



Czym ruch obrotowy różni się od ruchu postępowego?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film \(standardowy\)](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

Czym ruch obrotowy różni się od ruchu postępowego?

Czy to nie ciekawe?

Przyjrzyjmy się kołu samochodowemu – jakim ruchem się ono porusza? Obraca się dookoła osi, czyli ruchem obrotowym. Ale też przemieszcza się razem z samochodem, więc ruchem postępowym... Ruch tego koła to złożenie ruchu postępowego i obrotowego. Ale czy są jakieś relacje między nimi, a jeśli są – to jakie?

Rys. a. Koło samochodu

Twoje cele

Dzięki temu e-materiałowi:

- dowiesz się, jakie są różnice między ruchem postępowym i obrotowym,
- nauczysz się opisywać te ruchy,
- przeanalizujesz ruch obrotowy wahadła Oberbecka,
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania zadań.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Podczas jazdy na rowerze możemy się zastanowić, jakim ruchem się poruszamy. Jadąc prostą drogą, poruszamy się ruchem postępowym. Wchodząc w zakręt, poruszamy się ruchem krzywoliniowym po okręgu. Ale co z kołami? Gdy pedałujemy, one cały czas obracają się dookoła osi, na której są umocowane. To zdecydowanie jest ruch obrotowy. Ale ich środek masy też się przemieszcza, razem z całym rowerem. Jakim zatem ruchem porusza się punkt na powierzchni naszej opony? Odpowiedź jest prosta: ruchem złożonym – jest to złożenie ruchu postępowego i ruchu obrotowego. Potraktujmy je oddzielnie i przyjrzyjmy się, czym te ruchy się różnią.



Rys. 1. Ruch punktu na powierzchni opony jadącego roweru jest złożeniem ruchu postępowego i obrotowego

Rys. 1. Jazda na rowerze

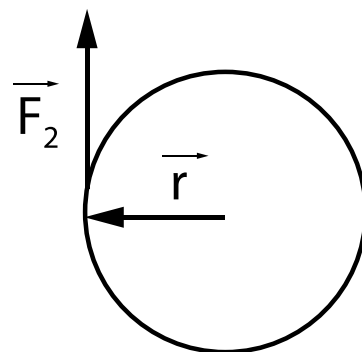
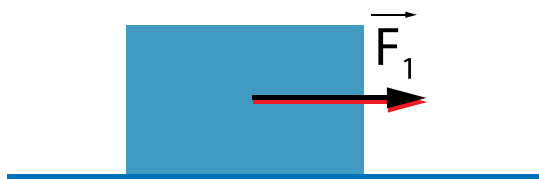
W ruchu postępowym będziemy analizować zmianę położenia środka masy. Środek masy będzie się przemieszczał w ogólności po krzywoliniowym torze, a w szczególności po linii prostej – jak w przypadku jadącego prosto roweru. W ruchu obrotowym będziemy analizować obrót całego ciała dookoła osi obrotu. W szczególności ta oś obrotu może przechodzić przez środek masy ciała, jak w przypadku koła rowerowego, ale może być to również dowolna inna oś. W takim razie będziemy stosować różne wielkości do opisu tych ruchów. Przyjrzyjmy im się, usiłując ustalić różnice i zobaczyć analogie. Pomocą będą postawione pytania.

- **Co jest przyczyną ruchu postępowego i obrotowego?**

Aby nieruchome ciało wprowadzić w ruch postępowy, należy przyłożyć do niego **siłę** $\vec{F}_1$ (Rys. 2.). Jeśli siła ta następnie będzie zrównoważona, ciało będzie poruszać się ruchem jednostajnym. Jeśli siła pozostanie niezrównoważona, ciało będzie poruszało się ruchem przyspieszonym. Aby ciało, które się nie obraca, wprowadzić w ruch obrotowy, musimy przyłożyć do niego **moment siły** $\vec{M}$. Różnica między siłą i **momentem siły** jest taka, że siła przyłożona jest do środka masy ciała, a moment siły w pewnej odległości r od środka masy. Jeśli wektor $\vec{r}$ jest prostopadły do kierunku działania siły, jak w prawej części Rys. 2., to odległość r nazywamy ramieniem siły. Różnica ta została przedstawiona na Rys. 2. Matematycznie moment siły jest zdefiniowany jako iloczyn wektorowy siły i wektora łączącego oś obrotu z punktem przyłożenia siły:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_2$$

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}_2$$



Rys. 2. Obraz z lewej – siła działająca na ciało. Obraz z prawej – moment siły działający na ciało

- **Jaka jest miara bezwładności ciała?**

W ruchu postępowym miarą bezwładności ciała jest jego **masa** m . Im większa masa, tym większa musi być wartość siły, żeby nadać ciału określone przyspieszenie. W przypadku ruchu obrotowego, miarą bezwładności ciała jest **moment bezwładności** I . **Moment bezwładności** definiujemy jako $I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2$.

