczamy stosunek masy tej substancji do zajmowanej przez nią objętości.

$$\rho = \frac{m}{v},$$

gdzie:

ρ – gęstość w $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$,

m – masa w kg,

v – objętość w m^3 .

Obliczymy masę złotej bransoletki o objętości 6 cm^3 . Gęstość złota jest równa $19320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

Aby skorzystać z podanego wzoru, musimy ujednolicić jednostki. Wygodniej będzie zapisać gęstość złota w $\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

$$19320 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 19320 \cdot \frac{1000}{1000000} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 19,320 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Podstawiamy dane liczby do wzoru na gęstość i wyznaczamy masę bransoletki.

$$19,320 = \frac{m}{6}$$

$$m = 19,320 \cdot 6$$

$$m = 115,92 \text{ g}$$

Odpowiedź:

Masa bransoletki jest równa 115,92 g.

Przykład 2

Wzór

$$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32^{\circ})$$

stosujemy do obliczania temperatury w stopniach Celsjusza, gdy dana jest temperatura F w stopniach Fahrenheita.

Wyrazimy w stopniach Celsjusza temperaturę równą 50° Fahrenheita.

Obliczamy wartość wyrażenia

$$C = \frac{5}{9} \cdot (F - 32^{\circ}) \text{ dla } F = 50^{\circ}.$$

$$C = \frac{5}{9} \cdot (50^{\circ} - 32^{\circ})$$

$$C = \frac{5}{9} \cdot 18^{\circ}$$

$$C = 10^{\circ}$$

Odpowiedź:

Temperatura jest równa 10° Celsjusza.

Przykład 3

Ciężar ciała to siła, z jaką Ziemia przyciąga ciało o masie m (podanej w kilogramach).

Ciężar ciała na Ziemi obliczamy ze wzoru

$$F_g = m \cdot g,$$

gdzie g – współczynnik równy około $10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Jednostką ciężaru jest niuton (N). Obliczymy ciężar ciała o masie 50 kg.

Do wzoru na ciężar ciała podstawiamy:

$$m = 50 \text{ kg}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

i obliczamy wartość otrzymanego wyrażenia.

$$F_g = 50 \cdot 10 = 500$$

Odpowiedź:

Ciężar ciała jest równym około 500 N.

W zastosowaniach praktycznych wykorzystywane są często wzory geometryczne.

Przykład 4

Prostopadłościenny zbiornik ma długość 10 m, szerokość 5 m i głębokość 3 m. Zbiornik wypełniony jest całkowicie wodą. Obliczymy, ile litrów wody znajduje się w tym zbiorniku.

Korzystamy ze wzoru:

$$V = a \cdot b \cdot c,$$

gdzie

V – objętość prostopadłościanu,

a, b, c – wymiary prostopadłościanu.

Zamieniamy metry na decymetry i do wzoru podstawiamy odpowiednie liczby.

$$a = 10 \text{ m} = 100 \text{ dm}$$

$$b = 5 \text{ m} = 50 \text{ dm}$$

$$c = 3 \text{ m} = 30 \text{ dm}$$

$$V = 100 \cdot 50 \cdot 30 = 150000$$

$$150000 \text{ dm}^3 = 150000 \text{ l}$$

Odpowiedź:

W zbiorniku znajduje się 150000 l wody.

W treści wielu zadań z elementami życia codziennego, niektóre wielkości zapisane są za pomocą liter. Wtedy odpowiedź do zadania ma najczęściej formę **wyrażenia algebraicznego**.

Przykład 5

Pani Daria zarabia m złotych miesięcznie, a jej mąż o 2000 zł więcej. Obliczmy, ile złotych łącznie zarobili małżonkowie przez 3,5 roku.

Pani Daria zarabia m złotych miesięcznie, więc w ciągu 3,5 roku zarobi $3,5m \cdot 12 = 42m$ złotych. Mąż pani Darii zarabia $(m + 2000)$ złotych miesięcznie, więc w ciągu 3,5 roku zarobi $3,5(m + 2000) \cdot 12 = 42m + 84000$ złotych.

Łącznie zarobią więc:

$$42m + 42m + 84000 = 84m + 84000.$$

Odpowiedź:

Małżonkowie zarobią w ciągu 3,5 roku $84m + 84000$ złotych.

Aby ułatwić rozwiązanie zadania, czasem warto oznaczyć pewne wielkości literami.

Utworzone w ten sposób **wyrażenie algebraiczne** stanowi odpowiedź do zadania lub jest pomocne w obliczeniach.

Przykład 6

Włodek ma banknoty dwustuzłotowe, pięćdziesięciuzłotowe i monety. Wiadomo, że wartość monet wynosi 140 zł. Ustalimy, ile pieniędzy ma Włodek.

Nie wiadomo ile banknotów danego rodzaju ma Włodek. Oznaczamy więc nieznaną liczbę literami.

x – liczba banknotów dwustuzłotowych,

y – liczba banknotów pięćdziesięciuzłotowych.

