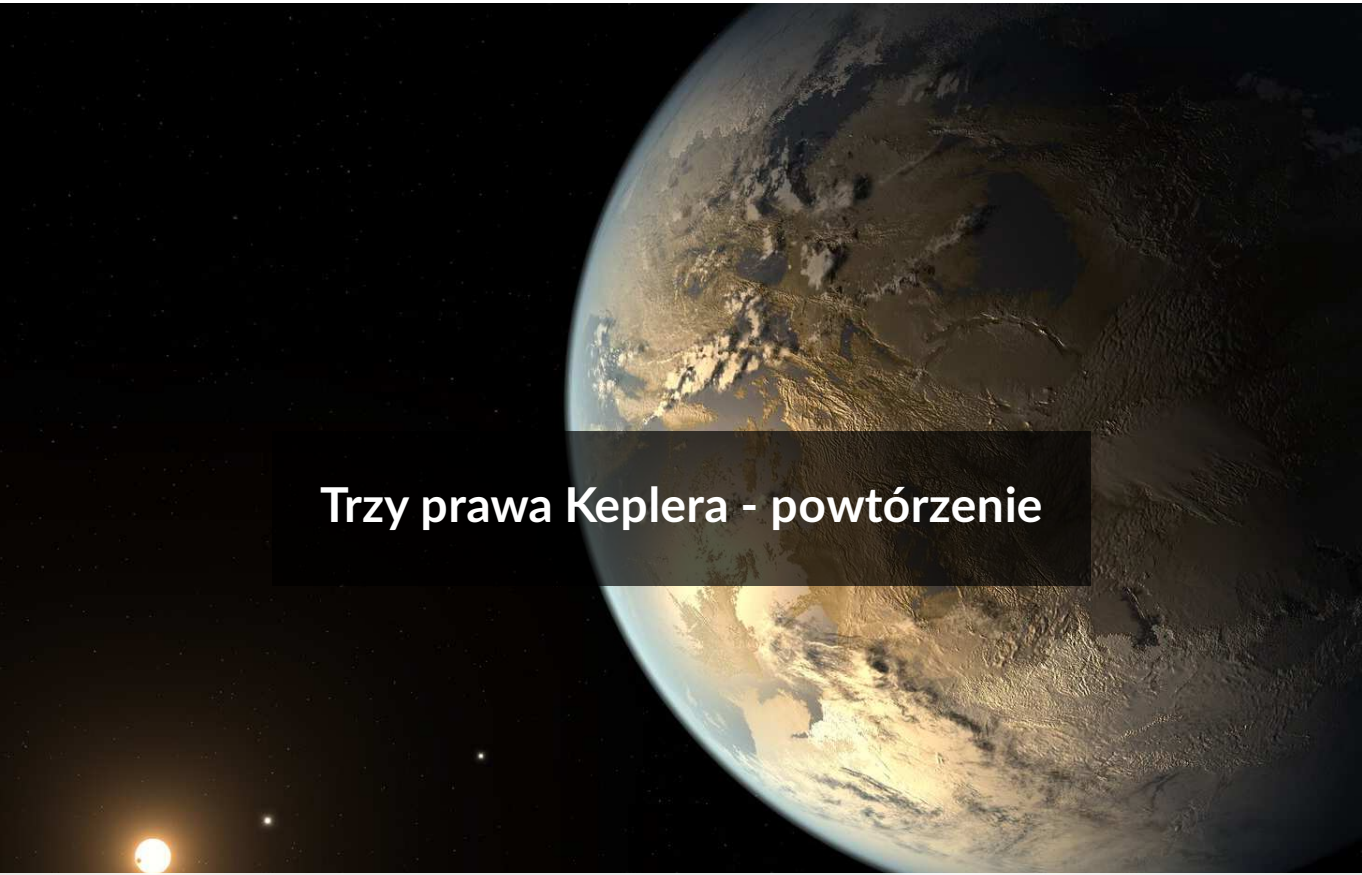




Trzy prawa Keplera - powtórzenie

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film edukacyjny](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



