



Symulator zderzeń

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/bilard-zainteresowania-wn%c4%99trze-2860929/> [dostęp 23.03.2022], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Zderzenia kul bilardowych to przykład zderzenia (prawie) doskonale sprężystego, w którym zachowana jest całkowita energia kinetyczna, ponieważ twarde kule praktycznie nie ulegają zniekształceniom. Natomiast gdy zderzają się dwa samochody, na pierwszy rzut oka widać, że zniszczenia karoserii pochłaniają sporo energii - kosztem energii kinetycznej pojazdów. To przykład zderzenia niesprężystego, tj. takiego, w którym nie jest zachowana energia kinetyczna. W tym e-materiale zajmiemy się analizą zderzeń sprężystych i niesprężystych.



Źródło: dostępny w internecie: <https://www.dreamstime.com/red-yellow-hatchback-axa-crash-tests-public-domain-image-free-83063133> [dostęp 23.03.2022], domena publiczna.

Twoje cele

- dowiesz się, czym są zderzenia sprężyste i niesprężyste,
- zastosujesz zasadę zachowania pędu do opisu zderzenia doskonale niesprężystego.
- zastosujesz zasadę zachowania pędu oraz energii kinetycznej do opisu zderzenia doskonale sprężystego.
- przeanalizujesz różne przypadki szczególne zderzeń sprężystych i niesprężystych.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Zderzenie to taki proces, w którym na uczestniczące w nim ciała działają duże siły w bardzo krótkim czasie. Siły pojawiające się w trakcie zderzenia są siłami wewnętrznymi układu zderzających się ciał. Inne, długotrwałe siły działające na zderzające się ciała, są zwykle dużo mniejsze i można je pominąć w analizie zderzenia. W każdym zderzeniu spełniona jest **zasada zachowania pędu**, która mówi, że całkowity pęd układu, na który nie działają siły zewnętrzne, jest stały.

Jeśli w zderzeniu zachowana jest także energia kinetyczna, zderzenie nazywamy **doskonale sprężystym**. Oczywiście, rzeczywiste zderzenia ciał makroskopowych mogą być tylko przybliżeniem zderzenia doskonale sprężystego, bo nawet najtwardsze kule minimalnie odkształcają się podczas zderzenia i wydzielą się energia cieplna. Gdy część energii kinetycznej rozprasza się w otoczeniu podczas zderzenia, mówimy o zderzeniu **niesprężystym**. W zderzeniu **doskonale niesprężystym** ciała po zderzeniu łączą się i dalej poruszają się razem. Przykładem takiego zderzenia jest zderzenie neutronu z jądrem atomowym, w wyniku którego neutron zostaje pochłonięty przez jądro, a także zderzenie pędzącego psa z przydrożnym rzepem.

Zderzenie doskonale niesprężyste.

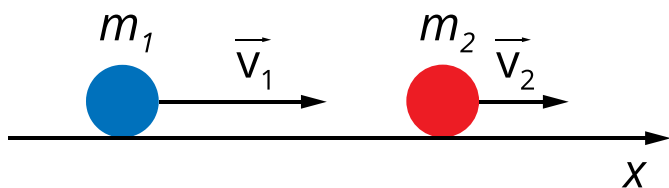
Rozważmy **zderzenie centralne**, w którym dwie kule o masach m_1 i m_2 poruszają się wzdłuż jednej prostej z prędkościami $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$ (Rys. 1.). Po zderzeniu zlepione kulki mają prędkość $\vec{u}$. W zderzeniu część energii kinetycznej rozproszyła się w otoczeniu w trakcie łączenia się i zniekształcania kulek. Nie możemy więc skorzystać z zasady zachowania energii, ale całkowity pęd przed zderzeniem i po zderzeniu jest jednakowy. Kierunki prędkości są jednakowe, możemy więc zasadę zachowania pędu zapisać w postaci skalarnej:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u \quad (1)$$

