



## Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego

Materiał zawiera 1 film, 19 ćwiczeń, w tym 11 interaktywnych.

Film - zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne nieskończone.

Przykłady i ćwiczenia - zamiana ułamków zwykłych na ułamki dziesiętne skończone i nieskończone okresowe.

Ćwiczenie - zamiana ułamków okresowych na ułamki zwykłe.

# Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego

Rozwinięcia dziesiętne ułamka zwykłego można wyznaczać dwoma sposobami.

## Przykład 1

Znajdź rozwinięcia dziesiętne ułamków  $\frac{1}{2}$  i  $\frac{8}{400}$ .

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$\frac{8}{400} = \frac{8 : 4}{400 : 4} = \frac{2}{100} = 0,02$$

## Przykład 2

Wykonaj wskazane dzielenia, używając kalkulatora.

$$8 : 5$$

$$23 : 4$$

$$8 : 20$$

$$9 : 300$$

$$6 : 125$$

Odpowiedź: 1,6; 5,75; 0,4; 0,03; 0,048

$$\frac{8}{5} = 1,6$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku  $\frac{8}{5}$ , jest liczba 5.

$$\frac{23}{4} = 5,75$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku  $\frac{23}{4}$ , jest liczba 2.

$$\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika  $\frac{2}{5}$ , będącym liczbą pierwszą w ułamku  $\frac{2}{5}$ , jest liczba 5.

$$\frac{9}{300} = \frac{3}{100} = \frac{3}{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5}$$

- Jedynymi dzielnikami mianownika, będącymi liczbami pierwszymi w ułamku  $\frac{3}{100}$ , są liczby 2 i 5.

$$\frac{6}{125} = \frac{6}{5 \cdot 5 \cdot 5}$$

- Jedynym dzielnikiem mianownika, będącym liczbą pierwszą w ułamku  $\frac{6}{125}$ , jest liczba 5.

## Zapamiętaj!

Jeżeli jedynymi dzielnikami mianownika ułamka nieskracalnego są liczby 2 lub 5, to ten ułamek ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

Rozważmy teraz takie ułamki, w których w rozkładzie na czynniki pierwsze mianownika występują

jeszcze inne liczby niż 2 i 5.

### Przykład 3

Przykład  $\boxed{1}$

$$\frac{12}{18}$$

Przykład  $\boxed{2}$

$$\frac{20}{33}$$

Przykład  $\boxed{3}$

$$\frac{4}{7}$$



Film dostępny na portalu [epodreczniki.pl](http://epodreczniki.pl)

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

### Zapamiętaj!

- Jeżeli mianownik ułamka zwykłego jest podzielny przez liczbę pierwszą różną od 2 i 5, to ten ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.
- Powtarzający się układ cyfr w rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym ułamka nazywamy jego okresem. Aby uprościć zapis takiego rozwinięcia, okres zapisujemy w nawiasie.

### Własność: Rozwinięcie ułamka zwykłego

Każdy ułamek zwykły ma rozwinięcie dziesiętne skończone lub nieskończone okresowe.

### Ciekawostka

Istnieją liczby, które mają rozwinięcia dziesiętne nieskończone nieokresowe.

Na przykład

- 2,30300300030000300000...
- 0,123456789101112131415...

Powyższych liczb nie można zapisać w postaci ułamków zwykłych.

### Ćwiczenie 1

Liczby 0,123456789101112131415... nie można zapisać w postaci ułamka zwykłego. Podaj inny przykład liczby, której nie można zapisać w postaci ułamka zwykłego.

## Ćwiczenie 2

Wyznacz rozwinięcia dziesiętne podanych liczb.

1.  $\frac{3}{4}$ ,  $4\frac{4}{5}$ ,  $\frac{15}{8}$ ,  $3\frac{3}{20}$ ,  $\frac{31}{16}$ ,  $\frac{27}{45}$

2.  $\frac{1}{3}$ ,  $1\frac{5}{6}$ ,  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{4}{9}$ ,  $5\frac{5}{9}$ ,  $2\frac{6}{11}$ ,  $\frac{7}{12}$

## Ćwiczenie 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

## Ćwiczenie 4

Uporządkuj podane liczby rosnąco.

