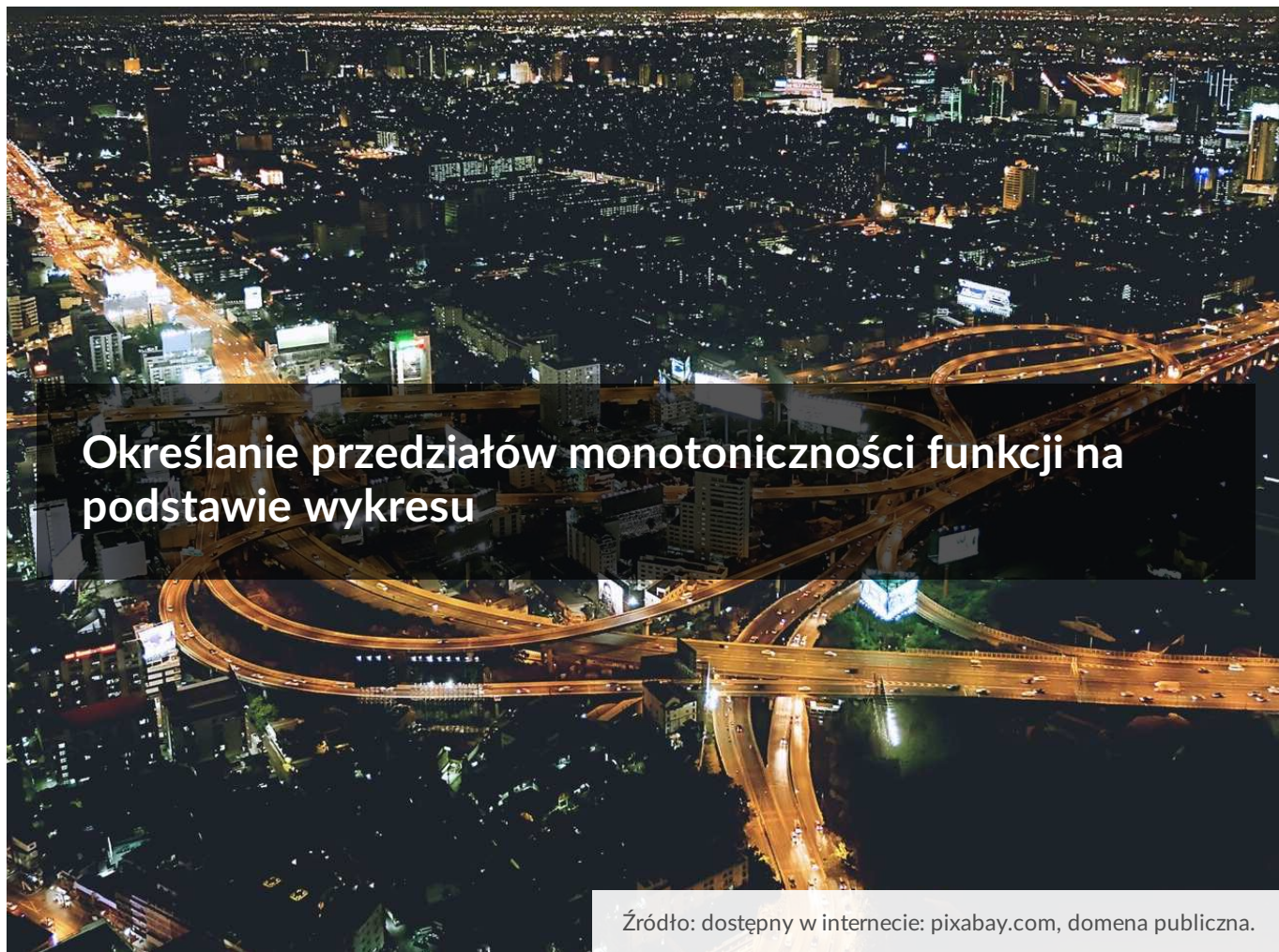




Określanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Określanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu

Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Ten materiał pozwoli Ci zdobyć wiadomości dotyczące określania przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu. Zajmiemy się rozwiązywaniem ćwiczeń interaktywnych, bazując na teoretycznej części materiału i podanych przykładach.

Twoje cele

- Odczytasz na podstawie podanego wykresu funkcji przedziały monotoniczności tej funkcji.
- Przeanalizujesz metody rozwiązywania zadań dotyczących określania przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu.
- Dokonasz oceny swojej wiedzy.

Przeczytaj

Jeżeli mówimy o monotoniczności funkcji, to określamy przedziały, w których funkcja jest rosnąca, malejąca, stała, niemalejąca lub nierosnąca.