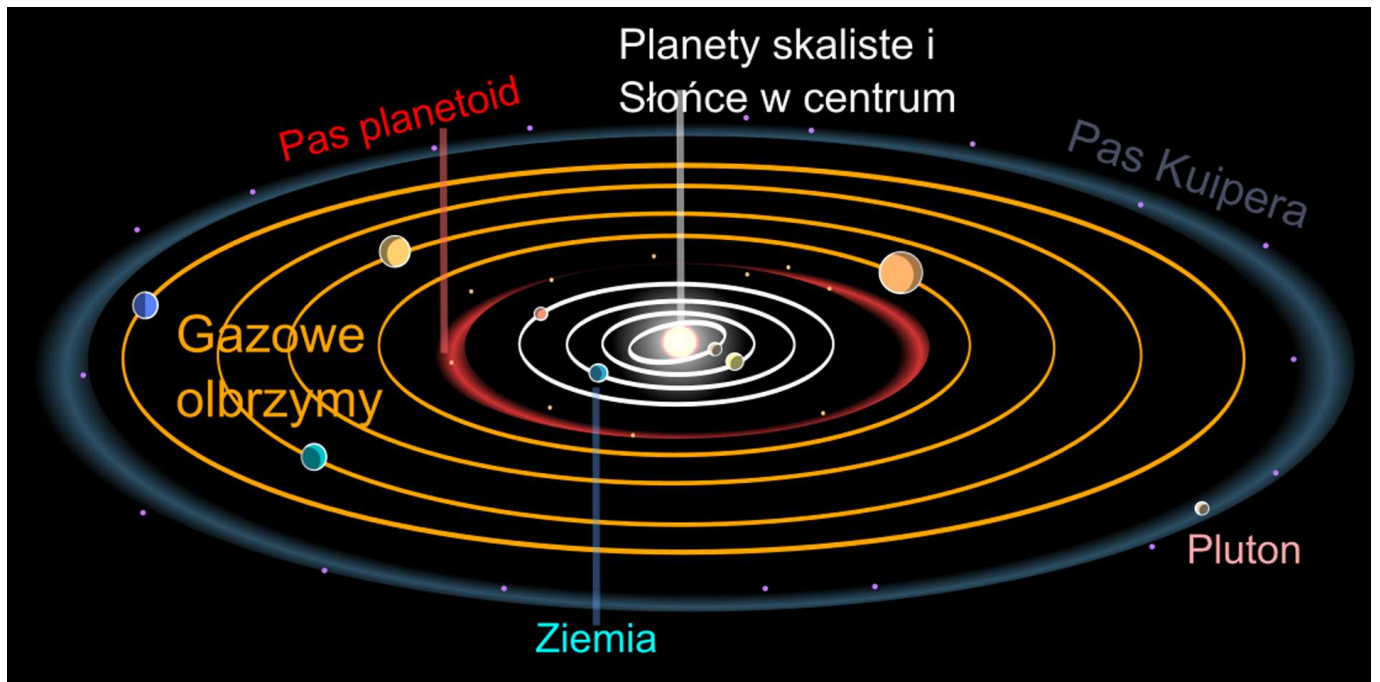
Trzy prawa Keplera - powtórzenie

Źródło: dostępny w internecie:

https://www.nasa.gov/sites/default/files/styles/full_width_feature/public/kepler186f_artistconcept_2.jpg [dostęp 22.05.2022 r.], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe ?

Trzy prawa opisujące ruch planet wokół Słońca sformułował na podstawie obserwacji Johannes Kepler na początku XVII wieku. W tych czasach nie znano praw fizyki, które tłumaczyłyby ruch planet. Dopiero kilkadziesiąt lat później Isaac Newton opublikował prawo powszechnego ciążenia, które uzasadniało obserwacje Keplera. Obecnie nie traktujemy praw Keplera jako fundamentalnych praw fizyki, ale wywodzimy je z praw mechaniki klasycznej.



