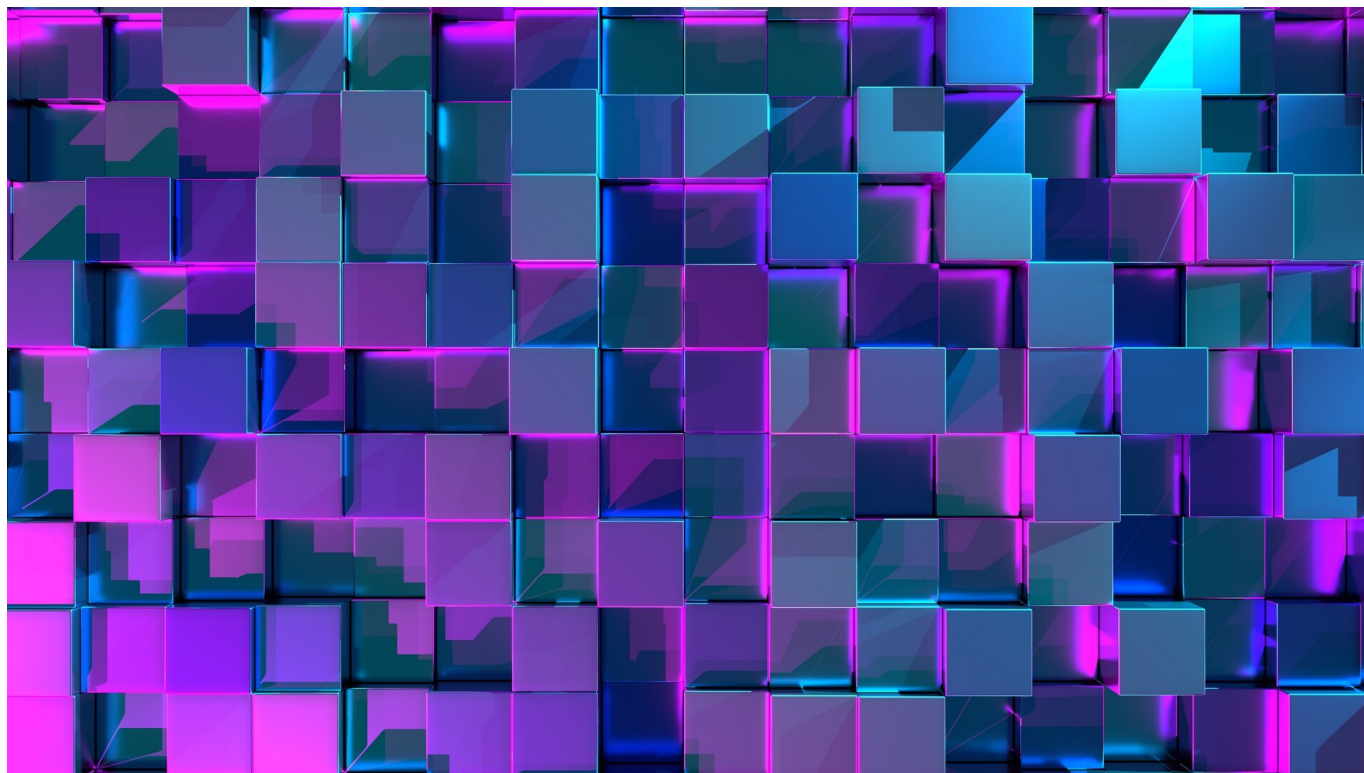




Siatka graniastostupa

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Aplet](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Próbowaleś kiedyś złożyć prostopadłościenne lub inne pudełko z jednego kawałka papieru? A może kiedyś rozkładałeś pudełko, żeby wyrzucone do śmieci zajmowało mniej miejsca? Obydwie te czynności wymagają narysowania siatki odpowiedniej bryły. Zagadnienia dotyczące siatek graniastosłupów omówimy w tym materiale.

Twoje cele

- Rozpoznaś siatkę graniastosłupa.
- Nazwiesz graniastosłup, który powstanie z danej siatki.
- Ocenisz, czy rysunek przedstawia siatkę graniastosłupa.
- Narysujesz siatkę graniastosłupa.

Przeczytaj

Narysowanie siatki graniastoslupa to narysowanie ścian tego graniastoslupa na płaszczyźnie w taki sposób, aby każda ze ścian miała przynajmniej jedną krawędź wspólną z inną ścianą oraz aby po wycięciu i złożeniu wzdłuż krawędzi powstał trójwymiarowy model tego graniastoslupa.

Siatka graniastoslupa prawidłowego

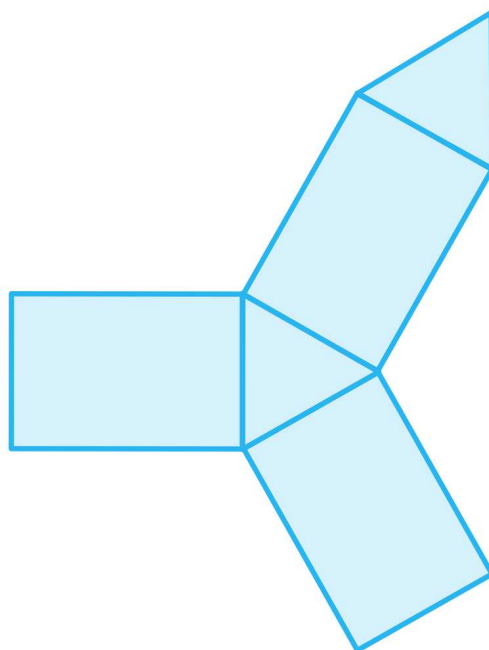
Niech a oznacza krawędź podstawy graniastoslupa prawidłowego n -kątnego, natomiast H – jego wysokość.

Siatka graniastoslupa prawidłowego składa się z przystających prostokątów odpowiadających ścianom bocznym graniastoslupa oraz dwóch wielokątów przystających do podstaw graniastoslupa. Jeden bok każdego prostokąta jest równy wysokości graniastoslupa a drugi – długości krawędzi podstawy. Prostokątów jest tyle, ile krawędzi w jednej podstawie. „Sklejamy” je bokami odpowiadającymi wysokości graniastoslupa tworząc nowy prostokąt o bokach długości H i $a \cdot n$. Wielokąty odpowiadające podstawom budujemy na bokach równych krawędziom podstawy – muszą one leżeć po przeciwnych stronach nowego prostokąta.