- **Jakim ruchem będzie poruszało się ciało w zależności od działających na nie sił i momentów sił?**

Odpowiedź na to pytanie stanowi treść zasady dynamiki Newtona. Pierwsza dla ruchu postępowego stwierdza, że jeśli na ciało nie działa siła, lub działające siły się równoważą, ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym. Dla ruchu obrotowego zasada ta mówi, że jeśli na ciało nie działają momenty sił, lub działające momenty sił się równoważą, to ciało się nie obraca lub obraca się ruchem jednostajnym.

A co się dzieje, jeśli siły się nie równoważą? Wtedy zastosujemy drugą zasadę dynamiki Newtona. W ruchu postępowym przyczyną ruchu przyspieszonego masy m jest działanie niezrównoważonej wypadkowej siły $\vec{F}$. Druga zasada dynamiki Newtona dla ruchu postępowego stwierdza, że przyspieszenie, jakiego dozna takie ciało, będzie równe $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$.

W ruchu obrotowym przyczyną przyspieszonego obrotu ciała o momencie bezwładności I jest działanie niezrównoważonego wypadkowego momentu siły $\vec{M}$. Przyspieszenie kątowe, jakiego dozna takie ciało, będzie równe $\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$.

Ruch postępowy	Ruch obrotowy
$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$	$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$

Drugą zasadę dynamiki możemy zapisać również w inny sposób. Ciało będące w ruchu ma pęd $\vec{p} = m\vec{v}$. Zmiana pędu wymaga działania niezrównoważonej siły $\vec{F}$ w czasie t . Ciało, które się obraca, ma moment pędu $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = I\vec{\omega}$. Zmiana momentu pędu wymaga działania niezrównoważonego momentu siły $\vec{M}$ w czasie t . Podsumowując:

Ruch postępowy	Ruch obrotowy
$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$	$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t}$

Możemy zauważyć, że powyższe dwa sposoby zapisu drugiej zasady dynamiki są tożsame, jeśli masa i moment bezwładności są stałe. Wtedy:

Ruch postępowy	Ruch obrotowy
$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}$	$\vec{M} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} = \frac{I\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = I\vec{\varepsilon}$
$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$	$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$

- Jak opisywać ruch ciała poruszającego się ruchem postępowym i obrotowym?**

Skoro w ruchu postępowym dochodzi do przemieszczenia środka masy, to będziemy opisywać zmianę **wektora położenia w czasie** $\vec{r}(t)$. Zmiana wektora położenia w czasie, to **wektor przemieszczenia** $\Delta\vec{r}$. W ruchu obrotowym ciało będzie obracało się dookoła osi obrotu. Skoro następuje obrót ciała, to zadamy pytanie, o jaki **kąt obróciło się to ciało w czasie** Δt ?

To, jak szybko zmienia się wektor przemieszczenia $\overrightarrow{\Delta r}$ ciała, zależy od jego prędkości $\overrightarrow{v}(t)$. To, o jak duży kąt $\Delta\alpha$ obróciło się ciało, zależy od jego **prędkości kątowej** $\omega(t)$. Prędkość definiujemy jako zmianę wektora przemieszczenia w czasie, a prędkość kątową jako zmianę kąta w czasie:

$$\begin{cases} v = \frac{\Delta r}{\Delta t} \\ \omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} \end{cases}$$

To, czy prędkość ciała jest stała, czy zmienna zależy od wartości jego **przyspieszenia** $a(t)$. W ruchu obrotowym to, czy obrót następuje ze stałą, czy zmienną prędkością kątową zależy od tego, jakie jest **przyspieszenie kątowe** $\varepsilon(t)$. Przyspieszenie definiujemy jako zmianę prędkości w czasie, a przyspieszenie kątowe jako zmianę prędkości kątowej w czasie:

$$\begin{cases} a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \\ \varepsilon = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \end{cases}$$

