



# Przekształcanie wzorów

Materiał zawiera filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

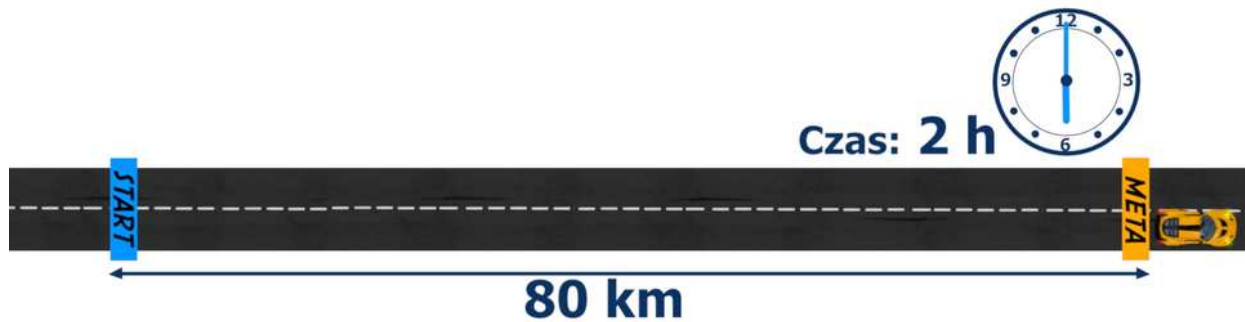
Filmy - przykłady przekształcania wzorów w sytuacjach praktycznych.

Ćwiczenia - wzory i ich opisy, przekształcanie wzorów (również geometrycznych),  
wyznaczanie zmiennej ze wzoru.

# Przekształcanie wzorów

---

Wzory matematyczne najczęściej zapisywane są za pomocą równości dwóch wyrażeń algebraicznych. Ich zadaniem jest ułatwienie obliczania niektórych wielkości, np. pola trójkąta objętości graniastoslupa czy prędkości w ruchu jednostajnym. W tym materiale będziemy przekształcać wzory, wyznaczając z nich potrzebne wielkości.



$$s = v \cdot t$$

$$t = \frac{s}{v}$$

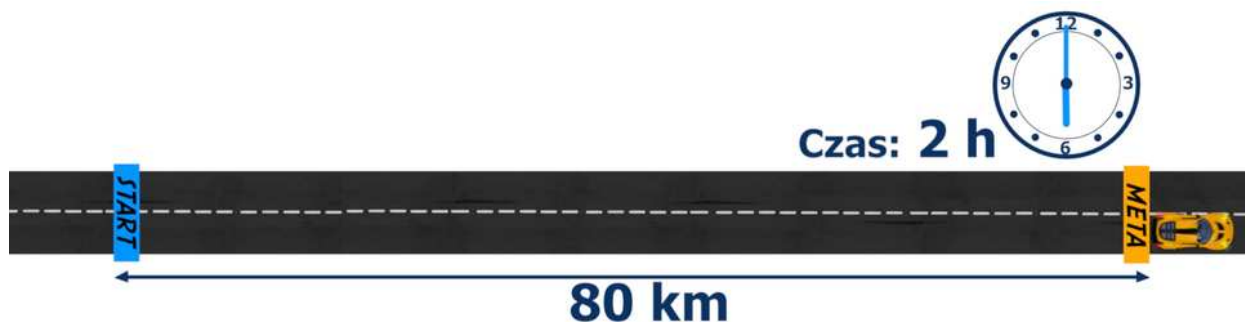
$$v = \frac{s}{t}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RoFxywga1lwci>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób ze wzoru na prędkość wyznaczyć drogę i czas.

---



$$t = \sqrt{\frac{2s}{a}}$$

$$a = \frac{2s}{t^2}$$

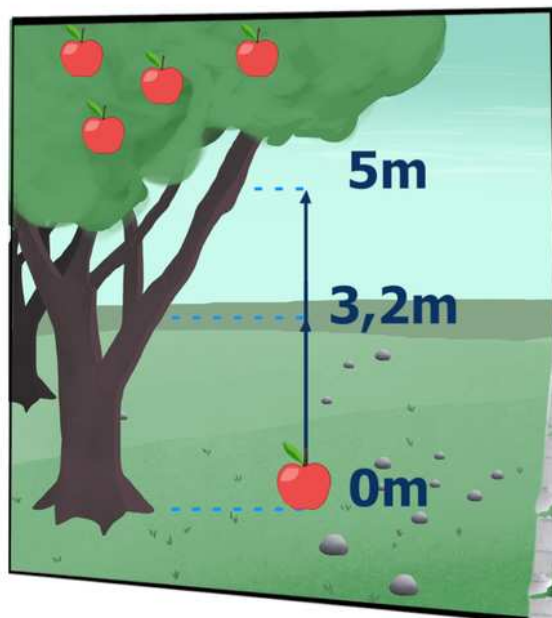
$$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

$$v = a \cdot t$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R14BfyWMmAecJ>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia jak przekształcić wzór na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym tak, aby otrzymać wzór na czas i przyspieszenie.