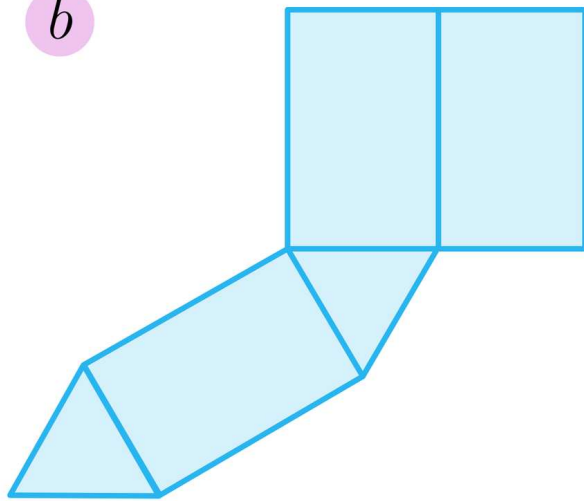
Przykład 1

Wśród poniższych rysunków wskażemy siatki graniastoslupów i nazwiemy te graniastoslupy.

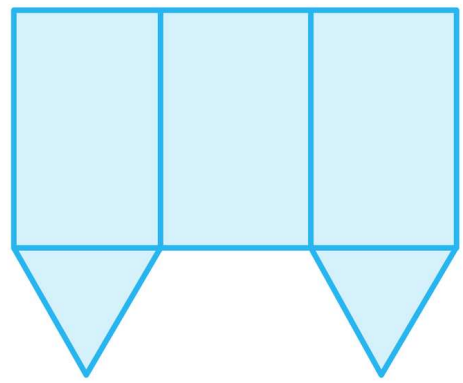
a



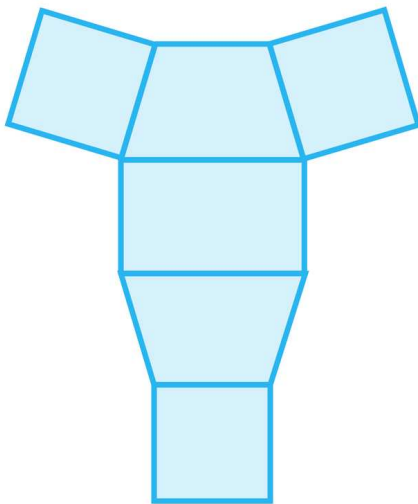
b



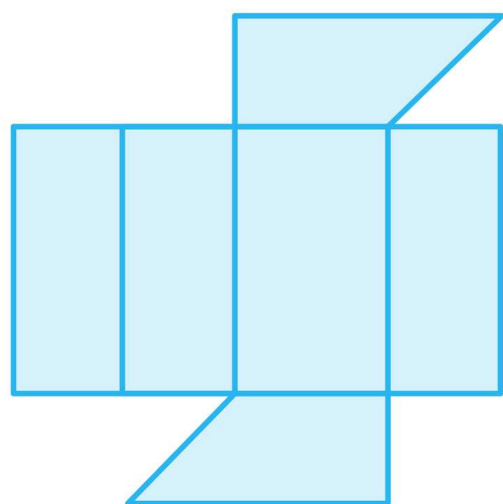
c



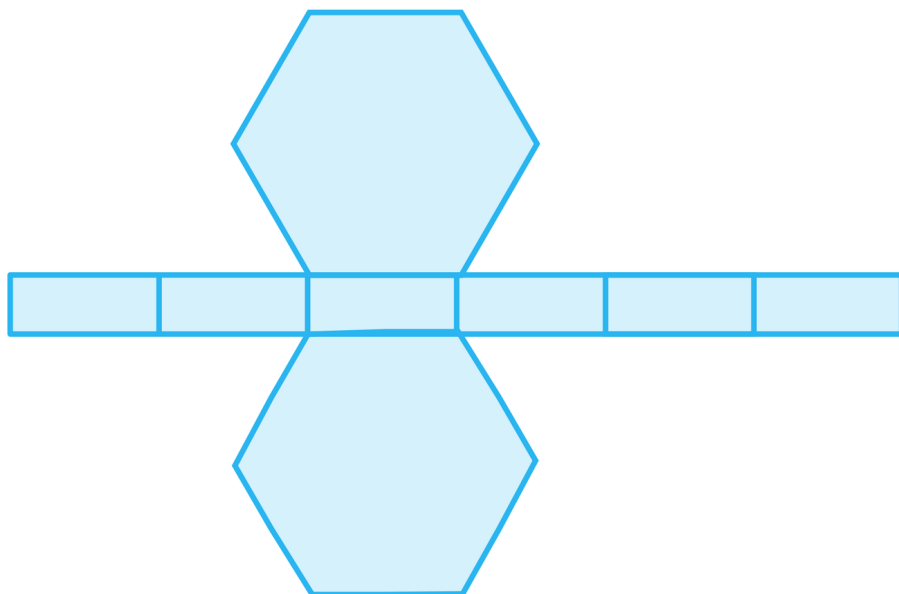
d



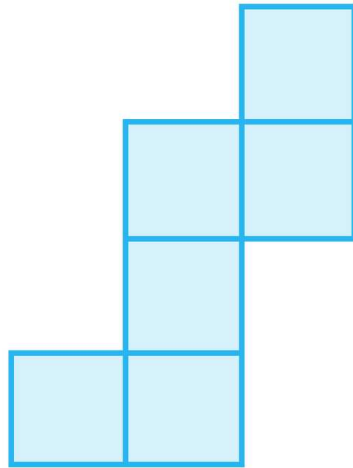
e



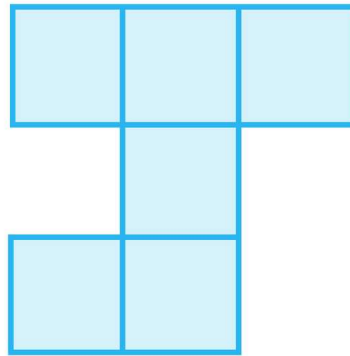
f



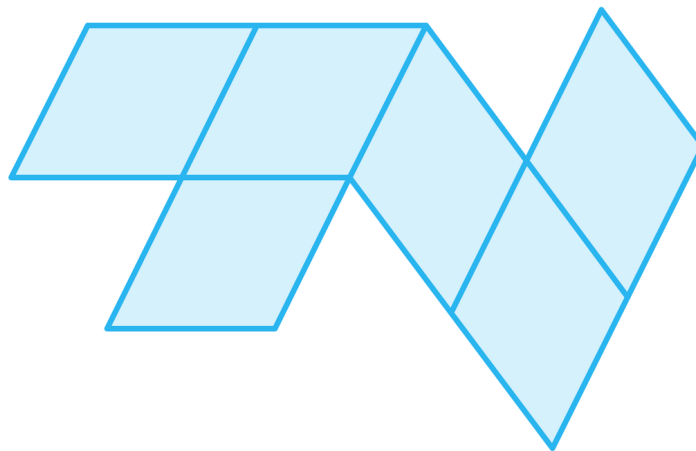
g



h



i



Rozwiązanie

Siatki graniastosłupów są przedstawione na rysunkach:

a, b – siatki graniastosłupów prostych trójkątnych

d – siatka graniastosłupa prostego czworokątnego o podstawie trapezu

f – siatka graniastosłupa prostego sześciokątnego

g – siatka sześcianu

i – siatka równoległoscianu.

