



Pole trapezu

Materiał składa się z sekcji: "Obliczanie pola trapezu".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), film, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Film - obraz trapezu w symetrii, wyprowadzenie wzoru na pole trapezu.

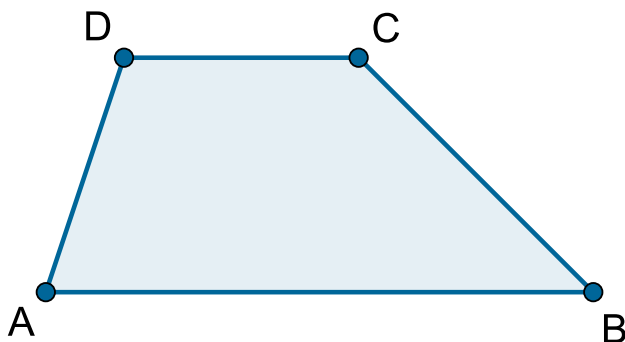
Przykłady - obliczanie pola trapezu.

Ćwiczenia - obliczanie pola trapezu, również w sytuacjach praktycznych,

Pole trapezu

Trapez to czworokąt mający co najmniej jedną parę boków równoległych. Zatem trapezami są np. równoległoboki. Prostokąt to szczególny przykład trapezu prostokątnego, czyli takiego, w którym jest kąt prosty. Trapez równoramienny to trapez, w którym ramiona są równe i nierównoległe.

Wysokością w trapezie jest odległość między podstawami.

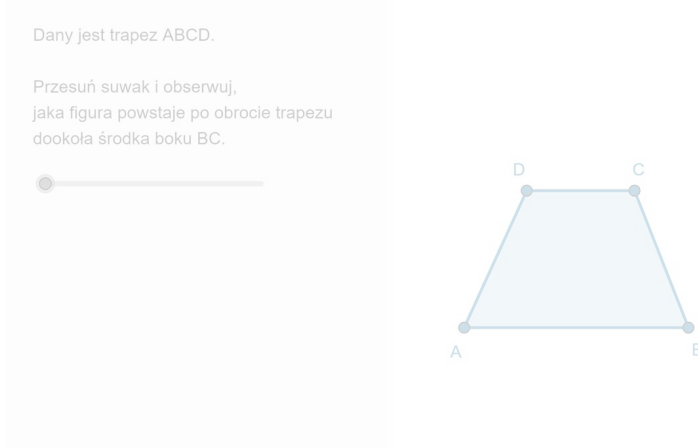


$AB \parallel CD$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Znajdź obraz trapezu $ABCD$ w symetrii względem środka boku BC .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/P5ncxCvLB>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

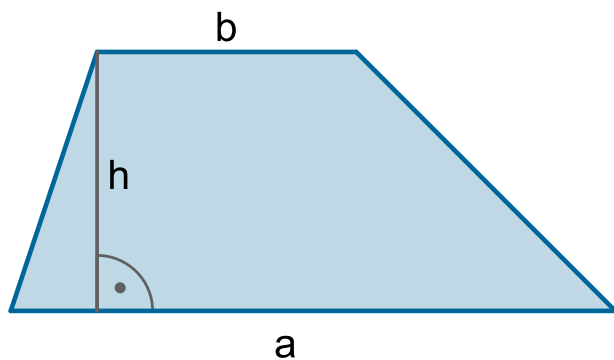
Otrzymany trapez jest przystający do trapezu $ABCD$.

Jeśli podstawy trapezu $ABCD$ mają długości a i b , natomiast odległość między nimi jest równa h , to jakie jest pole otrzymanego równoległoboku?

Zapamiętaj!

Pole trapezu o podstawach długości a oraz b i wysokości h jest równe

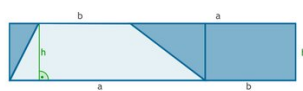
$$P = \frac{a+b}{2} \cdot h.$$



$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

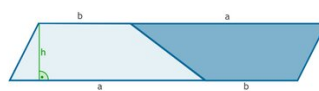
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Sposób ①



