Znajdowanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności

Znajdowanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności

Źródło: Vaulted Cellar, dostępny w internecie: www.pixabay.com, domena publiczna.

W tym materiale przedstawimy sposoby dotyczące wyznaczania wzoru funkcji kwadratowej, gdy dane są różne własności tej funkcji. Najczęściej sprowadza się to do rozwiązania równania lub układu równań liniowych. Do znajdowania wzoru funkcji kwadratowej wykorzystamy trzy różne postacie tej funkcji: ogólną, kanoniczną i iloczynową. Wykorzystując część teoretyczną oraz omówione przykłady, rozwiążemy ćwiczenia interaktywne.

Twoje cele

- Przeanalizujesz sposoby wyznaczania wzoru funkcji kwadratowej.
- Określisz, które własności funkcji kwadratowej są niezbędne do wyznaczenia jej wzoru.
- Wyznaczysz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej lub iloczynowej, mając informacje o jej własnościach lub wykresie.
- Zastosujesz poznane wiadomości do rozwiązywania problemów matematycznych.

Przeczytaj

W materiale omówimy, jak wyznaczyć wzór funkcji kwadratowej spełniającej określone warunki.

Wzór funkcji kwadratowej możemy zapisywać w różnych postaciach.

1. Postać ogólna wzoru funkcji kwadratowej:
   - $f(x) = ax^2 + bx + c$, gdzie a, b, $c \in \mathbb{R}$ oraz $a \neq 0$
2. Postać kanoniczna wzoru funkcji kwadratowej:
   - $f(x) = a(x-p)^2 + q$, gdzie $p = \frac{-b}{2a}$ oraz $q = \frac{-\Delta}{4a}$
3. Postać iloczynowa wzoru funkcji kwadratowej:
   - $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$, gdy $\Delta = b^2 - 4ac$, $\Delta > 0$ oraz $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
   - $f(x) = a(x-x_0)^2$, gdy $\Delta = b^2 - 4ac$, $\Delta = 0$ oraz $x_0 = \frac{-b}{2a}$

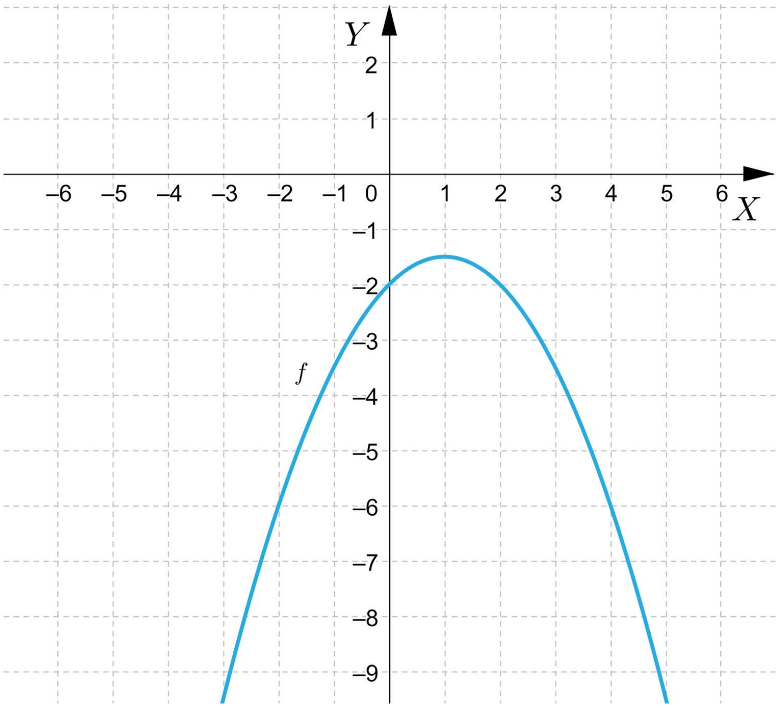
W materiale wyznaczymy wzory funkcji kwadratowych w różnych postaciach, mając dane własności tej funkcji lub własności jej wykresu.

Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej z wykorzystaniem postaci ogólnej:

- mamy dane współrzędne trzech punktów (lub odczytujemy z wykresu funkcji kwadratowej), które należą do tego wykresu,
- układamy i rozwiązujemy układ trzech równań liniowych z trzema niewiadomymi.

Przykład 1

Na rysunku przedstawiono parabolę, będącą wykresem funkcji kwadratowej f. Wyznaczymy wzór tej funkcji f w postaci ogólnej.



Rozwiązanie

Z wykresu funkcji f odczytujemy współrzędne trzech punktów: $(0, -2)$, $(2, -2)$, $(4, -6)$.

