



Interpretacja geometryczna nierówności typu $|x| > a$

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Interpretacja geometryczna nierówności typu $|x| > a$

Źródło: Lynda B, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Umiesz już rozwiązywać równania, w których pojawił się symbol wartości bezwzględnej. Wiesz też, jak geometrycznie interpretujemy moduł.

W tym materiale dowiesz się jak należy rozwiązywać nierówności typu $|x| > a$.

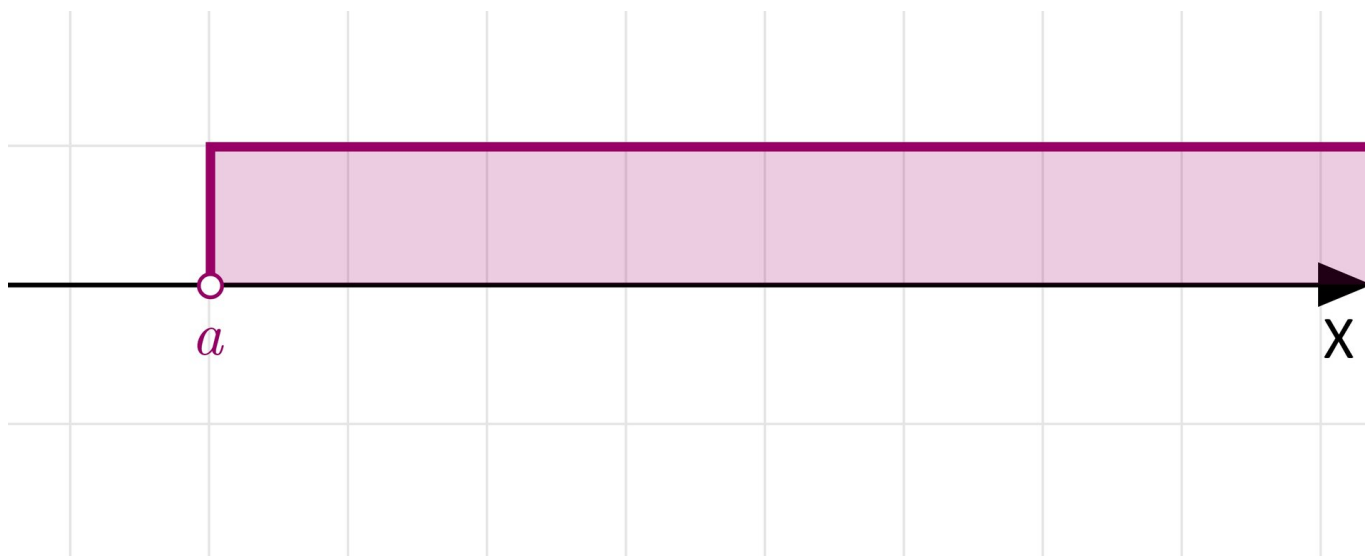
Twoje cele

- Utrwalisz definicję geometryczną wartości bezwzględnej liczby a .
- Udoskonalisz umiejętności zaznaczania na osi liczbowej przedziałów określonych za pomocą warunków $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$.
- Udoskonalisz umiejętności zapisywania za pomocą warunków $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$, przedziałów przedstawionych na osi liczbowej.
- Nauczysz się rozwiązywać nierówności typu $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$.

