



Badanie ruchu ciał o różnych momentach bezwładności

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Badanie ruchu ciał o różnych momentach bezwładności

Czy to nie ciekawe?

W 1985r. radziecki astronauta Władimir Dżanibekow zaobserwował bardzo dziwne zjawisko. Przebywał wtedy na stacji kosmicznej i w trakcie rutynowych operacji technicznych odkręcił nakrętkę z jakiejś śruby. Nakrętka poruszała się po wykręceniu – zgodnie z oczekiwaniami – ruchem postępowym, jednostajnie prostoliniowo, obracając się dookoła osi, wzdłuż której była wykręcana. Jednakże po chwili... nakrętka bez żadnego widocznego powodu wykonała obrót o 180° ! Dalej poruszała się ruchem postępowym, ale „tyłem”. Krótco, bo po chwili ponownie wykonała taki obrót. I ponownie, i ponownie... Astronauta był zdumiony – a dziś znamy to zjawisko jako „efekt Dżanibekowa”. Jak wyjaśnić zachowanie się tej nakrętki, a także jak wyjaśnić zachowanie się podrzuconej do góry rakiety tenisowej?



Rys. a. Efekt Dżanibekowa zaobserwowany w kosmosie.

Twoje cele

W tym materiale:

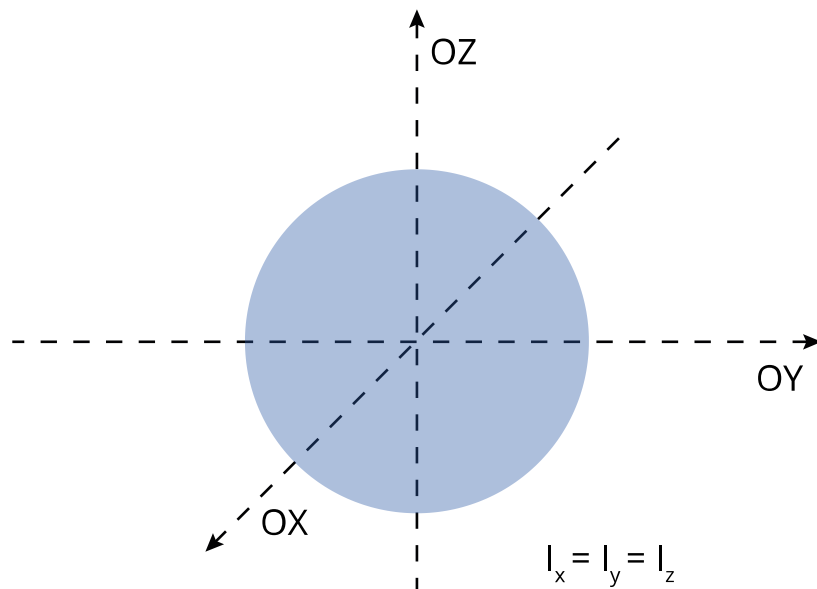
- dowiesz się, jak moment bezwładności ciała wpływa na jego ruch,
- zrozumiesz, na czym polega efekt Dżanibekowa,
- zastosujesz poznane zależności do analizy ruchu ciał o różnych momentach bezwładności.

Przeczytaj

Warto przeczytać

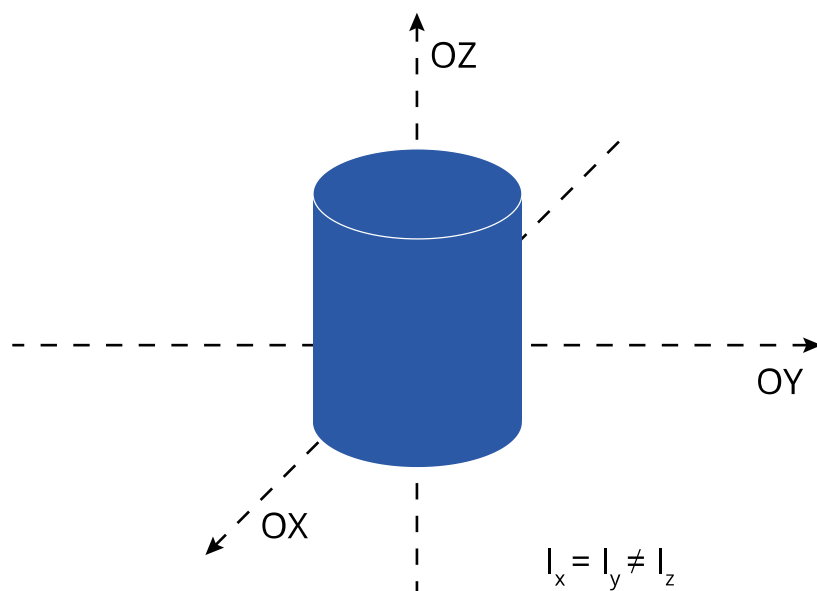
Zachęcamy do wykonania prostego eksperymentu we własnym zakresie. Potrzebny nam jest do niego obiekt, którego moment bezwładności różni się w zależności od osi, wokół której obiekt ten będzie obracany. Istotne jest, aby dla każdej z trzech osi obrotu X , Y , Z obiekt ten miał różny moment bezwładności. Aby lepiej zrozumieć to założenie, przyjrzyjmy się poniższym bryłom:

Kula jest elementem, który wykazuje środek symetrii – jej moment bezwładności jest identyczny, niezależnie od tego, wokół jakiej osi (przechodzącej przez jej środek masy) się obraca, za każdym razem będzie to $I = \frac{2}{5}mR^2$, gdzie m to jej masa, a R to jej promień (więc nie o taki element nam chodzi!).



Rys. 1. Kula i jej momenty bezwładności względem różnych osi symetrii.

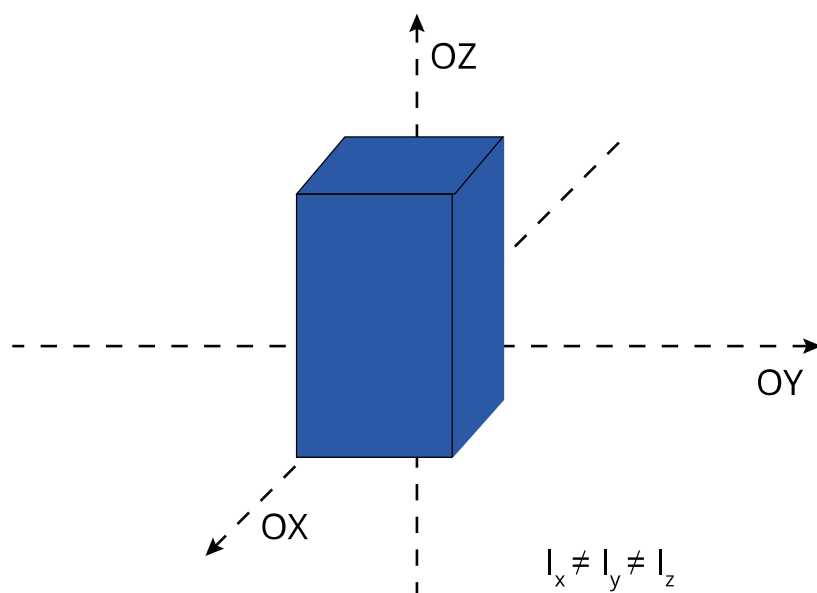
W przypadku walca mamy do czynienia z symetrią obrotową – jego moment bezwładności względem osi Z będzie wynosił $I = \frac{1}{2}mR^2$, ale wokół osi Y i X będzie wynosił $I = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2$, gdzie L to wysokość tego walca (więc również ta bryła odpada).



Rys. 2. Walec i jego momenty bezwładności względem różnych osi symetrii.

Jeśli natomiast spojrzymy na prostopadłościan, którego boki mają różne długości, zobaczymy, że moment bezwładności wokół każdej z nich będzie miał inną wartość:

$$\begin{cases} I_x = \frac{1}{12} m(z^2 + y^2) \\ I_y = \frac{1}{12} m(x^2 + z^2) \\ I_z = \frac{1}{12} m(x^2 + y^2) \end{cases}$$

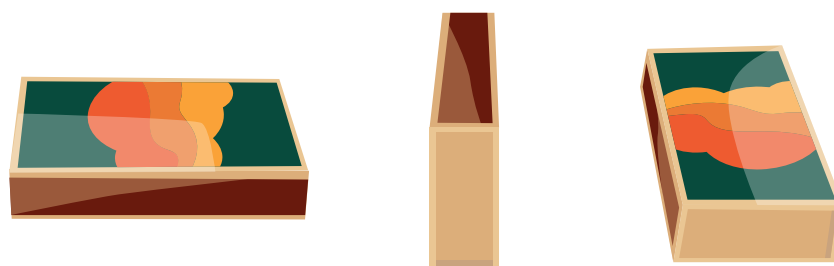


Rys. 3. Prostopadłościan i jego momenty bezwładności względem różnych osi symetrii.