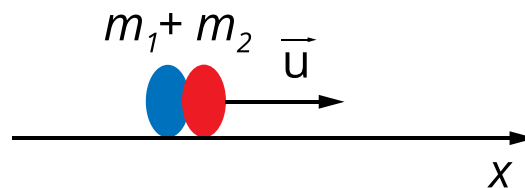
Z równania wyznaczamy wartość prędkości końcowej u :

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

a)

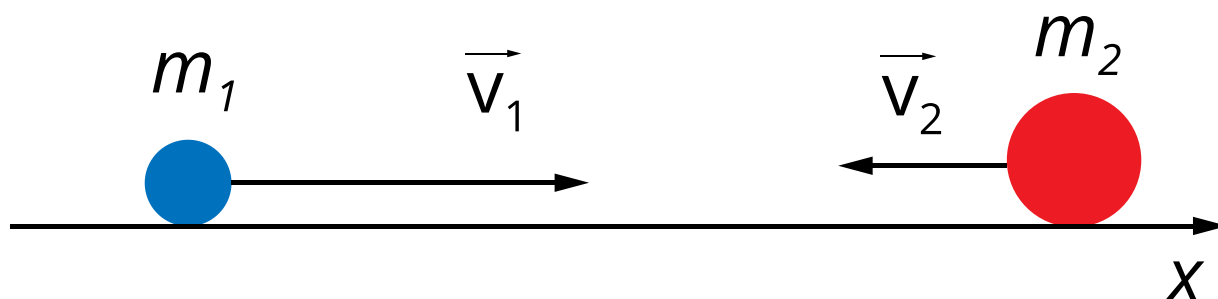


b)



Rys. 1. Zderzenie doskonale niesprężyste; a) sytuacja przed zderzeniem, b) po zderzeniu.

W naszym przykładzie oba ciała poruszają się przed zderzeniem w jednym kierunku i prędkość układu ciał po zderzeniu ma ten sam kierunek i zwrot. A jaki będzie zwrot końcowej prędkości $\vec{u}$, gdy kulki poruszają się w przeciwne strony (Rys. 2.)?



Rys. 2. Przed zderzeniem ciała poruszają się w przeciwnych kierunkach.

Prędkość końcową wyznaczamy ze wzoru (2) z tym, że prędkości skierowane przeciwnie do wybranej osi x mają ujemne wartości. Na przykład, dla wartości liczbowych $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, prędkość końcowa wynosi:

$$u = \frac{0,5\text{kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 2\text{kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,5\text{kg} + 2\text{kg}} = -1,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

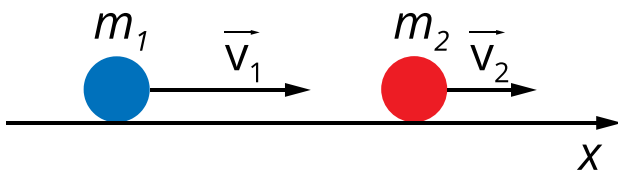
Znak minus w końcowym wyniku oznacza, że układ porusza się przeciwnie do zwrotu osi x .

Ogólnie, kierunek ruchu połączonych w zderzeniu centralnym ciał jest taki, jak kierunek ruchu ciała o większej bezwzględnej wartości pędu.

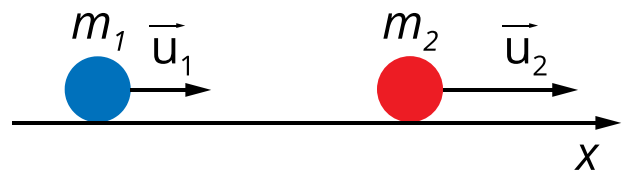
Zderzenie doskonale sprężyste.

Zderzenie centralne, doskonale sprężyste przedstawia Rys. 3. Przed zderzeniem ciała poruszają się wzdłuż osi x z prędkościami $\vec{v}_1$ i $\vec{v}_2$. Po zderzeniu ciała poruszają się z innymi prędkościami $\vec{u}_1$ i $\vec{u}_2$.

a)



b)



Rys. 3. Zderzenie doskonale sprężyste; a) sytuacja przed zderzeniem, b) po zderzeniu.

