



Równania kwadratowe niepełne typu $ax^2 + bx = 0$

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Równania kwadratowe niezupełne typu $ax^2 + bx = 0$

Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Umiesz już rozpoznawać i rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne typu $ax^2 + c = 0$, dla $a \neq 0$. Teraz zajmiemy się rozwiązywaniem równań kwadratowych niezupełnych, w których wyraz wolny c jest równy 0. Rozwiązywanie równań kwadratowych typu $ax^2 + bx = 0$, dla $a \neq 0$, sprowadza się do wykorzystania twierdzenia mówiącego o tym, że aby iloczyn wyrażeń algebraicznych był równy 0, co najmniej jedno z tych wyrażeń musi być równe 0.

Twoje cele

- Rozpoznaś równanie kwadratowe niezupełne typu $ax^2 + c = 0$.
- Rozwiążesz równanie kwadratowe niezupełne typu $ax^2 + c = 0$.
- Wyznaczysz tak współczynniki równania, aby jego rozwiązaniem były określone liczby.

Przeczytaj

Równania kwadratowe postaci $ax^2 + bx + c = 0$, w których współczynniki trójmianu kwadratowego b lub c są równe 0, nazywamy **równaniami kwadratowymi niepełnymi**.

Jeżeli $b = 0$ i $c = 0$ to równanie kwadratowe $ax^2 = 0$ ma tylko jedno rozwiązanie $x = 0$.

Przykład 1

Rozwiążemy równanie kwadratowe niepełne $3x^2 - 6x = 0$.

Wyłączymy $3x$ przed nawias.

$$3x(x - 2) = 0$$

Skorzystamy z twierdzenia.

Dla dowolnych liczb $a, b \in \mathbb{R}$, $a \cdot b = 0$ wtedy i tylko wtedy, gdy $a = 0$ lub $b = 0$.

$$3x = 0 \text{ lub } x - 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = 2$$

Rozwiązanie równania: $x \in \{0, 2\}$.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie kwadratowe niepełne $x^2 = \sqrt{2}x$.

Przenosimy wyraz z niewiadomą na lewą stronę równania.

$$x^2 - \sqrt{2}x = 0$$

Wyłączymy x przed nawias.

$$x(x - \sqrt{2}) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x - \sqrt{2} = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = \sqrt{2}$$

Rozwiązanie równania: $x \in \{0, \sqrt{2}\}$.

Przykład 3

Rozwiążemy równanie kwadratowe niepełne $-\frac{x^2}{5} = 3x$.

Pomnożymy obie strony równania przez 5.

$$-x^2 = 15x$$

Przenosimy wyraz z niewiadomą na lewą stronę równania.

$$-x^2 - 15x = 0$$

Wyłączymy $-x$ przed nawias.

$$-x(x + 15) = 0$$

$$-x = 0 \text{ lub } x + 15 = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = -15$$

Rozwiązanie równania: $x \in \{-15, 0\}$.

Przykład 4

Wiadomo, że jednym z pierwiastków równania $ax^2 + bx = 0$ jest liczba 0. Jaki jest znak drugiego pierwiastka, jeżeli $a < 0$ i $b < 0$?

Najprościej rozwiązać to zadanie przyjmując za a i b konkretne liczby, spełniające warunki zadania.

Niech $a = -1$ i $b = -1$.

Wtedy równanie ma postać $-x^2 - x = 0$.

$$-x(x + 1) = 0$$

$$-x = 0 \text{ lub } (x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = -1$$

Zatem drugi pierwiastek równania jest liczbą ujemną.

Czy znak drugiego pierwiastka się zmieni, jeżeli za a i b podstawimy inne liczby ujemne? Zastanów się, czy możemy uogólnić odpowiedź do zadania na podstawie powyższych rozważań.

Przykład 5

Obliczymy, dla jakiej wartości parametru b rozwiązaniem równania $4x^2 + bx = 0$ są liczby należące do zbioru $\left\{0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$.

Najpierw wyłączymy x przed nawias.

$$4x\left(x + \frac{b}{4}\right) = 0$$

Zapišemy równanie w postaci alternatywy dwóch równań.

$$4x = 0 \text{ lub } \left(x + \frac{b}{4}\right) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = -\frac{b}{4}$$

Skoro jeden pierwiastek równania jest równy 0, to $-\frac{b}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$2b = -4\sqrt{2}$$

$$b = -2\sqrt{2}$$

Aby rozwiązaniem równania $4x^2 + bx = 0$ były liczby należące do zbioru $\left\{0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$ współczynnik $b = -2\sqrt{2}$.

Przykład 6

Wyznamy taką liczbę całkowitą dodatnią, której kwadrat jest równy trzykrotności tej liczby.

Zapišemy równanie opisujące sytuację podaną w treści zadania.

$$x^2 = 3x$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x - 3 = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = 3$$

Ponieważ szukana liczba ma być całkowita dodatnia, więc rozwiązaniem jest liczba $x = 3$.

Słownik

równania kwadratowe niepełne

równania, w których współczynniki trójmianu kwadratowego b lub c są równe 0

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się ze sposobem rozwiązywania równań kwadratowych niepełnych. Zwróć uwagę na związek znaków współczynników równania kwadratowego ze znakiem niezerowego pierwiastka równania.




Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D3xdNXHO1>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego równań kwadratowych niepełnych.

Polecenie 2

Stosując sposób przedstawiony w animacji, rozwiąż równanie $(x + 2)^2 - 7x - 14 = 0$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Równanie kwadratowe niepełne typu $ax^2 + bx = 0$

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje równanie kwadratowe niepełne typu $ax^2 + bx = 0$
- rozwiązuje równanie kwadratowe niepełne typu $ax^2 + bx = 0$
- wyznacza tak współczynniki równania, aby jego rozwiązaniem były określone liczby
- tworzy algorytmy budowy równania określonego typu

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- stoliki zadaniowe
- dyskusja

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają metody rozwiązywania równań typu $ax^2 + c = 0$.

Faza realizacyjna:

1. Każdy uczeń otrzymuje od nauczyciela 10 przykładów prostych równań niezupełnych typu $ax^2 + bx = 0$.
2. Następnie uczniowie starają się podzielić równania na grupy, według własnych kryteriów.
3. Uczniowie podzieleni na grupy 4 – 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują dokonane podziały. Wskazują liczbę rozwiązań równania.
4. Przykłady rozwiązań równań znajdujące się w części Przeczytaj uczniowie analizują w parach. Wspólnie z nauczycielem wyjaśniają wątpliwości.
5. Uczniowie oglądają animację i omawiają ją wraz z nauczycielem.
6. Uczniowie w parach rozwiązują zadania metodą stolików zadaniowych. Każdy stolik „zawiera” 2 zadania interaktywne. Warunkiem przejścia do następnego stolika jest poprawne rozwiązanie danych zadań. Para, która najszybciej rozwiąże wszystkie zadania otrzymuje stopień bardzo dobry.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące podziału równań niezupełnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 7, 8 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

[Równanie kwadratowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania prezentacji o równaniach niezupełnych.