Jak wyznaczyć ze wzoru na energię kinetyczną masę?

$$E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$2E_k = m \cdot v^2$$

$$m = \frac{2E_k}{v^2}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1WpXiHbGY1mB>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób wyznaczyć masę ciała ze wzoru na energię kinetyczną.

## Ćwiczenie 1



Połącz w pary wzór z jego opisem.

$$4a$$

wzór na obwód prostokąta

$$3a$$

wzór na obwód trójkąta równobocznego

$$2a + 2b$$

wzór na obwód kwadratu

$$2a + b$$

wzór na obwód dowolnego trójkąta

$$a + b + c$$

wzór na obwód trójkąta równoramienne

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 2



Przekształć poniższe wzory tak, aby wyznaczały daną zmienną. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Jeśli  $y = 0,25x$ , to  $x = \boxed{\phantom{000}}$   $y$ .
- Jeśli  $s = 0,4t$ , to  $t = \boxed{\phantom{000}}$   $s$ .
- Jeśli  $z = 5v$ , to  $v = \boxed{\phantom{000}}$   $z$ .
- Jeśli  $p = \frac{2}{3}q$ , to  $q = \boxed{\phantom{000}}$   $p$ .

$\frac{5}{2}$     $\frac{1}{2}$    4    $\frac{1}{5}$    2    $\frac{3}{2}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 3



Z podanego wzoru wyznacz zmienną  $x$ . Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

•  $2x - 1 = x + 2a$

$x = \boxed{\phantom{000}}$

•  $1 - x = 1 - 2a$

$x = \boxed{\phantom{000}}$

•  $x + 2y + z = y$

$x = \boxed{\phantom{000}}$

•  $a + ab + 2x = b + 3x$

$x = \boxed{\phantom{000}}$

$2a$     $a + ab + b$     $y - z$     $-y + z$     $a - ab - b$     $a + ab - b$     $4a - 1$     $4a$     $3a$   
 $2a + 1$     $2a - 1$     $-y - z$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 4



Z poniższych równań wyznacz podane zmienne. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Z równania  $2x - 3a = 3a + 2$  wyznacz  $a$  i  $x$ .

$a =$    
 $x =$

- Z równania  $5z - 4x = 3v + 3z + 3x$  wyznacz  $z$ ,  $x$ ,  $v$ .

$z =$    
 $x =$    
 $v =$

- Z równania  $2(a - 2b) = 3(2a + b)$  wyznacz  $a$  i  $b$ .

$a =$    
 $b =$

- Z równania  $3x - 3(a - 2x) = a + 2(a + 5x)$  wyznacz  $a$  i  $x$ .

$x =$    
 $a =$

|                  |                   |                |                 |                 |                   |                 |                  |                   |                |
|------------------|-------------------|----------------|-----------------|-----------------|-------------------|-----------------|------------------|-------------------|----------------|
| $-\frac{x-3}{3}$ | $\frac{7x+3v}{2}$ | $-6a$          | $-\frac{4a}{7}$ | $-\frac{7b}{4}$ | $\frac{2z-3v}{7}$ | $\frac{x-1}{3}$ | $-\frac{4+a}{5}$ | $\frac{4z+3x}{7}$ | $-\frac{x}{6}$ |
| $-\frac{3v}{5}$  | $\frac{2z-7x}{3}$ | $\frac{6x}{7}$ | $\frac{a+1}{3}$ | $3a+1$          |                   |                 |                  |                   |                |

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 5



Z podanego wzoru wyznacz zmienną  $x$ . Przyjmij, że wszystkie zmienne są różne od zera. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $2bx - a = c - 3bx$

$$x = \boxed{\phantom{000}}$$

- $3nm - 5nx = 2n(1 - 5x)$

$$x = \boxed{\phantom{000}}$$

- $2ab - 2ax + b = 3a(2x + 3b)$

$$x = \boxed{\phantom{000}}$$

- $-2(px + p) + pq = p(4 - x + 2q) + 1$

$$x = \boxed{\phantom{000}}$$

$$\frac{7ab-b}{8a}$$

$$\frac{-6p-pq-1}{p}$$

$$\frac{-6p-pq+1}{p}$$

$$\frac{2n+3mn}{5}$$

$$\frac{a+c}{5b}$$

$$\frac{b-7ab}{8a}$$

$$\frac{a-c}{5b}$$

$$\frac{2-3m}{5}$$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 6



Z poniższych równań wyznacz podane zmienne. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Z równania  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  wyznacz  $c$  i  $d$ .