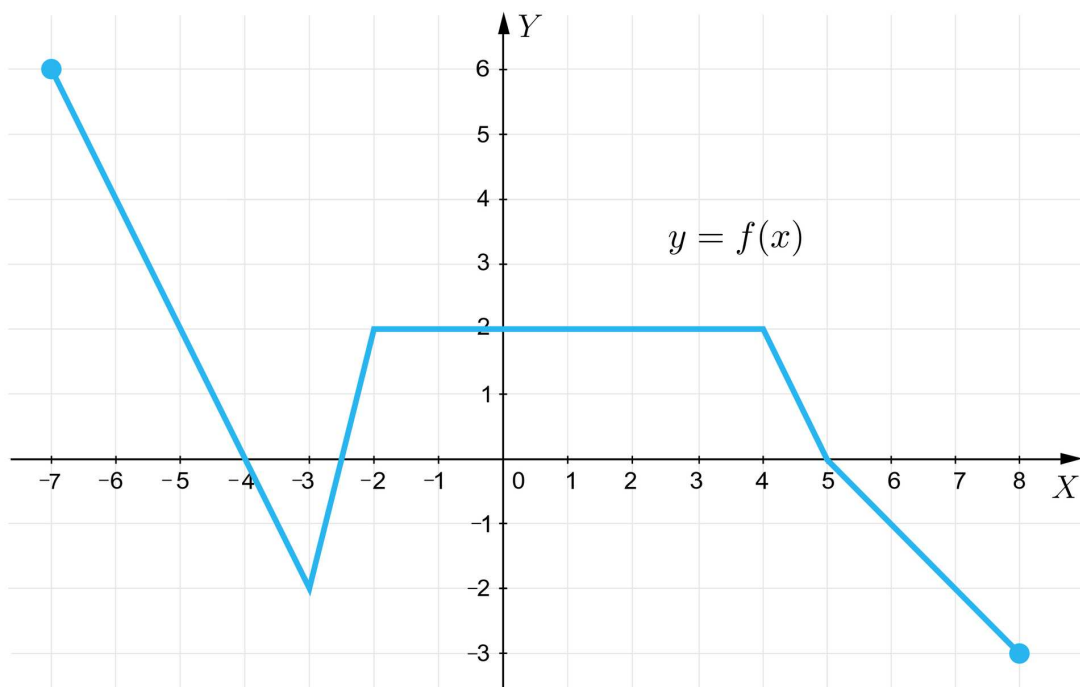
Już wiesz

- Funkcja jest **rosnąca**, jeżeli wraz ze wzrostem argumentów rosną jej wartości.
- Funkcja jest **malejąca**, jeżeli wraz ze wzrostem argumentów wartości jej maleją.
- Funkcja jest **stała**, jeżeli dla wszystkich argumentów przyjmuje stałą, tę samą wartość.
- Funkcja jest **nierosnąca**, jeżeli jej wartości nie rosną wraz ze wzrostem argumentów.
- Funkcja jest **niemalejąca**, jeżeli jej wartości nie maleją wraz ze wzrostem argumentów.

Przy określaniu monotoniczności funkcji na podstawie wykresu, będziemy podawać maksymalne przedziały, w których funkcja rośnie, maleje, jest stała, nierosnąca lub niemalejąca.

Przykład 1

Wyznamy maksymalne przedziały monotoniczności funkcji, na podstawie jej wykresu.



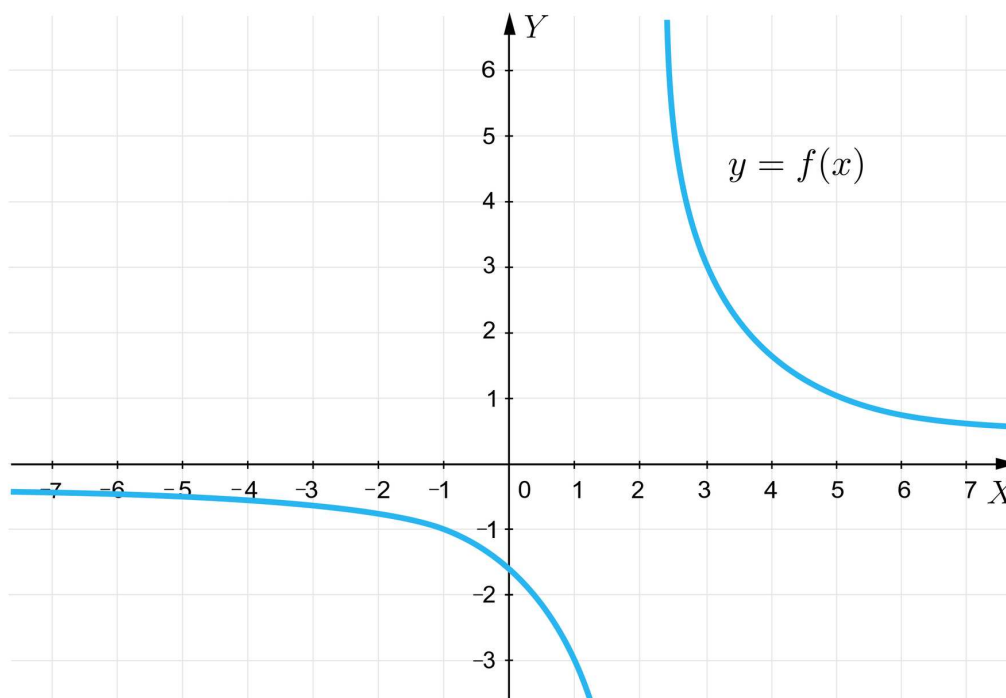
- funkcja jest rosnąca w przedziale $\langle -3, -2 \rangle$,
- funkcja jest malejąca w przedziale $\langle -7, -3 \rangle$ oraz $\langle 4, 8 \rangle$,
- funkcja jest stała w przedziale $\langle -2, 4 \rangle$,

- funkcja jest nierosnąca w przedziale $\langle -2, 8 \rangle$,
- funkcja jest niemalejąca w przedziale $\langle -3, 4 \rangle$.