Siatek graniastosłupów nie przedstawiają rysunki:

c – bo podstawy leżą po tej samej stronie stronie ścian bocznych

e – bo podstawy powinny być dla siebie nawzajem odbiciem symetrycznym względem pewnej prostej

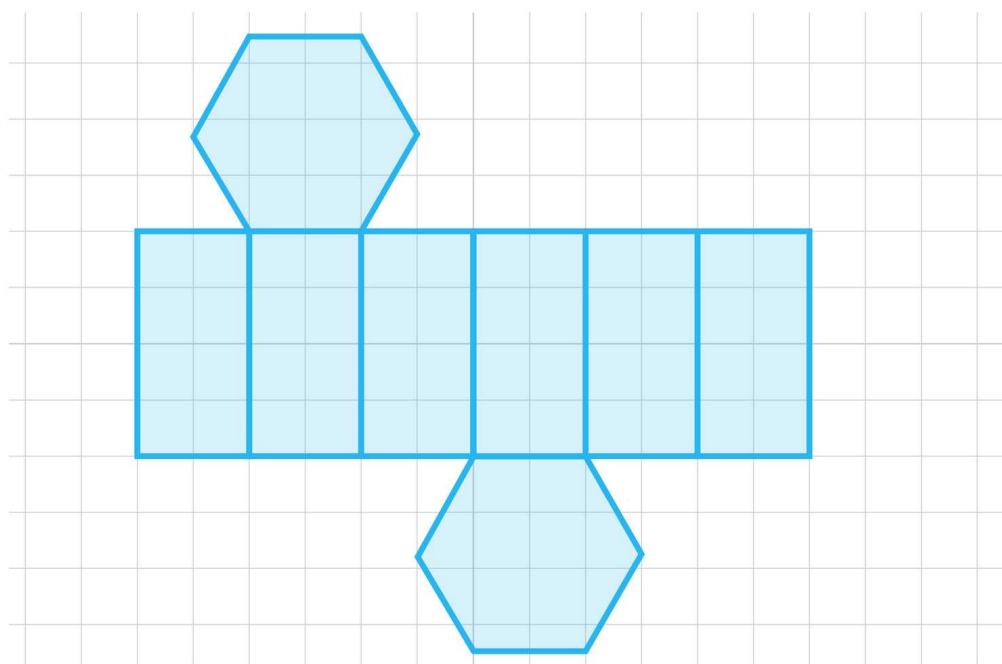
h – bo dwie ściany po złożeniu nałożą się na siebie.

Przykład 2

Narysujemy siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o krawędzi podstawy 2 jednostki i krawędzi bocznej 4 jednostki.

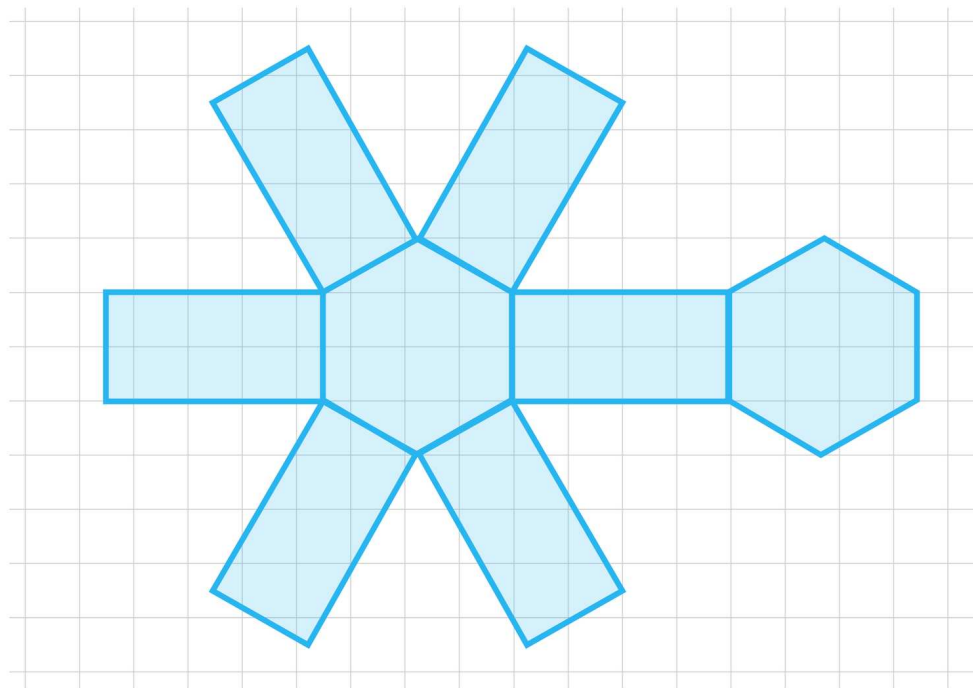
Rozwiązanie

Rysujemy najpierw 6 prostokątów o bokach długości 2 jednostki i 4 jednostki. Prostokąty te „sklejone” są bokami odpowiadającymi wysokości graniastosłupa. Następnie – na dwóch bokach odpowiadających krawędziom podstawy – budujemy sześciokąty foremne o boku długości 2 jednostki, pamiętając, by leżały one po przeciwnych stronach prostokąta złożonego ze „ścian bocznych”. Zauważmy, że po wycięciu siatki i odpowiednim jej złożeniu, otrzymujemy model graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.



Uwaga:

Poniższy rysunek przedstawia siatkę takiego samego graniastosłupa.



Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DRFrwMkXd>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego siatki graniastosłupa.