Współrzędne tych punktów podstawiamy do wzoru funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej i otrzymujemy układ równań:

$$\begin{cases} -2 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \\ -2 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c \\ -6 = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c \end{cases}$$

Po uporządkowaniu układ równań jest postaci:

$$\begin{cases} -2 = c \\ -2 = 4a + 2b + c \\ -6 = 16a + 4b + c \end{cases}$$

Ponieważ $c = -2$, zatem rozwiązujemy układ dwóch równań z dwiema niewiadomymi:

$$\begin{cases} -2 = 4a + 2b - 2 \\ -6 = 16a + 4b - 2 \end{cases}$$

Zatem $\begin{cases} 0 = 2a + b \\ -1 = 4a + b \end{cases}$, czyli $a = -\frac{1}{2}$ oraz $b = 1$.

Wzór funkcji f zapisujemy w postaci ogólnej:

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - 2$

Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzoru w postaci ogólnej oraz punktu przecięcia paraboli, będącej wykresem tej funkcji z osią Y:

- mamy dane współrzędne trzech punktów (lub odczytujemy z wykresu), które należą do paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej przy założeniu, że jeden z tych punktów jest punktem przecięcia wykresu tej funkcji z osią rzędnych układu współrzędnych,
- mając dany punkt przecięcia wykresu funkcji z osią rzędnych, rozwiązujemy układ równań liniowych z dwiema niewiadomymi.

Przykład 2

Wyznaczymy wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej, jeżeli wiadomo, że należą do niego punkty o współrzędnych $(-1, 1)$, $(2, 4)$, a parabola, będąca wykresem funkcji f przecina oś Y w punkcie o rzędnej (-4).

Rozwiązanie

Jeżeli parabola, będąca wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$ przecina oś Y w punkcie o rzędnej (-4), to $f(0) = -4$, więc $c = -4$.

Wzór funkcji f zapisujemy w postaci: $f(x) = ax^2 + bx - 4$.

Jeżeli punkty o współrzędnych $(-1, 1)$, $(2, 4)$ należą do wykresu funkcji f, to do wyznaczenia wartości a i b rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 1 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) - 4 \\ 4 = a \cdot 2^2 + b \cdot 2 - 4 \end{cases}$$

Po uporządkowaniu układ równań zapisujemy w postaci:

$$\begin{cases} 1 = a - b - 4 \\ 4 = 4a + 2b - 4 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu układu równań otrzymujemy, że: $a = 3$ oraz $b = -2$.

Zatem funkcja f jest określona za pomocą wzoru $f(x) = 3x^2 - 2x - 4$.

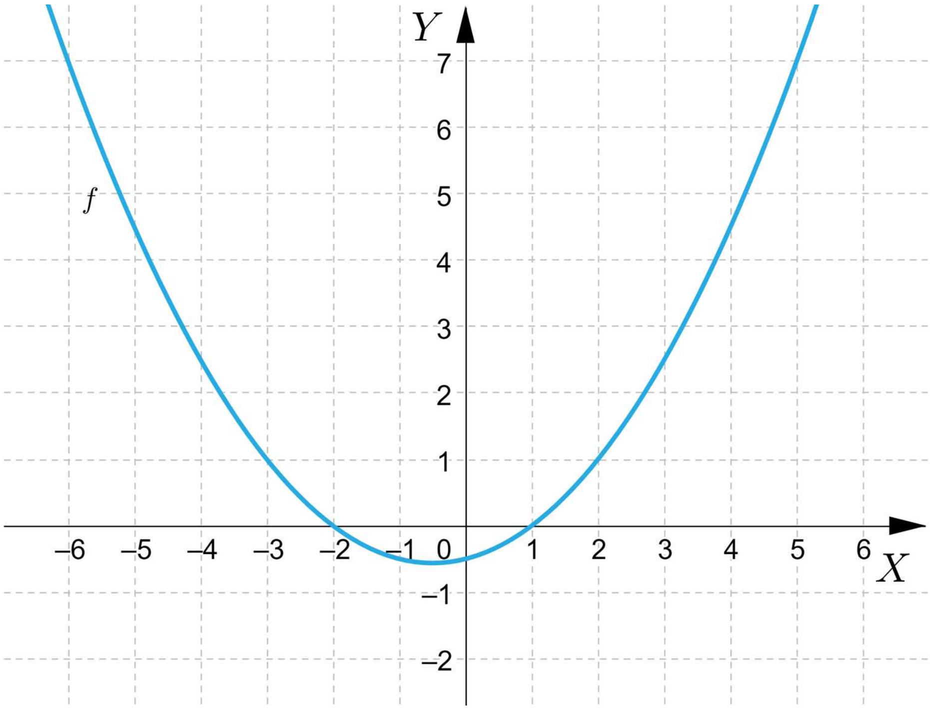
Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzoru w postaci iloczynowej:

- mamy dane liczby (lub odczytujemy z wykresu funkcji kwadratowej), które są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej oraz współrzędne jednego punktu, który należy do paraboli, będącej wykresem tej funkcji,

- do wyznaczenia wzoru funkcji kwadratowej rozwiązujemy równanie liniowe z jedną niewiadomą.

Przykład 3

Na rysunku przedstawiono parabolę, będącą wykresem funkcji kwadratowej f. Wyznaczymy wzór funkcji f, korzystając ze wzoru w postaci iloczynowej.