Rys. a. Wizja artystyczna Układu Słonecznego. Rozmiary i orbity planet nie w skali.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Uklad_Sloneczny.svg [dostęp 22.05.2022 r.], licencja: CC BY-SA 3.0.

Twoje cele

Pracując z tym e-materiałem:

- przypomnisz sobie 3 prawa Keplera,
- przeanalizujesz związek praw Keplera z prawem powszechnej grawitacji,
- wykorzystasz związek II prawa Keplera z zasadą zachowania momentu pędu.

Przeczytaj

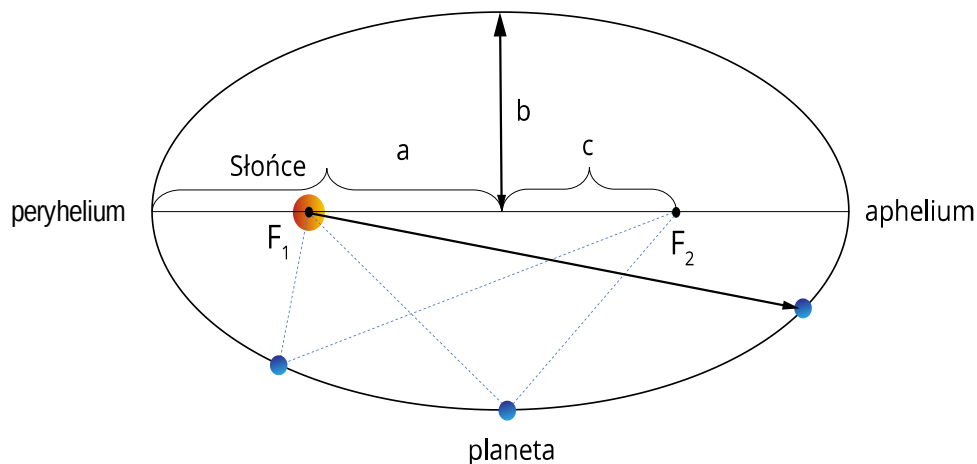
Warto przeczytać

Pierwsze prawo Keplera dotyczy kształtu orbit planet.

Ruch wszystkich planet wokół Słońca odbywa się po orbitach eliptycznych, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy.

Elipsa to zbiór punktów których suma odległości od obu ognisk jest jednakowa (Rys.1.). Parametry charakteryzujące elipsę to:

- a - półoś wielka, która jest jednocześnie średnią odległością planety od Słońca,
- b - półoś mała,
- c - odległość ogniska od środka elipsy.



Rys. 1. Ilustracja pierwszego prawa Keplera.

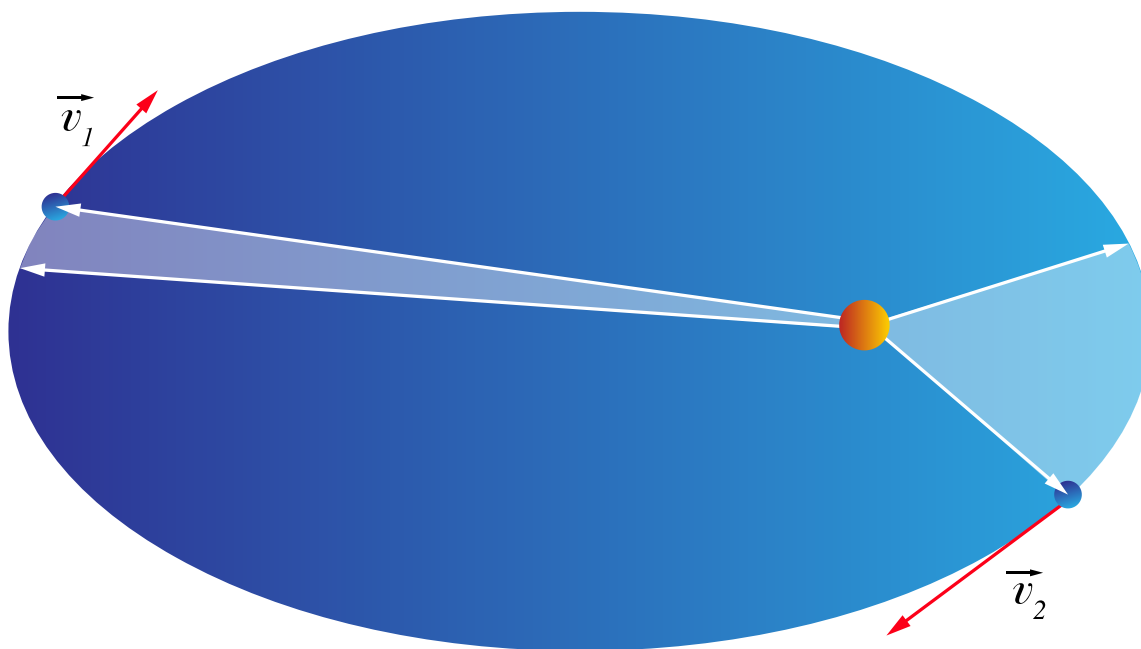
Innym pojęciem używanym do opisu elipsy jest **mimośród**, zwany również ekscentrycznością:

$$e = \frac{c}{a}$$

Parametr ten dla elipsy przyjmuje wartości z zakresu $(0; 1)$. Mimośród wskazuje, jak wydłużona jest elipsa. Gdy mimośród równy jest zeru, elipsa staje się okręgiem. Im jest bliższy jedności, tym bardziej wydłużona i spłaszczona jest elipsa. Punkt orbity najdalszy Słońcu nazywa się **aphelium**, punkt najbliższy – **perihelium**.

Drugie prawo Keplera

Promień wodzący planety zakreśla równe pola w równych odstępach czasu (Rys. 2).



Rys. 2. Ilustracja drugiego prawa Keplera.

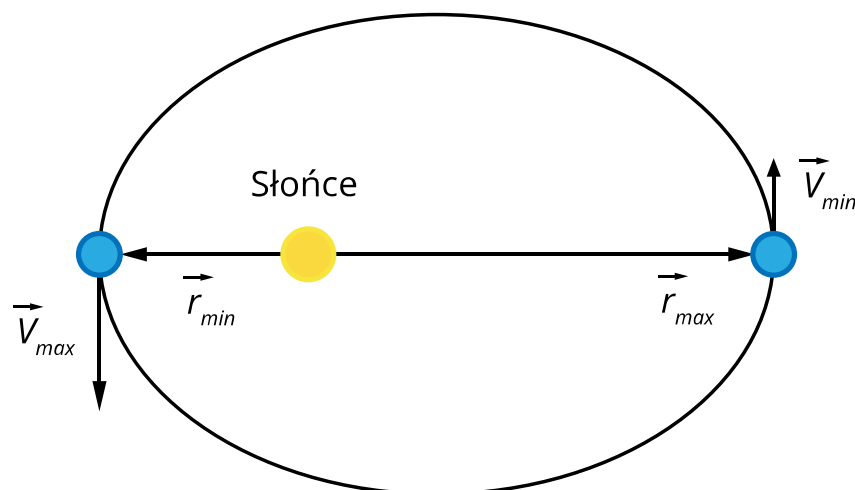
Inne sformułowanie tego prawa brzmi:

Prędkość polowa planety na orbicie okołosłonecznej jest stała.

Prędkość polowa to pole powierzchni zakreślane przez promień wodzący planety w jednostce czasu.

Z II prawa Keplera wynika, że w pobliżu peryhelium, gdy planeta jest najbliżej Słońca, porusza się z największą prędkością. W pobliżu aphelium – najdalej od Słońca prędkość planety jest najmniejsza.

