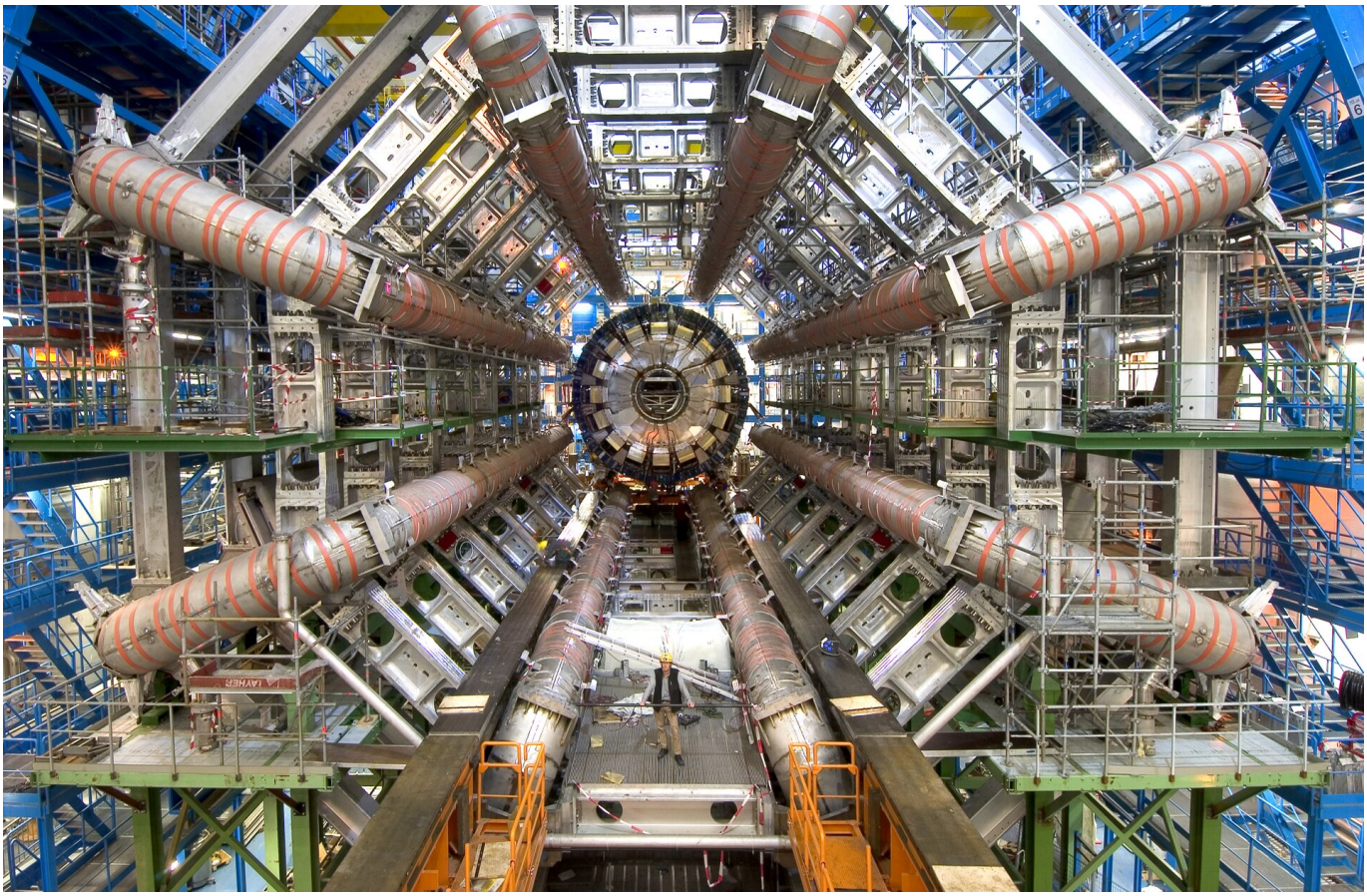


Zasada zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela

Zasada zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych

Czy to nie ciekawe?

Zasady zachowania pędu i momentu pędu są podstawowymi zasadami fizyki. Znamy je z mechaniki klasycznej dla ciał makroskopowych. Obowiązują także w mikroświecie. Jednak zarówno pęd, jak i moment pędu nie zawsze można opisać w sposób znany z mechaniki klasycznej.