Rozwiązanie

Z paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej f możemy odczytać, że miejscami zerowymi są liczby $x_1 = -2$ oraz $x_2 = 1$.

Korzystając ze wzoru funkcji kwadratowej f w postaci iloczynowej mamy, że:

$$f(x) = a \cdot (x + 2)(x - 1)$$

Zauważmy, że do paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej f należy punkt o współrzędnych $(-3, 1)$, zatem do wyznaczenia wartości a rozwiązujemy równanie:

$$1 = a \cdot (-3 + 2) \cdot (-3 - 1)$$

Zatem $a = \frac{1}{4}$.

Wobec tego funkcja f jest określona za pomocą wzoru $f(x) = \frac{1}{4}(x + 2)(x - 1)$.

Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzoru w postaci kanonicznej:

- mamy dane (lub odczytujemy z wykresu funkcji kwadratowej) współrzędne wierzchołka paraboli, która jest wykresem tej funkcji oraz współrzędne jednego punktu, który należy do tego wykresu,
- do wyznaczenia wzoru funkcji kwadratowej rozwiązujemy równanie liniowe z jedną niewiadomą.

Przykład 4

Wiadomo, że wierzchołkiem paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej f jest punkt o współrzędnych $(-2, -5)$ oraz do tego wykresu należy punkt o współrzędnych $(-1, 1)$. Wyznaczymy wzór funkcji f w postaci kanonicznej.

Rozwiązanie

Jeżeli wiadomo, że wierzchołkiem paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej f jest punkt o współrzędnych $(-2, -5)$, to wzór funkcji kwadratowej f zapisujemy w postaci:

$$f(x) = a \cdot (x + 2)^2 - 5$$

Jeżeli do paraboli, będącej wykresem funkcji f należy punkt o współrzędnych $(-1, 1)$, to do wyznaczenia wartości a rozwiązujemy równanie:

$$1 = a \cdot (-1 + 2)^2 - 5$$

Zatem $a = 6$, więc wzór funkcji kwadratowej f zapisujemy w postaci kanonicznej $f(x) = 6 \cdot (x + 2)^2 - 5$.

Wzory funkcji kwadratowych możemy znajdować również wtedy, gdy podane są własności funkcji kwadratowej lub jej wykresu takie, jak: wartość najmniejsza lub największa, czy oś symetrii paraboli.

Przykład 5

Dana jest funkcja kwadratowa f określona wzorem $f(x) = -x^2 + bx + c$. Wyznaczymy wartości współczynników b i c we wzorze tej funkcji, jeżeli jej miejscami zerowymi są liczby (-2) oraz 4.

Rozwiązanie

Ponieważ dane są miejsca zerowe funkcji f, więc wykorzystamy postać iloczynową wzoru funkcji kwadratowej.

Zatem $f(x) = -(x + 2)(x - 4)$.

Po przekształceniu tego wzoru do wzoru w postaci ogólnej mamy:

$f(x) = -(x+2)(x-4) = -\left(x^2 - 4x + 2x - 8\right) = -x^2 + 2x + 8$

Wobec tego $b = 2$ i $c = 8$.

Przykład 6

Wiadomo, że osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = 2x^2 + bx - 3$ jest prosta o równaniu $x = -3$. Wyznaczymy wartość współczynnika b.

Rozwiązanie

Ponieważ prosta o równaniu $x = -3$ jest osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji f, zatem $p = -3$.

Jeżeli skorzystamy ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$, to $-3 = \frac{-b}{2 \cdot 2}$.

Zatem $b = 12$.

Przykład 7

Wyznaczymy wzór funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = -3x^2 + bx + c$, jeżeli wierzchołkiem jej wykresu jest punkt o współrzędnych $(1, -5)$.

Rozwiązanie

Wykorzystamy wzory $p = \frac{-b}{2a}$ oraz $q = \frac{-\Delta}{4a}$.

Obliczamy Δ:

$\Delta = b^2 - 4 \cdot (-3) \cdot c = b^2 + 12c$

Zatem $p = \frac{-b}{2 \cdot (-3)} = \frac{b}{6}$ oraz $q = \frac{-b^2 - 12c}{4 \cdot (-3)} = \frac{-b^2 - 12c}{-12}$.

Do wyznaczenia wartości współczynników b i c rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} 1 = \frac{b}{6} \\ -5 = \frac{-b^2 - 12c}{-12} \end{cases}$$

Wobec tego $b = 6$ oraz $c = -8$.

Wzór funkcji kwadratowej f zapisujemy w postaci ogólnej $f(x) = -3x^2 + 6x - 8$.

Przykład 8

Wyznaczymy wartości parametru m, dla których prosta o równaniu $y = -m$ nie ma punktów wspólnych z parabolą, która jest wykresem funkcji określonej wzorem $f(x) = 2x^2 - 4x + m$.