Możemy znaleźć przykłady funkcji, które są rosnące, malejące bądź stałe w całej swojej dziedzinie. A także takich, które są monotoniczne tylko w przedziałach. Mówimy wtedy, że funkcja jest **przedziałami monotoniczna**.

Przykład 2

Określmy przedziały monotoniczności funkcji na podstawie wykresu.



Funkcja przedstawiona na wykresie nie jest malejąca w całej swojej dziedzinie, ale jest malejąca w przedziałach $(-\infty, 2)$ oraz $(2, \infty)$.

Ważne!

- Każda funkcja rosnąca jest funkcją niemalejącą.
- Każda funkcja malejąca jest funkcją nierosnącą.

Oprócz określania przedziałów **monotoniczności funkcji** możemy również szkicować wykresy funkcji, które są monotoniczne w określonych przedziałach na podstawie podanych warunków.

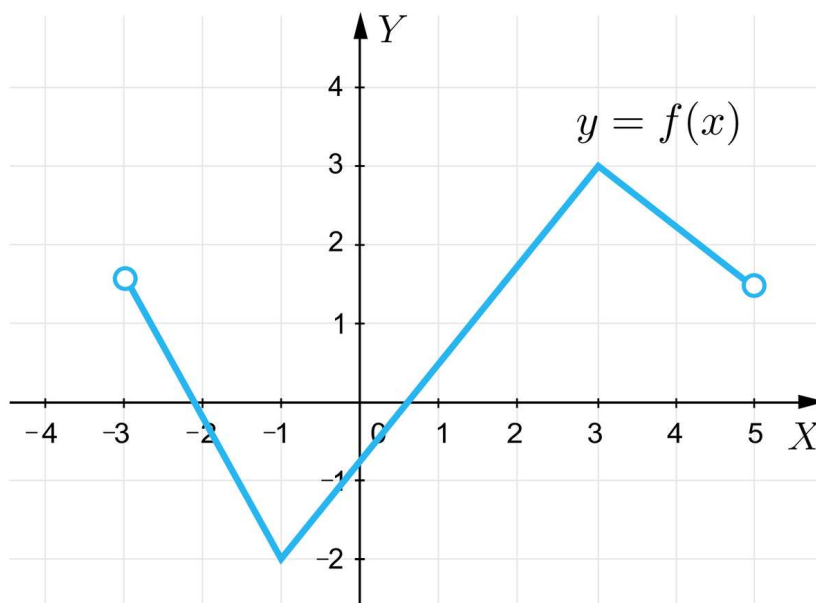
Przykład 3

Naszkicujemy wykres funkcji $f : (-3, 5) \rightarrow \mathbb{R}$, która spełnia warunki:

- funkcja f jest malejąca w przedziale $(-3, -1)$ i w przedziale $\langle 3, 5 \rangle$,

- funkcja f jest rosnąca w przedziale $\langle -1, 3 \rangle$.

Wykres można przedstawić następująco:



W niektórych przypadkach, mając podanych kilka punktów, które należą do wykresu funkcji, możemy stwierdzić, że nie jest to funkcja monotoniczna w całej swojej dziedzinie.

Przykład 4

Sprawdzimy, czy do wykresu funkcji malejącej mogą należeć punkty ze zbioru:

$$\{(-5, 3), (-4, 2), (-2, 1), (1, 2), (3, -1)\}.$$

Te punkty nie mogą należeć do wykresu funkcji malejącej, ponieważ:

Oznaczmy f jako zadaną funkcję. Wtedy mamy:

$$-2 < 1, \text{ ale } f(-2) = 1 < f(1) = 2.$$

Ponieważ nie zachodzi warunek, że jeśli $x_1 < x_2$, to $f(x_1) > f(x_2)$, zatem punkty nie mogą należeć do wykresu funkcji malejącej.

Słownik

monotoniczność funkcji

własność funkcji, która określa zmianę wartości tej funkcji wraz ze wzrostem argumentów