$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

Sposób ②



$$P = \frac{(a + b) \cdot h}{2}$$

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RbbpLlewCXnlo>

Atrapa animacji

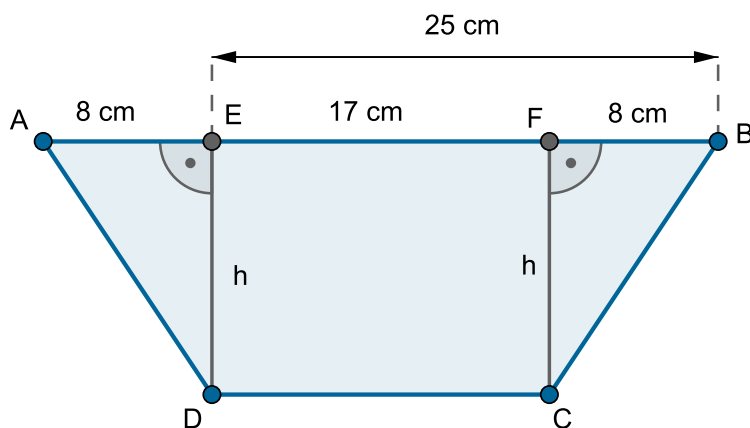
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia i uzasadnia prawdziwość wzoru na pole trapezu.

Obliczanie pola trapezu

Przykład 2

W trapezie równoramiennym $ABCD$ wysokość poprowadzona z wierzchołka kąta rozwartego dzieli podstawę AB na odcinki: AE długości 8 cm i EB długości 25 cm. Ramię jest równe krótszej podstawie. Oblicz pole trapezu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Trapez jest równoramienny, zatem $|FB| = |AE| = 8$ cm. Wynika z tego, że

$|DC| = |EF| = 25$ cm $- 8$ cm $= 17$ cm.

Długość ramienia AD jest równa krótszej podstawie, czyli wynosi 17 cm.

Wysokość h trapezu obliczamy z trójkąta prostokątnego AED , stosując twierdzenie Pitagorasa.

$$h^2 + |AE|^2 = |AD|^2$$

$$h^2 + 8^2 = 17^2$$

$$h^2 = 17^2 - 8^2$$

$$h^2 = 289 - 64$$

$$h^2 = 225$$

$$h = \sqrt{225}$$

$$h = 15$$

Obliczamy pole trapezu.

$$P = \frac{|AB| + |CD|}{2} \cdot h$$

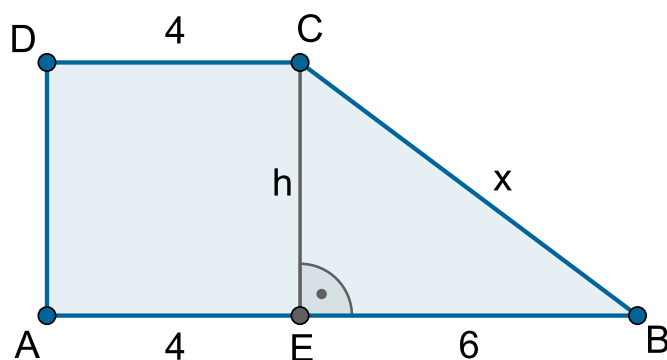
$$P = \frac{(8 + 25) + 17}{2} \cdot 15$$

$$P = 375 \text{ cm}^2$$

Pole trapezu jest równe 375 cm^2 .

Przykład 3

Podstawy trapezu prostokątnego $ABCD$ są równe 4 i 10. Pole trapezu jest równe 56. Oblicz obwód trapezu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczamy wysokość trapezu h , korzystając ze wzoru na pole trapezu.

$$P = \frac{4 + 10}{2} \cdot h$$

$$56 = 7h$$

$$h = 8.$$

Trójkąt CEB jest prostokątny. Obliczmy długość jego przeciwprostokątnej x na podstawie twierdzenia Pitagorasa.

$$h^2 + 6^2 = x^2$$

$$8^2 + 36 = x^2$$

$$64 + 36 = x^2$$

$$x^2 = 100$$

$$x = 10.$$

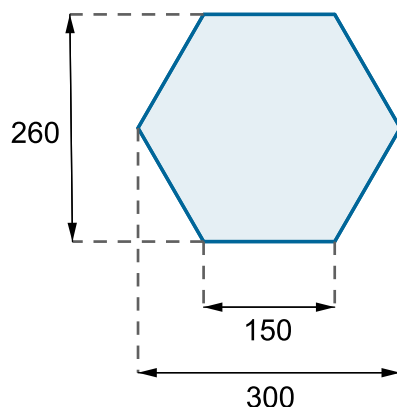
Zauważmy, że długość ramienia AD jest równa wysokości. Obliczamy obwód trapezu.

$$L = 8 + 10 + 10 + 4 = 32.$$

Obwód trapezu jest równy 32.