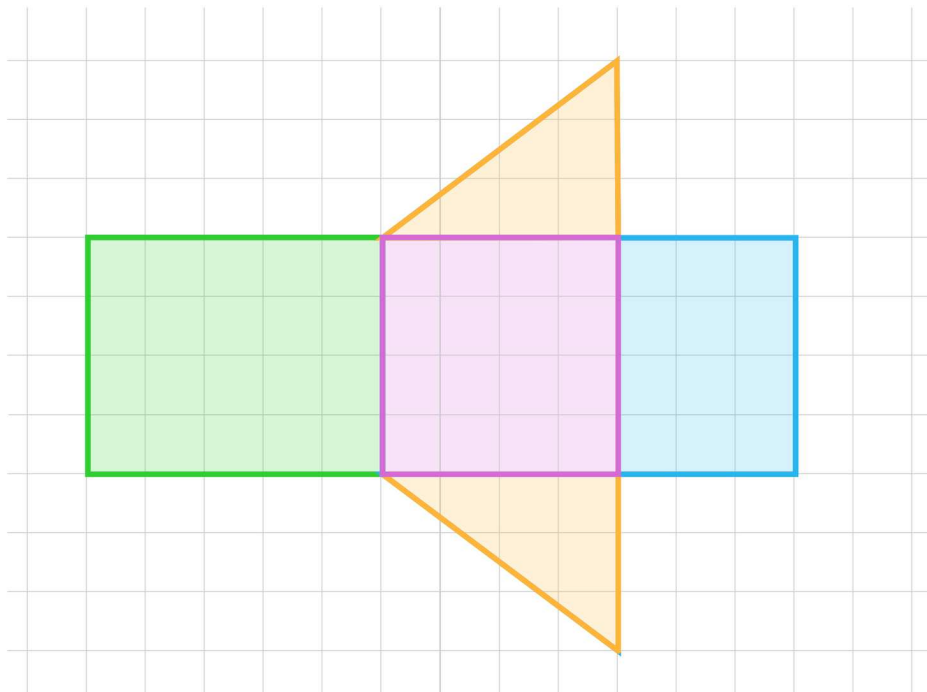
Siatka graniastosłupa prostego

Siatkę graniastosłupa prostego rysuje się podobnie do siatki graniastosłupa prawidłowego. Poszczególne prostokąty odwzorowują ściany boczne graniastosłupa: jeden bok jest równy wysokości graniastosłupa a drugi – odpowiedniej krawędzi podstawy. Należy jednak pamiętać o takim ustawieniu tych ścian, by dały się „skleić” z podstawami graniastosłupa.

Przykład 3

Narysujemy siatkę graniastosłupa prostego trójkątnego o podstawie trójkąta prostokątnego, którego przyprostokątne mają długości 3 i 4, a wysokość graniastosłupa ma długość 4.

Zauważmy, że przeciwprostokątna trójkąta w podstawie ma długość 5 (wynika to z twierdzenia Pitagorasa).



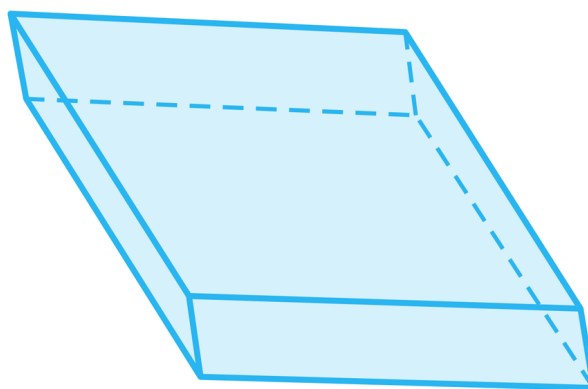
Podobnie jak w poprzednim przypadku mamy więcej siatek, z których można zbudować **graniastosłup prosty**.

Siatka graniastosłupa pochyłego

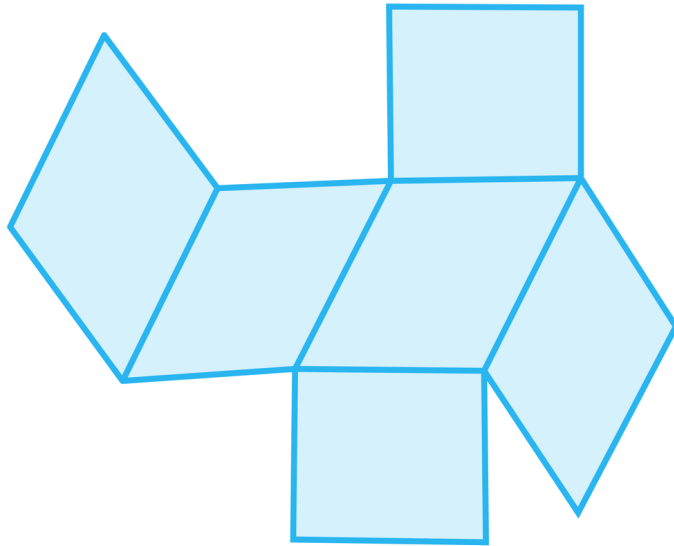
Rysowanie siatek graniastosłupów pochyłych jest już trudniejsze, ze względu na to, że część ścian jest równoległobokami, które nie są prostokątami.

Przykład 4

Przedstawimy siatkę graniastosłupa, którego podstawy są prostokątami, a pozostałe ściany równoległobokami, jak na rysunku



Aby dobrze narysować siatkę tego graniastosłupa, trzeba znać kąty w równoległobokach, które są ścianami bocznymi graniastosłupa.



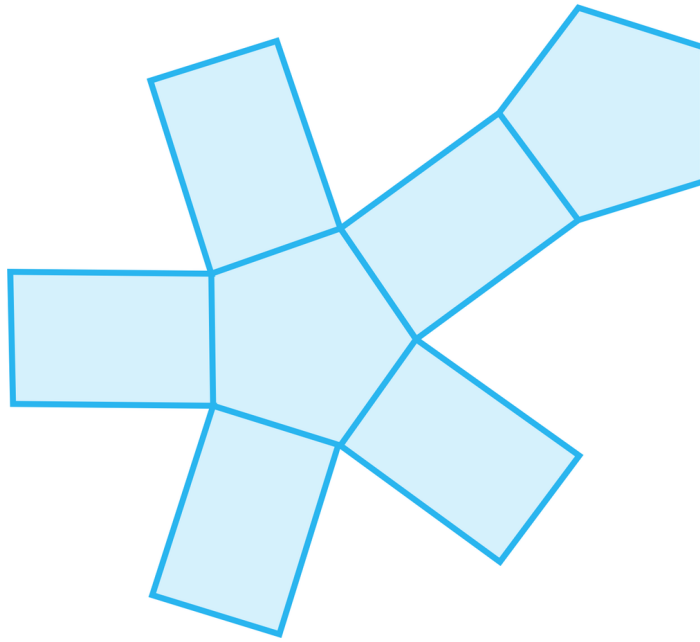
Na podstawie siatki graniastosłupa jesteśmy w stanie stwierdzić jakim graniastosłupem będzie po złożeniu:

- Wielokąt w podstawie powie nam „ilu-kątny” jest ten graniastosłup.
- Jeśli wszystkie ściany boczne są prostokątami, to graniastosłup będzie prosty.
- Jeśli są ściany boczne, które są równoległobokami, które nie są prostokątami, to graniastosłup będzie pochyły.
- Jeżeli ściany boczne są prostokątami, a podstawy są wielokątami foremnymi, to graniastosłup jest prawidłowy.