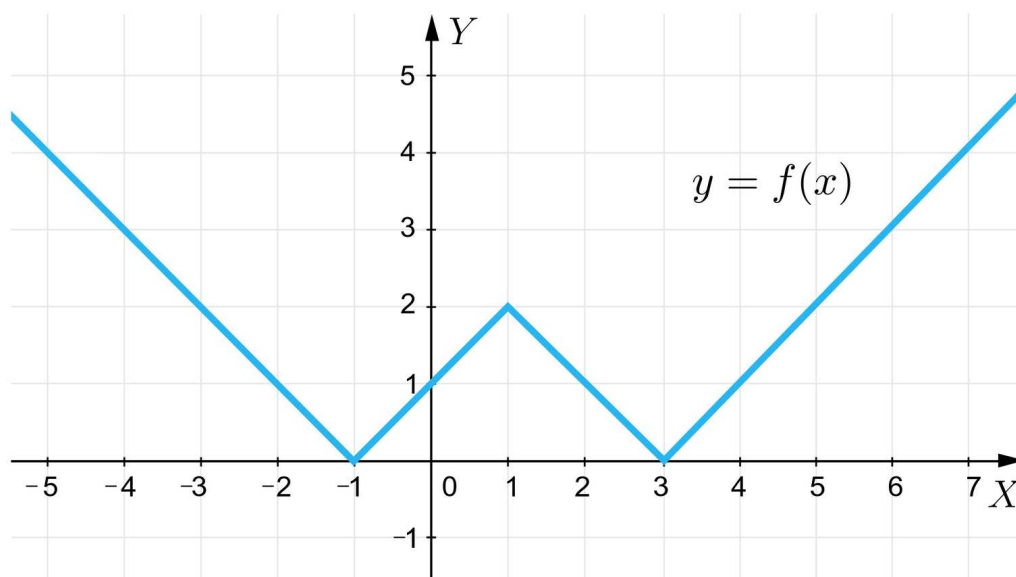
Infografika

Polecenie 1




Uruchom kolejne przyciski i przeanalizuj infografikę dotyczącą wyznaczania przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu, a następnie wykonaj polecenie.

Polecenie 2

Wyznacz przedziały monotoniczności funkcji f z wykresu.



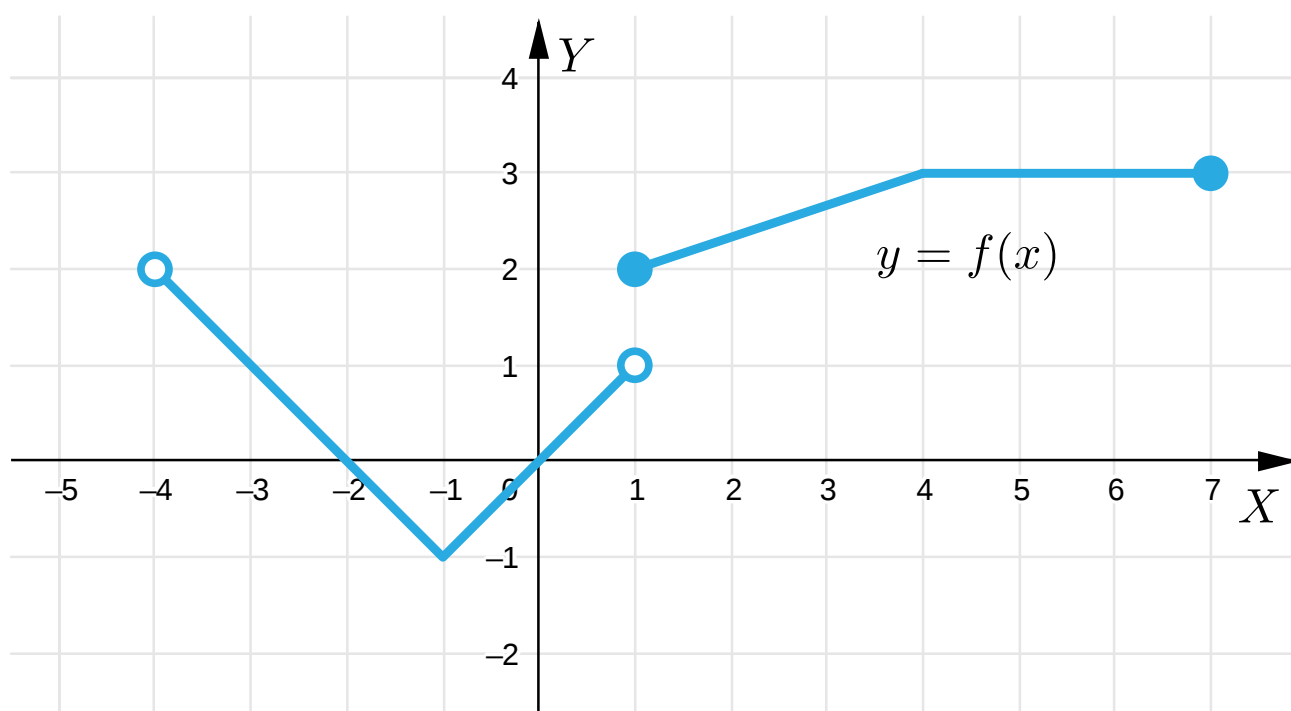
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