Twoje cele

- dowiesz się, jakie są przejawy zasad zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych;
- poznasz sposób opisania momentu pędu jądra atomowego;
- zrozumiesz znaczenie zasad zachowania pędu i momentu pędu w opisie reakcji jądrowych;
- zrozumiesz, dlaczego większą część energii rozpadu zabierają cząstki lekkie;
- zastosujesz zdobytą wiedzę do rozwiązywania problemów.

Przeczytaj

Warto przeczytać

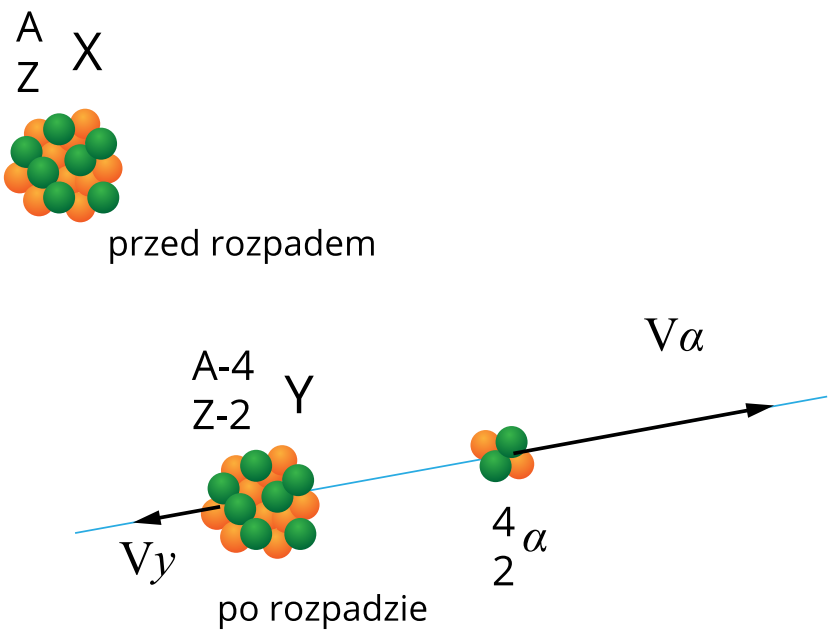
Pęd ciała $\vec{p} = m\vec{v}$, gdzie m, to masa ciała a $\vec{v}$ - jego prędkość. Dla układu ciał, jego pęd jest równy sumie wektorów pędu ciał tworzących ten układ:

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots$$

Zasada zachowania pędu stwierdza, że jeżeli wypadkowa sił zewnętrznych działających na układ ciał wynosi zero, to całkowity pęd układu się nie zmienia. Zasada ta jest spełniona również w reakcjach jądrowych.

Korzystając z tej zasady możemy wyznaczyć, na przykład, podział energii między produkty rozpadów promieniotwórczych.

Rozpatrzmy rozpad alfa przykładowego jądra ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$. Przyjmijmy, że jądro X przed rozpadem spoczywa (Rys. 1.). Szerzej o rozpadzie alfa przeczytasz w e-materiale „Opisujemy rozpad alfa”.



Rys. 1. Rozpad alfa jądra ${}^{A}_{Z}\mathrm{X}$. Produkty rozpadu, zgodnie z zasadą zachowania pędu, poruszają się w przeciwne strony z jednakowym co do wartości pędami.

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Jądro będące produktem rozpadu oznaczymy literą Y. Równanie reakcji rozpadu ma postać:

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}. $$

Wielkości związane z cząstką alfa zapiszemy z indeksem α a z jądrem Y, indeksem Y.

Z zasady zachowania pędu wynika, że wartości pędów produktów rozpadu są jednakowe:

$$ \overrightarrow{p}_{\alpha} + \overrightarrow{p}_{Y} = 0 \Rightarrow p_{\alpha} = p_{Y} \leftrightarrow m_{\alpha} v_{\alpha} = m_{Y} v_{Y} $$

Energię kinetyczną możemy powiązać z pędem, wykonując następujące przekształcenia:

$$ E = \frac{mv^2}{2} \Leftrightarrow E = \frac{mv^2 m}{2m} = \frac{(mv)^2}{2m} = \frac{p^2}{2m} $$

Stosunek energii kinetycznej wyemitowanej cząstki α do energii odrzutu jądra Y możemy zapisać:

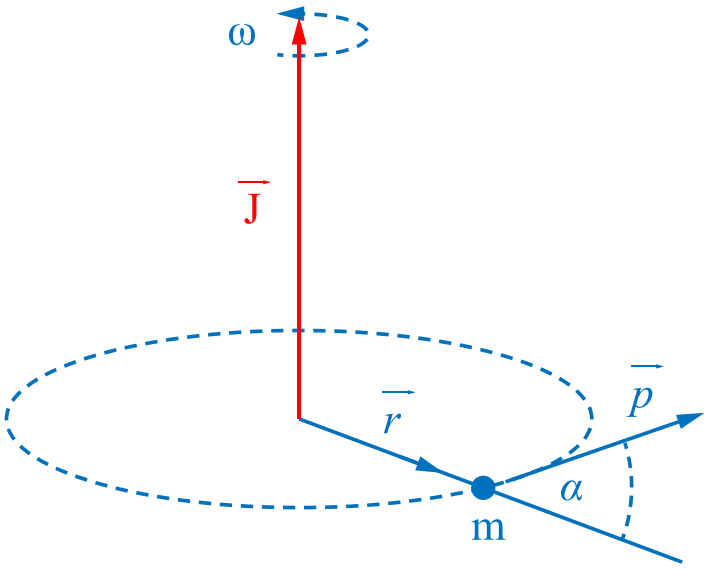
$$ \frac{E_{\alpha}}{E_{Y}} = \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}} \cdot \frac{2m_{Y}}{p_{Y}^2} = \frac{m_{Y}}{m_{\alpha}} $$

Jak widać, stosunek energii produktów rozpadu jest równy odwrotności stosunku ich mas. Innymi słowy, energia cząstki alfa jest tyle razy większa od energii powstałego w wyniku rozpadu jądra Y, ile razy masa jądra Y jest większa od masy cząstki alfa.

Energie cząstek najczęściej podajemy w **megaelektronowoltach** (MeV).

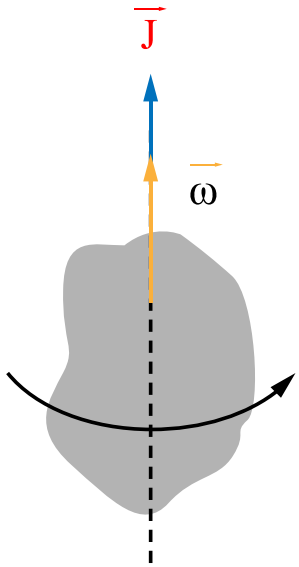
Podobnie, w przypadku innych rozpadów, większą część energii zabiera cząstka o mniejszej masie. W przypadku rozpadów beta i gamma, pędy powstających w wyniku rozpadu cząstek należy liczyć w inny sposób. Dla rozpadu beta, przy obliczaniu pędu emitowanego elektronu, ze względu na prędkość elektronów porównywalną z prędkością światła, należy zastosować relatywistyczny wzór na pęd. Przy emisji fotonu gamma, jego pęd opiszemy wzorem: $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{hf}{c}$, gdzie λ, to długość fali **fotonu gamma**, a f – jego częstotliwość.

Moment pędu w fizyce klasycznej jest wielkością opisującą ruch obrotowy bryły lub ruch punktu po linii krzywej. **Moment pędu** $\overrightarrow{J}$ punktu materialnego o pędzie $\overrightarrow{p}$, którego położenie względem osi obrotu opisane jest wektorem wodzącym $\overrightarrow{r}$, definiuje się jako **iloczyn wektorowy** wektorów położenia i pędu punktu: $\overrightarrow{J} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p}$ (Rys. 2.). Wartość momentu pędu jest równa: $J = p \cdot r \cdot \sin\alpha$.



Rys. 2. Moment pędu punktu materialnego. $\vec{J}$, to moment pędu, $\vec{r}$ – promień wodzący punku, $\vec{p}$ – pęd punktu, α – kąt między promieniem wodzącym a wektorem pędu punktu, ω – prędkość kątowa punktu.
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Dla wirującej bryły, jej moment pędu opisuje wzór $\vec{J} = I\vec{\omega}$ (Rys. 3.), gdzie $\vec{J}$, to moment pędu bryły, I – moment bezwładności bryły, $\vec{\omega}$ – prędkość kątowa bryły.