Zmiany prędkości planety na orbicie eliptycznej przewidziane przez drugie prawo Keplera wynikają z **zasady zachowania momentu pędu**, która mówi, że moment pędu ciała jest stały, jeśli nie działa na nie moment siły. Siła grawitacji, działająca na planetę, jest w każdym momencie skierowana wzdłuż promienia wodzącego planety. Moment siły grawitacji względem osi obrotu zdefiniowany jako iloczyn wektorowy wektora wodzącego i wektora siły grawitacji jest więc równy zero. Moment pędu planety pozostaje stały. Porównajmy momenty pędu, gdy planeta znajduje się najbliżej i najdalej od Słońca (Rys. 3).



Rys. 3. Planeta porusza się najwolniej w aphelium, a najszybciej w peryhelium.

Wektor pędu $\vec{p} = m \vec{v}$ jest w tych punktach prostopadły do promienia wodzącego planety \vec{r} . Wartość momentu pędu można więc przedstawić jako iloczyn wartości pędu i promienia wodzącego. Przystawiając wartości momentu pędu w punktach o maksymalnej i minimalnej odległości od planety, otrzymujemy:

$$r_{min} \cdot v_{max} = r_{max} \cdot v_{min}$$

Po przekształceniach równanie to można przedstawić w postaci:

$$\frac{v_{max}}{v_{min}} = \frac{r_{max}}{r_{min}}$$

Im bardziej wydłużony kształt orbity, tym większy stosunek maksymalnej do minimalnej prędkości planety.

Trzecie prawo Keplera to zależność między okresami obiegu planet i odległościami planet od Słońca.

Kwadraty okresów obiegu planet są proporcjonalne do sześciątów wielkich półosi ich orbit (czyli ich średnich odległości od Słońca):

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$$

gdzie R_1 i T_1 to długość półosi i okres obiegu pierwszej planety, R_2 i T_2 - długość półosi i okres obiegu drugiej planety.

Zależność ta wynika bezpośrednio z **prawa powszechnego ciążenia**. Łatwo ją wyprowadzić dla orbity kołowej. Ruch po okręgu spowodowany jest działaniem siły dośrodkowej:

$$F_r = \frac{mv^2}{r}$$

Gdzie m jest masą planety, v – jej prędkością, r – promieniem orbity.

Prędkość można wyrazić przez okres ruchu:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Siła dośrodkowa wyraża się więc wzorem:

$$F_r = \frac{4\pi^2 rm}{T^2}$$

W przypadku planety krążącej wokół Słońca rolę siły dośrodkowej spełnia siła grawitacji:

$$F_g = \frac{mMG}{r^2}$$

gdzie m jest masą Słońca, a G – stałą grawitacji.

Przyrównujemy siłę grawitacji do siły dośrodkowej:

$$\frac{4\pi^2 rm}{T^2} = \frac{mMG}{r^2}$$

A po przekształceniach otrzymujemy:

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{const.}$$

Trzecie prawo Keplera można wyrazić w innej postaci:

Iloraz sześciannu średniej odległości r planety od Słońca i kwadratu okresu obiegu T jest wartością stałą.

Wartość tej stałej dla planet w Układzie Słonecznym, zwanej heliocentryczną stałą grawitacji wynosi:

$$\frac{GM}{4\pi^2} = 3,36 \cdot 10^{18} \frac{m^3}{s^2}$$

Prawa Keplera opisują ruch nie tylko planet wokół Słońca, ale też ruch satelitów naturalnych i sztucznych wokół planet. Można je zastosować zawsze wtedy, gdy wokół masywnego ciała krążą ciała o masie znacznie mniejszej, którą można pominąć w porównaniu z masą ciała centralnego.