Chcemy zbadać zachowanie właśnie takiego obiektu jak na Rys. 3. – może być nim na przykład puste pudełko zapalek. Zwróćmy uwagę, że skoro momenty bezwładności

względem wskazanych osi się różnią, to jeden z tych momentów będzie miał wartość największą, inny najmniejszą, a trzeci wartość pomiędzy minimum i maksimum.

Jeśli analizujemy pudełko zapalek, to osią, względem której moment bezwładności będzie najmniejszy będzie oś równoległa do najdłuższego boku. Połóż pudełko zapalek na krawędzi stołu tak, aby trochę wystawało poza stół i żeby jego dłuższa krawędź znajdowała się równoległe do krawędzi stołu (Rys. 4.). Jeśli w tym momencie uderzysz palcem to pudełko od dołu, to podskoczy ono, obracając się dookoła osi minimalnego momentu bezwładności.



Rys. 4. Kolejne położenia pudełka zapalek w opisanym eksperymencie

Powtórzmy ten eksperyment, kładąc pudełko na jego boku z draską. Analogicznie uderzając otrzymamy rotację dookoła osi maksymalnego momentu bezwładności. Nic zaskakującego się nie wydarzyło. Ale teraz połóż pudełko na jego największej powierzchni tak, by jego krótszy bok był równoległy do krawędzi stołu – w momencie uderzenia będzie się ono obracało dookoła osi o pośrednim momencie bezwładności. Przyjrzyj się dobrze jego ruchowi w powietrzu. Jest zupełnie inny niż w dwóch poprzednich przypadkach! Wtedy obrót następował wyłącznie dookoła jednej osi, a przy symetrycznym uderzeniu pudełko lądowało na stole zorientowane tak samo, jak w momencie uderzenia. Tym razem pudełko obraca się w locie!

Możesz powtórzyć ten eksperyment wielokrotnie – zawsze otrzymasz ten sam wynik, że to nie kwestia Twojego symetrycznego lub niesymetrycznego uderzenia sprawia, że w tym wypadku oś obrotu zmienia się w trakcie lotu. Może to kwestia pudełka zapalek? Weź zatem dowolny inny obiekt, który wokół każdej z trzech prostopadłych osi obrotu przechodzących przez jego środek masy ma inny moment bezwładności – na przykład rakietę tenisową. Zaobserwujesz dokładnie to samo zjawisko. Jest to właśnie efekt [Dżanibekowa](#), znany również jako twierdzenie o osi pośredniej lub twierdzenie rakiety tenisowej. Widzimy, że ruch dookoła osi o minimalnym lub maksymalnym momencie

bezwładności jest ruchem stabilnym, czyli ciało znajduje się w stanie trwałej równowagi (kontynuuje swój ruch nie zmieniając drastycznie jego parametrów, nawet pod wpływem zaburzeń) – natomiast ruch dookoła osi pośredniej jest ruchem niestabilnym. Nawet bardzo mała siła wytrąci ciało z położenia równowagi nietrwałej, zmieniając kierunek jego obrotu.