$$c = \boxed{\phantom{000}}$$
$$d = \boxed{\phantom{000}}$$

- Z równania  $\frac{a}{2b} = \frac{3c}{d}$  wyznacz  $c$  i  $d$ .

$$c = \boxed{\phantom{000}}$$
$$d = \boxed{\phantom{000}}$$

- Z równania  $\frac{a+1}{b} = \frac{2}{c}$  wyznacz  $b$  i  $c$ .

$$b = \boxed{\phantom{000}}$$
$$c = \boxed{\phantom{000}}$$

- Z równania  $\frac{a}{b+1} = \frac{3c}{d+2}$  wyznacz  $a$  i  $c$ .

$$a = \boxed{\phantom{000}}$$
$$c = \boxed{\phantom{000}}$$

|                       |                         |                |                |                 |                 |                         |                |                |                  |                 |                    |
|-----------------------|-------------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|-------------------------|----------------|----------------|------------------|-----------------|--------------------|
| $\frac{4b}{a-1}$      | $\frac{a(d+2)}{3(b+1)}$ | $\frac{bc}{a}$ | $\frac{ad}{b}$ | $\frac{ad}{6b}$ | $\frac{6bc}{a}$ | $\frac{a(d+4)}{6(b-1)}$ | $\frac{ad}{c}$ | $\frac{ad}{d}$ | $\frac{2b}{a+1}$ | $\frac{4bc}{a}$ | $\frac{(a+1)c}{2}$ |
| $\frac{5c(b+3)}{d-2}$ | $\frac{3c(b+1)}{d+2}$   |                |                |                 |                 |                         |                |                |                  |                 |                    |

## Ćwiczenie 7



Z podanego wzoru wyznacz wskazaną zmienną. Podaj konieczne założenia. Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Z równania  $P = \frac{a+b}{2} \cdot h$  wyznacz  $h$ .

Zmienna wynosi  $h =$  , założenie to .

- Z równania  $O = 3(a + b + c)$  wyznacz  $b$

Zmienna wynosi  $b =$  .

- Z równania  $V = a \cdot b \cdot h$  wyznacz  $h$

Zmienna wynosi  $h =$  , założenie to .

- Z równania  $V = \frac{1}{3}a^2 \cdot h$  wyznacz  $h$

Zmienna wynosi  $h =$  , założenie to .

$a \neq 0 \text{ oraz } b \neq 0$

$\frac{3V}{a^2}$

$\frac{2P}{a+b}$

$a \neq -b$

$\frac{V}{a \cdot b}$

$a \neq 0$

$\frac{O-3a-3c}{3}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 8



Z podanego wzoru wyznacz wskazaną zmienną. Podaj konieczne założenia. Uzupełnij odpowiedzi, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Z równania  $I = \frac{U}{R}$  wyznacz  $U$ .

Zmienna wynosi  $U =$  .

- Z równania  $F = m \cdot a$  wyznacz  $m$ .

Zmienna wynosi  $m =$  , założenie to .

- Z równania  $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$  wyznacz  $a$

Zmienna wynosi  $a =$   założenie to .

- Z równania  $\frac{T_1}{v_1} = \frac{T_2}{v_2}$  wyznacz  $T_1$ .

Zmienna wynosi  $T_1 =$  , założenie to .

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 9



Z podanego wzoru wyznacz wskazaną zmienną. Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Ze wzoru  $2x + c = ax + 2$  wyznacz  $x$ .

$$x = \boxed{\phantom{000}}$$

- Ze wzoru  $v - 3z = p(v + 2)$  wyznacz  $v$ .

$$v = \boxed{\phantom{000}}$$

- Ze wzoru  $a = \frac{b}{b+1}$  wyznacz  $b$ .

$$b = \boxed{\phantom{000}}$$

- Ze wzoru  $x = \frac{y+1}{y} + z$ , wyznacz  $y$ .

$$y = \boxed{\phantom{000}}$$

|                   |                   |                     |                 |                   |                 |                   |                     |
|-------------------|-------------------|---------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|---------------------|
| $\frac{1}{x-z+1}$ | $\frac{1}{x-z-1}$ | $\frac{3p+2z}{4-p}$ | $\frac{a}{1-a}$ | $\frac{2-c}{2-a}$ | $\frac{a}{3-a}$ | $\frac{6-c}{4-a}$ | $\frac{2p+3z}{1-p}$ |
|-------------------|-------------------|---------------------|-----------------|-------------------|-----------------|-------------------|---------------------|

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 10



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Jeżeli  $X = \frac{Y}{Z}$  ( $Z > 0$ ,  $X > 0$ ,  $Y > 0$ ) to

☐  $Z = \frac{X}{Y}.$

☐  $Z = XY.$

☐  $Z = X - Y.$

☐  $Z = \frac{Y}{X}.$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 11



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Po wyznaczeniu  $x$  ze wzoru  $bx - 3c = cx - 5$ , otrzymamy

☐  $x = \frac{3c-5}{b+c}$  dla  $b \neq -c$ .