Rozwiązanie:

W celu wyznaczenia punktów wspólnych prostej i paraboli rozwiązujemy układ równań:

$$\begin{cases} y = -m \\ y = 2x^2 - 4x + m \end{cases}$$

Zatem:

$$-m = 2x^2 - 4x + m$$

Równanie przekształcamy do postaci:

$$2x^2 - 4x + 2m = 0$$

Parabola oraz prosta nie będą miały punktów wspólnych, gdy wyróżnik trójmianu jest mniejszy od 0.

Wobec tego

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2m = 16 - 16m$$

$$16 - 16m < 0$$

$$m > 1 \Rightarrow m \in (1, \infty)$$

Zatem prosta i parabola nie mają punktów wspólnych, gdy $m \in (1, \infty)$.

Przykład 9

Wyznaczymy wzór funkcji kwadratowej f w postaci ogólnej, jeżeli wiadomo, że suma miejsc zerowych tej funkcji wynosi (-1), iloczyn (-2), a do paraboli, będącej wykresem tej funkcji należy punkt o współrzędnych $(2, 16)$.

Rozwiązanie:

Zauważmy, że jeśli x_1 i x_2 są miejscami zerowymi funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$, to:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{c}{a}$$

Z danych zadania wynika, że $x_1 + x_2 = -1$, $x_1 \cdot x_2 = -2$ oraz $f(2) = 16$.

Zatem:

$-1 = \frac{-b}{a}$, czyli $b = a$

$-2 = \frac{c}{a}$, czyli $c = -2a$

Wobec tego wzór funkcji f zapisujemy w postaci:

$f(x) = ax^2 + ax - 2a$

Ponieważ $f(2) = 16$, to do wyznaczenia wartości a rozwiązujemy równanie:

$16 = a \cdot 2^2 + a \cdot 2 - 2a$

Czyli $a = 4$, $b = 4$, $c = -8$.

Zatem funkcja f jest określona wzorem $f(x) = 4x^2 + 4x - 8$.

Zauważmy jeszcze, że wyróżnik trójmianu kwadratowego jest dodatni (co jest warunkiem tego, aby uzyskana funkcja kwadratowa miała dwa miejsca zerowe).

