



Rozkładanie liczb na czynniki pierwsze

Materiał zawiera:

- ćwiczenia interaktywne na zapisywanie liczb za pomocą iloczynu liczb pierwszych,
- określenie liczby złożonej i rozkładu liczby na czynniki pierwsze.

Materiał zawiera:

- ćwiczenia interaktywne na zapisywanie liczb w postaci iloczynu liczb pierwszych,
- ćwiczenie interaktywne na rozkładanie liczb na czynniki pierwsze,
- ilustracje drzewek rozkładu na czynniki pierwsze, które uczeń ma uzupełnić.

Materiał zawiera:

- ćwiczenia interaktywnych na rozkładanie liczb na czynniki pierwsze,
- animacje pokazujące metodę znalezienia odpowiednio NWW i NWD, przy wykorzystaniu rozkładu na czynniki danych liczb

Materiał zawiera:

- ćwiczenia interaktywne na rozkładanie liczb na czynniki pierwsze,
- animacje pokazujące metodę znalezienia odpowiednio NWW i NWD, przy wykorzystaniu rozkładu na czynniki danych liczb

Rozkładanie liczb na czynniki pierwsze

Rozkład liczby na czynniki pierwsze polega na zapisaniu tej liczby w postaci iloczynu liczb pierwszych. Rozkładając liczbę na czynniki pierwsze, dzielimy ją przez liczby pierwsze, przez które ta liczba dzieli się bez reszty do momentu, aż pozostanie liczba 1. Liczby, które możemy rozłożyć na czynniki pierwsze, nazywamy liczbami złożonymi.

Ćwiczenie 1



Uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $3 \cdot 17 =$
- $2 \cdot 5 \cdot 11 =$
- $2 \cdot 3 \cdot 13 =$
- $5 \cdot 5 \cdot 7 =$
- $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 =$
- $17 \cdot 19 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Jeżeli pomnożymy liczby pierwsze, to otrzymamy liczbę złożoną.
- Każdą liczbę złożoną można przedstawić w postaci iloczynu liczb pierwszych.

Na przykład

$$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

- Mówimy, że liczbę 20 rozłożyliśmy na czynniki pierwsze.

Nauczymy się zapisywać liczby w postaci iloczynu liczb pierwszych. Poznamy różne metody rozkładania liczb na czynniki pierwsze.

Rozkład liczby na czynniki pierwsze

Każdą liczbę złożoną można zapisać w postaci iloczynu co najmniej dwóch liczb naturalnych, większych od 1.

Ćwiczenie 2



Przedstaw liczbę 36 w postaci różnych iloczynów tak, aby czynniki były większe od 1.
Wskaż iloczyn, który przedstawia rozkład liczby 36 na czynniki pierwsze.

Uwaga: Iloczyny $4 \cdot 9$ i $9 \cdot 4$ nie są różne, uznajemy je za takie same.

Ćwiczenie 3



Poniżej podano pewne działania. Oblicz w pamięci podane iloczyny. Przeciągnij każdy element do odpowiedniej grupy.

liczba 36 jako iloczyn dwóch liczb

$4 \cdot 9$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

$2 \cdot 3 \cdot 6$

$2 \cdot 2 \cdot 9$

$2 \cdot 18$

$3 \cdot 18$

$1 \cdot 2 \cdot 5$

$6 \cdot 6$

$4 \cdot 3$

$2 \cdot 4 \cdot 4$

$3 \cdot 12$

liczba 36 jako iloczyn trzech liczb

rozkład liczby 36 na czynniki pierwsze

liczba inna niż 36

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Rozłóż liczby na czynniki pierwsze i uzupełnij równości, przeciągając w luki odpowiednie iloczyny lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $15 =$
- $28 =$
- $45 =$
- $66 =$
- $108 =$
- $180 =$