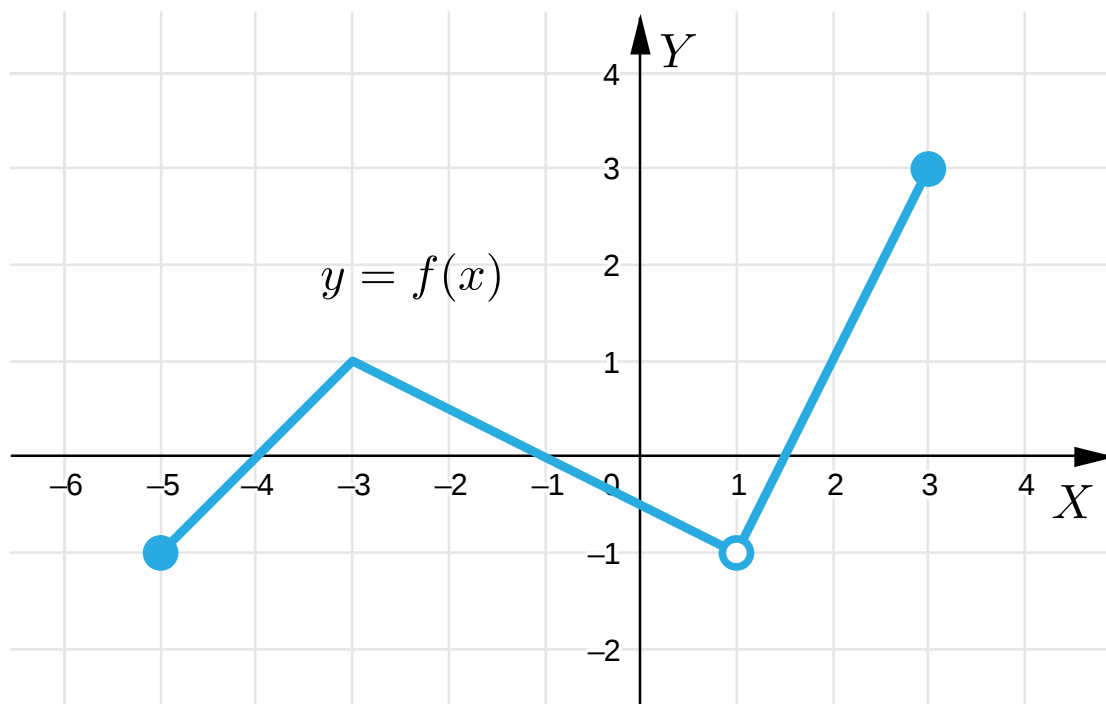
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 2



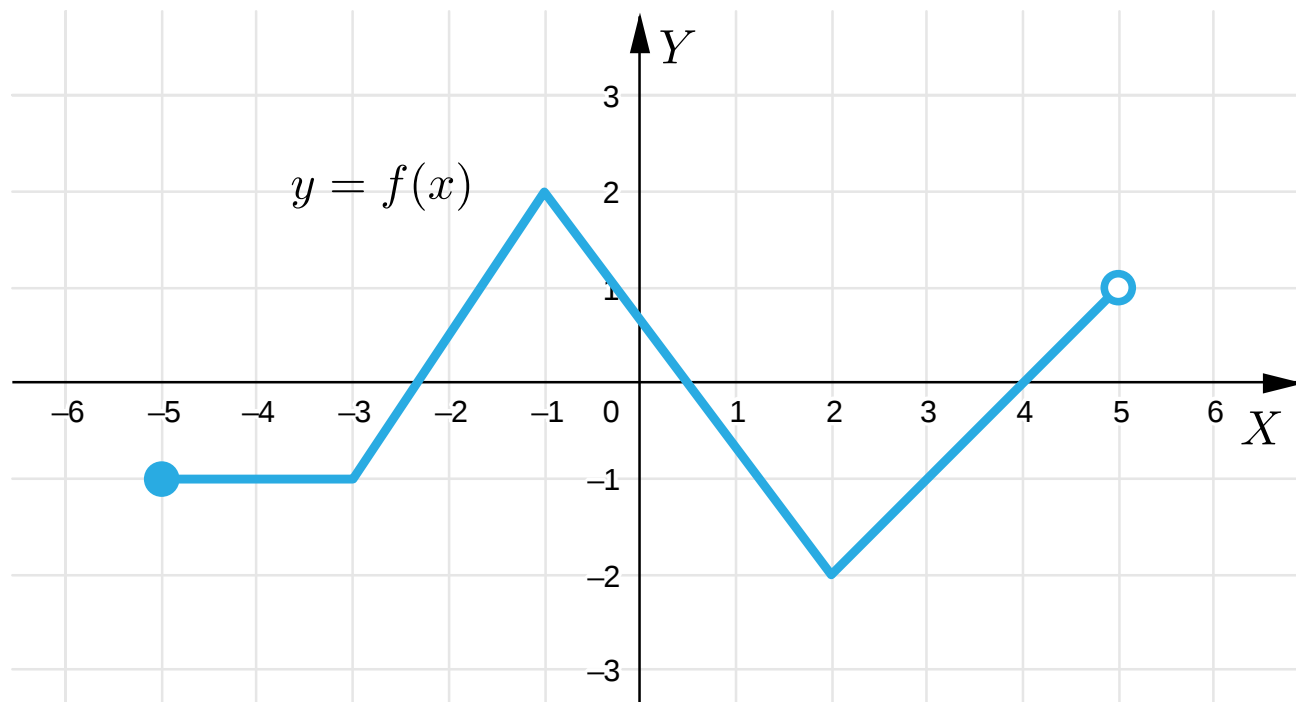
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 3



