



Rozwiązywanie nierówności z parametrem

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Infografika
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Rozwiązywanie nierówności z parametrem

Źródło: dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Potrafisz już przeprowadzać analizę prostych nierówności liniowych z jednym parametrem. Nierówność liniowa może mieć też więcej parametrów. Rozwiązanie nierówności liniowej z dwoma lub więcej parametrami wykonujemy podobnie do rozwiązania nierówności z jednym parametrem.

Twoim zadaniem będzie zbadanie zbioru rozwiązań nierówności, czyli podanie takich wartości parametrów, dla których nierówność jest sprzeczna lub tożsamościowa, lub jej zbiorem rozwiązań jest dany przedział.

Twoje cele

- Znajdziesz wszystkie takie wartości rzeczywiste parametrów, dla których dany przedział jest zbiorem rozwiązań danej nierówności.
- Zbadasz liczbę rozwiązań nierówności w zależności od parametrów występujących w nierówności.

Przeczytaj

Przykład 1

Rozwiążemy nierówność $5x - 5a \geq b + 2x - 2c$ z niewiadomą x , gdzie liczby a , b i c są parametrami nierówności.

$$5x - 5a \geq b + 2x - 2c$$

$$5x - 2x \geq b + 5a - 2c$$

$$3x \geq b + 5a - 2c$$

Podzielimy obie strony nierówności przez liczbę 3.

$$3x \geq b + 5a - 2c \quad | : 3$$

$$x \geq \frac{b+5a-2c}{3}$$

Dla dowolnych wartości parametrów a , b i c zbiorem rozwiązań nierówności jest przedział lewostronnie domknięty $\langle \frac{b+5a-2c}{3}, \infty \rangle$.

Przykład 2

Określimy zbiór rozwiązań nierówności $(a - 2)x < b + 5$ dla $a = -1$ i $b = 4$.

$$(a - 2)x < b + 5$$

Podstawiając do nierówności podane wartości parametrów a i b otrzymujemy:

$$(-1 - 2)x < 4 + 5$$

$$-3x < 9$$

$$x > -3$$

Zatem nierówność spełniają liczby należące do przedziału $(-3, \infty)$.

Przykład 3

Rozwiążemy nierówność $ax + 2 < b + 2x$ z niewiadomą x , gdzie liczby a i b są parametrami nierówności.

$$ax + 2 < b + 2x$$

$$ax - 2x < b - 2$$

$$(a - 2)x < b - 2$$

Abyśmy mogli podzielić obie strony nierówności przez wyrażenie znajdujące się przy x najpierw zakładamy, że $a - 2 > 0$.

Wówczas otrzymamy rozwiązanie:

$$x < \frac{b-2}{a-2}$$

Jeżeli $a - 2 < 0$ wtedy dzielimy obie strony nierówności przez liczbę ujemną, zatem należy zmienić znak nierówności na przeciwny.

$$x > \frac{b-2}{a-2}$$

Jeżeli $a = 2$ wówczas nierówność ma postać $x \cdot 0 < b - 2$.

1. Jeżeli $b - 2 > 0$, czyli $b > 2$, wówczas jest to **nierówność tożsamościowa**.
2. Jeżeli $b \leq 2$, wtedy jest to **nierówność sprzeczna**.

Zatem dla $a > 2$ rozwiązaniem nierówności jest przedział $(-\infty, \frac{b-2}{a-2})$.

Zatem dla $a < 2$ rozwiązaniem nierówności jest przedział $(\frac{b-2}{a-2}, \infty)$.

Dla $a = 2$ i $b > 2$ nierówność jest tożsamościowa.

Dla $a = 2$ i $b \leq 2$ nierówność nie ma rozwiązania.

Przykład 4

Dana jest nierówność $3x - a > 2 \cdot (x + b)$ z niewiadomą x .

Określmy, jakie warunki muszą spełniać parametry a i b , aby do zbioru rozwiązań należały tylko liczby dodatnie.

$$3x - a > 2 \cdot (x + b)$$

$$3x - a > 2x + 2b$$

$$x > a + 2b$$

Czyli $a + 2b > 0$.

Zatem $a > -2b$.

Aby rozwiązaniem nierówności były liczby dodatnie musi zachodzić warunek $a > -2b$.

Słownik

nierówność tożsamościowa

nierówność, która jest spełniona przez każdą liczbę należącą do dziedziny tej nierówności

nierówność sprzeczna

nierówność, której nie spełnia żadna liczba należąca do dziedziny tej nierówności

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z infografiką i analizą nierówności liniowej z parametrami m i n .

Polecenie 2

Określ, kiedy nierówność $2mx + x > 3n$ z parametrami m i n jest sprzeczna.

Polecenie 3

Dla jakich wartości parametrów k i m nierówność $kx \leq 3m + 1$ jest tożsamościowa?

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Zbadaj, dla jakich wartości parametrów m i n nierówność $\frac{nx}{2} - x > \frac{1}{8}m$ nie ma rozwiązania.

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Rozwiązywanie nierówności z parametrami

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- znajduje takie wartości parametrów, aby dany przedział był zbiorem rozwiązań nierówności
- bada liczbę rozwiązań nierówności w zależności od parametrów występujących w nierówności
- przeprowadza rozumowania związane z analizą nierówności liniowej z parametrami, formułuje wnioski i uzasadnia ich poprawność

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem infografiki i ćwiczeń interaktywnych
- dyskusja
- konkurs zadaniowy

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z przykładami zadań umieszczonymi w sekcji „Przeczytaj”.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie indywidualnie oglądają infografikę i rozwiązują polecenia umieszczone pod infografiką.
2. Uczniowie w grupach 4 osobowych rozwiązują ćwiczenia interaktywne, uczestnicząc w konkursie zadaniowym.
3. Grupa, która pierwsza poprawnie rozwiąże zadania otrzymuje oceny bardzo dobre.
4. Uczniowie wspólnie omawiają odpowiedzi i ewentualne problemy związane z rozwiązaniami.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące analizy nierówności liniowych z dwoma lub więcej parametrami, które pojawiły się w ćwiczeniach interaktywnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Ułożenie i rozwiązanie co najmniej 2 zadań podobnego typu, jak były rozwiązywane na lekcji.

Materiały pomocnicze:

Nierówność liniowa

Nierówności stopnia pierwszego

Wskazówki metodyczne:

Infografika może być wykorzystane przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania samouczka pokazującego sposoby analizy nierówności liniowej z parametrami.