Przeczytaj

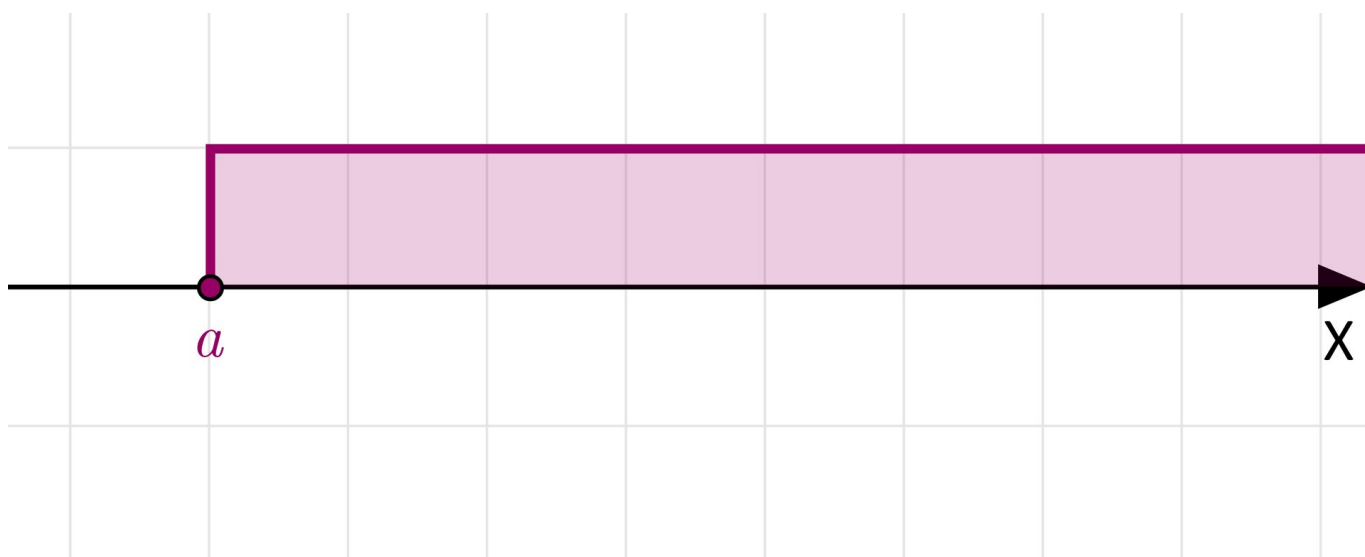
Przypomnijmy sobie informacje dotyczące przedziałów nieograniczonych.

- Przedziałem nieograniczonym lewostronnie otwartym (a, ∞) nazywamy zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, które są większe od pewnej liczby a .



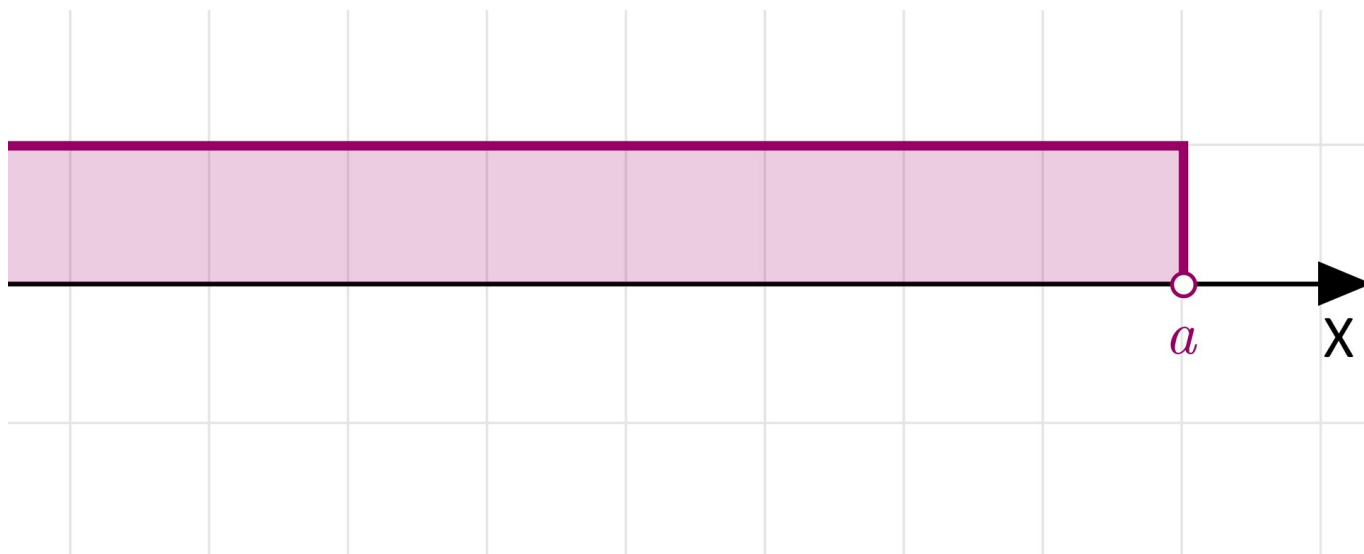
$$x \in (a, \infty) \Leftrightarrow x > a$$

- Przedziałem nieograniczonym lewostronnie domkniętym $\langle a, \infty)$ nazywamy zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, które są większe od pewnej liczby a lub jej równe.