Słownik

funkcja kwadratowa

funkcja określona na zbiorze $\mathbb{R}$ wzorem

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

gdzie a, b, $c \in \mathbb{R}$ oraz $a \neq 0$

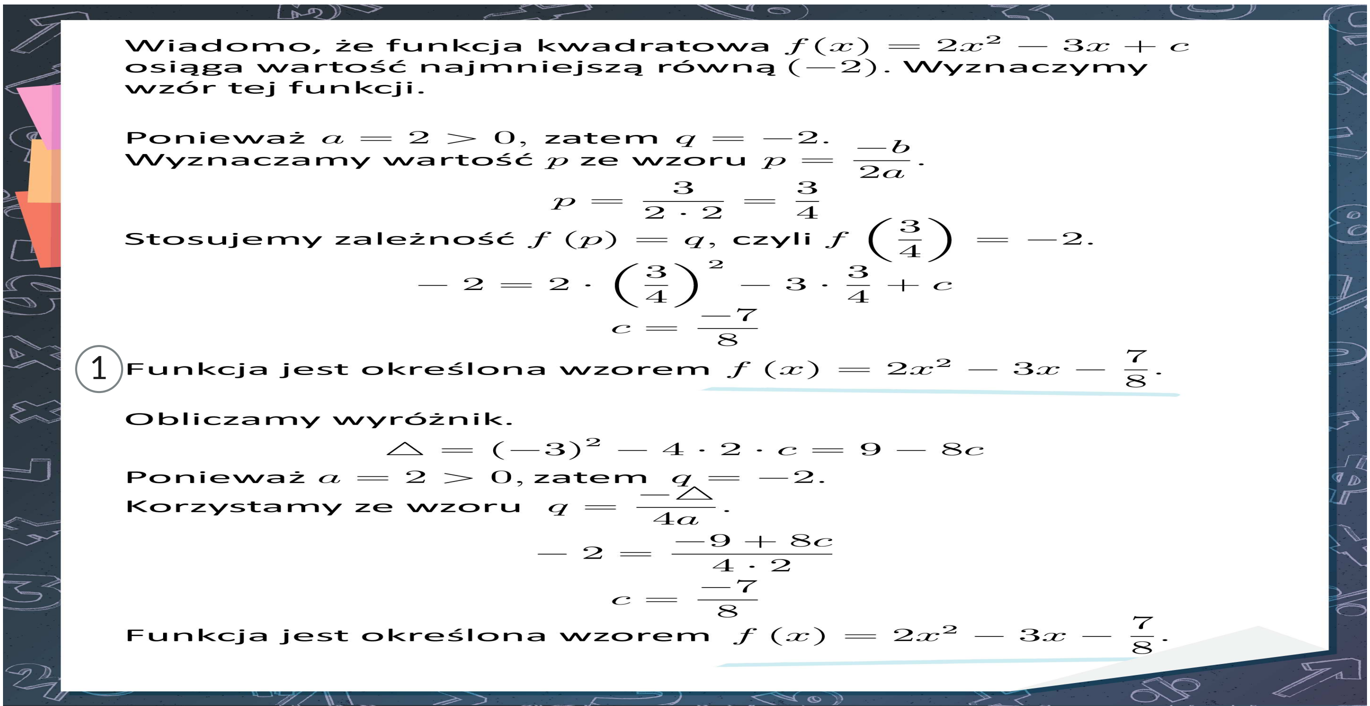
parabola

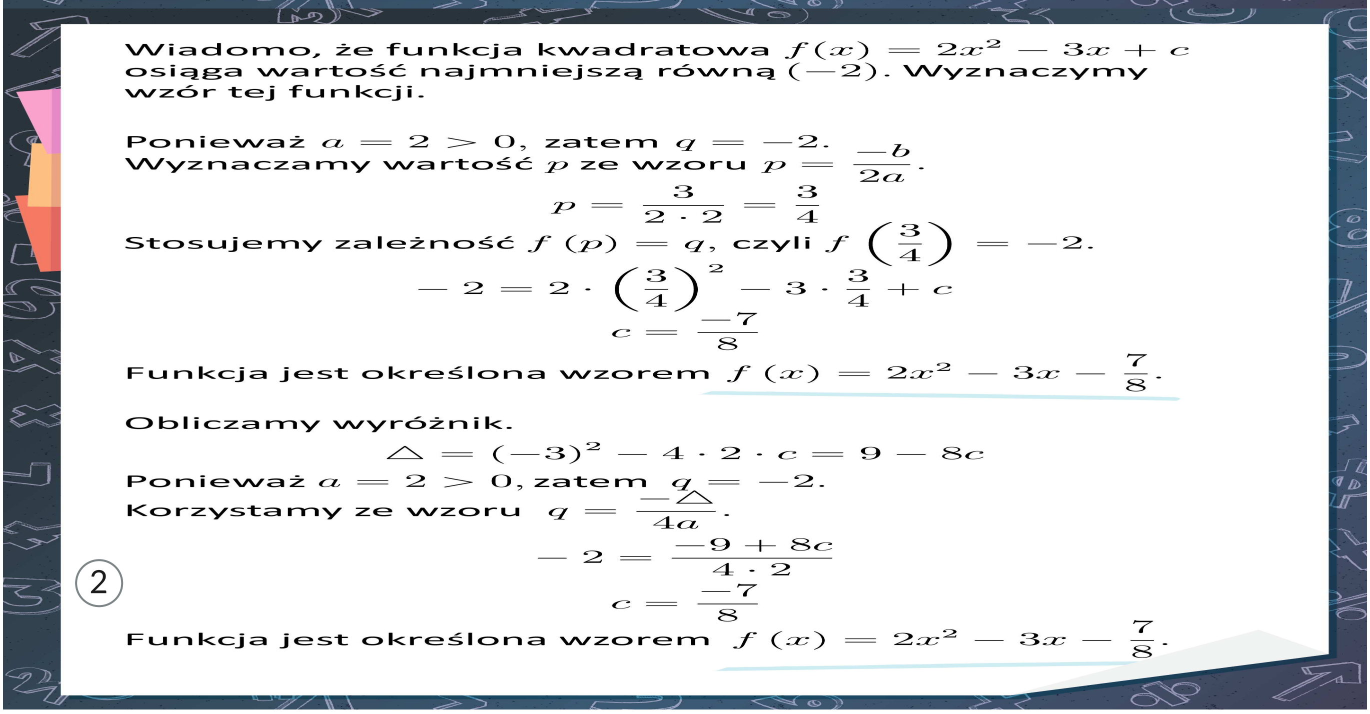
wykres funkcji kwadratowej

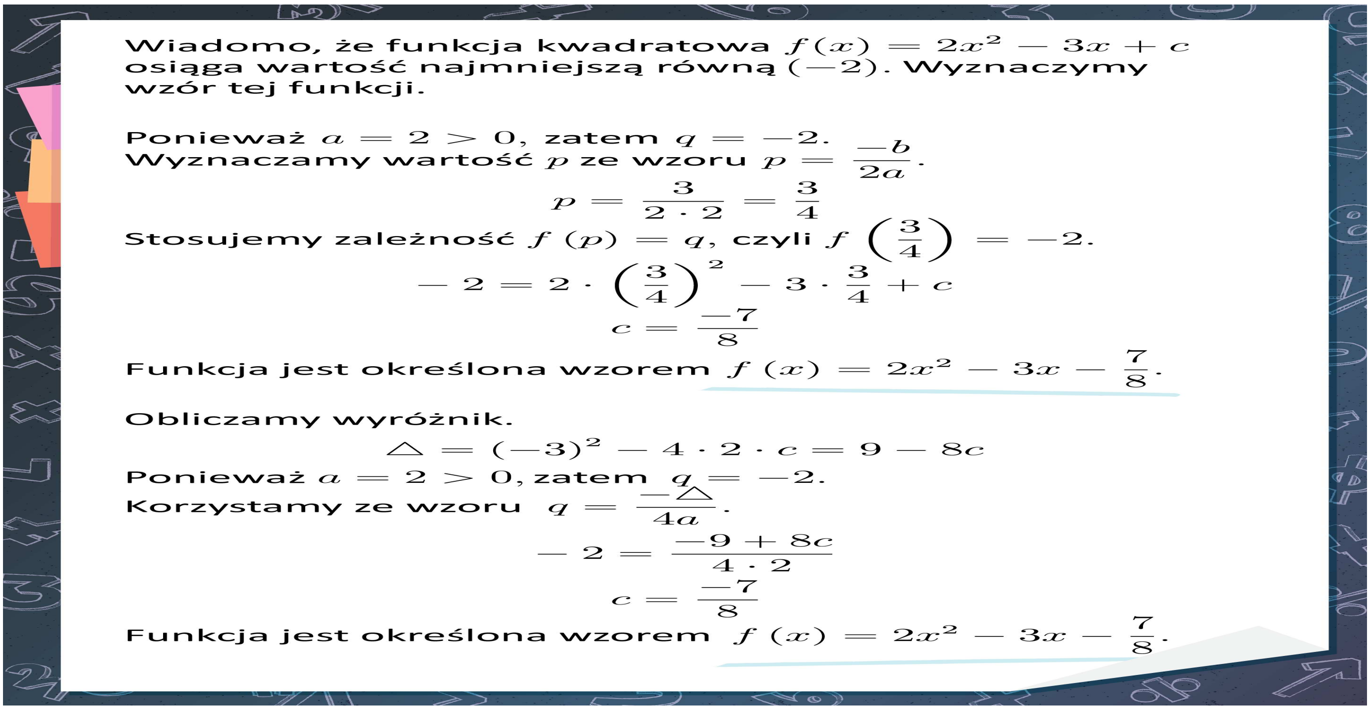
Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z infografiką dotyczącą wyznaczania wzoru funkcji kwadratowej, gdy dana jest wartość najmniejsza tej funkcji, a następnie wykonaj poniższe polecenie.







Wiadomo, że funkcja kwadratowa $f(x) = 2x^2 - 3x + c$ osiąga wartość najmniejszą równą (-2). Wyznaczymy wzór tej funkcji.

Ponieważ $a = 2 > 0$, zatem $q = -2$.
Wyznaczamy wartość p ze wzoru $p = \frac{-b}{2a}$.

$$p = \frac{3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