$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$

$3 \cdot 5$

$3 \cdot 3 \cdot 5$

$2 \cdot 2 \cdot 7$

$2 \cdot 3 \cdot 11$

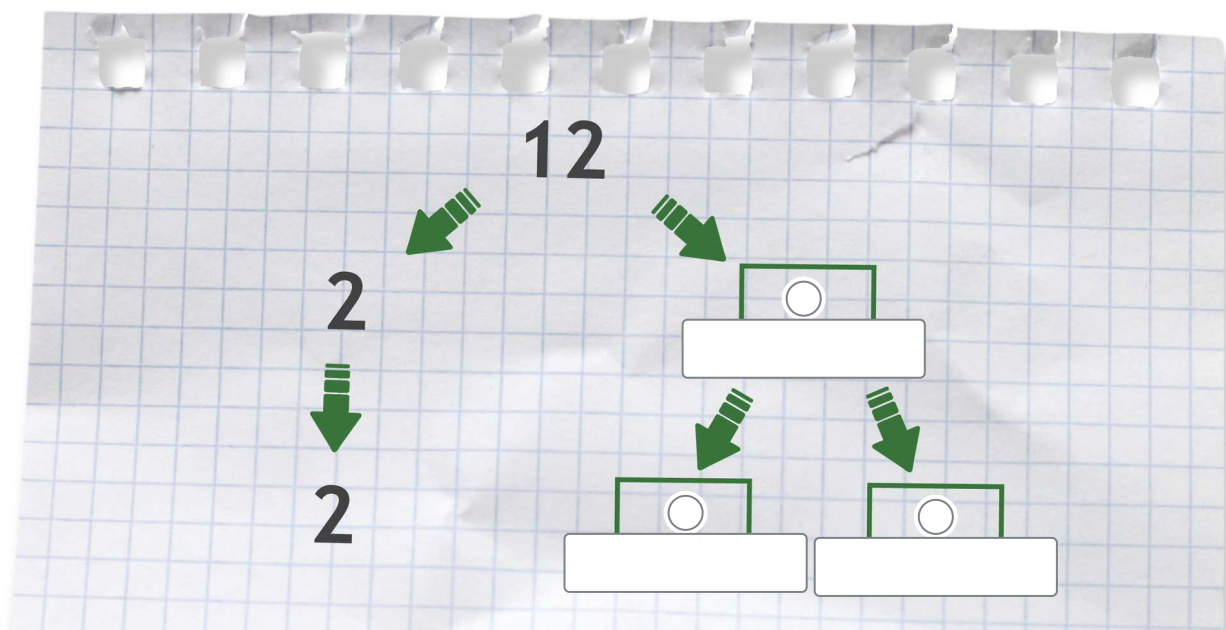
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



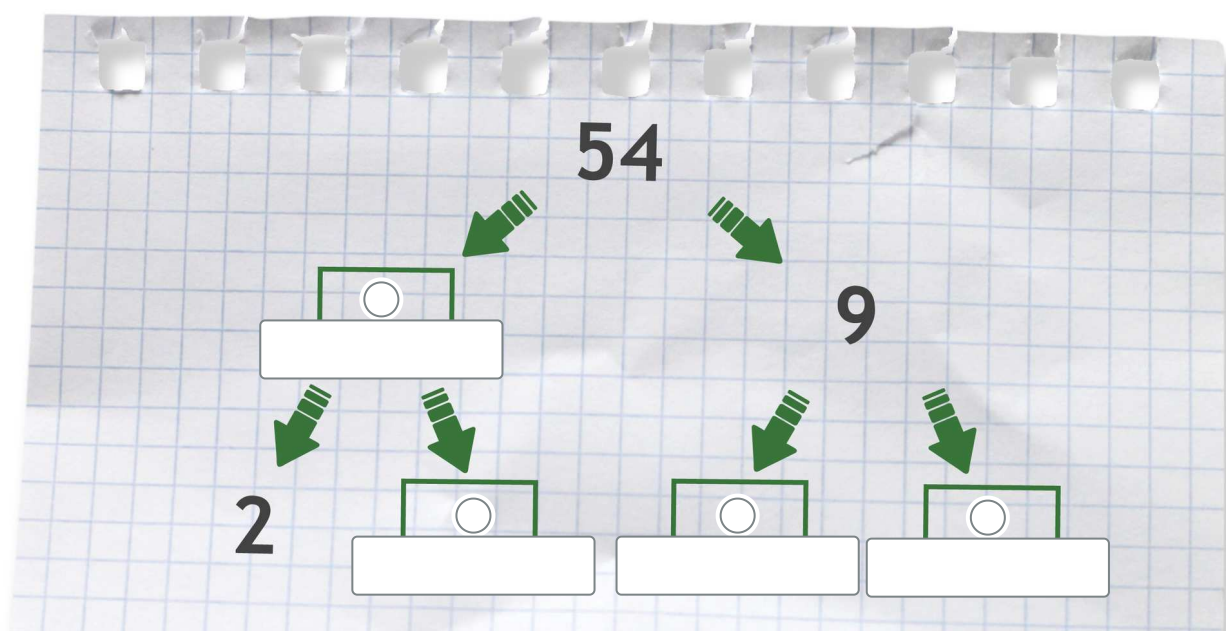
Rozłóż liczby na czynniki pierwsze, wpisując liczby w drzewka. Pamiętaj, aby czynniki w zapisie uporządkować rosnąco od lewej do prawej strony.