Wtedy Włodek ma $200x$ zł w banknotach dwustuzłotowych i $50y$ zł w banknotach pięćdziesięciuzłotowych.

Odpowiedź:

Kwota, którą dysponuje Włodek to $(200x + 50y + 140)$ złotych.

Przykład 7

Pan Jan musi pomalować k jednakowych ławek ogrodowych. Pomalował już 1 ławkę.

Ustalimy, w ciągu ilu godzin pomaluje resztę ławek, jeżeli w ciągu godziny maluje d ławek.

Pan Jan ma jeszcze do pomalowania $k - 1$ ławek. Skoro w ciągu godziny maluje d ławek, to na pomalowanie pozostałych ławek potrzebuje $\frac{k-1}{d}$ godzin.

Przykład 8

Państwo Kowalscy kupili telewizor, pralkę o 1200 zł tańszą od telewizora i robot kuchenny cztery razy droższy od telewizora. Całą kwotę za te zakupy będą musieli spłacić w trzech równych ratach. Obliczmy, ile złotych wyniesie jedna rata.

Oznaczmy:

a – cena telewizora (w zł)

Wtedy:

$a - 1200$ – cena pralki (w zł),

$4a$ – cena robota kuchennego (w zł).

Państwo Kowalscy za zakupy muszą zapłacić

$$a + (a - 1200) + 4a = 6a - 1200 \text{ (zł)}.$$

Jedna rata będzie więc wynosiła

$$\frac{6a - 1200}{3} \text{ (zł)}.$$

Zapiszemy otrzymane **wyrażenie algebraiczne** w postaci dwóch ułamków i skrócimy.

$$\frac{6a - 1200}{3} = \frac{6a}{3} - \frac{1200}{3} = 2a - 400$$

Odpowiedź:

Jedna rata wyniesie $(2a - 400)$ złotych, gdzie a oznacza cenę telewizora.

Notatki

Miejsce na Twoje notatki

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Animacje

Polecenie 1

Wyrażenia algebraiczne tworzone przez matematyków są narzędziami do opisu zjawisk i różnych efektów działalności człowieka. Dzięki umiejętności wykorzystania wyrażeń algebraicznych, łatwiejsze staje się rozwiązywanie problemów, którym trzeba stawić czoło w różnych codziennych sytuacjach.

Wyrażenia algebraiczne

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RN5tuf9ZSVLco>

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Animacja nawiązująca do treści materiału

Polecenie 2

W Stanach Zjednoczonych Ameryki jednostką pomiaru temperatury są stopnie Fahrenheita. Wzór przeliczający temperaturę podaną w stopniach Fahrenheita t_F na temperaturę w stopniach Celsjusza: $t = \frac{5}{9}(t_F - 32)^{\circ}\text{C}$.

Pewnego dnia temperatura powietrza była równa 77°F . Określ tę temperaturę w stopniach Celsjusza.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

Skoczek narciarski, Alojzy, bierze udział w zawodach rozgrywanych na skoczni K-120. Był dobrze przygotowany, więc skoczył na odległość 130 m. Ile punktów otrzymał za odległość?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 4

Zapoznaj się z filmem pokazującym sposoby rozwiązywania problemów z życia codziennego z wykorzystaniem wyrażeń algebraicznych. Spróbuj najpierw samodzielnie rozwiązać przedstawione tam zadania, a dopiero następnie porównaj z przedstawionymi w filmie odpowiedziami.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 5

Przyrost naturalny to różnica między liczbą urodzeń żywych, a liczbą zgonów. Z reguły te wielkości przeliczane są na 100 (lub na 1000) mieszkańców i wtedy określone są jako stopa przyrostu naturalnego.

Stopę przyrostu naturalnego S oblicza się według wzoru:

$$S = \frac{U-Z}{L} \cdot 100\%,$$

gdzie:

U - liczba urodzeń, Z - liczba zgonów, L - ogólna liczba ludności.

W miejscowości Ustronie w 2022 r. urodziło się 146 dzieci, a zmarło 136 osób. Wszystkich mieszkańców było 2000. Oblicz stopę przyrostu naturalnego w tej miejscowości.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Wyrażenia algebraiczne

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RuX09wLhcTbxZ>

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 6

Rozwiąż zadanie, korzystając z powyższego filmu.

Dziesięciu przedsiębiorców wita się każdy z każdym uściskiem ręki i wręcza przy tym poznanemu koledze wizytówkę. Ile było uścisków dłoni? Ile wizytówek wręczono?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 7

Długość d nart (w cm) dla początkujących i średniozaawansowanych dobiera się według wzoru:

$$d = w - 15$$

gdzie:

w – wzrost danej osoby (w cm).