W tym zderzeniu zachowana jest zarówno energia kinetyczna, jak i pęd, co wyrażamy układem równań:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2} \quad (3)$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \quad (4)$$

Aby ułatwić wyznaczenie prędkości końcowych, zapiszmy te równania w postaci:

$$m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2) \quad (5)$$

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - u_1) \quad (6)$$

W pierwszym równaniu korzystamy ze wzoru na różnicę kwadratów:

$$m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1) = m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2) \quad (7)$$

$$m_1 (v_1 - u_1) = m_2 (u_2 - v_2) \quad (8)$$

i dzielimy stronami równanie (7) przez (8):

$$v_1 + u_1 = u_2 + v_2 \quad (9)$$

Przenosząc na jedną stronę prędkości przed zderzeniem, a na drugą prędkości po zderzeniu, otrzymamy:

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1 \quad (10)$$

Po lewej stronie mamy względną prędkość ciał przed zderzeniem, czyli prędkość, z jaką ciało o masie m_1 zbliża się do ciała o masie m_2 . Po prawej – względną prędkość ciał po zderzeniu, czyli prędkość, z jaką ciało o masie m_2 oddala się od ciała o masie m_1 .

Niezależnie od mas zderzających się sprężystości ciał, względna prędkość ciał przed zderzeniem równa jest względnej prędkości po zderzeniu.

Z układu równań (10) i (4) wyznaczamy wartości prędkości końcowych u_1 i u_2 .

$$v_1 - v_2 = u_2 - u_1$$

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2$$

Z pierwszego równania wyznaczamy u_2 :

$$u_2 = v_1 - v_2 + u_1$$

i wstawiamy do drugiego:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 (v_1 - v_2 + u_1)$$

skąd wyznaczamy prędkość końcową u_1 , a następnie u_2 :

$$u_1 = v_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) + v_2 \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right) \quad (11)$$

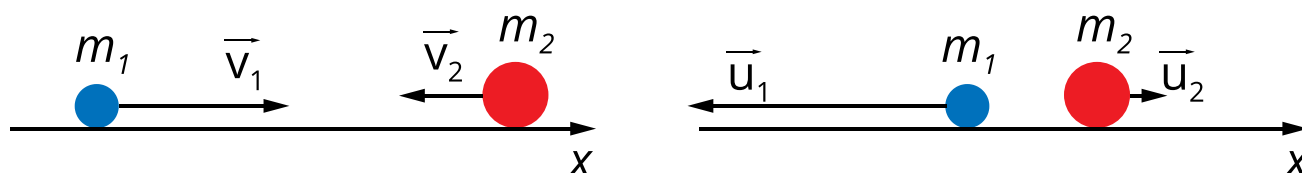
$$u_2 = v_1 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) + v_2 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) \quad (12)$$

Obliczmy wartości prędkości końcowych dla zderzenia doskonale sprężystego, w którym ciała przed zderzeniem mają prędkości skierowane przeciwnie (Rys. 2.). Wykonamy obliczenia dla takich samych wartości liczbowych, jakich użyliśmy dla zderzenia niesprężystego: $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$u_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{0,5\text{kg} - 2\text{kg}}{0,5\text{kg} + 2\text{kg}} \right) - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{2 \cdot 2\text{kg}}{0,5\text{kg} + 2\text{kg}} \right) = -7,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$u_2 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{2 \cdot 0,5\text{kg}}{0,5\text{kg} + 2\text{kg}} \right) - 3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{2\text{kg} - 0,5\text{kg}}{0,5\text{kg} + 2\text{kg}} \right) = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Po zderzeniu oba ciała poruszają się w przeciwną stronę niż przed zderzeniem. Ciało o mniejszej masie ($m_1 = 0,5 \text{ kg}$) uzyskało znacznie większą prędkość niż ciało o większej masie ($m_2 = 2 \text{ kg}$) (Rys. 4.). $\frac{\text{m}}{\text{s}}$



Rys. 4. Ilustracja zderzenia doskonale sprężystego, dla którego warunki początkowe wynosiły: $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Rozważmy kilka ciekawych, szczególnych przypadków zderzeń sprężystych, korzystając ze wzorów na prędkości końcowe (11) i (12).