1.



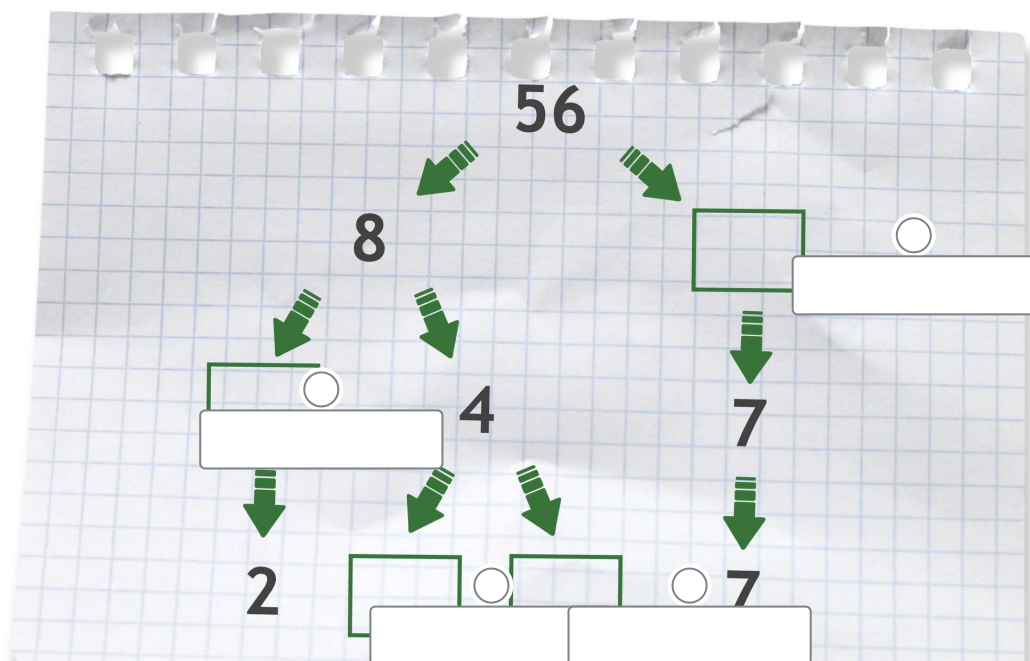
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



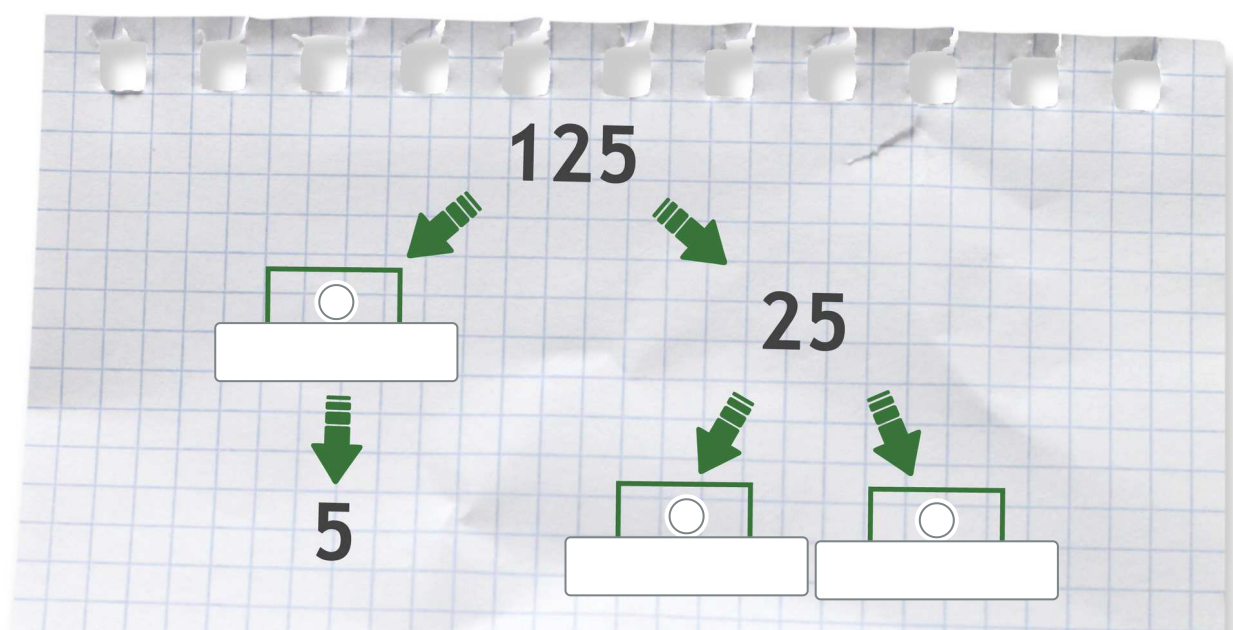
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Połącz w pary liczby z ich rozkładami na czynniki pierwsze.