Słowniczek

mimośród

(ang.: *orbital eccentricity*) inaczej ekscentryczność, wielkość charakteryzująca kształt orbity, opisywanej równaniem parametrycznym krzywej stożkowej. Oznacza się ją symbolem e . Najczęściej używana przy opisie toru ruchu ciała obiegającego drugie ciało

pod wpływem siły grawitacji. W ogólności tor ruchu jest taki sam w polu każdej siły centralnej proporcjonalnej do odwrotności kwadratu odległości od centrum.

aphelium

(*ang.: aphelion*) punkt na orbicie ciała niebieskiego krążącego wokół Słońca, znajdujący się w miejscu największego oddalenia (apocentrum) tego ciała od Słońca. Aphelium posiadają orbity okołosłoneczne ciał poruszających się po orbitach eliptycznych (nie kołowych), jak planety, planetoidy, czy komety.

perihelium

(*ang.: perihelion*) punkt na orbicie ciała niebieskiego obiegającego Słońce, znajdujący się w miejscu największego zbliżenia (perycentrum) obu ciał. Przeciwnościem perihelium jest aphelium.

Film edukacyjny

Trzy Prawa Keplera

Obejrzyj film o prawach Keplera i rozwiąż poniższe zagadnienia.



TRZY PRAWA KEPLERA POWTÓRZENIE

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RZ3RX9IOMGobY>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją filmu edukacyjnego.

Polecenie 1

Dopasuj wyrażenia:

III prawo Keplera

Słońce znajduje się w jednym z ognisk elipsy, po której porusza się planeta.

I prawo Keplera

Prędkość połowa planety obiegającej Słońce jest stała.

II prawo Keplera

Stosunek sześciangu średniej odległości planety od Słońca i kwadratu okresu obiegu jest wartością stałą.

Polecenie 2

Średnia odległość Neptuna od Słońca wynosi około 30 au (1 au to średnia odległość Ziemi od Słońca). Oszacuj, ile lat trwa obieg Neptuna wokół Słońca. Wynik podaj w zaokrągleniu jako pełną liczbę lat.

$$T_N = \boxed{} \text{ lata}$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wybierz wszystkie prawdziwe stwierdzenia:

- Przyczyną zmian prędkości planety poruszającej się wokół Słońca po orbicie eliptycznej jest zasada zachowania pędu.
- Prawa Keplera są konsekwencją prawa powszechnego ciążenia.
- Przyczyną zmian prędkości planety poruszającej się wokół Słońca po orbicie eliptycznej jest zasada zachowania momentu pędu.
- Ruch planety na orbicie okołosłonecznej jest ruchem niejednostajnym.
- Ruch planety na orbicie okołosłonecznej jest ruchem jednostajnym.

Ćwiczenie 2



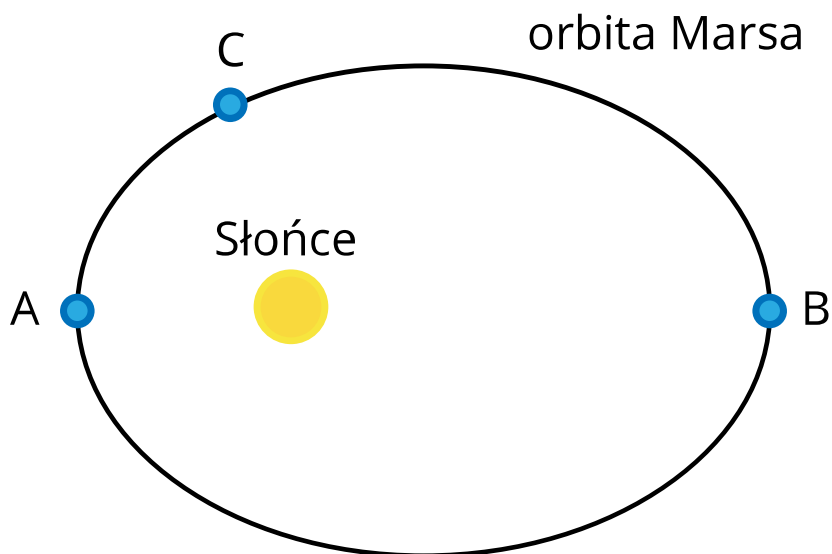
Uzupełnij zdanie:

Jowisz ma większy / mniejszy okres ruchu niż Wenus, a okres ruchu Saturna jest większy / mniejszy niż okres ruchu Jowisza.