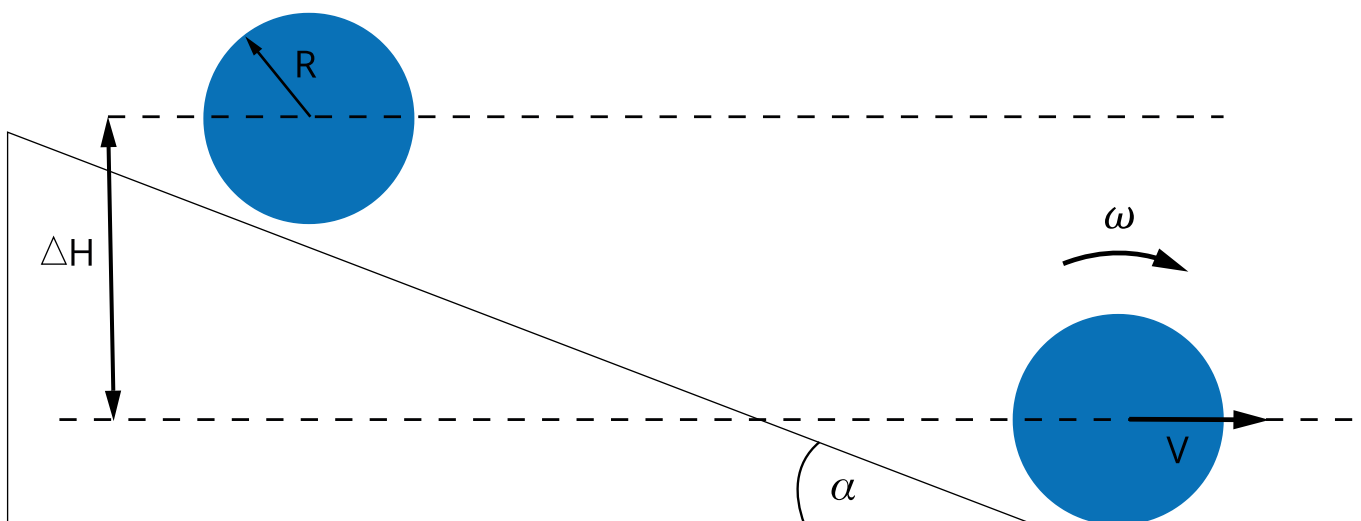
Widzimy, że moment bezwładności ma znaczący wpływ na zachowanie się bryły sztywnej pod wpływem przyłożenia do niej momentów sił. Ilustruje to również druga zasada dynamiki dla ruchu obrotowego, która stwierdza, że przyspieszenie kątowe $\vec{\varepsilon}$, jakiego doznaje bryła o momencie bezwładności I pod wpływem przyłożenia do niej momentu siły $\vec{M}$ wynosi:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}$$

Moment bezwładności istotnie wpływa również na energię kinetyczną ruchu obrotowego bryły sztywnej – energię tę dla bryły o momencie bezwładności I , obracającej się z prędkością kątową ω definiujemy jako:

$$E_{\text{obr}} = \frac{I\omega^2}{2}$$

Przyjrzyjmy się przykładowi bryły staczającej się bez poślizgu z równi pochyłej, jak na Rys. 5. Czy moment bezwładności będzie wpływał na to, jak szybko stoczy się ta bryła lub, jaką będzie miała prędkość kątową?



Rys. 5. Bryła sztywna staczająca się po równi pochyłej.

Skorzystajmy z zasady zachowania energii – całkowita energia kinetyczna bryły sztywnej będącej na końcu równi równa jest energii potencjalnej tej bryły w momencie, gdy zaczęła się toczyć:

$$E_{(pot)} = E_{(kin)post} + E_{(kin)obr}$$

$$mgH = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

Skoro toczenie zachodzi bez poślizgu, to $v = \omega R$, zatem dla kuli:

$$mgH = \frac{m\omega^2 R^2}{2} + \frac{\frac{2}{5}mR^2\omega^2}{2}$$

$$2gH = \omega^2 R^2 + \frac{2}{5}R^2\omega^2$$

$$\frac{2gH}{R^2} = \frac{7}{5}\omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{10gH}{7R^2}}$$

$$\frac{v}{R} = \sqrt{\frac{10gH}{7R^2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10gH}{7}}$$

Przeprowadzając analogiczne obliczenia dla walca otrzymamy:

$$mgH = \frac{m\omega^2 R^2}{2} + \frac{\frac{1}{2}mR^2\omega^2}{2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{4gH}{3R^2}}$$

$$\frac{v}{R} = \sqrt{\frac{4gH}{3R^2}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{4gH}{3}}$$

Widzimy, że walec, który przy tym samym promieniu posiada większy niż kula moment bezwładności, będzie miał mniejszą prędkość końcową staczania się z równi niż kula:

$$v_{\text{kuli}} = \sqrt{\frac{10gH}{7}} \approx 1,2\sqrt{gH}$$

$$v_{\text{walca}} = \sqrt{\frac{4gH}{3}} \approx 0,9\sqrt{gH}$$

Kula, która ma mniejszy moment bezwładności niż walec o tej samej masie i promieniu, szybciej stoczy się z równi.

Słowniczek

Władimir Dżanibekow

radziecki kosmonauta, uczestniczący w pięciu lotach kosmicznych w latach 1978-1985 na statkach Sojuz i Salut. W trakcie jednej z misji odkrył efekt, nazwany później jego nazwiskiem.