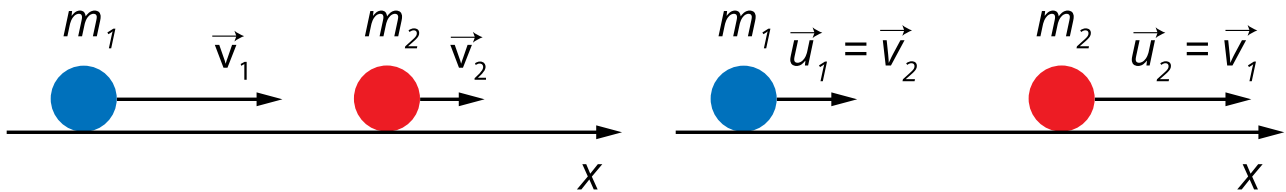
1. Oba ciała mają takie same masy $m_1 = m_2 = m$. Przykładem jest zderzenie kul bilardowych.

$$u_1 = v_1 \left(\frac{m-m}{m+m} \right) + v_2 \left(\frac{2m}{m+m} \right) = v_2$$

$$u_2 = v_1 \left(\frac{2m}{m+m} \right) + v_2 \left(\frac{m-m}{m+m} \right) = v_1$$

przed zderzeniem

po zderzeniu



Rys. 5. Kule wymieniają się prędkościami.

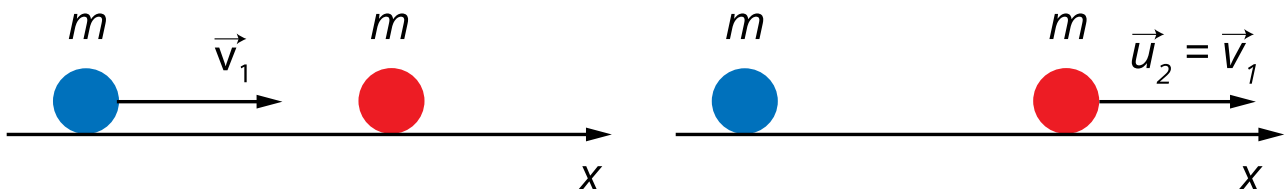
2. Oba ciała mają takie same masy $m_1 = m_2$, a jedno z nich jest nieruchome $v_2 = 0$. Przykład: kula bilardowa uderza centralnie w drugą nieruchomą kulę.

$$u_1 = v_1 \left(\frac{m-m}{m+m} \right) + 0 \frac{m}{s} \cdot \left(\frac{2m}{m+m} \right) = 0 \frac{m}{s}$$

$$u_2 = v_1 \left(\frac{2m}{m+m} \right) + 0 \frac{m}{s} \cdot \left(\frac{m-m}{m+m} \right) = v_1$$

przed zderzeniem

po zderzeniu



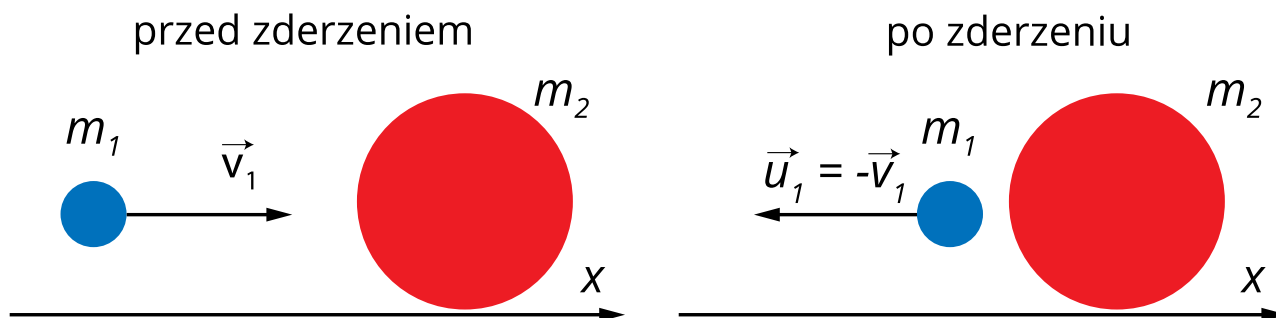
Rys. 6. Pierwsza kula zatrzymuje się, druga porusza się z prędkością pierwszej kuli przed zderzeniem.