Rys. 3. Moment pędu bryły: $\vec{J}$ – moment pędu, $\vec{\omega}$ – prędkość kątowa bryły.
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Moment pędu pełni podobną funkcje w ruchu obrotowym, jak pęd w ruchu postępowym i podobnie pozostaje zachowany dla układu, jeżeli wypadkowy moment sił zewnętrznych

wynosi zero.

Każdy nukleon wykazuje własny moment pędu, wynikający z ich właściwości falowych. Moment ten nazywa się spinowym momentem pędu. Wartość spinowego momentu pędu nukleonów (J_s) jest równa:

$$J_s = \frac{h}{2\pi}[s(s+1)]^{\frac{1}{2}}$$

gdzie h, to stała Plancka, a $s = \frac{1}{2}$, to spinowa liczba kwantowa, nazywana potocznie spinem nukleonu. Ponadto, w jądrze atomowym nukleony wykazują tak zwany orbitalny moment pędu, wynikający z ruchu wewnątrz jądra. Wartość tego momentu (J_l) opisuje równanie:

$$J_l = \frac{h}{2\pi}[l(l+1)]^{\frac{1}{2}}$$

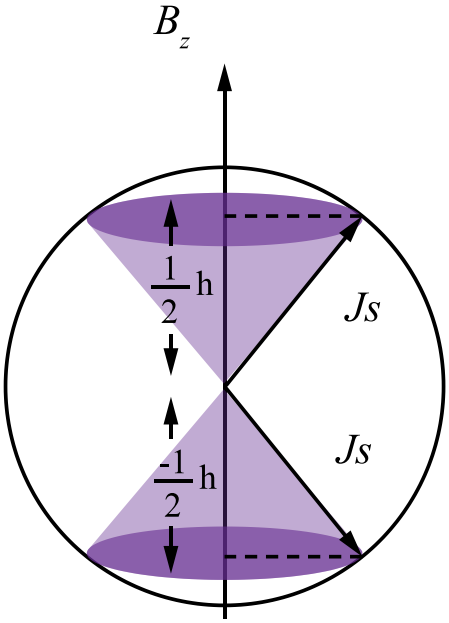
gdzie l, to orbitalna liczba kwantowa, która może przyjmować wartości 0, 1, 2, 3 ...

Suma wektorów momentów pędów spinowych i orbitalnych wszystkich nukleonów stanowi moment pędu jądra J. Wartość momentu pędu jądra można opisać wzorem:

$$J = \frac{h}{2\pi}[I(I+1)]^{\frac{1}{2}}$$

gdzie I to spinowa liczba kwantowa jądra.

Momenty pędu, zarówno nukleonów, jak i jądra, wytwarzają pole magnetyczne, dzięki czemu nukleony i jadro oddziałują z zewnętrznym polem magnetycznym. Na przykład z polem magnetycznym wynikającym z orbitalnego ruchu elektronów. Względem tego pola, momenty pędu wykonują ruch wirowy, ustawiając się pod określonym kątem – tak, aby rzut wektora momentu pędu na kierunek zewnętrznego pola miał ściśle określone wartości. Dla spinowego momentu pędu wartość ta wynosi $\frac{h}{2\pi}$ (Rys. 4.), a dla jądrowego – $I\frac{h}{2\pi}$. Maksymalna wartość rzutu jądrowego momentu pędu nazywana jest często spinem jądra, chociaż określenia tego używa się także w stosunku do maksymalnej wartości I – spinowej liczby kwantowej jądra.



Rys. 4. Spinowy moment pędu nukleonu J_s. Względem zewnętrznego pola magnetcyznego B_z moment ten wykonuje ruch precesyjny, ustawiając się pod takim kątem, aby wartość rzutu wektora J_s na kierunek zewnętrznego pola wynosiła $\frac{h}{2\pi}$. Wyrażenie $\frac{h}{2\pi}$ oznacza się za zwyczaj symbolem $\hbar$.
Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Nukleony tego samego rodzaju mają w jądrach tendencję do łączenia się w pary o przeciwnie zwróconych momentach pędu, zarówno spinowych, jak i orbitalnych. Taka para nukleonów ma wypadkowy moment pędu równy zero. Dlatego dla jąder o parzystej liczbie protonów i parzystej liczbie neutronów I wynosi 0, dla jąder o parzystej liczbie nukleonów ma wartość całkowitą, a dla jąder o nieparzystej liczbie nukleonów przyjmuje wartości $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{5}{2}$ itd.