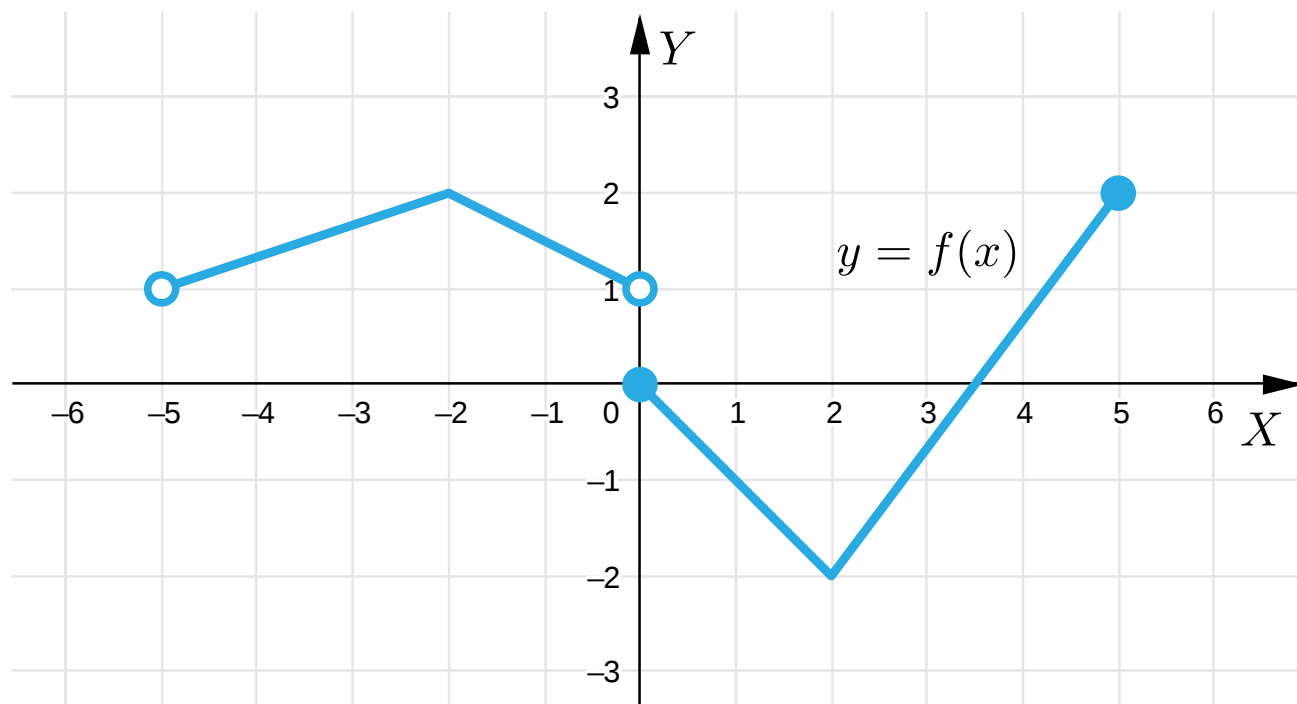
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 4



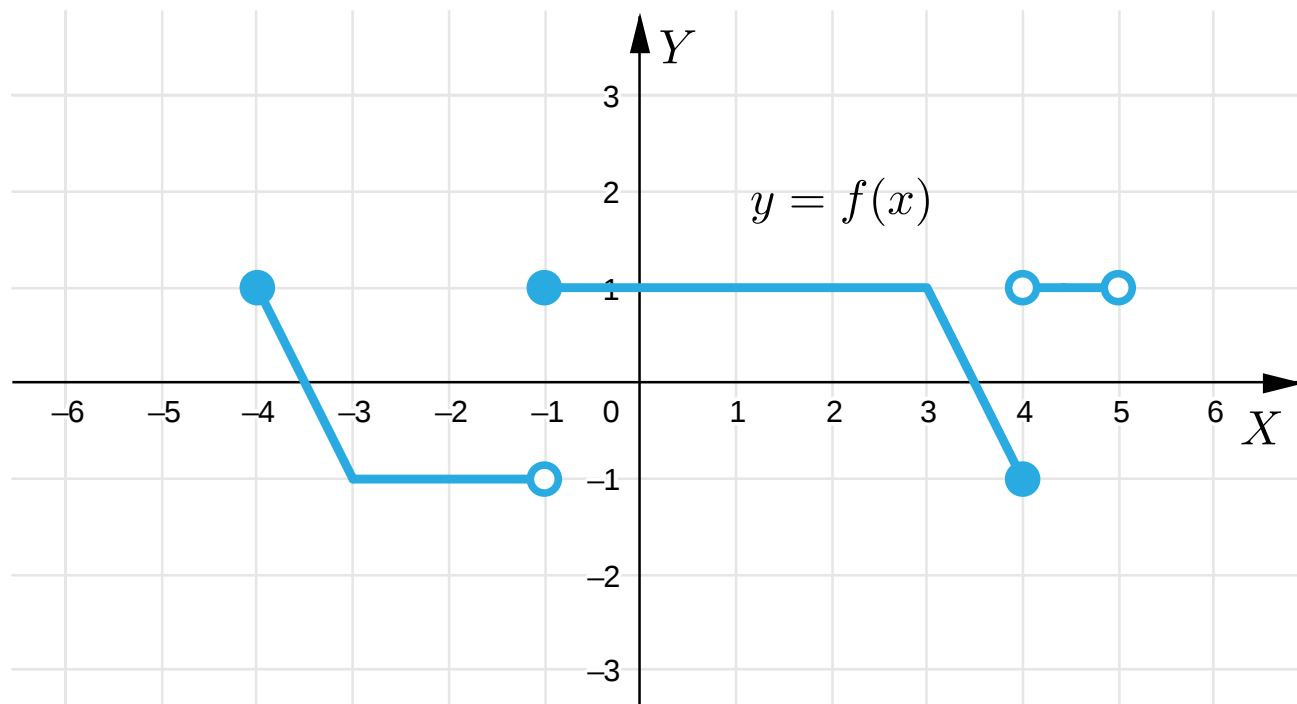
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 5