3. Druga kula ma masę dużo większą od pierwszej i jest nieruchoma: $m_2 \gg m_1$, $v_2 = 0$. Przykład: odbicie piłki od ściany lub od powierzchni Ziemi.

Dzielimy licznik i mianownik wzorów (11) i (12) przez m_2 . Ułamek $\frac{m_1}{m_2}$ można pominąć jako bardzo bliski zera.

$$u_1 = v_1 \left(\frac{\frac{m_1}{m_2} - 1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \right) + 0 \frac{m}{s} \cdot \left(\frac{2}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \right) \approx -v_1$$

$$u_2 = v_1 \left(\frac{2 \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \right) + 0 \frac{m}{s} \cdot \left(\frac{1 - \frac{m_1}{m_2}}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \right) \approx 0 \frac{m}{s}$$



Rys. 7. Mała kula odbija się od wielkiej z taką samą wartością prędkości, wielka pozostaje nieruchoma.

Słowniczek

zderzenie centralne

(*ang.: central impact*) zderzenie, w którym środki mas zderzających się ciał pozostają na jednej prostej.

zasada zachowania pędu

(*ang.: law of conservation of momentum*) – jedna z fizycznych zasad zachowania. Treść zasady: Suma wektorowa pędów wszystkich elementów układu izolowanego pozostaje stała. Układ izolowany to taki układ, na który nie działają siły zewnętrzne lub siły te się równoważą.

Symulacja interaktywna

Symulator zderzeń

W poniższej symulacji możesz przeanalizować zderzenie sprężyste lub niesprężyste dwóch ciał. Symulację najlepiej oglądać w trybie pełnoekranowym.

Wybierz zderzenie:

☐ sprężyste ☒ niesprężyste

Wybierz masę ciała B:

☐ 5 kg ☒ 1 kg

Wybierz prędkość ciała B:

☒ -10 m/s ☐ -5 m/s ☐ -1 m/s ☐ +1 m/s

Parametry symulacji:

$m_1 = 1 \text{ kg}$ $m_2 = 1 \text{ kg}$

$v_1 = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ $v_2 = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Prędkość układu ciał A i B po zderzeniu:

$u = -2.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$



START

STOP

RESET

Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DNH6Dyrd6>

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Jaki warunek musi być spełniony, aby po zderzeniu doskonale niesprężystym złączone kule pozostały w spoczynku?

Polecenie 2

Czy możliwe jest takie dobranie mas i prędkości kul, aby po zderzeniu doskonale sprężystym obie kule pozostały w spoczynku? Odpowiedzi uzasadnij.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Uzupełnij zdanie:

Zasada zachowania pędu spełniona jest /
 / , a energia
kinetyczna jest zachowana /
 / .

Ćwiczenie 2



Wybierz prawdziwe stwierdzenie:

W zderzeniu centralnym, doskonale niesprężystym, ciała poruszające się w przeciwnych kierunkach, łączą się i poruszają w stronę...

☐ jaką miało ciało o większej wartości pędu.

☐ jaką miało ciało o większej masie.

☐ jaką miało ciało o większej wartości prędkości.

Ćwiczenie 3



Zdjęcie przedstawia stłuczkę samochodową. Czy zderzenie tych samochodów można uznać za zderzenie doskonale sprężyste lub doskonale niesprężyste? Jaka wielkość fizyczna nie zmieniła się podczas zderzenia?