☐  $x = \frac{3c+5}{b+c}$  dla  $b \neq -c$ .

☐  $x = \frac{3c-5}{b-c}$  dla  $b \neq c$ .

☐  $x = \frac{3c+5}{b-c}$  dla  $b \neq c$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 12



Zaznacz prawidłową odpowiedź. Wysokość trapezu o podstawach  $x$  i  $3x$  ( $x > 0$ ) oraz polu  $3p$  ( $p > 0$ ) jest równa

☐  $h = \frac{2p}{3x}$ .

☐  $h = \frac{2x}{3p}$ .

☐  $h = \frac{3x}{2p}$ .

☐  $h = \frac{3p}{2x}$ .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 13



Podaj wzór na pole trójkąta o podstawie równej  $x$  i wysokości równej  $3y$ . Wyznacz z tego wzoru podstawę i wysokość tego trójkąta. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Wzór na pole tego trójkąta to  $P =$  .
- Wzór na podstawę tego trójkąta to  $x =$  .
- Wzór na wysokość tego trójkąta to  $3y =$  .

$\frac{2P}{3y}$

$\frac{6P}{4y}$

$\frac{3P}{6y}$

$\frac{4P}{5y}$

$\frac{2P}{x}$

$\frac{2x \cdot 3y}{3}$

$\frac{4x \cdot 4y}{5}$

$\frac{x \cdot 3y}{2}$

$\frac{3P}{3x}$

$\frac{5P}{x}$

$\frac{3x \cdot 6y}{2}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 14



Obwód równoległoboku o bokach  $x$  i  $2y$  wynosi  $3z$ . Wyznacz długości boków tego równoległoboku. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Długość pierwszego boku wyraża się wzorem  $x =$  .
- Długość drugiego boku wyraża się wzorem  $2y =$  .

$\frac{3z-2x}{2}$

$\frac{2z-y}{2}$

$\frac{3z-4y}{2}$

$\frac{4z-3x}{2}$

$\frac{5z-4y}{3}$

$\frac{6z-2x}{3}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

### Ćwiczenie 15



Boki czworokąta mają długości  $x$ ,  $2x$ ,  $3x$  i  $4x$ , a jego obwód wynosi  $p + 3q$ . Wyznacz długość najkrótszego oraz najdłuższego boku czworokąta. Uzupełnij zdania, przeciągając w luki odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Długość najkrótszego boku czworokąta wyraża się wzorem  $x =$  .
- Długość najdłuższego boku czworokąta wyraża się wzorem  $4x =$  .

$\frac{3(p+3q)}{10}$

$\frac{p+6q}{10}$

$\frac{p+3q}{10}$

$\frac{2(p-3q)}{4}$

$\frac{2(p+3q)}{5}$

$\frac{p-3q}{5}$

Zródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 16



Uszereguj równości w odpowiedniej kolejności, aby ze wzoru wyznaczyć  $v$ . Podaj konieczne założenia. Uzupełnij puste pola, przeciągając w nie odpowiednie wyrażenia lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- Start:
- Przekształcenie 1:
- Przekształcenie 2:
- Przekształcenie 3:
- Przekształcenie 4:
- Koniec:

Założenie:

$$t \neq 0$$

$$v(6 - t) = st - 3p$$

$$t \neq -6$$

$$v = \frac{st-3p}{6-t}$$

$$t \neq 6$$

$$3p + 6v = st + vt$$

$$p + 2v = \frac{s+v}{3}t$$

$$3(p + 2v) = (s + v)t$$

$$6v - tv = st - 3p$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 17



Do wzoru  $x = \frac{y}{z}$  podstaw odpowiednio:  $y = \frac{a+b}{2}$  i  $z = \frac{2a-b}{3}$ . Doprowadź wzór do najprostszej postaci. Wyznacz  $a$  i  $b$  oraz podaj konieczne założenia.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 18



Wyszukaj w dostępnych źródłach informacje o zjawisku fizycznym, które opisane jest wzorem. Wyznacz z tego wzoru jedną ze zmiennych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.