Prędkość liniowa v punktu znajdującego się w odległości R od osi obrotu ciała obracającego się z prędkością kątową ω wynosi:

$$v = \omega R$$

Przyspieszenie liniowe a punktu znajdującego się w odległości R od osi obrotu ciała obracającego się z przyspieszeniem kątowym ε wynosi:

$$a = \varepsilon R$$

Równania ruchu opisujące ruch postępowy jednostajnie zmienny i ruch obrotowy jednostajnie zmienny punktu materialnego mają analogiczną postać, znaną z kinematyki – prezentujemy je poniżej dla ruchu jednostajnie zmiennego:

$$\begin{cases} r(t) = r_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2} \\ v(t) = v_0 + at \\ a(t) = \text{const} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \alpha(t) = \alpha_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon_0 t^2}{2} \\ \omega(t) = \omega_0 + \varepsilon_0 t \\ \varepsilon(t) = \text{const} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{p} = m \overrightarrow{v}$$

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p} = I \overrightarrow{\omega}$$

- Jaką energię ma to ciało?

W ruchu postępowym energia kinetyczna ciała ma wartość związaną z jego masą i prędkością, wynosi ona $E_{kpost} = \frac{mv^2}{2}$. Energia ruchu obrotowego punktu materialnego ma analogiczną postać, którą możemy wyprowadzić, wstawiając do powyższego równania zależność $v = \omega R$:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{mR^2\omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Aby poznać energię kinetyczną bryły sztywnej, musimy zsumować energię kinetyczną wszystkich jej elementów. Wtedy:

$$E_{obr} = \sum E_i = \sum \frac{m_i v_i^2}{2} = \sum \frac{m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum m_i R_i^2 = \frac{\omega^2}{2} I = \frac{I\omega^2}{2}$$

Słowniczek

Tarcie toczne

(ang.: *rolling friction*) opór ruchu występujący w trakcie toczenia jednego ciała po drugim.

Moment bezwładności

(ang.: *moment of inertia*) miara bezwładności ciała w ruchu obrotowym względem określonej, ustalonej osi obrotu.

Moment siły

(ang.: *torque*) Moment siły to wielkość wektorowa zdefiniowana następująco:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F},$$

gdzie $\vec{M}$ – moment siły, $\vec{r}$ – wektor łączący oś obrotu ciała z punktem przyłożenia siły, $\vec{F}$ – przyłożona siła.

Film (standardowy)

Czym ruch obrotowy różni się od ruchu postępowego?

Na filmie demonstrujemy działanie wahadła Oberbecka. Pokazujemy zależność między ruchem postępowym i obrotowym, zmianę wartości momentu siły i zmianę wartości momentu bezwładności.

[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl](#)

Wysłuchaj ścieżki lektorskiej nagrania.

Polecenie 1

Uzupełnij tekst:

Ruch obrotowy wahadła Oberbecka powoduje moment siły . Moment bezwładności układu ma najmniejszą wartość, gdy ciężarki na krzyżaku są umieszczone osi obrotu. Przyspieszenie kątowe jest wtedy .

najmniejsze

największe

daleko od

napięcia nici

blisko

ciężkości

Polecenie 2

Na osi obrotu wahadła Oberbecka, prezentowanego na filmie, znajdowały się dwa pierścienie o różnych średnicach. W pierwszej części filmu obserwowałeś ruch obrotowy układu, gdy nić była nawinięta na różne pierścienie. Który z pierścieni miał większy promień, ten z lewej czy z prawej? Uzasadnij odpowiedź.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dopasuj do siebie analogiczne wielkości fizyczne opisujące kinematykę ruchu postępowego i ruchu obrotowego:

Zmiana położenia, Przebyta droga, Prędkość, Przyspieszenie

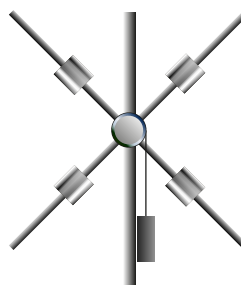
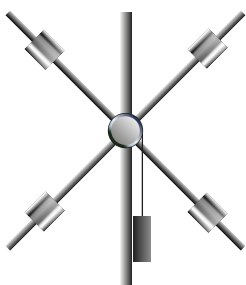
Ruch postępowy		Ruch obrotowy
Zmiana położenia		
Przebyta droga		
Prędkość		
Przyspieszenie		

Ćwiczenie 2



Przyjrzyj się dwóm różnym ustawieniom wahadła Oberbecka.