Źródło: dostępny w internecie: <https://pxhere.com/en/photo/1290860> [dostęp 23.03.2022], domena publiczna.

Ćwiczenie 4



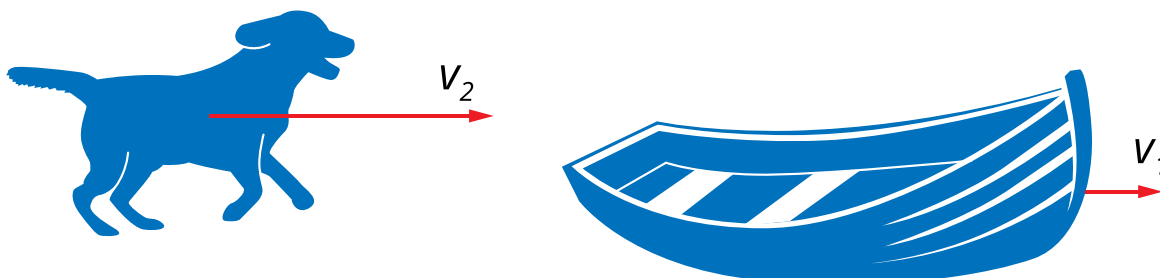
Pocisk wystrzelony poziomo trafił w nieruchomy, drewniany klocek i utkwiał w nim. Jaka jest prędkość pocisku, jeśli klocek z pociskiem zaczął się poruszać z prędkością $u = 0,8 \frac{m}{s}$. Masa kłosa wynosi $M = 10 \text{ kg}$, a masa pocisku $m = 10 \text{ g}$.

$$v = \boxed{} \frac{m}{s}.$$

Ćwiczenie 5



Pies wskoczył do odpływającej od brzegu łódki, zwiększając jej prędkość z $v_1 = 2 \frac{m}{s}$ do $u = 5 \frac{m}{s}$ (patrz rysunek). Oblicz masę łódki, jeśli masa psa wynosi $m = 45 \text{ kg}$, a jego prędkość podczas skoku wynosiła $v_2 = 15 \frac{m}{s}$.



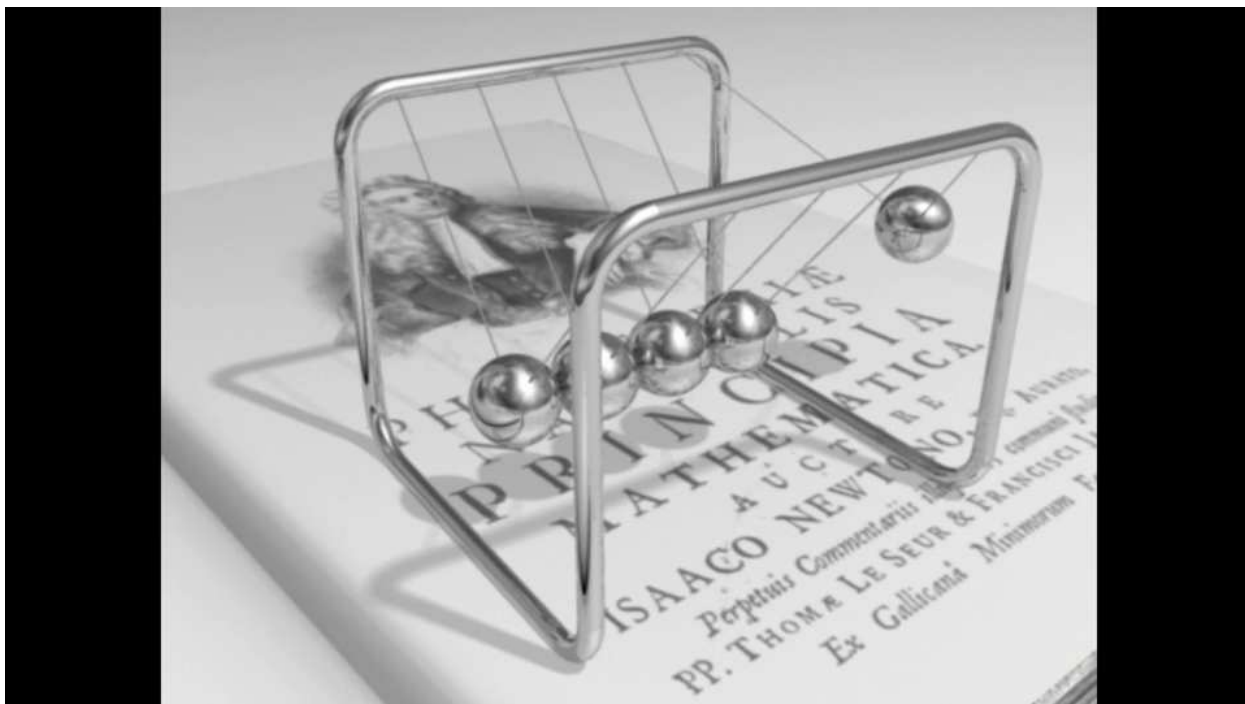
Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

