

Jak określić położenie obrazu na podstawie równania soczewki?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Jak określić położenie obrazu na podstawie równania soczewki?

Czy to nie ciekawe?

W technice jednym z najpopularniejszych elementów optycznych jest soczewka (Rys. a). Prawidłowe jej ułożenie w układzie pozwala uzyskać ostry obraz – powiększony, zmniejszony, bądź będący tej samej wielkości, co przedmiot. W niniejszym materiale zastanowimy się, jak w zależności od położenia przedmiotu i ogniskowej soczewki, wyznaczyć położenie obrazu.



Rys. a. Soczewki znalazły szereg zastosowań w technice.

Twoje cele

- dowiesz się, jaką rolę spełniają w optyce soczewki,
- zrozumiesz zależność łączącą odległość przedmiotu, obrazu i ogniska od soczewki,
- na podstawie równania soczewki przeanalizujesz, jak zmienia się położenie obrazu,
- zastosujesz równanie soczewki do rozwiązywania zadań rachunkowych.

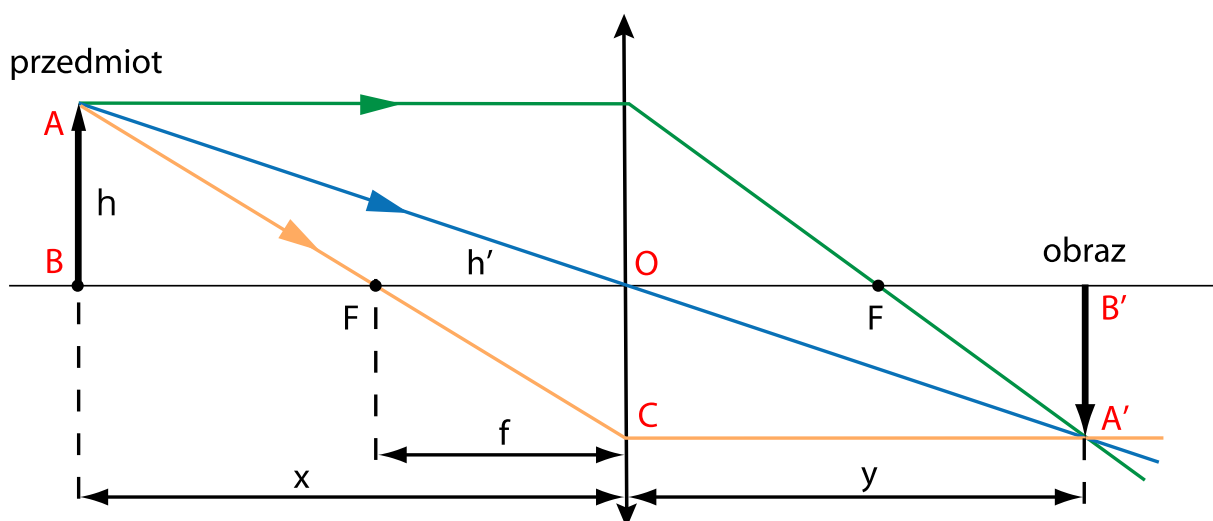
Przeczytaj

Warto przeczytać

Soczewki zmieniają kierunek biegu padających na nie promieni. Przypomnijmy sobie, jak to wygląda dokładnie. Otóż:

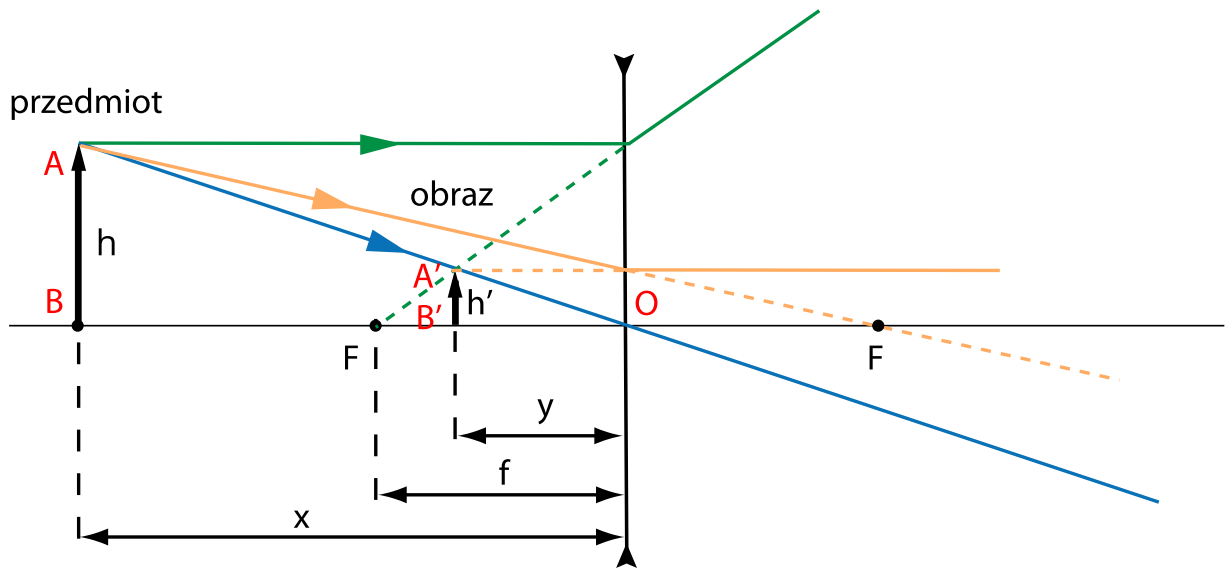
1. Promień równoległy do **osi optycznej** po przejściu przez soczewkę skupiającą przechodzi przez jej ognisko położone po drugiej stronie soczewki.
2. Promień równoległy do **osi optycznej** po przejściu przez soczewkę rozpraszającą odchyli się od osi optycznej w taki sposób, że jego przedłużenie będzie przechodziło przez jego ognisko pozorne F położone przed soczewką.
3. Promień przechodzący przez środek soczewki zachowuje swój kierunek.
4. Promień przechodzący przez ognisko przed soczewką skupiającą, po przejściu przez nią, stanie się równoległy do **osi optycznej**.
5. Promień padający na soczewkę rozpraszającą w taki sposób, że jego przedłużenie pada na ognisko F leżące po drugiej stronie soczewki, po przejściu przez soczewkę będzie biegł równoległe do **osi optycznej** soczewki.

Na przecięciu się promieni przechodzących przez soczewkę (lub ich przedłużeń) powstaje obraz oglądanego przedmiotu.



Rys. 1. Konstrukcja obrazu w soczewce skupiającej dla $x > 2f$. Na schemacie przyjęto następujące oznaczenia: x – odległość przedmiotu, y – odległość obrazu, f – ogniskowa, h – wysokość przedmiotu, h' – wysokość obrazu.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.



Rys. 2. Konstrukcja obrazu pozornego w soczewce rozpraszającej.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Jeśli w układzie optycznym umieścimy przedmiot w odległości x od soczewki, to w odległości y otrzymamy ostry obraz tego przedmiotu. Czy wielkości x i y są ze sobą powiązane? Przyjrzyjmy się temu na przykładzie soczewki skupiającej dla $x > 2f$. Na podstawie Rys. 1. z podobieństwa trójkątów ABO i $A'B'O$ możemy zapisać, że:

$$\frac{h'}{h} = \frac{f}{x-f}.$$

Iloraz $\frac{h'}{h}$ oznaczany jest literą p i nazywany w optyce powiększeniem. Dodatkowo, z podobieństwa tych samych trójkątów, zauważamy, że:

$$\frac{h'}{h} = \frac{y}{x}.$$

Pamiętając jednak, że y może przyjmować wartości ujemne, definiując powiększenie, należy zapisać powyższe równanie z wartością bezwzględną. Mamy zatem:

$$p = \frac{h'}{h} = \left| \frac{y}{x} \right|.$$

Dodatkowo, z podobieństwa trójkątów AOF i $AA'C$:

$$\frac{y}{x} = \frac{f}{x-f}.$$

Odwracając powyższą równość otrzymujemy zależność:

$$\frac{x}{y} = \frac{x-f}{f},$$

która po przekształceniu da nam:

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{f} - 1.$$

Dzieląc powyższe równanie przez x otrzymujemy:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x}.$$

Zatem:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}.$$

Ostatnia równość nazywana jest **równaniem soczewki**. Jest ona prawdziwa zarówno dla soczewek skupiających, jak i rozpraszających. Przy czym, zapisując tę zależność warto jest na początku przyjąć pewną konwencję znaków. Ustalmy więc, że w przypadku obrazu pozornego: $y < 0$ oraz dla soczewki rozpraszającej: $y > 0$.