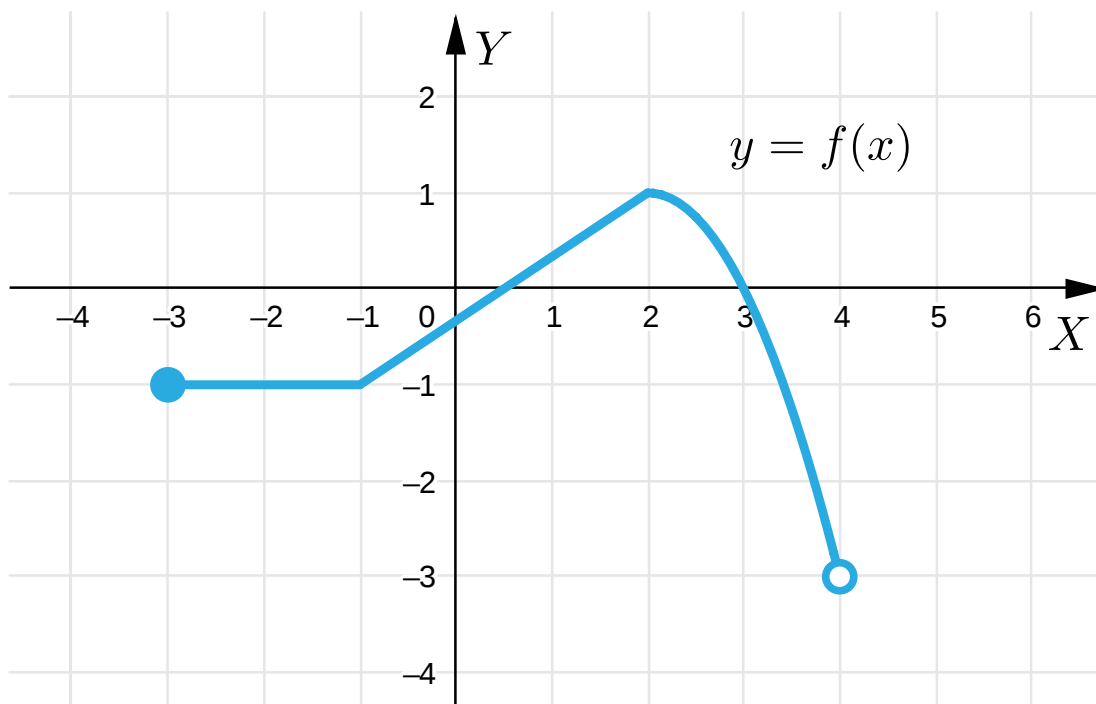
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 6



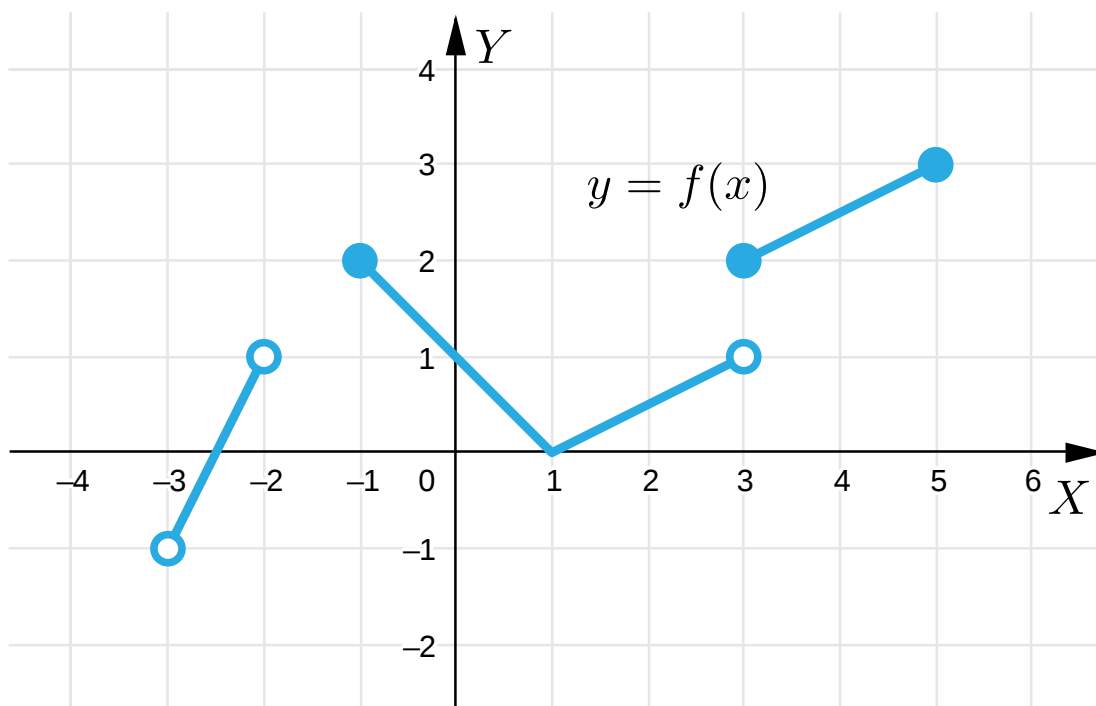
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 7