M = kg.

Ćwiczenie 6



Wahadło Newtona to kilka jednakowych, metalowych kulek zawieszonych na statywie tak, że ich punkty styczności i środki znajdują się na jednej prostej. Gdy skrajna kulka zostaje wychylona z położenia równowagi i puszczona swobodnie, po jej zderzeniu z pierwszą z napotkanych kulek, kulka z przeciwnej strony wychyla się praktycznie natychmiast - na prawie taką samą wysokość. Cykl powtarza się przez długi czas. Wyjaśnij, dlaczego środkowe kulki nie wychylają się.



Film dostępny pod adresem [/preview/resource/RLZ6FtWy2Jf8b](http://preview/resource/RLZ6FtWy2Jf8b)

Wahadło Newtona.

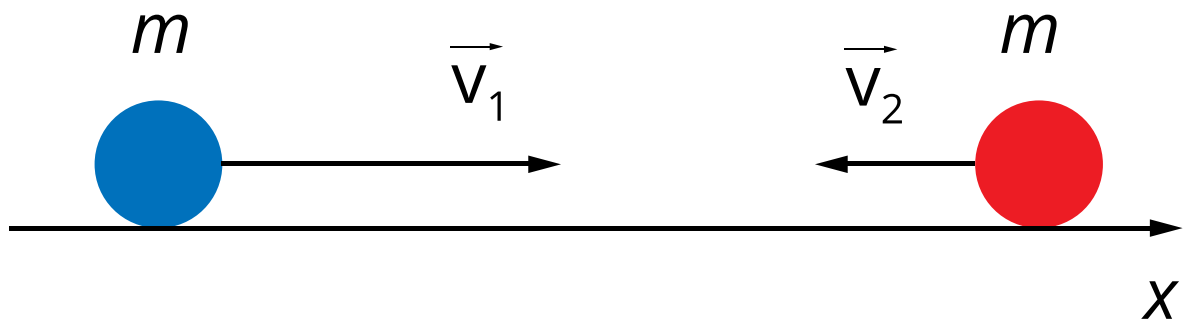
Źródło: DemonDeLuxe (Dominique Toussaint), CC BY-SA 3.0 <<http://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0/>>, via Wikimedia Commons, licencja: CC BY-SA 3.0.

Ilustracja przedstawia animację wahadła Niutona w postaci prostokątnego stelaży wykonanego z metalu. Do dwóch przeciwległych, górnych krawędzi przymocowane zostały sznurki na których zamocowano metalowe kulki. Kulki jest pięć i tworzą stykający się rząd. Kiedy skrajne kulki poruszają się i uderzają w pozostałe to skrajna kulka po drugiej stronie odchyła się. W wahadle takim energia kinetyczna przekazywana jest w zderzeniu przez poszczególne kulki do kulki skrajnej po drugiej stronie.