Film samouczek

Dwie bryły na równi pochyłej

Trochę teorii

Obejrzyj film samouczek, w którym pokazano, że pomiar czasu staczania się dwóch różnych brył z tej samej równi pozwala porównać współczynniki opisujące ich momenty bezwładności.

Wykorzystaj następnie związki podane w filmie do analizy wyników eksperymentu, którego celem jest wyznaczenie takiego współczynnika dla nieco nietypowej bryły.

Polecenie 1

Wyprowadź równanie na przyspieszenie bryły staczającej się z równi o kącie nachylenia α , wykorzystane w samouczku.

$$a = \frac{g \sin(\alpha)}{1 + k}; \text{ gdzie } k = \frac{I}{mR^2}$$

Wspólna treść do poleceń 2-4

Uczniowie technikum mechanicznego znaleźli łożysko walcowe i postanowili zmierzyć jego moment bezwładności z wykorzystaniem rozumowania przedstawionego w filmie samouczku. Poszukiwali współczynnika k , o którym mowa w samouczku, łączącego masę łożyska i jego zewnętrzny promień z jego momentem bezwładności:

$$I = k \cdot MR^2$$

W tym celu użyli deski o długości rzędu dwóch metrów. Jeden z jej końców unieśli nieco; uzyskali w ten sposób równię pochyłą. Przygotowali walec, który w doświadczeniu pełnił rolę bryły wzorcowej, o znanej wartości współczynnika $k_w = \frac{1}{2}$.

Jedna osoba, na umówiony znak, jednocześnie wypuszczała obie bryły ze szczytu równi, inna osoba łapała bryły po tym, jak już stoczyły się z równi. Pozostali uczniowie, dysponujący stoperami, zostali podzieleni na dwie grupy: jedni mieli za zadanie zatrzymać swe stopery, gdy równię opuszczał walec, drudzy zatrzymywali swe stopery, gdy równię opuszczało łożysko.

Analiza wyników uzyskanych w każdej z grup oraz ich rozrzutu pozwoliła określić średnie czasy staczania każdej z brył, wraz z niepewnością standardową każdego z nich.

1. Dla łożyska uzyskano $t = 2,62 \text{ s}$; $u(t) = 0,16 \text{ s}$.
2. Dla walca uzyskano $t_w = 2,44 \text{ s}$; $u(t_w) = 0,11 \text{ s}$.

Zwróć uwagę, że względna niepewność tych wyników jest rzędu 5%-6%.

Polecenie 2

Porównanie czasów t oraz t_w pozwala porównać wartości k i k_w , zgodnie z wyprowadzonym w samouczku związkiem:

$$\frac{1+k}{1+k_w} = \frac{t^2}{t_w^2} = q$$

Symbolem q oznaczony jest iloraz kwadratów czasów staczania się poszczególnych brył. Wszyscy wykonujący pomiary wyraźnie słyszeli i widzieli, że walec opuszcza równię wcześniej, niż łożysko. Na tej podstawie mogli bez wątpienia stwierdzić, że $q > 1$, więc $k > k_w$.

Gdyby osoba postronna zobaczyła tylko wartości obu czasów oraz ich niepewności pomiarowe, to stwierdziłaby:

- ☐ dokładnie to samo, co uczniowie: $t > t_w$.
- ☐ że czasy t oraz t_w są jednakowe.
- ☐ odwrotnie, niż uczniowie: $t < t_w$.
- ☐ że czasy t oraz t_w są na tyle bliskie, a ich niepewności na tyle duże, że porównanie czasów wymaga dodatkowych obliczeń.

Polecenie 3

Oblicz wartość oraz niepewność pomiarową wielkości q , zdefiniowanej w poprzednim poleceniu.

Polecenie 4

Oblicz wartość oraz niepewność współczynnika k dla łożyska.

Skomentuj pokrótce względną niepewność pomiarową ostatecznego wyniku.

Wspólna treść do poleceń 5-8

Obejrzyj film, na którym przedstawiono staczanie się dwóch różnych brył z tej samej równi. Bryły wypuszczane są w tej samej chwili.

W pierwszym eksperymencie bez trudu zauważysz, że czasy staczania się tych brył są różne.

W drugim eksperymencie czasy staczania są zdecydowanie jednakowe.