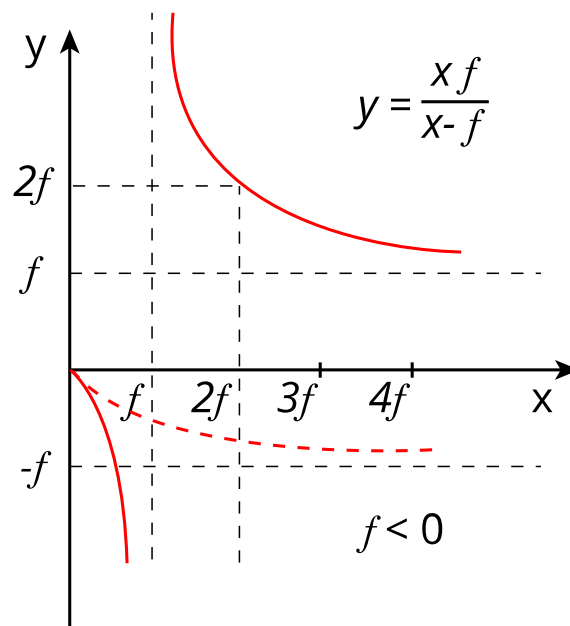
Każda soczewka ma ustaloną odległość **ogniskową** w danym ośrodku. Jak wyznaczyć zatem położenie obrazu z wykorzystaniem równania soczewki? Przekształćmy ostatni wzór wyznaczając z niego y :

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{x - f}{fx}$$

$$y = \frac{fx}{x - f}$$

Powyższe równanie jest zależnością położenia obrazu y od położenia przedmiotu x przy ustalonej wartości **ogniskowej** f . Jest to zarazem funkcja algebraiczna, której przebieg możemy zbadać i nadać mu sens fizyczny. Spróbujmy narysować wykres $y(x)$ (Rys. 3.). Linia ciągłą przedstawiona została zależność dla parametru $f > 0$, czyli soczewek skupiających, zaś linią przerywaną – dla $f < 0$, czyli soczewek rozpraszających.



Rys. 3. Wykres zależności $y(x)$.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Wykres ma asymptotę dla $x = f$, gdyż dla tego argumentu funkcja jest nieokreślona (mianownik nie może przyjąć wartości 0). Jak zinterpretować to fizycznie? Umieszczenie przedmiotu w ognisku powoduje, że tworzy się wiązka promieni równoległych, skutkiem czego jest brak obrazu.

Co jeszcze można powiedzieć na podstawie tego wykresu? Otóż w przypadku soczewki skupiającej dla:

- $x \in (0, f)$ – wartość funkcji jest ujemna, zatem obraz powstaje po tej samej stronie soczewki, co przedmiot. Przesuwanie przedmiotu w kierunku ogniska oznacza zwiększanie wartości argumentu x badanej funkcji. Wówczas, jak widać na wykresie, wartość funkcji y asymptotycznie dąży do minus nieskończoności – oznacza to znikanie obrazu (obraz oddala się coraz bardziej od soczewki).
- $x > f$ – wartości y są dodatnie, więc obraz znajduje się po drugiej stronie soczewki. Funkcja nadal ma charakter malejący – wraz ze wzrostem odległości przedmiotu, odległość obrazu będzie się zmniejszała i dążyła do wartości f , jednak tej wartości nie osiągnie. Dodatkowo można zauważyć, że krzywa jest symetryczna względem wartości $2f$. Jeśli $x = 2f$, y przyjmie wartość:

$$y = \frac{fx}{x - f} = \frac{f \cdot 2f}{2f - f} = 2f$$

zatem obraz powstaje dokładnie w odległości $2f$.

W przypadku soczewki rozpraszającej **ogniskowa** jest ujemna. W analizowanym równaniu oznacza to, że parametr f jest mniejszy od zera, zatem przebieg funkcji jest inny. Na Rys. 3. przedstawia to czerwona linia przerywana. Wartości funkcji dążą asymptotycznie do $-f$. Oznacza to tyle, że y nigdy nie przekroczy wartości **ogniskowej**, a obraz zawsze będzie znajdował się po tej samej stronie soczewki, co przedmiot. Wraz ze wzrostem odległości przedmiotu, odległość obrazu również wzrasta, lecz nie dąży do minus nieskończoności, ale do $-f$.