Ćwiczenie 7



Dwa ciała o jednakowych masach m poruszają się naprzeciw siebie z prędkościami o wartościach v_1 i v_2 (patrz rysunek). Wyznacz, jaka część energii kinetycznej kul rozproszy się w otoczeniu po zderzeniu doskonale niesprężystym. Korzystając z wyprowadzonego wzoru, wykaż, że układ całkowicie straci energię kinetyczną, gdy wartości prędkości są jednakowe: $v_1 = v_2$.



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 8



Gdy dwa ciała o masach m_1 i m_2 i prędkościach v_1 i v_2 zderzają się centralnie i sprężysto, ich końcowe prędkości u_1 i u_2 można obliczyć ze wzorów:

$$u_1 = v_1 \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) + v_2 \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$u_2 = v_1 \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right) + v_2 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right)$$

Korzystając z tych wzorów, oblicz, jaki procent początkowej energii kinetycznej stracił neutron, który zderzył się sprężysto z: a) nieruchomym jądrem ołowiu, którego masa jest 208 razy większa niż masa neutronu b) nieruchomym jądrem wodoru, którego masa jest równa masie neutronu.

a) Neutron stracił % początkowej energii kinetycznej.

b) Neutron stracił % początkowej energii kinetycznej.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Krystyna Wosińska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Symulator zderzeń
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. II. Mechanika. Uczeń: 26) doświadcza: b) bada zderzenia ciał oraz wyznacza masę lub prędkość jednego z ciał, korzystając z zasady zachowania pędu.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. rozróżnia zderzenia sprężyste i niesprężyste; 2. stosuje zasadę zachowania pędu do opisu zderzenia doskonale niesprężystego; 3. stosuje zasadę zachowania pędu oraz energii do opisu zderzenia doskonale sprężystego; 4. analizuje różne przypadki szczególne zderzeń sprężystych i niesprężystych.
Strategie nauczania:	strategia eksperymentalno-obszewacyjna (dostrzeganie i definiowanie problemów)
Metody nauczania:	wykład informacyjny, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
Formy zajęć:	praca w grupach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
Materiały pomocnicze:	e-materiał: „Co to jest zderzenie sprężyste?”, „Co to jest zderzenie niesprężyste?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Wprowadzenie zgodnie z treścią w części pierwszej „Czy to nie ciekawe?”. Odwołanie do wiedzy uczniów o zasadzie zachowania pędu i energii.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel definiuje zderzenie doskonale niesprężyste, jako takie, w którym ciała łączą się. Uczniowie dyskutują, czy w takim zderzeniu jest zachowana energia kinetyczna, dochodząc do wniosku, że nieznaną część energii rozprasza się w otoczeniu. Nauczyciel określa masy i prędkości początkowe dwóch ciał zderzających się centralnie i niesprężysto, podkreślając, że prędkości o zwrocie zgodnym z wybraną osią są dodatnie, a skierowane przeciwnie – ujemne. Uczniowie w grupach zapisują zasadę zachowania pędu dla tego zderzenia i obliczają prędkość końcową układu. Następnie nauczyciel definiuje zderzenie doskonale sprężyste i uczniowie zapisują zasadę zachowania pędu i energii kinetycznej dla centralnego zderzenia sprężystego. Uczniowie z pomocą nauczyciela wyznaczają prędkości końcowe z układu równań. Następnie w grupach uczniowie analizują kilka szczególnych przypadków zderzeń sprężystych: np. zderzenie ciał o równych masach lub zderzenie z ciałem o dużo większej masie. Uczniowie oglądają symulację interaktywną i odpowiadają na pytania w niej zawarte. Odpowiedzi zgłaszają i dyskutują nad nimi.	
Faza podsumowująca:	

Uczniowie w grupach rozwiązują zadanie 8 z zestawu ćwiczeń i dyskutują na forum klasy rozwiązanie.

Praca domowa:

Zadania z zestawu ćwiczeń, 1 i 2 obowiązkowo, do wyboru jedno z pozostałych zadań.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedia**

Multimedia bazowe może też być wykorzystane przez uczniów po lekcji do powtórzenia i utrwalenia materiału.