Przykład 5

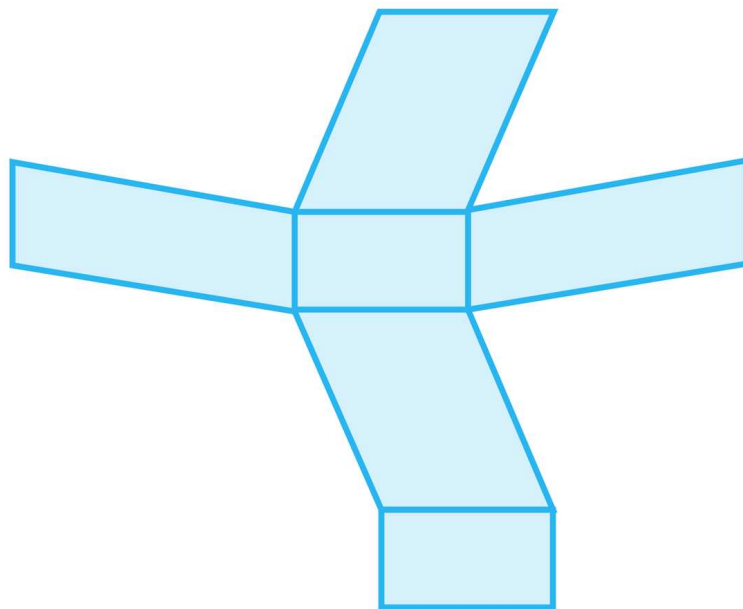
Nazwiemy graniastosłupy, których siatki są na rysunkach:

a)



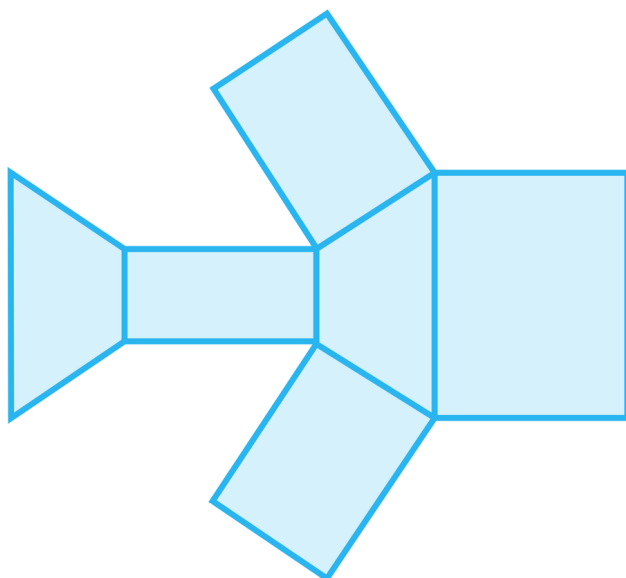
Zauważmy, że podstawą graniastosłupa jest pięciokąt foremny, zaś ściany boczne są przystającymi prostokątami, zatem jest to siatka **graniastosłupa prawidłowego pięciokątnego**.

b)



Widzimy, że podstawą graniastosłupa jest prostokąt, zaś ściany boczne są równoległobokami, zatem jest to siatka **graniastosłupa pochylego czworokątnego**.

c)



Możemy dostrzec, że podstawą tego graniastosłupa jest trapez, zaś ściany boczne są prostokątami. Tym samym jest to siatka graniastosłupa prostego czworokątnego.

Słownik

graniastosłup prosty

graniastosłup, którego ściany boczne są prostokątami

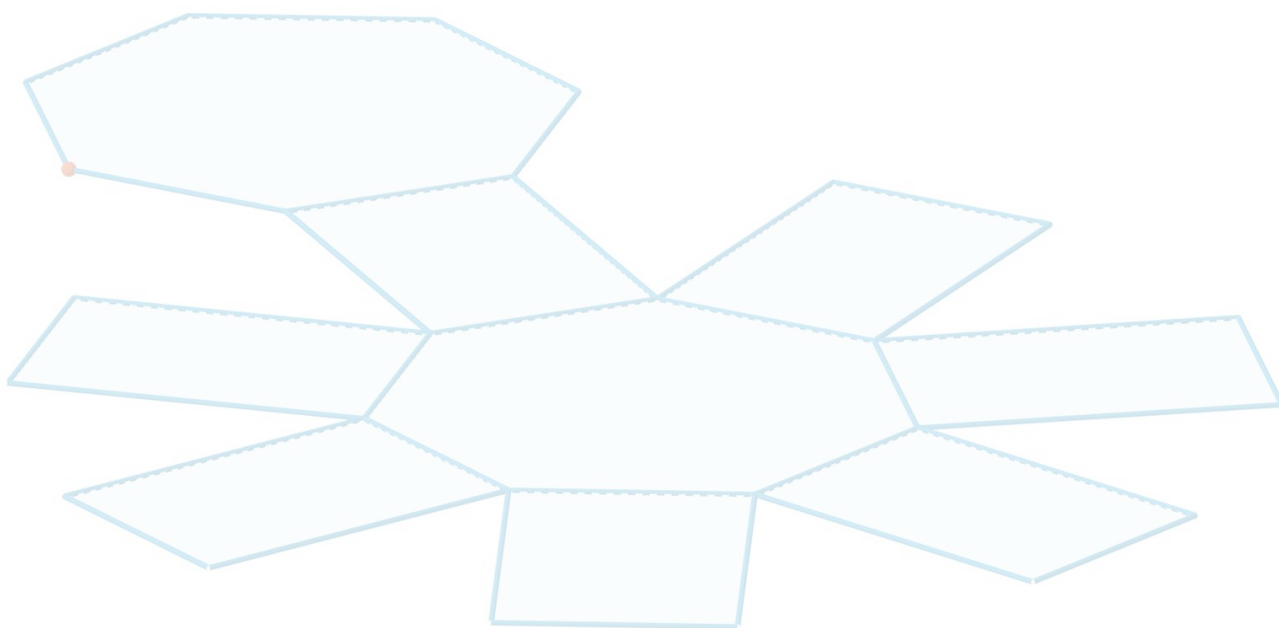
graniastosłup prawidłowy

graniastosłup prosty, którego podstawą jest wielokąt foremny

Aplet

Polecenie 1

Za pomocą suwaków zmień liczbę krawędzi podstawy i położenie ścian bocznych graniastostupa. Łapiąc za punkt na siatce złożysz ją w graniastostup. Spróbuj nazwać graniastostup. Sprawdź za pomocą pola wyboru, czy dobrej nazwy użyłeś.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DDPbY9rYh>

Polecenie 2

Ustal, dla kilku różnych wartości parametrów n i a , z jakich wielokątów składa się wyświetlona siatka w powyższym aplecie.