Polecenie 5

W pierwszym doświadczeniu krążki mają jednakowe masy i są zbudowane z drewna i stali. Nazwijmy pierwszym krążek z drewnem w środku, drugim zaś ten ze stalą w środku. Podaj powód, dla którego czasy ich staczania spełniają warunek $t_1 > t_2$.

Polecenie 6

W drugim doświadczeniu czasy staczania krążków są jednakowe, choć masy krążków są różne.

Wskaż najbardziej trafny opis przyczyny tego faktu.

- ☐ Promienie krążków są jednakowe.
- ☐ Rozkład materii w krążkach jest jednorodny.
- ☐ Oba te warunki są spełnione jednocześnie.
- ☐ Wystarczyłoby spełnienie któregośkolwiek z tych warunków.

Dla zainteresowanych

Polecenie 7

Wykorzystaj miernik czasu, jakim jest odtwarzacz filmu i zmierz czasy t_1 i t_2 staczania się brył w pierwszym doświadczeniu. Określ niepewności standardowe $u(t_1)$ oraz $u(t_2)$ tych czasów.

Wyznacz wielkość q zdefiniowaną w poleceniu 2. i porównaj jej niepewność $u(q)$ z uzyskaną w poleceniu 3.

Polecenie 8

W poniższej wersji filmu ujawniono wskazania elektronicznego stopera mierzącego czasy staczania brył z równi. Wykonaj czynności z poprzedniego polecenia korzystając z tych pomiarów.

Porównaj także, za pomocą opisanej techniki analizy filmu „klatka po klatce”, upływ czasu wskazywany przez elektroniczny stoper z tempem pokazywania każdej klatki.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Połącz w pary bryły sztywne z odpowiadającymi im momentami bezwładności:

$$\frac{2}{5}mR^2$$

$$\frac{1}{12}ml^2$$

$$mR^2$$

$$\frac{2}{3}mR^2$$

$$\frac{1}{2}mR^2$$

Ćwiczenie 2



Dwie bryły sztywne o tej samej masie staczają się z tej samej wysokości z równi pochyłej - jest to kula i walec o promieniu R , o momencie bezwładności odpowiednio $I_k = \frac{2}{5}mR^2$, $I_w = \frac{1}{2}mR^2$. Która z tych brył pierwsza dotrze do podstawy równi?



Walec



Dotrą równocześnie



To zależy od wysokości, z jakiej będą startowały



Kula

Ćwiczenie 3



Wyobraźmy sobie, że na równi pochyłej kładziemy na tej samej wysokości walec i kulę, które mają tę samą masę i ten sam promień R . Moment bezwładności kuli jest mniejszy niż moment bezwładności walca ($I_k = \frac{2}{5}mR^2$, $I_w = \frac{1}{2}mR^2$). W efekcie kula stacza się z równi pochyłej szybciej niż walec, co można sprawdzić w rzeczywistym eksperymencie lub w eksperymencie w Wirtualnym Laboratorium.

Teraz wyobraźmy sobie dwie obręcze o promieniu R , które staczają się z tej samej wysokości z równi pochyłej. Obręcze mają ten sam promień, ale różną masę – mają zatem różny moment bezwładności. Obręcz aluminiowa ma mniejszą masę, zatem mniejszy moment bezwładności, zgodnie ze wzorem $I_{\text{obręczy}} = mR^2$. Czy w takim razie obręcz aluminiowa stoczy się z równi pierwsza, tak jak pierwsza stoczyła się kula w "wyścigu" z walcem?

TAK

☐

/

NIE

☐

Ćwiczenie 4



Jaki musi być stosunek promienia walca do jego wysokości, aby jego moment bezwładności względem osi przechodzącej przez oś symetrii był taki sam, jak względem osi prostopadłej do niej? Odpowiedź podaj z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

Odpowiedź:

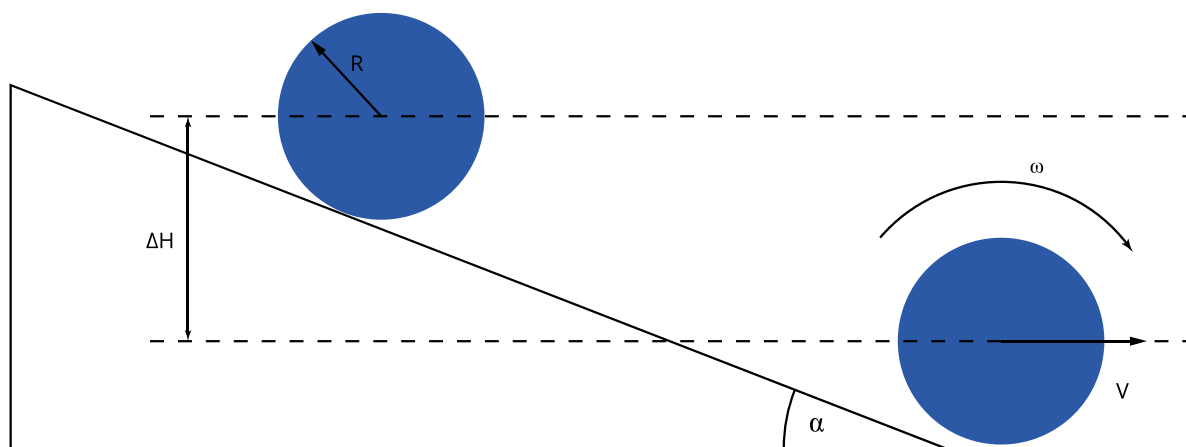
Ćwiczenie 5



Kule do kręgli mają masy od około 2,8 kg do około 7,2 kg, a ich średnice wahają się od 160 mm do 218 mm. Ile razy większy jest moment bezwładności dużej kuli (7,2 kg, 218 mm) niż kuli małej (2,8 kg, 160 mm)? Odpowiedź podaj z dokładnością do jednego miejsca po przecinku.

Odpowiedź:

Ćwiczenie 6



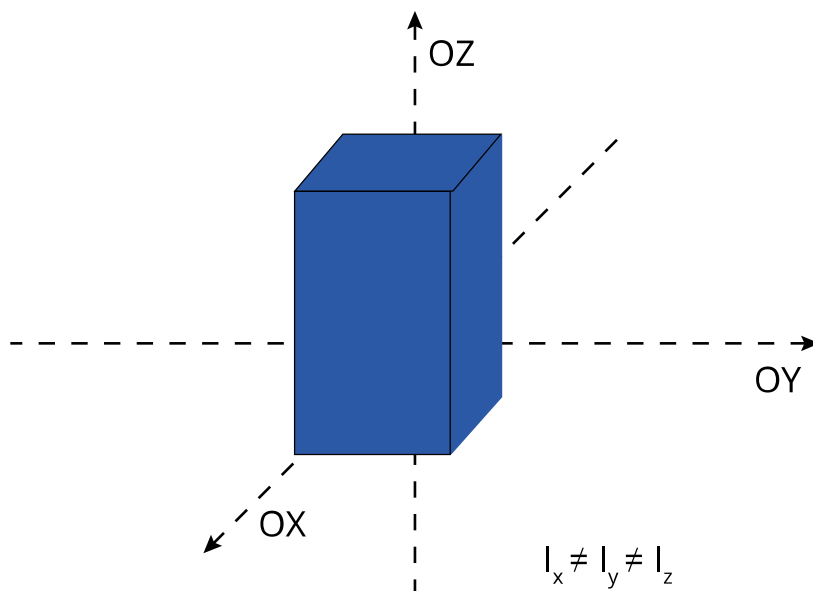
Na równi pochyłej położono kulę do kręgli o masie 2,8 kg i średnicy 160 mm. Jeśli kula stacza się z wysokości $H = 50$ cm, to jaka będzie prędkość liniowa jej ruchu u podnóża równi? Załóż, że toczenie odbywa się bez poślizgu. Wynik podaj w metrach na sekundę z dokładnością do dwóch miejsc po przecinku.

$v =$ $\frac{m}{s}$

Ćwiczenie 7



Poniższy rysunek prezentuje prostopadłościan i trzy osie OX, OY, OZ przechodzące przez jego środek ciężkości.



Moment bezwładności względem tych osi różni się wartością - jakie relacje zachodzą pomiędzy tymi momentami bezwładności? Uzupełnij poniższy wzór, korzystając z dostępnych poniżej elementów:

< <

Ćwiczenie 8



Odkrycie efektu Dżabenikowa było przez długi czas utrzymywane w tajemnicy – obawiano się, że informacja o tym, że obracające się obiekty mogą niespodziewanie zmienić kierunek swojego obrotu o 180° może wywołać panikę. Przecież Ziemia jest bryłą sztywną obracającą się w próżni – jej gwałtowne „przekręcenie się” o 180° wywołałoby katastrofalne skutki klimatyczne (od powodzi przez przestawienie pór roku między półkulami), nie chciano więc siać paniki do czasu lepszego zrozumienia tego zjawiska. Czy Twoim zdaniem panika byłaby uzasadniona?