Przykład 4

Piaskownica ma kształt sześciokąta o wymiarach (w cm) podanych na rysunku. Oblicz w m^2 pole powierzchni zajmowane przez piaskownicę.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że sześciokąt, w kształcie którego jest piaskownica, możemy podzielić na dwa przystające trapezy o podstawach długości 300 cm i 150 cm oraz wysokości $\frac{260}{2}$ cm. Pole powierzchni piaskownicy jest więc równe sumie pól tych trapezów.

$$P = 2 \cdot \frac{300 + 150}{2} \cdot \frac{260}{2}$$

$$P = 450 \cdot 130$$

$$P = 58500 \text{ cm}^2.$$

Zapisujemy pole powierzchni piaskownicy w m^2 , pamiętając, że $1 \text{ cm}^2 = 0,0001 \text{ m}^2$.

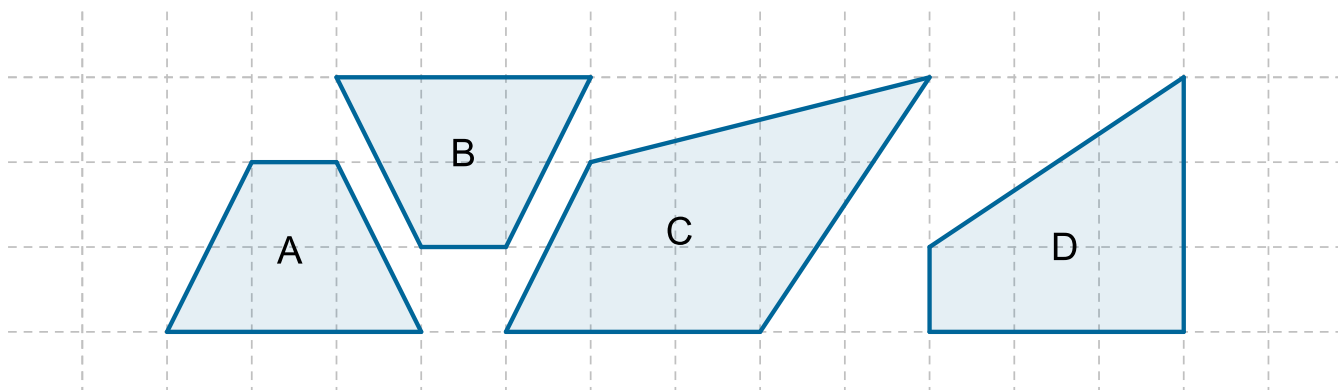
$$58500 \text{ cm}^2 = 5,85 \text{ m}^2.$$

Pole powierzchni piaskownicy jest równe $5,85 \text{ m}^2$.

Ćwiczenie 1



Oblicz pole każdej z figur, przyjmując za jednostkę pole jednej kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij luki, wpisując obliczone pola czworokątów.

- $P_A =$
- $P_B =$
- $P_C =$
- $P_D =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uporządkuj otrzymane pola od największego do najmniejszego. Kliknij w lukę, aby wyświetlić rozwijaną listę i wybierz poprawną odpowiedź.

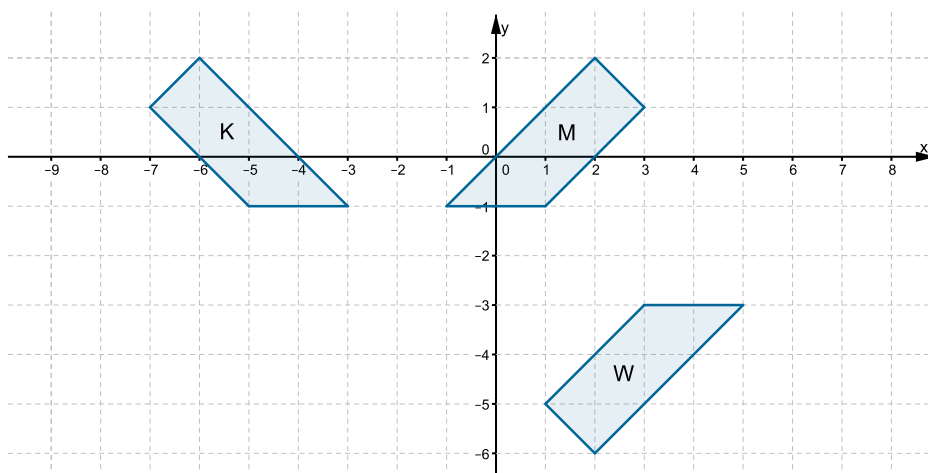
$>$ $>$ $=$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Wykaż, że pola wielokątów K , M , W są równe.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wysokość trapezu jest równa 10 cm. Oblicz pole trapezu, wiedząc, że