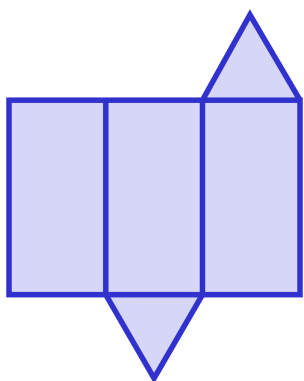
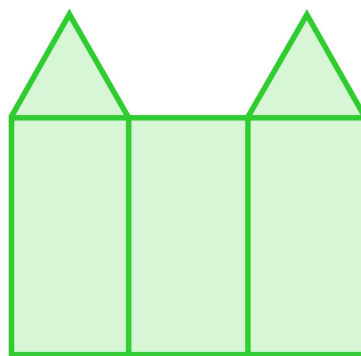
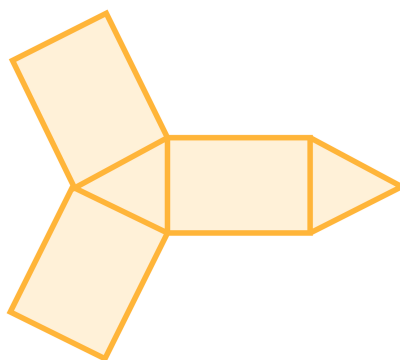
Sprawdź się

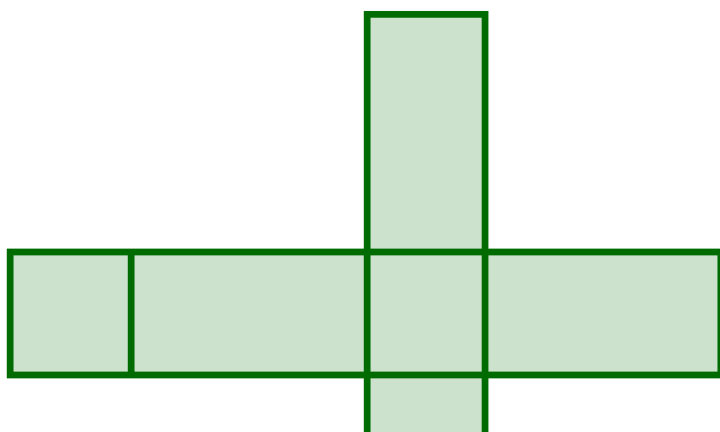
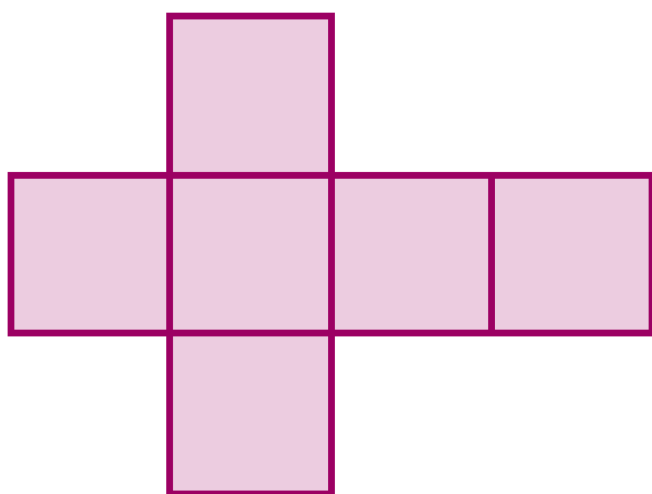
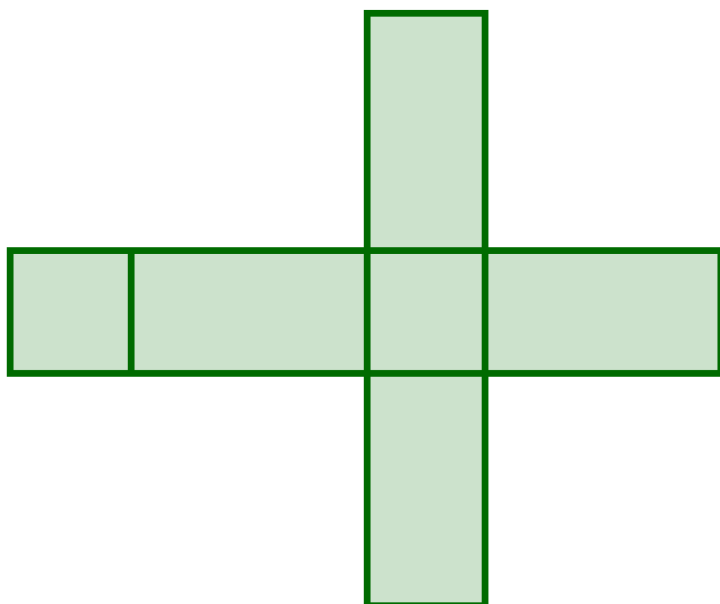
Pokaż ćwiczenia:   