1. 0,06
2. 0,00(60)
3. 0,(606)
4. 0,(60)
5. 0,00(6)

## Ćwiczenie 5

Uporządkuj podane liczby malejąco.

1.  $\frac{2}{5}$
2. 0,4(16)
3.  $\frac{5}{12}$
4. 0,416
5. 0,4166

### Ćwiczenie 6

Rozstrzygnij, czy podane zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Ułamek  $\frac{69}{50}$  ma rozwinięcie dziesiętne skończone.
- Ułamek  $\frac{323}{200}$  ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.
- Ułamek  $\frac{8}{12}$  ma rozwinięcie dziesiętne skończone.
- Ułamek  $\frac{121}{22}$  ma rozwinięcie dziesiętne skończone.

### Ćwiczenie 7

Rozstrzygnij, czy podane zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- Ułamek  $\frac{7}{16}$  ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe.
- Ułamek  $\frac{8}{13}$  ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone nieokresowe.
- Ułamek  $\frac{22}{34}$  ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone.
- Ułamek  $\frac{16}{38}$  ma rozwinięcie dziesiętne nieskończone okresowe.

### Ćwiczenie 8

Dwudziesta cyfra po przecinku liczby  $4,32(7451)$  jest równa

- 7
- 4
- 5
- 1

### Ćwiczenie 9

Która z podanych liczb jest największa?

- 4, (0123)
- 4,0(123)
- 4,01(23)
- 4,012(30)

## Ćwiczenie 10

Rozwinięcie dziesiętne ułamka  $\frac{41}{25}$  jest równe

- 0,82
- 1,61
- 1,64
- 16,4

## Ćwiczenie 11

W miejsce kropek wstaw liczbę, która spełnia podany warunek

1.  $0,3 < \dots < \frac{1}{3}$

2.  $0,33 < \dots < \frac{1}{3}$

3.  $0,(2) < \dots < \frac{1}{3}$

4.  $3,(7) < \dots < 3,(8)$

5.  $8,03(1) < \dots < 8,0(31)$

6.  $1,(53) < \dots < 1,53(54)$

## Ćwiczenie 12

Wstaw w miejsce kropek taką liczbę naturalną, aby spełniony był podany warunek

1.  $3,(34) < 3, \dots$

2.  $\frac{\dots}{6} > 0,(3)$

3.  $\frac{8}{\dots} < 0,73$

4.  $2,(97) < 2,9\dots$

### Ćwiczenie 13

Korzystając z kalkulatora, wyznacz rozwinięcia dziesiętne podanych ułamków zwykłych

1.  $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}, \frac{5}{9}, \frac{8}{9}$

2.  $\frac{1}{99}, \frac{5}{99}, \frac{17}{99}, \frac{20}{99}, \frac{32}{99}, \frac{40}{99}, \frac{55}{99}, \frac{61}{99}, \frac{84}{99}, \frac{97}{99}$

3.  $\frac{1}{999}, \frac{11}{999}, \frac{111}{999}, \frac{243}{999}, \frac{454}{999}, \frac{541}{999}, \frac{602}{999}, \frac{700}{999}, \frac{777}{999}, \frac{997}{999}$

4. Czy zauważasz zależność? Jak sądzisz, jakie rozwinięcia dziesiętne będą miały następujące liczby

$\frac{111}{9999}, \frac{5454}{9999}, \frac{67676}{99999} ?$

### Ćwiczenie 14

Korzystając z powyższej zależności, podaj ułamki zwykłe, które są równe poniższym liczbom.

1. 0,(2)

2. 0,(7)

3. 0,(08)

4. 0,(25)

5. 0,(67)

6. 0,(243)

7. 0,(500)

8. 0,(687)

9. 0,(2034)

10. 0,(787890)