Stosujemy zależność $f(p) = q$, czyli $f\left(\frac{3}{4}\right) = -2$.

$$-2 = 2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 - 3 \cdot \frac{3}{4} + c$$

$$c = \frac{-7}{8}$$

Funkcja jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - 3x - \frac{7}{8}$.

Obliczamy wyróżnik.

$$\triangle = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot c = 9 - 8c$$

Ponieważ $a = 2 > 0$, zatem $q = -2$.
Korzystamy ze wzoru $q = \frac{-\triangle}{4a}$.

$$-2 = \frac{-9 + 8c}{4 \cdot 2}$$

$$c = \frac{-7}{8}$$

Funkcja jest określona wzorem $f(x) = 2x^2 - 3x - \frac{7}{8}$.

1. {audio}sposób I

2. {audio}sposób II

Polecenie 2

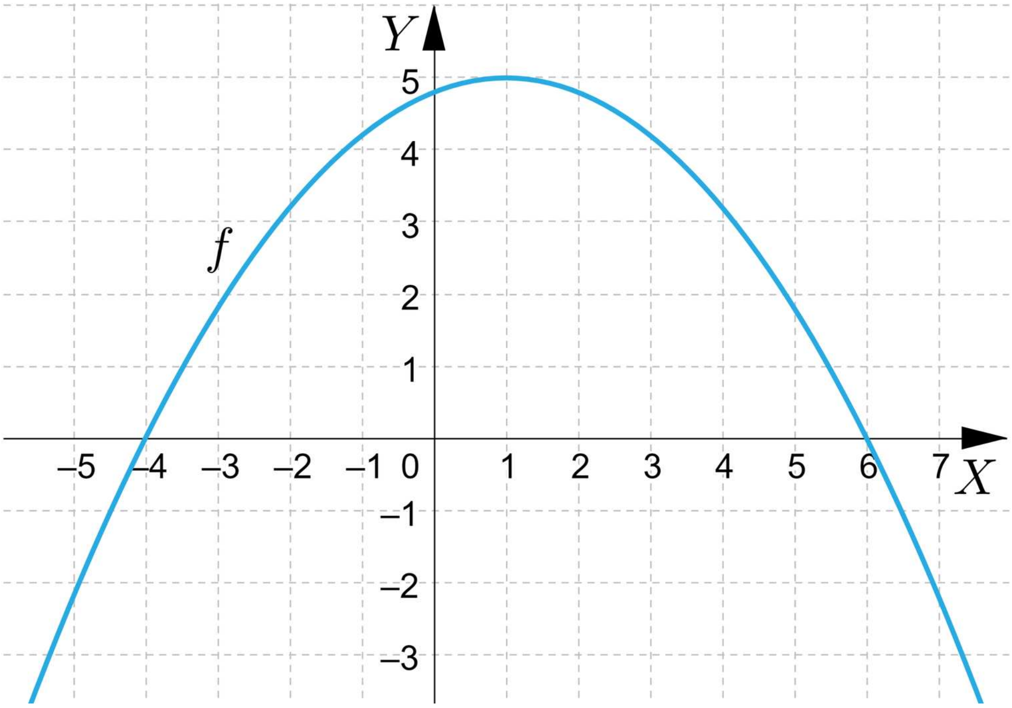
Wiadomo, że funkcja kwadratowa określona wzorem $f(x) = -3x^2 + 6x + c$ osiąga wartość największą równą 4. Wyznacz postać ogólną wzoru tej funkcji.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