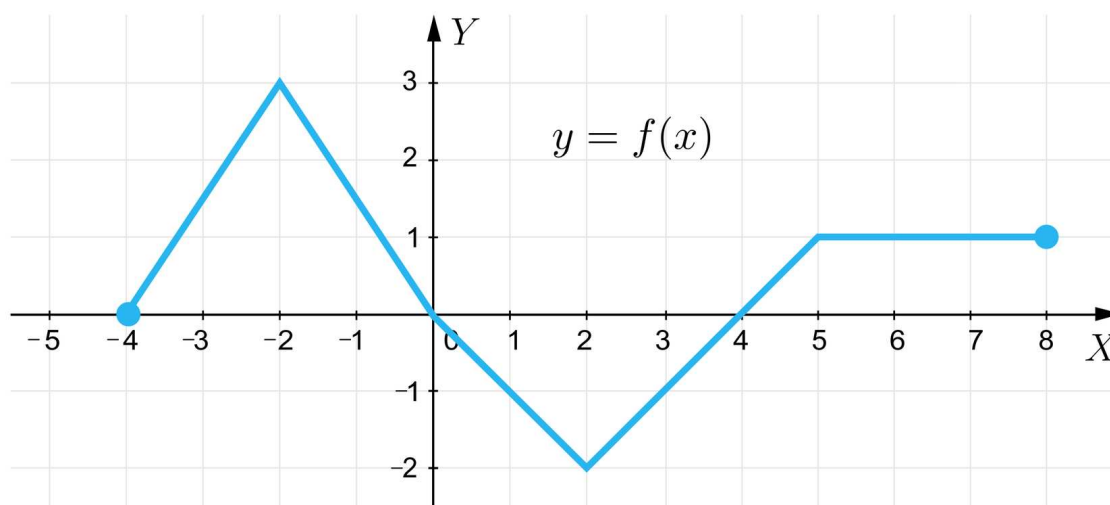
Rysunek przedstawia wykres funkcji f .



Ćwiczenie 8



Na rysunku przedstawiono wykres funkcji.



Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Wójtowicz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Określanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:

4) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- określa przedziały monotoniczności funkcji na podstawie jej wykresu;
- sprawdza, czy do wykresu funkcji monotonicznej mogą należeć punkty o określonych współrzędnych;
- wykorzystuje monotoniczność funkcji do rozwiązywania problemów matematycznych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja;

- objaśnienie nowej wiedzy;
- liga zadaniowa.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- komputery z dostępem do internetu dla uczniów.

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel wprowadza uczniów szczegółowo w temat lekcji: „ Określanie przedziałów monotoniczności funkcji na podstawie wykresu” i jej cele. Może posłużyć się wyświetloną na tablicy zawartością sekcji „Wprowadzenie”.
2. Nauczyciel prosi o przygotowanie w parach pytań związanych z tematem. Czego się uczniowie chcą dowiedzieć? Co ich interesuje w związku z tematem lekcji?

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dzieli uczniów na 4-osobowe grupy. Uczniowie w grupach zapoznają się z informacjami w sekcji „Przeczytaj” . Rozwiązują przedstawione przykłady i notują pytania. Następnie przedstawiają pytania i omawiają odpowiedzi wspólnie z całą klasą. W razie potrzeby nauczyciel wyjaśnia ewentualne wątpliwości.
2. Uczniowie indywidualnie analizują materiał z sekcji „Infografika”. Wykonują polecenia. Następnie odczytują swoje rozwiązania i wspólnie oceniają ich poprawność.
3. W kolejnym kroku uczniowie rozwiązują ćwiczenia z sekcji „Sprawdź się”. Podczas pracy wspólnym frontem uczniowie rozwiązują ćwiczenia numer 1 i 2. Wybrana osoba czyta po kolei polecenia. Po każdym przeczytanym poleceniu ochotnik udziela odpowiedzi. Reszta uczniów ustosunkowuje się do niej, proponując swoje pomysły. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.
4. Kolejny etap to liga zadaniowa - uczniowie wykonują w grupach na czas ćwiczenia 3-5 z sekcji „Sprawdź się”, a następnie wybrana grupa prezentuje swoje rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby uzupełnia informacje.
5. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia 6, 7 i 8, a następnie porównują swoje odpowiedzi z kolegą lub koleżanką.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Wybrany uczeń podsumowuje zajęcia, zwracając uwagę na nabyte umiejętności, odnosząc się do wyświetlonych na tablicy interaktywnej celów z sekcji „Wprowadzenie”.

Praca domowa:

1. Uczniowie w parach przygotowują po trzy zadania z rozwiązaniami dotyczące przerobionego tematu.

Materiały pomocnicze:

- [Monotoniczność funkcji](#)

Wskazówki metodyczne:

- Podczas fazy podsumowującej nauczyciel powinien dokonać oceny formatywnej pracy uczniów, w celu właściwego monitorowania ich pracy. Infografika może być wykorzystana na zajęciach poświęconych odczytywaniu własności funkcji na podstawie jej wykresu.