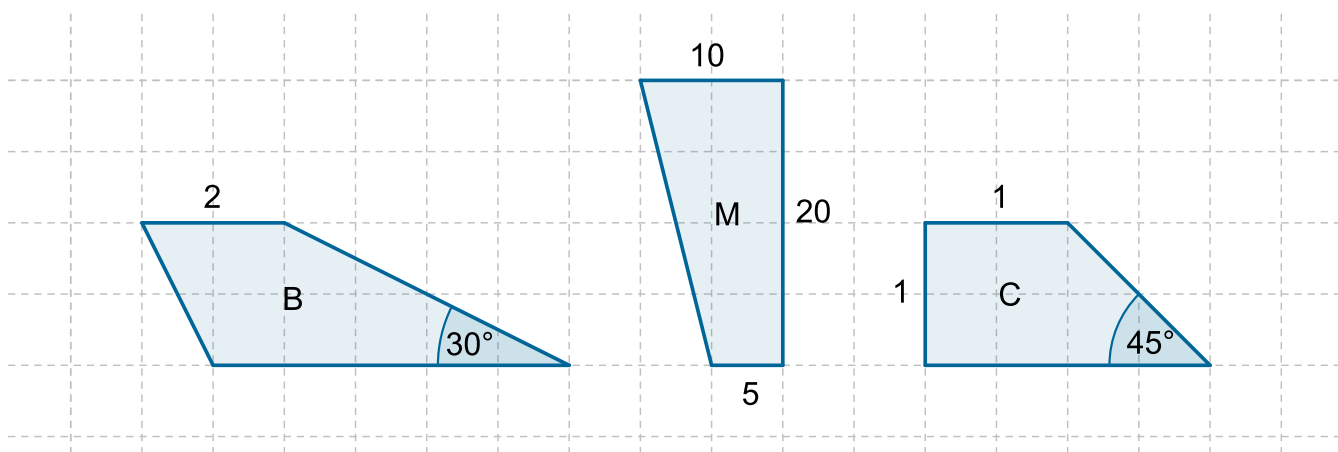
1. suma długości jego podstaw jest równa 7 dm;
2. jedna z podstaw trapezu jest trzykrotnie dłuższa od drugiej, a krótsza podstawa ma długość 9 cm;
3. jego przekątne są równe i przecinają się w połowie pod kątem prostym;
4. jest to trapez prostokątny i kąt ostry ma miarę 45° , a krótsza podstawa ma długość 25 mm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz pole każdego z trapezów: B , M , C .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij równości, przeciągając w lukę odpowiednie liczby lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

- $P_B = \square = \square$
- $P_M = \square = \square$
- $P_C = \square = \square$

$\frac{(3+2) \cdot 1}{2}$

$\frac{(2+5)}{2} \cdot 2$

6

$\frac{5}{2}$

140

$\frac{(10+5) \cdot 20}{2}$

$\frac{(10+5) \cdot 15}{4}$

7

$\frac{(3+5)}{4} \cdot 2$

$\frac{3}{2}$

150

8

$\frac{(1+2) \cdot 1}{2}$

$\frac{3}{4}$

$\frac{(2+3)}{2} \cdot 3$

$\frac{(1+2) \cdot 1}{4}$

$\frac{(8+5) \cdot 20}{2}$

160

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oblicz pole trapezu, którego każdy z trzech boków jest równy 10 cm, a czwarty bok ma długość 26 cm. Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią wartość w puste pole.

Odpowiedź: Pole trapezu wynosi cm^2 .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Wysokość trapezu równoramiennego jest równa krótszej podstawie. Dłuższa podstawa jest trzykrotnie większa od krótszej. Pole trapezu jest równe 200. Ile wynosi jego obwód? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $6\sqrt{5} + 12$

☐ $40 + 20\sqrt{2}$

☐ $15 + 6\sqrt{3}$

☐ $5 + 10\sqrt{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Pole pewnego trapezu jest równe 40. Odpowiedz na poniższe pytania i uzupełnij luki, wpisując poprawne wartości.

- Ile wynosi wysokość trapezu, jeśli suma długości jego podstaw jest równa 80?

Odpowiedź: Wysokość tego trapezu wynosi $h =$.