Poniżej przedstawiono parabolę, będącą wykresem funkcji f.



Zaznacz poprawną odpowiedź. Funkcja f, której wykres przedstawiono na rysunku jest określona za pomocą wzoru:

- $f(x) = \frac{1}{5}(x-1)^2 + 5$
- $f(x) = -\frac{1}{5}(x-1)^2 + 5$
- $f(x) = -\frac{1}{5}(x+1)^2 - 5$

Ćwiczenie 2

Zaznacz wszystkie zdania, które są prawdziwe.

- [ ] Jeżeli miejscem zerowym funkcji określonej wzorem $f(x) = -x^2 + 2x + c$ jest liczba 3, to $c = -15$.
- [ ] Jeżeli wierzchołkiem paraboli, będącej wykresem funkcji określonej wzorem $f(x) = ax^2 - 2x + 3$ jest punkt o współrzędnych $(-1, 4)$, to $a = 1$.
- [ ] Jeżeli funkcja określona wzorem $f(x) = x^2 + bx + 5$ jest malejąca w przedziale $(-\infty, 3\rangle$, to $b = -6$.
- [ ] Jeżeli osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji określonej wzorem $f(x) = 2x^2 - bx + 4$ jest prosta o równaniu $x = -2$, to $b = -8$.

Ćwiczenie 3

Wstaw w tekst odpowiednie liczby.

Jeżeli miejscami zerowymi funkcji określonej wzorem $f(x) = -x^2 + bx + c$ są liczby (-1) oraz 5, to:

$b =$ ____

$c =$ ____

Jeżeli osią symetrii paraboli, będącej wykresem funkcji określonej wzorem $f(x) = 2x^2 + bx - 3$ jest prosta o równaniu $x = -2$, to:

$b =$ ____

5 -5 4 8 -8 -4

Ćwiczenie 4

Uzupełnij tekst odpowiednimi liczbami.

Jeżeli wierzchołkiem paraboli, będącej wykresem funkcji określonej wzorem $f(x) = -4x^2 + bx + c$ jest punkt o współrzędnych $(2, 1)$, to:

$b =$ ______

$c =$ ______

Ćwiczenie 5

Połącz w pary wzór funkcji kwadratowej i opisanej własności z odpowiadającą wartością parametru:

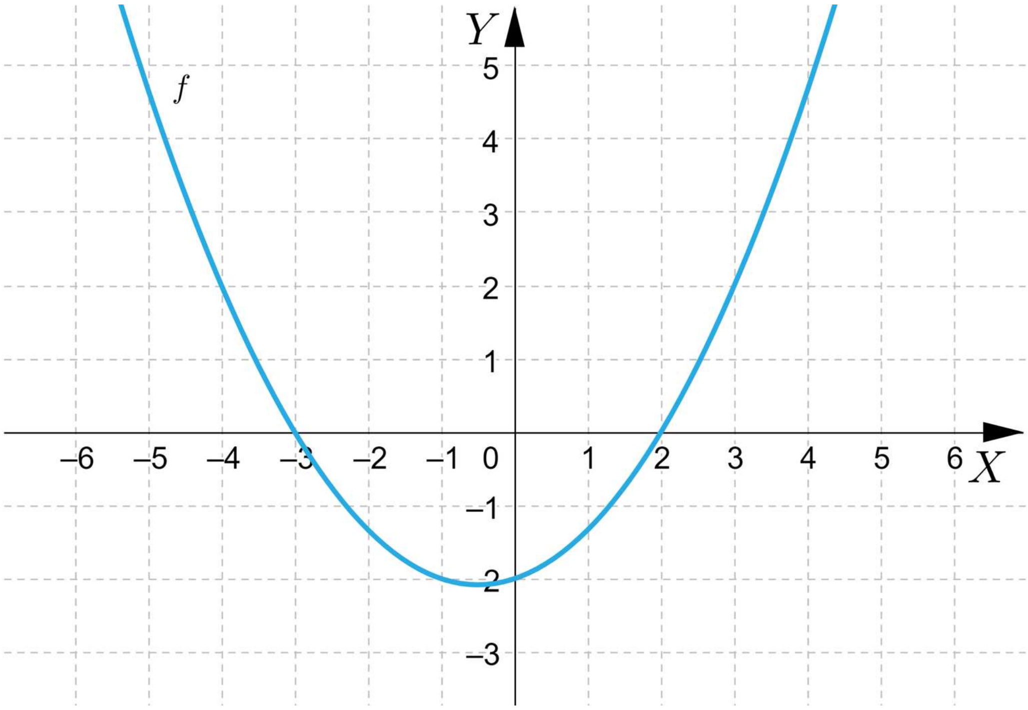
$f(x) = -x^2 + bx - 1$ i funkcja jest malejąca w przedziale $\langle 2, \infty)$	$b = 4$
$f(x) = x^2 + bx - 1$ i jednym z miejsc zerowych funkcji jest liczba (-1)	$b = 0$
$f(x) = -x^2 + bx + 2$ i wierzchołkiem paraboli, będącej wykresem funkcji jest punkt o współrzędnych $(1, 3)$	$b = +2$