Leon ma 52 cm wzrostu i jest początkującym narciarzem. Ustal, jakiej długości narty powinien kupić.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 8

Alina ma akwarium w kształcie kuli o promieniu 12 cm. Oblicz objętość tego akwarium.

Skorzystaj ze wzoru na objętość V kuli: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$,

gdzie:

R – promień kuli.

Przyjmij $\pi = 3,14$.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

Ćwiczenie 1

Oznaczmy literą C temperaturę w skali Celsjusza i literą F temperaturę w skali Fahrenheita.

Wtedy temperaturę w skali Fahrenheita można obliczyć ze wzoru $F = \frac{9}{5} \cdot C + 32$.

Zaznacz poprawne dokończenie zdania.

Jeśli temperatura w skali Celsjusza jest równa 40° , to temperatura w skali Fahrenheita jest równa

☐ 392°F .

☐ $73\frac{4}{5}^\circ\text{F}$.

☐ 104°F .

☐ 72°F .

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wiadomo, że a litrów wody morskiej waży 5,125 kg. Ile kilogramów waży x litrów wody?
Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ $5,125ax$

☐ $\frac{5,125 \cdot a}{x}$

☐ $\frac{5,125 \cdot x}{a}$

☐ $\frac{x \cdot a}{5,125}$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Przyjrzyj się ilustracji i wskaż, które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe.



Źródło: dostępny w internecie: pixabay, domena publiczna.

Zdanie	Prawda	Fałsz
Dwie filiżanki ze spodkiem kosztują $(50 + a)$ zł.	☐	☐
Jeśli $a > 25$, to spodek jest o $(a - 25)$ zł droższy od filiżanki.	☐	☐
Filiżanka ze spodkiem kosztuje $(25 + a)$ zł.	☐	☐
Jeśli $a < 25$ to filiżanka jest o $(25 - a)$ zł droższa od spodka.	☐	☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Garnek waży a kg. Do garnka wlano b kg wody, wsypano c kg ziemniaków i postawiono na kuchni do gotowania.

Połącz w pary - pytania i odpowiedzi.

Ile kilogramów waży teraz garnek z zawartością?

$$a + b + c$$

Pusty garnek waży tyle, ile zawartość garnka. Ile kilogramów waży garnek z zawartością?

$$a + 0,5b + c$$

Ile ważą dwa puste takie garnki?

$$b + c$$

Do garnka dodano jeszcze $0,5$ kg marchewki. Ile kilogramów waży teraz garnek z zawartością?

$$a + b + c + 0,5$$

Po pół godziny gotowania połowa wody wyparowała. Ile kilogramów waży teraz garnek z zawartością?

$$2b + 2c$$

Ile waży zawartość garnka?

$$2a$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij zdania tak, aby były zdaniami prawdziwymi. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz prawidłową odpowiedź.

Objętość sześciennego akwarium o krawędzi długości $2a$ jest równa .

Objętość prostopadłościennego akwarium o wymiarach $2a \cdot a \cdot a$ jest równa .

Objętość prostopadłościennego pojemnika o wymiarach $2a \cdot 2a \cdot a$ jest równa .

Objętość prostopadłościennego wazonu o wymiarach $a \cdot 2 \cdot a$ jest równa .

$$4a^3$$

$$8a^3$$

$$2a^2$$

$$8a^2$$

$$2a^3$$

$$4a^2$$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij zdania, wpisując odpowiednie litery.

- Na koncert przyszło k kobiet, mężczyzn oraz d dzieci i teraz na widowni jest $2d + k$ wszystkich osób.
- Na parkingu stoi m samochodów osobowych oraz samochodów ciężarowych i teraz na parkingu stoi $k + m$ wszystkich samochodów.
- Za metrów wstążki czerwonej w cenie 3 zł za metr i trzy razy tyle metrów wstążki niebieskiej w tej samej cenie, zapłacono $12m$ złotych.
- Film jest o $m + p$ dłuższy od reklam, które trwają minut, więc cały film trwa $m + 2p$ minut.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Za z metrów złotej koronki i c metrów koronki amarantowej zapłacono a złotych. Oblicz, ile kosztował metr złotej koronki, jeżeli metr amarantowej koronki kosztował d złotych.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Na koncert przyszło k kobiet. Mężczyzn było trzy razy tyle co kobiet, a dzieci dwa razy tyle, ile mężczyzn i kobiet razem. Po godzinie wyszło 10 kobiet i 7 dzieci, a przyszło 2 mężczyzn. Oblicz, ile teraz osób jest na widowni.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Zegar w ciągu a godzin spóźnia się b minut. Oblicz, ile minut spóźni się w ciągu doby.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

wyrażenie algebraiczne

wyrażeniem algebraicznym nazywamy wyrażenie zbudowane z liczb, liter, znaków działań, nawiasów.

Bibliografia

Stewart I., (2020), *Po co nam matematyka*, Warszawa: Prószyński i S-ka.