120

$2 \cdot 5 \cdot 7$

520

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$

270

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

70

$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!



Iloczyn wszystkich nieskreślonych czynników pierwszych jest najmniejszą wspólną wielokrotnością tych liczb.

NWW (72,60) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$

72	2	60	2
36	2	30	2
18	2	15	3
9	3	5	5
3	3	1	
1			

The image shows a handwritten calculation on graph paper. At the top, it states **NWW (72,60) = $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$** . Below this, two prime factorizations are shown side-by-side. On the left, 72 is divided by 2 three times and then by 3 twice, leaving 1. On the right, 60 is divided by 2 twice, then by 3 once, and finally by 5 once, leaving 1. The factors 2, 2, 2, 3, 3, and 5 are the 'nonscribbled' factors mentioned in the text above.

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1eYpu9m4ith>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia, w jaki sposób obliczyć najmniejszą wspólną wielokrotność liczb 72 i 60.

Ważne!



Iloczyn wspólnych czynników pierwszych liczb 72 i 60 jest ich największym wspólnym dzielnikiem.

$$\text{NWD}(72, 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

72	2	60	2
36	2	30	2
18	2	15	3
9	3	5	5
3	3	1	
1			

Film dostępny pod adresem </preview/resource/R8rsvANdoaydK>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia, w jaki sposób obliczyć największy wspólny dzielnik liczb 72 i 60.

Ćwiczenie 7



Znajdź liczby, w których rozkładzie na czynniki pierwsze występują wyłącznie podane liczby, a następnie połącz je z tymi liczbami.

W rozkładzie tej liczby występują dokładnie dwie dwójki, dwie piątki i jedna jedenastka.

1155

W rozkładzie tej liczby występują dokładnie dwie dwójki, dwie trójki i dwie piątki.

1000

W rozkładzie tej liczby występuje dokładnie jedna trójka, jedna piątka, jedna siódemka i jedna jedenastka.

1100

W rozkładzie tej liczby występują dokładnie trzy dwójki i trzy piątki.

900

W rozkładzie tej liczby występują dokładnie cztery trójki i jedna trzynastka.

1053

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Korzystając z rozkładu na czynniki pierwsze liczb 44 i 105 ($44 = 2 \cdot 2 \cdot 11$ i $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$), podaj rozkład na czynniki pierwsze podanych liczb. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

- Rozkład liczby $44 \cdot 44$ na czynniki pierwsze składa się z liczb: ,
, , ,
.

- Rozkład liczby $105 \cdot 105$ na czynniki pierwsze składa się z liczb: ,
, , ,
.

- Rozkład liczby $44 \cdot 105$ na czynniki pierwsze składa się z liczb: ,
, , ,
.

- Rozkład liczby $44 \cdot 44 \cdot 105$ na czynniki pierwsze składa się z liczb: ,
, , ,
, , , .

- Rozkład liczby $6 \cdot 105$ na czynniki pierwsze składa się z liczb: ,
, , .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Wyznacz wszystkie (większe od 1) dzielniki liczb, których rozkłady na czynniki pierwsze są dane poniżej. Uzupełnij poniższe zdania, wpisując w luki odpowiednie liczby w kolejności rosnącej.

- Dzielniki liczby $3 \cdot 5$ to , i .
- Dzielniki liczby $2 \cdot 2 \cdot 3$ to , , ,
 i .
- Dzielniki liczby $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$ to , , ,
, , ,
, , i .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Nauczyciel chce podzielić trzydziestoosobową klasę na równe grupy, co najmniej dwuosobowe.

Ile może utworzyć grup i ile osób będzie w każdej grupie? Na ile sposobów nauczyciel może dokonać podziału? Rozważ wszystkie możliwości.