Ćwiczenie 3



Prędkość Marsa na orbicie zmienia się od $21,97 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ do $26,50 \frac{\text{km}}{\text{s}}$.



W punkcie A orbity prędkość Marsa "/> / "/> /
"/> .

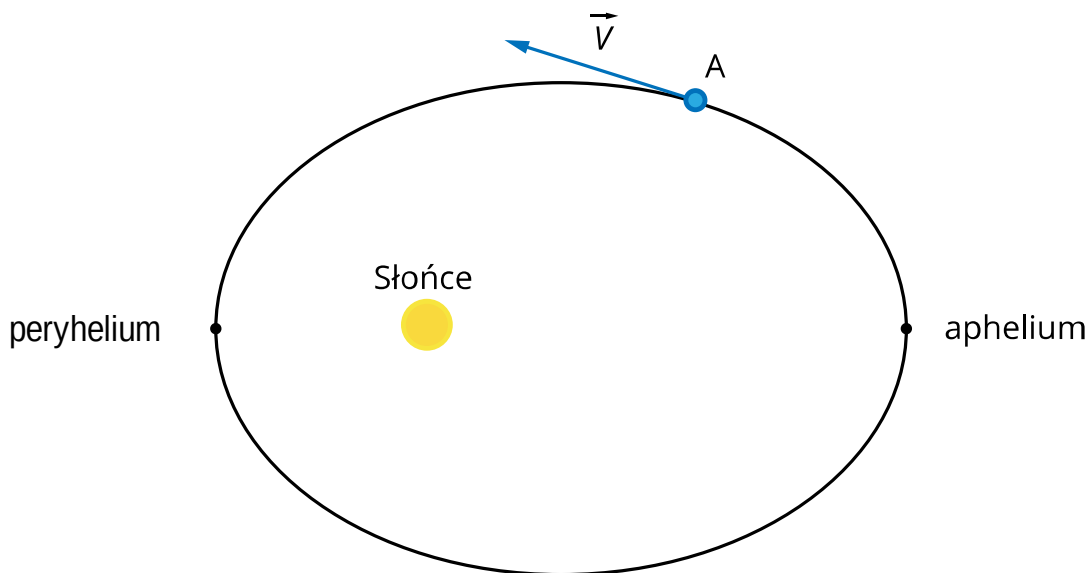
W punkcie B orbity prędkość Marsa "/> / "/> /
"/> .

W punkcie C orbity prędkość Marsa "/> / "/> /
"/> .

Ćwiczenie 4



Prędkość planety oddalającej się od aphelium zwiększa się. Jedyną siłą działającą na planetę jest siła grawitacji. Wyjaśnij, która składowa siły grawitacji powoduje wzrost wartości prędkości. Narysuj na kartce siłę grawitacji, gdy planeta znajduje się w punkcie A i znajdź składową powodującą wzrost prędkości planety.



Ćwiczenie 5



Kometa Halleya, która porusza się po bardzo wydłużonej orbicie eliptycznej, przechodzi w pobliżu Słońca co 75 lat. Oszacuj długość jej półosi wielkiej. Wynik podaj z dokładnością do miejsca dziesiątego.

$R_k =$ au.

Ćwiczenie 6



Prędkość planety na orbicie eliptycznej, a więc również jej energia kinetyczna, zwiększa się, gdy planeta zbliża się do peryhelium. Wyjaśnij, kosztem jakiej energii następuje zwiększenie energii kinetycznej.

Ćwiczenie 7



Czas obiegu Ziemi wokół Słońca wynosi 1 rok, a średnia odległość Ziemi od Słońca wynosi 1 au (jednostka astronomiczna). Oszacuj masę Słońca. 1 au = 149 597 887 km, stała grawitacji $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$, 1 rok = $31,5576 \cdot 10^6$ s. Wynik podaj z dokładnością do liczb całkowitych.

masa Słońca wynosi $M =$ $\cdot 10^{30}$ kg.