Ćwiczenie 6

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, jeżeli wiadomo, że do paraboli, będącej jej wykresem należą punkty o współrzędnych $(-3, 1)$, $(1, 1)$, a wykres przecina oś Y w punkcie o rzędnej 4.

Ćwiczenie 7

Na rysunku przedstawiono parabolę, będącą wykresem funkcji kwadratowej. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci iloczynowej.



Ćwiczenie 8

Wiadomo, że do paraboli, będącej wykresem funkcji kwadratowej należą punkty o współrzędnych: $(-1, 0)$, $(1, -2)$, $(2, 6)$. Wyznacz wzór tej funkcji w postaci ogólnej.

Dla nauczyciela

Autor: Tomasz Wójtowicz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Znajdowanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:
Treści nauczania – wymagania szczegółowe:
V. Funkcje. Zakres podstawowy. Uczeń:
9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- analizuje sposoby wyznaczania wzoru funkcji kwadratowej;
- określa, które własności funkcji kwadratowej są niezbędne do wyznaczenia jej wzoru;
- wyznacza wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej lub iloczynowej, mając informacje o jej własnościach lub wykresie;
- stosuje poznane wiadomości do rozwiązywania problemów matematycznych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- liga zadaniowa;
- praca z ekspertem;
- burza mózgów.

Formy pracy:

- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda;
- komputery z dostępem do internetu dla uczniów.

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel inicjuje rozmowę wprowadzającą w temat: „Znajdowanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności”, nawiązuje do wiedzy uczniów z poprzednich lekcji. Przedstawia cel oraz kryteria sukcesu.
2. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają poznane pojęcia związane z tematem lekcji.

Faza realizacyjna:

1. Przed lekcją nauczyciel wyłania wśród uczniów ekspertów, którzy zapoznają się z materiałem zawartym w sekcji „Przeczytaj”. Na lekcji uczniowie pracują w grupach pod kierunkiem ekspertów. Eksperci proponują grupom rozwiązywanie zadań, które przygotowali w domu (zadania oparte na przykładach z sekcji „Przeczytaj”). W razie problemów – służą pomocą, wyjaśniają niezrozumiałe elementy.
2. Uczniowie zapoznają się z materiałem w sekcji „Infografika”. Zapisują ewentualne wątpliwości i niezrozumiałe aspekty, które zostały w nim przedstawione – nauczyciel tłumaczy je na forum klasy.
3. Uczniowie wykonują pierwsze dwa ćwiczenia interaktywne z sekcji „Sprawdź się”. Wyniki pracy omawiane są podczas rozmowy z całą klasą i komentowane przez nauczyciela.
4. Kolejny etap to liga zadaniowa – uczniowie wykonują w grupach na czas ćwiczenia 3–5 z sekcji „Sprawdź się”, a następnie omawiają zadania na forum klasy.
5. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 6–8 z sekcji „Sprawdź się”. Wyniki pracy komentowane są przez nauczyciela po ich zakończeniu.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Nauczyciel ponownie odczytuje temat lekcji: „Znajdowanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności” i inicjuje krótką rozmowę na temat kryteriów sukcesu.

Czego się uczniowie nauczyli? Na koniec prosi chętnego ucznia o podsumowanie i – jeśli to potrzebne – uzupełnia informacje.

Praca domowa:

1. Zadanie dla kolegi/koleżanki. Uczniowie dobierają się w pary i opracowują zadania analogiczne do ćwiczeń 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się”. Następnie przesyłają je do siebie mailem, rozwiązują i na następnej lekcji porównują wyniki.

Materiały pomocnicze:

- Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub jej wykresie

Wskazówki metodyczne:

- Materiał w sekcji „Infografika” można wykorzystać na lekcji jako podsumowanie i utrwalenie wiedzy na temat znajdowania wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
- „Infografikę” można wykorzystać do rozwiązywania zadań z funkcji kwadratowej z parametrami.