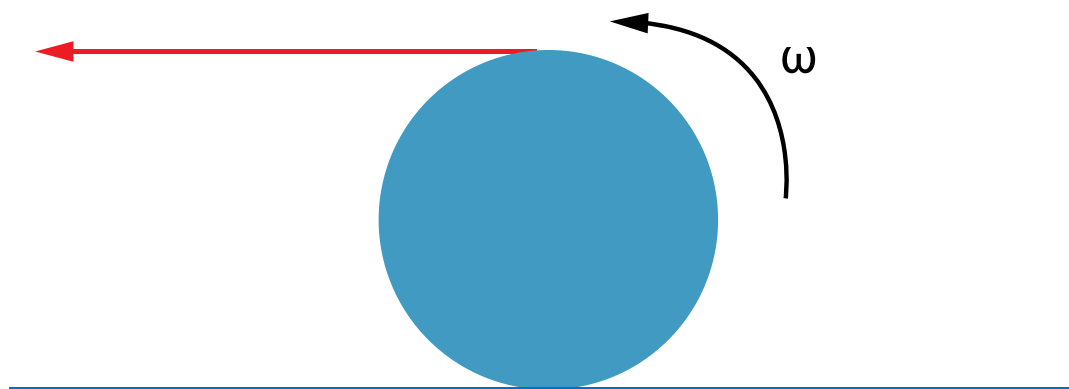
W którym przypadku ciężarek będzie opuszczał się z większą prędkością? Kliknij w prawidłowy obrazek.



Ćwiczenie 3



Walec o promieniu $R = 10$ cm toczy się bez poślizgu po płaskiej powierzchni, jak na rysunku. Na czerwono zaznaczono wektor prędkości liniowej jednego punktu na obwodzie walca.



Walec wykonuje jeden pełen obrót na sekundę. Oblicz wartość prędkości liniowej zaznaczonego punktu na jego obwodzie. Odpowiedź wyraż w jednostkach układu SI i zaokrąglaj do trzech cyfr znaczących.

Odpowiedź: m/s

Ćwiczenie 4



Przyjrzyj się wykresowi. Jakim ruchem poruszało się to ciało:



- ☐ obrotowym jednostajnie przyspieszonym
- ☐ krzywoliniowym jednostajnie przyspieszonym
- ☐ obrotowym jednostajnym
- ☐ jednostajnym krzywoliniowym

Ćwiczenie 5



Ciało o momencie bezwładności I rozpędzono do pewnej nieznannej prędkości kątowej ω . Wymagało to wykonania pracy W . Jaki jest moment pędu tego wirującego układu?

☐ $\sqrt{\frac{2W}{I}}$

☐ mamy zbyt mało danych, aby to ustalić

☐ $\sqrt{2WI}$

☐ $\frac{\omega^2}{WI}$

Ćwiczenie 6



Oceń, jaką część pierwotnej energii kinetycznej straciło obracające się bez poślizgu koło samochodu, jeśli gwałtownie zaciśnięto hamulce (koło przestało się toczyć, ale ruch postępowy nie ustał). Przyjmij, że energia początkowa to E_0 , a energia w momencie zatrzymania ruchu obrotowego koła to E_1 i podaj stosunek $\frac{E_1}{E_0}$ jako ułamek zwykły.

Odpowiedź: /

Ćwiczenie 7



Dopasuj do siebie analogiczne wielkości fizyczne opisujące dynamikę ruchu postępowego i ruchu obrotowego:

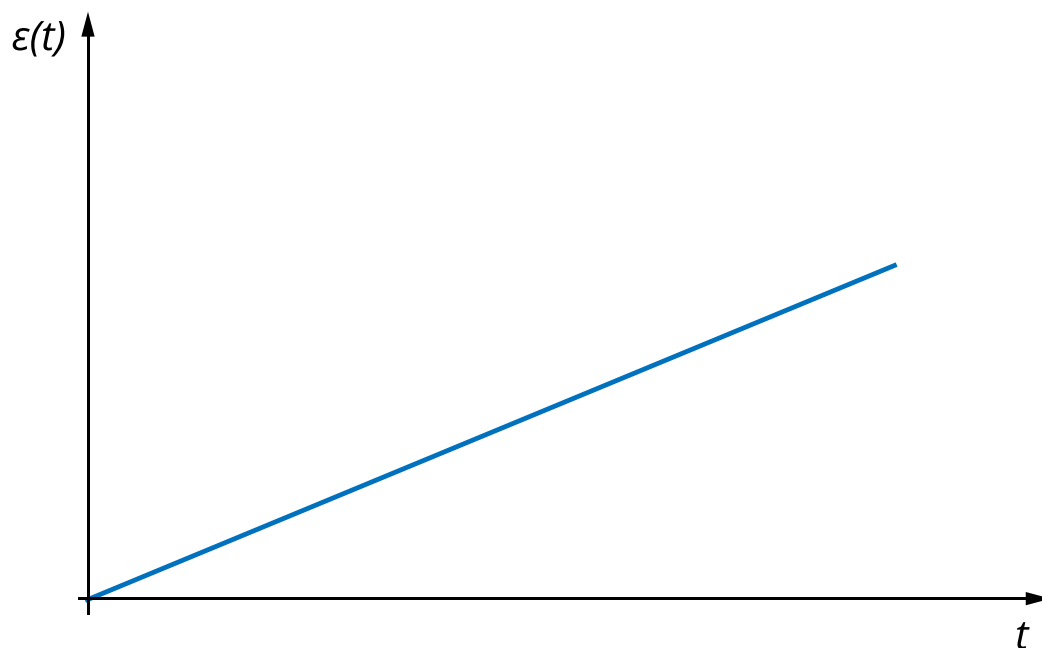
Masa, Siła, Pęd

Ruch postępowy		Ruch obrotowy
Masa		
Siła		
Pęd		

Ćwiczenie 8



Przyjrzyj się wykresowi. Jakim ruchem poruszało się to ciało?



- ☐ obrotowym, jednostajnie przyspieszonym
- ☐ obrotowym, przyspieszonym
- ☐ krzywoliniowym, jednostajnie przyspieszonym
- ☐ obrotowym, jednostajnym

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Czym ruch obrotowy różni się od ruchu postępowego?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji; III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń: 2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. rozpoznaje różnice między ruchem postępowym i obrotowym bryły sztywnej. 2. wskazuje, jakimi wielkościami opisuje się te ruchy. 3. stosuje zdobytą wiedzę do rozwiązywania zadań.
Strategie i metody nauczania:	Strategia eksperymentalno-obserwacyjna.
Formy zajęć:	- praca indywidualna, - dyskusja grupowa.
Środki dydaktyczne:	- komputer i projektor, - walec i równia pochyła, - kątomierz.
Materiały pomocnicze:	Film ilustrujący działanie wahadła Oberbecka, z niniejszego e-materiału.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel prezentuje eksperyment, w którym walec stacza się po równi pochyłej. Nauczyciel przypomina równania ruchu opisujące ruch postępowy i ruch obrotowy. Uczniowie powtarzają eksperyment w parach, korzystając z długopisu o okrągłym przekroju jako walca i powierzchni zeszytu w twardej oprawie jako równi pochyłej.	
Faza realizacyjna:	
Uczniowie wykonując eksperyment mają zaobserwować przy jakim kącie walec zaczyna się toczyć, a następnie przy jak dużym nachyleniu wciąż toczy się bez poślizgu. Na koniec mają znaleźć kąt, przy którym walec zaczyna się ślizgać. W doświadczeniu można wykorzystać telefon komórkowy i nagrać film w zwolnionym tempie, aby łatwiej zaobserwować, czy toczenie odbywa się z poślizgiem czy bez. Nauczyciel podsumowuje pracę uczniów i prowadzi dyskusję grupową na temat wniosków – kiedy środek masy poruszał się najszybciej i kiedy spełniona jest relacja $v = \omega R$.	
Faza podsumowująca:	

Uczniowie oglądają film edukacyjny.

Nauczyciel razem z uczniami podsumowują wiadomości na temat zależności ruchu postępowego i obrotowego.

Nauczyciel rozwiązuje na tablicy zadanie 5 i 6, pozostałe zadaje jako pracę domową.

Praca domowa:

Rozwiązanie zadań z części „Sprawdź się”, których nie rozwiązano w trakcie lekcji.

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Film można również odtworzyć na początku lekcji, może być też wykorzystany przez uczniów w domu do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.