- Ile wynosi długość a jednej z podstaw, jeżeli długość drugiej jest równa 8, a wysokość wynosi 0,5?

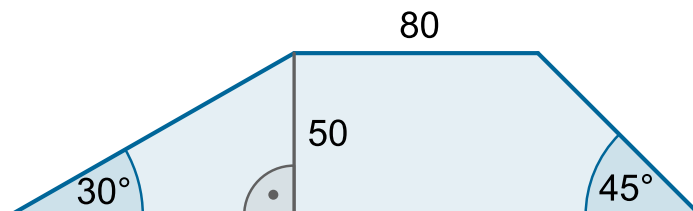
Odpowiedź: Długość tej podstawy wynosi $a =$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Ile arów powierzchni ma działka pani Bożeny w kształcie trapezu przedstawionego na rysunku? Wymiary podane są w metrach.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Trapezy przystające mają równe pola.

☐ Wysokość trapezu może być jego bokiem.

☐ Dwa trapezy mające podstawy tej samej długości mają równe pola.

☐ Dwa trapezy równoramienne mające wysokości oraz ramiona tej samej długości mają równe pola.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Udowodnij, że każdy trapez możemy przebudować na prostokąt o wymiarach $(a + b)$ na $\frac{h}{2}$, gdzie a to długość krótszej podstawy trapezu, b to długość dłuższej podstawy trapezu, a h to jego wysokość.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Dokończ poniższe zdania, tak by były prawdziwe. Kliknij w lukę, aby wyświetlić listę rozwijalną i wybierz poprawną odpowiedź.

1. Jeśli trapez ma podstawy równej długości, to jest
2. Jeśli dokładnie trzy boki trapezu są równe, to trapez jest

rombem

prostokątem

kwadratem

równoległobokiem

prostokątny

równoramienny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Oblicz, ile wynosi pole trapezu przedstawionego na poniższym rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 26 cm²

☐ 12 cm²

☐ 14 cm²

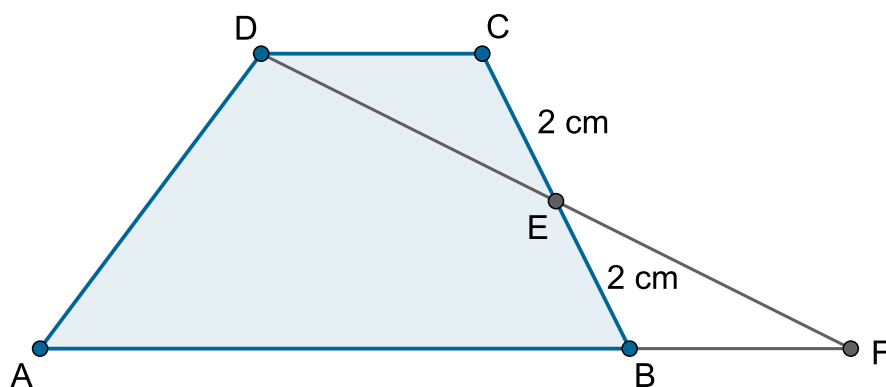
☐ 30 cm²

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Wykaż, że pole trapezu $ABCD$ jest równe polu trójkąta ADF .



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Pole pewnego czworokąta to iloczyn długości sąsiednich boków.
Dokończ zdanie, wybierając poprawne odpowiedzi.
Czworokątem tym może być

☐ kwadrat

☐ równoległobok

☐ trapez

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Obraz w kształcie prostokąta ma wymiary 2, 2 m i 2, 2 m. Drzwi w kształcie prostokąta mają wymiary 1 m i 2 m. Czy obraz można przenieść przez drzwi?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Oblicz pole trapezu równoramiennego, w którym ramię ma długość 10, a krótsza podstawa 8. Wysokość trapezu jest równa długości krótszej podstawy. Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią wartość w puste pole.

Odpowiedź: Pole trapezu wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Przekątne trapezu równoramiennego przecinają się pod kątem 120° i dzielą kąty przy dłuższej podstawie na połowy. Dłuższa podstawa ma długość 12. Ile wynosi pole trapezu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $10\sqrt{5}$

☐ $7\sqrt{13}$

☐ $27\sqrt{3}$

☐ $16\sqrt{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Pole trapezu jest równe 8. Oblicz wysokość tego trapezu, jeśli wiadomo, że jest ona równa sumie długości podstaw trapezu. Uzupełnij odpowiedź, wpisując odpowiednią wartość w puste pole.

Odpowiedź: Wysokość trapezu wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.