W praktyce, moment pędu w fizyce jądrowej można opisać spinem (spinową liczba kwantową) uwzględniając możliwe dwie przeciwne orientacje w przestrzeni względem kierunku ustalonego przez zewnętrzne pole magnetyczne. Spinom tym przypisuje się przeciwny znak. Nukleonom można zatem przypisać spin $\frac{1}{2}$ lub $-\frac{1}{2}$. Moment pędu, spin, jest zachowany we wszystkich reakcjach jądrowych.

Zasada zachowania momentu pędu była jednym z powodów poszukiwania dodatkowych cząstek, powstających (oprócz elektronów) w rozpadach beta minus. Rozpad ten opisuje równanie:

$$^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\mathrm{Y} + {}^{0}_{-1}e + \tilde{\nu}_e$$

gdzie: X – jądro wyjściowe, Y – jądro powstałe w wyniku rozpadu, e – elektron $\tilde{\nu}_e$ – **antyneutrino** elektronowe.

Istnienie **neutrin** zostało przewidziane przez Wolfganga Pauliego w 1930 r. między innymi dlatego, że jądro emituje elektron o wartości spinu $s = \frac{1}{2}$, ale zwyczaj spin powstającego jądra jest taki sam, jak jądra wyjściowego. Kolejnym powodem był fakt, że emitowane w rozpadach elektrony mają energie leżące w bardzo szerokim zakresie, a zgodnie z zasadą zachowania pędu, powinny unosić niemal całą energię rozpadu danego jądra. Oznaczało to, że w rozpadzie powinna powstawać także cząstka unosząca część energii wydzielanej w wyniku rozpadu, a także spin o takiej samej wartości, jak elektronu, ale zwrócony przeciwnie.

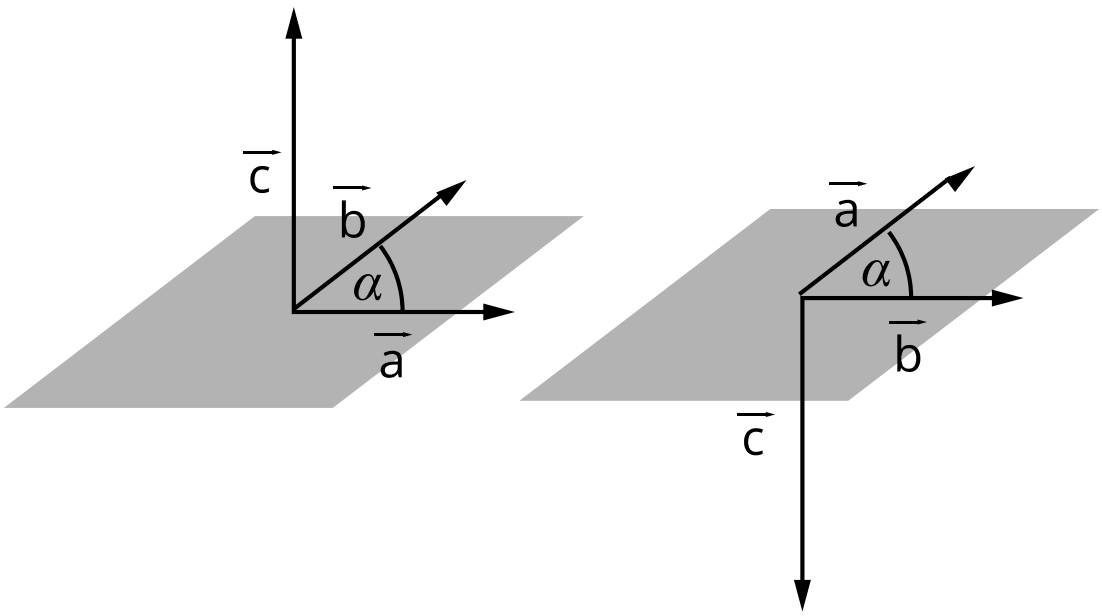
Możliwe są również rozpady beta, w których spiny elektronu i antyneutrina są zwrócone zgodnie. Ponieważ wartości spinów elektronów i antyneutrin wynoszą $\frac{1}{2}$, powstające jądro Y musi różnić się w tym przypadku spinem o 1 od jądra X. Tego typu rozpad zachodzi średnio raz na 10^4 zachodzących rozpadów beta danego jądra.