Ćwiczenie 8



Ziemia przechodzi przez peryhelium na początku stycznia i jej odległość od Słońca wynosi wtedy 147,1 mln km. Porusza się z maksymalną prędkością równą $30,27 \frac{\text{km}}{\text{s}}$, czyli prawie $109\,000 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Po pół roku, w pierwszych dniach lipca, Ziemia znajduje w aphelium w odległości 152,1 mln km. Oblicz najmniejszą prędkość Ziemi na orbicie okołoziemskiej. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Najmniejsza prędkość Ziemi wynosi $\frac{\text{km}}{\text{s}}$.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Krystyna Wosińska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Trzy prawa Keplera – powtórzenie
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne Zakres podstawowy Treści nauczania – wymagania szczegółowe Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe IV. Grawitacja i elementy astronomii. Uczeń: 5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciężenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	Uczeń: <ol style="list-style-type: none">1. opisuje 3 prawa Keplera,2. analizuje związek praw Keplera z prawem powszechnej grawitacji,3. określa związek II prawa Keplera z zasadą zachowania momentu pędu.
Strategie nauczania:	strategia eksperymentalno-obszernyjna (dostrzeganie i definiowanie problemów)
Metody nauczania:	wykład informacyjny, pokaz multimedialny, analiza pomysłów
Formy zajęć:	praca w grupach, praca indywidualna

Środki dydaktyczne:	komputer z rzutnikiem lub tablety do dyspozycji każdego ucznia
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Pierwsze prawo Keplera”, „Jaka jest treść II prawa Keplera?”, „Co mówi III prawo Keplera?”, „Jaki jakościowy wpływ ma siła grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Lekcja powtórzeniowa będzie miała formę zabawy – konkursu o wiedzy o prawach Keplera.</p> <p>Uczniowie przed lekcją są podzieleni na 3 grupy. Uczniowie przed lekcją zapoznają się z treścią rozdziału „Przeczytaj” i każdy zespół przygotowuje pytania dla innych zespołów. Należy zapowiedzieć, że błędne odpowiedzi nie będą oceniane negatywnie, natomiast ciekawe pytania i dobre odpowiedzi mogą być nagrodzone dobrą oceną lub w inny sposób.</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Każdy z zespołów kolejno zadaje swoje pytania, wskazując ucznia z innego zespołu do odpowiedzi. Nauczyciel pilnuje organizacji, aby każdy zespół miał tyle samo okazji do zadania pytania, jak i do odpowiedzi. Gdy odpowiedź jest prawidłowa, uczniowie zapisują na tablicy punkt dla zespołu odpowiadającego. Gdy odpowiedź jest błędna, uczniowie zapisują na tablicy punkt dla zespołu pytającego. W przypadku błędnej odpowiedzi pytanie przechodzi do kolejnego zespołu. Gdy nadal nie ma prawidłowej odpowiedzi, odpowiada autor pytania, za co jego zespół dostaje dodatkowy punkt. Oczywiście, nauczyciel weryfikuje odpowiedzi i wyjaśnia wątpliwości.</p> <p>Po wyczerpaniu pytań następuje podsumowanie punktów i ogłoszenie zespołu zwycięskiego. Nauczyciel może na koniec wyróżnić uczniów (na przykład dobrą oceną), którzy wykazali się inwencją w wymyślaniu pytań i wyczerpującymi odpowiedziami.</p>	
Faza podsumowująca:	
Uczniowie oglądają film o prawach Keplera i rozwiązują zadania z nim związane, następnie dyskutują odpowiedzi na forum klasy.	
Praca domowa:	
Uczniowie rozwiązują zadania z zestawu ćwiczeń w celu utrwalenia wiadomości.	

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium	Multimedia można wykorzystać na lekcji i połączyć z wykonaniem zadań tam zawartych oraz przedyskutowaniem wyników. Może też być wykorzystane przez uczniów poza lekcjami do powtórzenia i utrwalenia wiadomości.
---	--