Słowniczek

ogniskowa

(ang. *focus length*) - odległość pomiędzy ogniskiem a środkiem soczewki mierzona wzdłuż osi optycznej.

oś optyczna

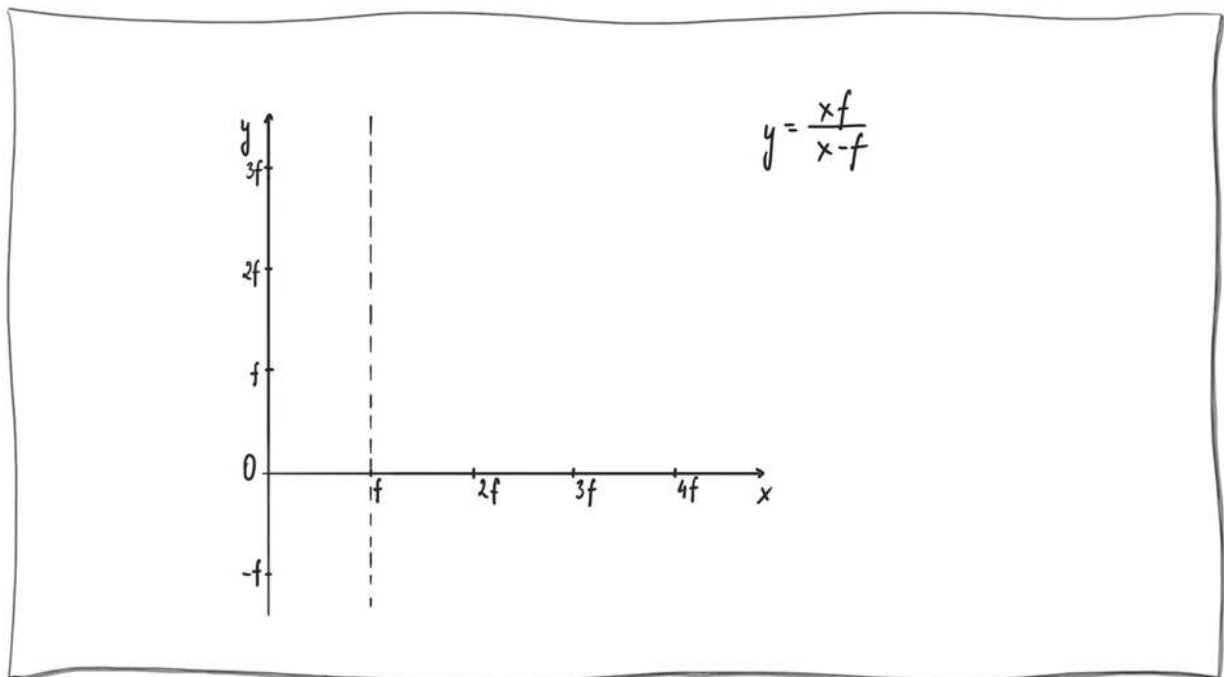
(ang. *optical axis*) - prosta przechodząca przez środki elementów optycznych znajdujących się w układzie

Film samouczek

Jak określić położenie obrazu na podstawie równania soczewki?

Prezentowany film pozwoli Ci zrozumieć zależność położenia obrazu od odległości przedmiotu i ogniskowej soczewki.

Trwa wczytywanie danych ..



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RgQyM1WvqchLL>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 1