Słowniczek

Iloczyn wektorowy

(ang. *vector product*) – iloczynem wektorowym wektorów $\vec{a}$ i $\vec{b}$ nazywa się taki wektor $\vec{c}$, że:

- $c = ab\sin\alpha$, gdzie α kąt między wektorem $\vec{a}$ i $\vec{b}$;
- wektor $\vec{c}$ jest prostopadły do wektora $\vec{a}$ i $\vec{b}$;
- zwrot wektora $\vec{c}$ określa reguła śruby prawoskrętnej: jeżeli śrubę prawoskrętną ustawimy równolegle do kierunku wektora $\vec{c}$ i będziemy obracać tak, aby wektor $\vec{a}$ „nakręcać” na wektor $\vec{b}$ po mniejszym kącie, to ruch postępowy śruby wskaże zwrot wektora $\vec{c}$ (Rys.).



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Megaelektronowolt (MeV)

(ang. *megaelectronvolt*) – jednostka energii stosowana przy opisie cząstek elementarnych. 1 MeV = 10^6 eV = $10^6 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J = $1{,}6 \cdot 10^{-13}$ J.

Neutrino

(ang. *neutrino*) – cząstka elementarna należąca do leptonów. Jest fermionem o spinie równym $\frac{1}{2}$ i zerowym ładunku elektrycznym. Neutrina są cząstkami podstawowymi w modelu standardowym. Doświadczenia przeprowadzone w ostatnich latach wskazują, że neutrina mają bliską zera, ale niezerową, masę spoczynkową (Wikipedia).

Antyczątki

(ang. *antiparticles*) – cząstki elementarne różniące się od odpowiadających im cząstek odwrotnym znakiem wszystkich liczb kwantowych (na przykład: ładunku elektrycznego, liczby barionowej, leptonowej, składowej izospinu, momentu magnetycznego), mające zaś taką samą masę i czas życia.