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Dariusz Aksamit
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Badanie ruchu ciał o różnych momentach bezwładności
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 3) prowadzi obliczenia szacunkowe i poddaje analizie otrzymany wynik; 10) przeprowadza wybrane obserwacje, pomiary i doświadczenia korzystając z ich opisów; planuje i modyfikuje ich przebieg; formułuje hipotezę i prezentuje kroki niezbędne do jej weryfikacji. III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń: 5) oblicza energię ruchu bryły sztywnej jako sumę energii kinetycznej ruchu postępowego środka masy i ruchu obrotowego wokół osi przechodzącej przez środek masy; 8) doświadcza: b) bada ruch ciał o różnych momentach bezwładności.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. analizuje, jak moment bezwładności ciała wpływa na jego ruch; 2. stosuje zasadę zachowania energii do analizy ruchu bryły sztywnej; 3. wyjaśnia, na czym polega efekt Dżanibekowa.
Strategie i metody nauczania:	eksperymentalno-obszewacyjna
Formy zajęć:	praca indywidualna, praca grupowa, pokaz
Środki dydaktyczne:	komputer z dostępem do Internetu i projektorem multimedialnym, rakietę tenisową, dwie-trzy bryły o symetrii obrotowej (walec, kula, sfera, obręcz), deska w roli równi pochyłej. Ustawiona równia powinna zapewnić co najmniej dwusekundowy czas staczania z niej wybranych brył.
Materiały pomocnicze:	Niniejszy e-materiał
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel rozpoczyna lekcję pokazem – prezentuje raketę tenisową, z przymocowaną kolorową kartką po jednej stronie jej płaskiej części. Nauczyciel podrzuca raketę w taki sposób, aby obracała się najpierw wokół stabilnych osi obrotu, a następnie wokół osi niestabilnej. Nauczyciel prosi uczniów o uważną obserwację tego, w jaki sposób rakietę się obraca i wykonanie notatek. Nauczyciel może również zaprezentować film z Internetu pod hasłem „Dzhanibekov effect”. Nauczyciel zachęca uczniów do indywidualnego powtórzenia tego doświadczenia z innymi przedmiotami, które mają różne momenty bezwładności wokół różnych osi głównych. Chętnym uczniom nauczyciel poleca wyszukanie w Internecie i obejrzenie innych filmów, dotyczących nietypowych zachowań wirujących brył.	
Faza realizacyjna:	

Nauczyciel puszcza dwie różne bryły z lekko nachylonej deski lub ławki i pokazuje, że czasy ich staczania się nie są jednakowe. W zastępstwie realnego pokazu nauczyciel ewentualnie wykorzystuje film (edukacyjny) z e-materiału, w którym ten eksperyment jest pokazany.

Nauczyciel wykorzystuje film (samouczek) do teoretycznego uzasadnienia zaobserwowanej różnicy czasów staczania się brył.

Uczniowie dokonują pomiaru czasów staczania się obu brył, według scenariusza opisanego przed poleceniami 2-4 do filmu (samouczka).

Wspólnie z nauczycielem uczniowie oceniają rozrzut uzyskanych wyników i szacują niepewności standardowe zmierzonych czasów.

Faza podsumowująca:

Uczniowie indywidualnie rozwiązują zadanie 1, 2, 3, 4 z zestawu ćwiczeń. Nauczyciel pełni rolę doradcy, obserwuje i kontroluje pracę uczniów, sprawdzając czy uczniowie przyswoili wiedzę z zajęć.

Praca domowa:

Nauczyciel prosi uczniów o wykonanie w domu poleceń 2, 3 i 4 towarzyszących samouczkowi, z wykorzystaniem danych uzyskanych w trakcie lekcji.

Uczniowie szczególnie zainteresowani tematyką eksperymentalną zostają zachęceni do wykonania polecenia 7, towarzyszącego filmowi edukacyjnemu.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Medium może być wykorzystane zgodnie ze scenariuszem. Można również zrealizować zajęcia metodą odwróconej klasy, prosząc uczniów o wykonanie w domu wszystkich poleceń towarzyszących obu filmom i zaprezentowanie wyników w trakcie lekcji.