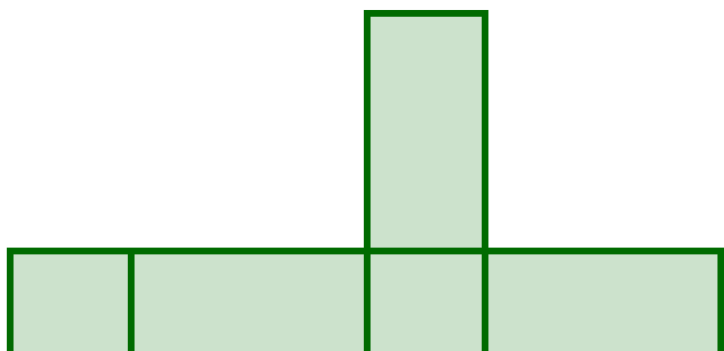
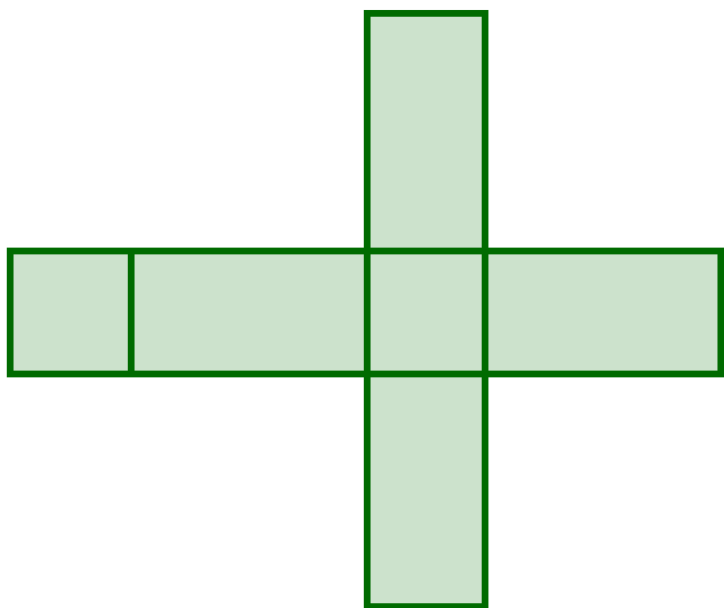
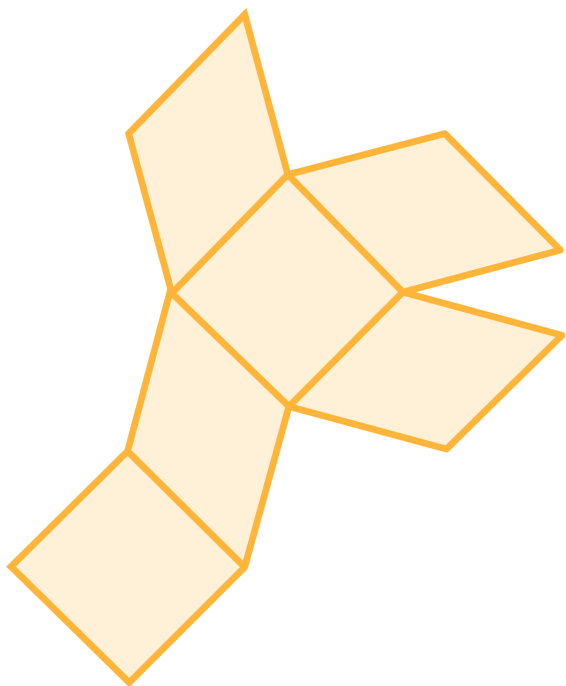
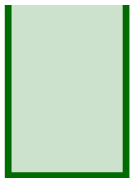
Ćwiczenie 1

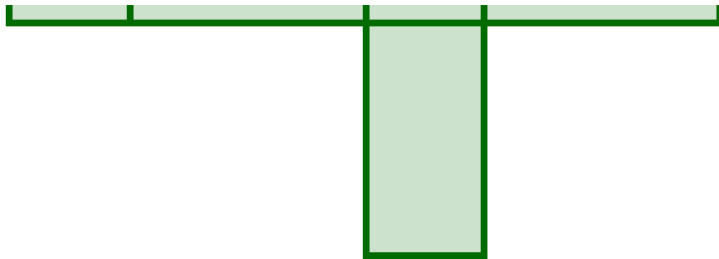


Na których z rysunków przedstawiona jest siatka graniastopła prawidłowego trójkątnego?

☐☐☐☐



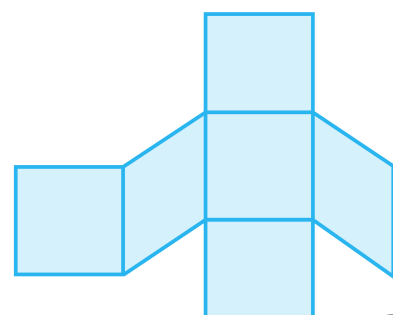
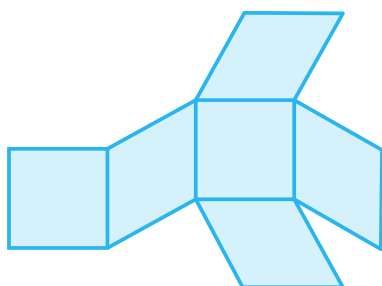
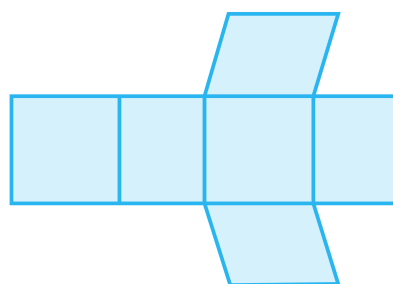
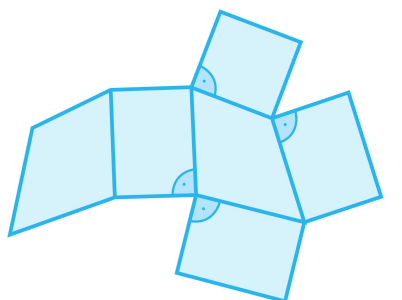




Ćwiczenie 3



Która z podanych siatek jest siatką graniastostupa pochyłego?



Ćwiczenie 4



Zaznacz poprawną odpowiedź. Siatka graniastosłupa prawidłowego pięciokątnego o wysokości 4 i krawędzi podstawy 2 składa się z:

- ☐ Dwóch pięciokątów foremnych o boku 4 i pięciu nieprzystających prostokątów.
- ☐ Dwóch pięciokątów o boku 4 i pięciu przystających prostokątów.
- ☐ Dwóch pięciokątów foremnych o boku 2 i pięciu nieprzystających prostokątów.
- ☐ Dwóch pięciokątów foremnych o boku 2 i pięciu przystających prostokątów.

Ćwiczenie 5



Zaznacz poprawną odpowiedź. Z ilu wielokątów składa się siatka graniastosłupa dwunastokątnego?