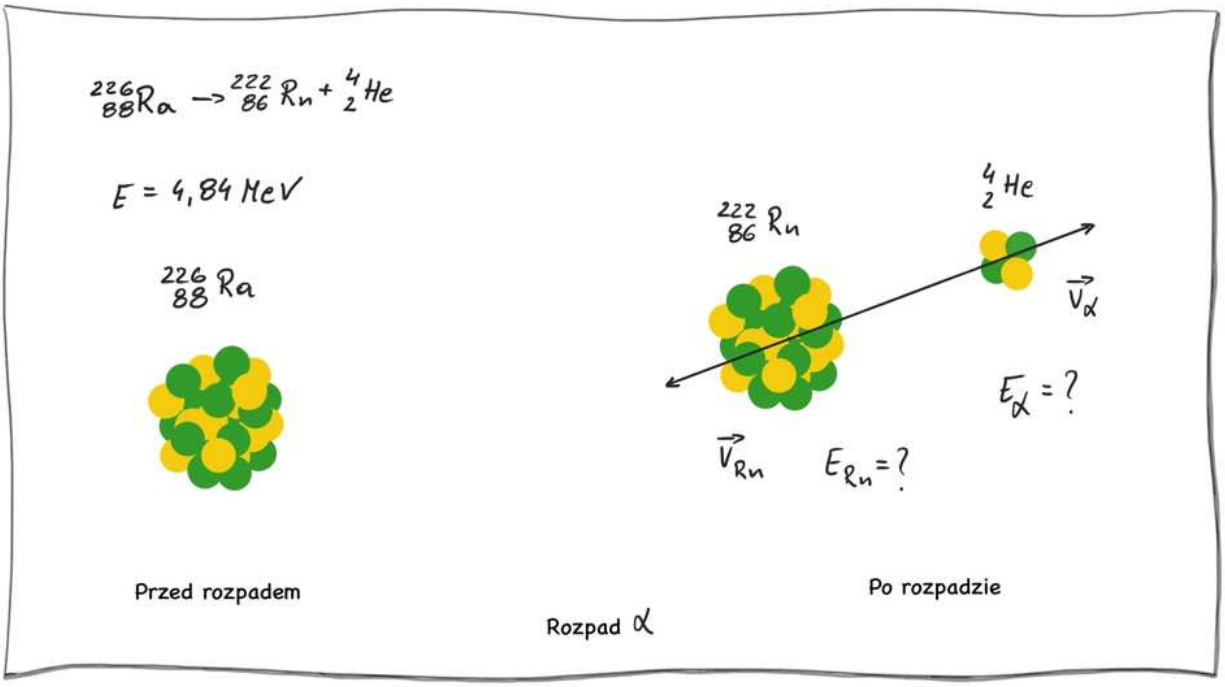
Fotony gamma

(ang. *gamma photons*) – wysokoenergetyczne fotony promieniowania elektromagnetycznego, o długości fali poniżej 0,1 nm. Towarzyszą zazwyczaj przemianom jądrowym. Energię fotonu opisuje wzór $E = hf$, gdzie h, to stała Plancka, a f – częstotliwość fotonu. Pęd fotonu opisuje równanie $p = \frac{h}{\lambda}$, gdzie λ to długość fali fotonu. Związek miedzy długością fali a częstotliwością opisuje wzór $\lambda = \frac{c}{f}$.

Film samouczek

Zasada zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych

Film pokazuje zastosowanie zasady zachowania pędu do obliczenia energii cząstki alfa i jądra, powstałych w wyniku rozpadu innego jądra.



Film dostępny pod adresem /preview/resource/Ro8qrmFvC3yU3

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. Licencja: https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 1

Udowodnij związek energii kinetycznej cząstki z jej pędem: $E_{kin} = \frac{p^2}{2m}$

Polecenie 2

W jakich jednostkach wyrażono na filmie energię kinetyczną produktów rozpadu jądra radu?

- ◯ W watach
- ◯ W megaelektronowoltach
- ◯ W dżulach
- ◯ W elektronowoltach

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

W wyniku rozpadu alfa $^{A}_{Z}\mathrm{X} \rightarrow {}^{4}_{2}\mathrm{He} + {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}$ powstałe jądro Y i cząstka helu uzyskują jednakowe:

- pędy
- prędkości
- energie

Ćwiczenie 2

W wyniku rozpadu alfa jądra polonu $^{210}_{84}\mathrm{Po}$ wydziela się energia około 5,3 MeV. Oblicz, jakie prędkości uzyskują w wyniku tego rozpadu powstające jądro ołowiu $^{206}_{82}\mathrm{Pb}$ i cząstka alfa. Przyjmij, że jądro polonu przed rozpadem spoczywało a masy protonu i neutronu są w przybliżeniu jednakowe i równe jednostce masy atomowej $1,67 \cdot 10^{-27}\ kg$. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

Odp.: v_{α} = _____ · 10 _____ m/s;

v_{Pb} = _____ · 10 _____ m/s

Ćwiczenie 3

Wzbudzone jądro ołowiu 206, którego masa wynosi $3,44 \cdot 10^{-25}\ kg$, emituje foton gamma o energii 0,8 MeV. Jaka jest prędkość odrzutu, jakiego doznaje to jądro? Wynik podaj z dokładnością do dwóch cyfr znaczących.

Odp.: v_{Pb} = _____ · 10 _____ m/s.

Ćwiczenie 4

Zaznacz, które z wyrażeń do wyboru są poprawne.

Własny moment pędu protonu może przyjmować [dowolną wartość ☐] / [tylko ściśle określoną wartość ☐]. Orbitalny moment pędu nukleonów w jądrze może przyjmować [tylko jedną wartość ☐] / [tylko ściśle określone wartości ☐].

Ćwiczenie 5

Moment pędu jądra jest:

- ○ sumą wektorów spinowych momentów pędów nukleonów
- ○ sumą wektorów własnych i orbitalnych momentów pędu nukleonów
- ○ sumą wektorów orbitalnych momentów pędu nukleonów

Ćwiczenie 6

Wartości momentów pędu protonów i neutronów są jednakowe i wynoszą:

- ☐ $\frac{h\sqrt{3}}{4\pi}$
- ☐ 0
- ☐ $\frac{h}{2\pi}\sqrt{s(s+1)}$, gdzie s oznacza spin nukleonu
- ☐ $\frac{h}{2\pi}$

Ćwiczenie 7

Wartość momentu pędu cząstki alfa wynosi:

- $\frac{h\sqrt{3}}{4\pi}$
- $\frac{h\sqrt{2}}{4\pi}$
- $\frac{h}{2\pi}$
- 0

Ćwiczenie 8

Jeżeli w rozpadzie beta minus moment pędu jadra wyjściowego i jądra powstałego w wyniku rozpadu są jednakowe, to

- momenty pędu elektronu i antyneutrina mają jednakowe wartości i zwroty
- momenty pędu wyemitowanego elektronu i antyneutrina muszą mieć wartości zero
- w rozpadzie jest emitowany tylko elektron
- momenty pędu elektronu i antyneutrina mają jednakowe wartości ale przeciwne zwroty

Ćwiczenie 9

Jeżeli w wyniku rozpadu beta minus wyemitowane elektron i neutrino mają zgodnie zwrócone momenty pędu, to w wyniku takiego rozpadu, spin jądra (spinowa liczba kwantowa) powstającego:

- ◯ różni się o 1 od wyjściowego
- ◯ jest taki sam, jak jądra wyjściowego
- ◯ może różnić się o 1 lub $\frac{1}{2}$, w zależności od zwrotu spinów elektronów i neutrina
- ◯ różni się o $\frac{1}{2}$ od wyjściowego

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Jarosław Krakowski
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	**Zasady zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych**
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, rozszerzenie zapisu podstawy programowej dla zakresu rozszerzonego.
Podstawa programowa	**Cele kształcenia – wymagania ogólne** II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. **Zakres rozszerzony** **Treści nauczania – wymagania szczegółowe** I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem; 19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	**Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:** • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wymieni przejawy zasad zachowania pędu i momentu pędu w reakcjach jądrowych; 2. opisze moment pędu jądra atomowego; 3. wyjaśni znaczenie zasad zachowania pędu i momentu pędu w opisie reakcji jądrowych; 4. wytłumaczy, dlaczego większą część energii rozpadu zabierają cząstki lekkie; 5. zastosuje zdobytą wiedzę do rozwiązywania problemów.
Strategie nauczania:	IBSE (Inquiry-Based Science Education - nauczanie/uczenie się przedmiotów przyrodniczych przez odkrywanie/dociekanie naukowe)
Metody nauczania:	wykład problemowy
Formy zajęć:	praca zespołowa, praca w grupach
Środki dydaktyczne:	komputer z dostępem do Internetu, rzutnik, zestawy zadań
Materiały pomocnicze:	grafika ilustrująca pęd i moment pędu, symulacje ilustrujące zasady zachowania pędu i momentu pędu
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel zadaje pytania: • Jakie znacie przejawy zasady zachowania pędu? Uczniowie wymieniają zjawiska zderzeń i odrzutu oraz podają przykłady tych zjawisk. • Jakie znacie przejawy zasady zachowania momentu pędu? Uczniowie podają przykłady zjawisk, w których przejawia się zasada zachowania momentu pędu. • Jakie znacie reakcje jądrowe? Uczniowie podają przykłady reakcji rozpadów promieniotwórczych, syntezy jądrowej i sztucznych przemian jader.	
Faza realizacyjna:	

Uczniowie analizują zjawiska odrzutu, na przykładzie rozpadu alfa i gamma, wykorzystując symulacje interaktywne lub grafikę. Dla rozpadu alfa, uczniowie wyprowadzają wzór opisujący podział energii rozpadu między produkty. W razie potrzeby, posługują się filmem samouczkiem. Uczniowie analizują zachowanie pędu dla sztucznych przemian jądrowych, wykorzystując symulacje internetowe (na przykład: https://www.vascak.cz/data/android/physicsatschool/template.php?f=jadro_reakce&l=pl). Nauczyciel omawia pojęcie momentu pędu jądra atomowego. Nauczyciel omawia znaczenie zasady zachowania momentu pędu przy odkryciu neutrin.	
Faza podsumowująca	
Uczniowie, wykorzystując zdobytą wiedzę, rozwiązują zadania: 1, 2, 5, 6 z zestawu ćwiczeń. Nauczyciel pełni rolę doradcy, obserwuje i kontroluje pracę uczniów.	
Praca domowa:	
Uczniowie powtarzają i utrwalają wiedzę i zdobyte umiejętności przez rozwiązanie w domu zadań, których nie rozwiązali na lekcji: 3, 4, 7, 8, 9.	
Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium	Multimedium można wykorzystać przy powtarzaniu wiadomości i innych lekcjach na temat przemian jądrowych.