Polecenie 2

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



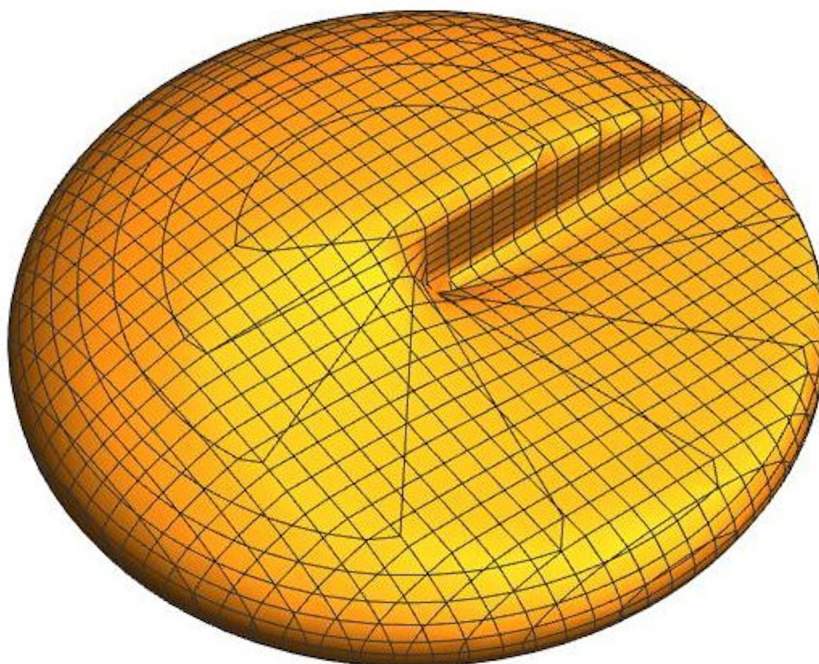
Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Na poniższym rysunku przedstawiono soczewkę o kształcie, który sprawia, że różne obszary soczewki mają różną ogniskową.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.
<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Zastanów się, gdzie powstanie ostry obraz przedmiotu umieszczonego przed taką soczewką.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	fizyka
Temat zajęć:	Określanie położenia obrazu na podstawie równania soczewki
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem. X. Fale i optyka. Uczeń: 18) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. wytłumaczy, czym są i jaką rolę spełniają w optyce soczewki, 2. wyjaśni, czym jest ognisko soczewki, 3. wymieni wielkości opisujące soczewki, 4. przedstawi równanie soczewki, 5. na podstawie równania soczewki przeanalizuje, jak zmienia się położenie obrazu, 6. zastosuje równanie soczewki do rozwiązywania zadań rachunkowych.
Strategie nauczania	ISBE
Metody nauczania	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, podsumowująca rozmowa kierowana
Formy zajęć:	dyskusja grupowa, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	tablica multimedialna / rzutnik, soczewka skupiająca i rozpraszająca, laser, zestaw do prezentacji doświadczeń z optyki
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Pierwszym celem, jak i kluczowym aspektem działań nauczyciela, jest wprowadzenie do tematu i zaciekawienie uczniów poprzez odniesienie do życia codziennego, np. opowiedzenie im o tym, gdzie w otaczającej ich rzeczywistości mogą mieć do czynienia z soczewkami – pokazanie kilku przykładów w klasie (np. soczewki okularowe uczniów itp.). Uczeń, po takim wstępie, powinien wiedzieć, że nie uczy się o czymś, co jest oderwane od rzeczywistości.</p> <p>Nauczyciel, z wykorzystaniem zestawu do doświadczeń z optyki, pokazuje uczniom, w jaki sposób działają soczewki.</p> <p>Nauczyciel rozpoznaje wiedzę wyjściową uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązuje do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej.</p> <p>Uczniowie przypominają sobie podstawowe informacje na temat soczewek.</p>	
Faza realizacyjna:	

• Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:

– nauczyciel przypomina uczniom, czym jest soczewka, podaje wielkości opisujące soczewki i zależności między nimi,

– uczniowie słuchają nauczyciela i zadają pytania dotyczące niejasnych kwestii,

– nauczyciel wyprowadza na tablicy równanie soczewki z zależności trygonometrycznych, a następnie omawia je dokładnie.

• Rekonstruowanie wiedzy uczniów poprzez wspólne wykonanie zadań dołączonych do materiału:

– uczniowie wykonują wspólnie z nauczycielem na tablicy zadania nr 4 i 6 z zestawu ćwiczeń,

– uczniowie wykonują samodzielnie zadanie 7,

– nauczyciel omawia na tablicy rozwiązanie zadania 7.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel przypomina uczniom najważniejsze informacje z lekcji. Następnie przeprowadza z uczniami rozmowę, w trakcie której uczniowie zadają pytania dotyczące niejasnych kwestii, a następnie odpowiadają na krótkie pytania nauczyciela dotyczące materiału przedstawionego na bieżącej lekcji.

Praca domowa:

W celu utrwalenia wiadomości, wykonanie zadań 1-3, 5 i 8 z zestawu ćwiczeń.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium

Uczniowie mogą zapoznać się w domu z załączonym do materiału filmem samouczkiem, przed lub po lekcji.