- ☐ 15
- ☐ 14
- ☐ 12
- ☐ 13

Ćwiczenie 6



W podstawie graniastopu prostego o wysokości 4 znajduje się trapez równoramienny, którego obwód wynosi 20, ramiona są tej samej długości co krótsza podstawa, a druga podstawa jest dwukrotnie dłuższa. Ile kwadratów znajduje się w siatce tego graniastopu? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 3

☐ 0

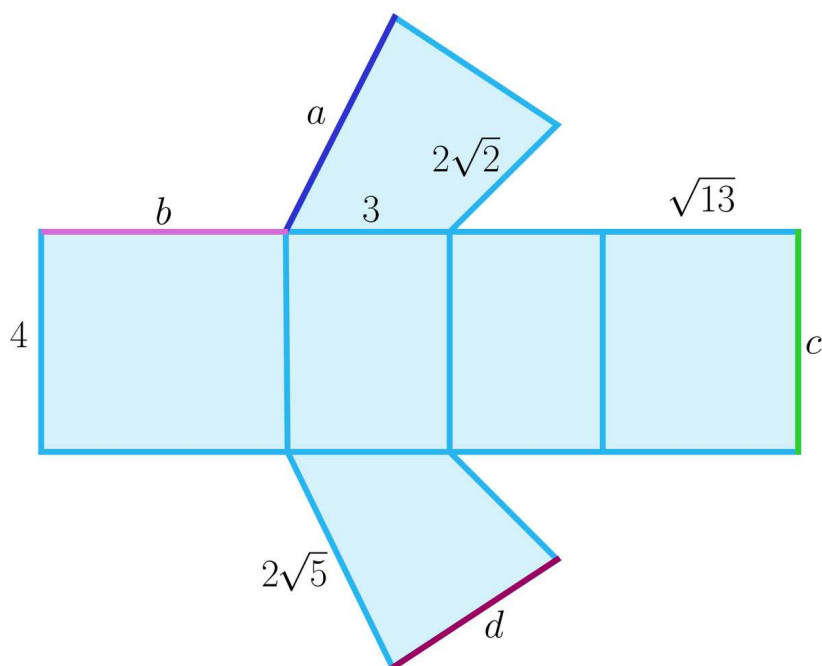
☐ 1

☐ 2

Ćwiczenie 7



Dana jest siatka graniastopu prostego czworokątnego jak na rysunku.

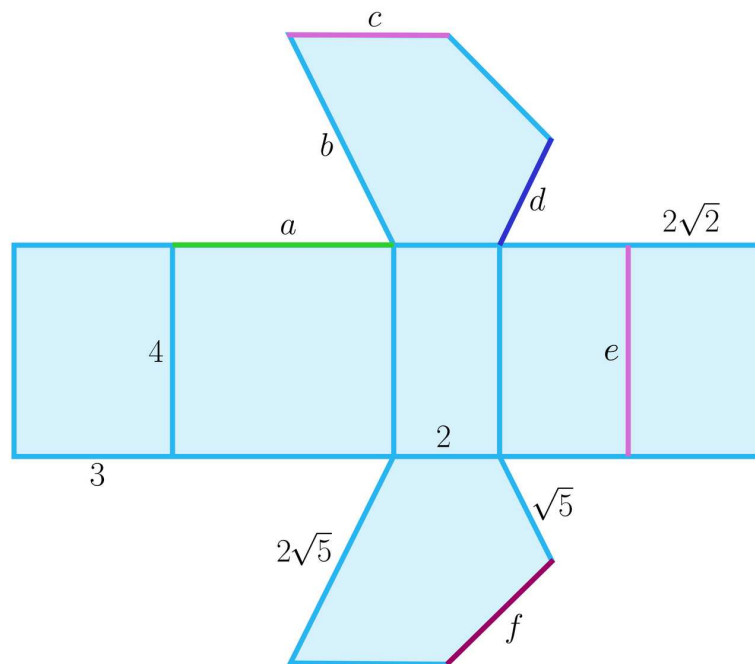


Wymień odcinki a , b , c , d w kolejności niemalejącej względem długości.

Ćwiczenie 8



Dana jest siatka graniastostupa prostego pięciokątnego jak na rysunku.



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Obwód wielokąta w podstawie wynosi $5 + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{2}$.
- ☐ Pole największej ściany bocznej wynosi $4\sqrt{5}$.
- ☐ Odcinek c ma długość, która jest liczbą niewymierną.
- ☐ Odcinek f jest krótszy od odcinka c .
- ☐ Wśród odcinków a, b, c, d, e, f nie ma odcinków tej samej długości.
- ☐ Wysokość graniastostupa ma długość 4.

Dla nauczyciela

Autor: Magdalena Wojciechowska-Rysiawa

Przedmiot: Matematyka

Temat: Siatka graniastosłupa

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum lub technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

X. Stereometria. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych w przestrzeni, w szczególności proste prostopadłe nieprzecinające się.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje siatkę graniastosłupa
- nazywa graniastosłup, który powstanie z danej siatki
- ocenia, czy rysunek przedstawia siatkę graniastosłupa
- rysuje siatkę graniastosłupa

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów
- rozmowa nauczająca

- dyskusja

Formy pracy:

- praca z całą klasą
- praca w parach
- praca indywidualna

Środki dydaktyczne:

- komputer z dostępem do Internetu, głośników i tablicy interaktywnej lub projektora
- materiały zawarte w e-podręczniku
- siatki graniastosłupów

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel rozkłada pudełko w kształcie graniastosłupa (najlepiej prawdziwe pudełko po jakimś produkcie).
2. Nauczyciel pyta uczniów jak nazywamy takie ułożenie wielokątów na płaszczyźnie, aby po wycięciu można było utworzyć bryłę.
3. Nauczyciel formułuje pytanie kluczowe i kryteria sukcesu.
4. Uczniowie wraz z nauczycielem przypominają konstrukcję trójkąta równobocznego i sześciokąta foremnego.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel opisuje uczniom jak narysować siatki różnych graniastosłupów posiłkując się siatkami i opisami z sekcji „Przeczytaj”.
2. Uczniowie rysują wybrane siatki w zeszycie.
3. Uczniowie w parach na dostępnym sprzęcie zmieniają parametry graniastosłupa w sekcji „Aplet”, nazywają graniastosłupy na podstawie siatek.
4. Uczniowie wykonują samodzielnie ćwiczenia (oprócz ćwiczenia 2) z sekcji „Sprawdź się”.
5. Nauczyciel prezentuje odpowiedzi. Uczniowie dyskutują nad otrzymanymi wynikami – jeśli pojawiły się błędy dokonują analizy, co jest ich przyczyną.

Faza podsumowująca:

1. Uczniowie wykonują Ćwiczenie 2 z sekcji „Sprawdź się”.
2. Uczniowie dokonują samooceny.

Praca domowa:

Uczniowie mają narysować siatkę wybranego graniastosłupa wraz z zakładkami i złożyć z niej bryłę.

Materiały pomocnicze:

- [Siatki i modele brył](#)
- [Siatki i modele graniastosłupów](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać aplet w domu jako utrwalenie materiału. Temat może zostać połączony z tematem dotyczącym pól powierzchni graniastosłupa.