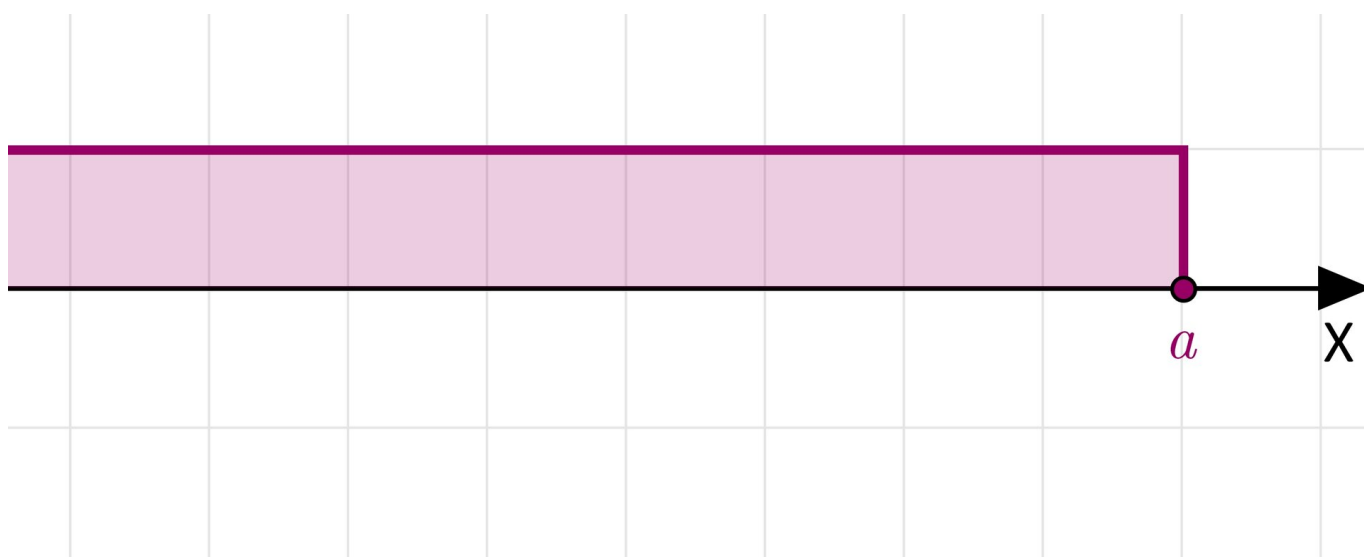
$$x \in \langle a, \infty) \Leftrightarrow x \geq a$$

- Przedziałem nieograniczonym prawostronnie otwartym $(-\infty, a)$ nazywamy zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, które są mniejsze od pewnej liczby a .



$$x \in (-\infty, a) \Leftrightarrow x < a$$

- Przedziałem nieograniczonym prawostronnie domkniętym $(-\infty, a]$ nazywamy zbiór wszystkich liczb rzeczywistych, które są mniejsze od pewnej liczby a lub jej równe.



$$x \in (-\infty, a] \Leftrightarrow x \leq a$$

Przypomnijmy sobie najważniejsze informacje o nierównościach pierwszego stopnia (liniowych) z jedną niewiadomą.

- Nierówność pierwszego stopnia (liniowa) z jedną niewiadomą, to nierówność, w której występuje dokładnie jedna niewiadoma w pierwszej potęgze.
Przykłady takich nierówności, to:

$$2x > 4$$

$$-3x + 1 \geq 2$$

$$\frac{1}{2}x - 4 < 0$$

$$-0,4 + 0,3x = -0,5$$

- Zbiorem **rozwiązań nierówności** jest zbiór wszystkich liczb, które spełniają daną nierówność. Zbiór ten zaznaczamy na osi liczbowej i zapisujemy w postaci odpowiedniego przedziału.
- Nierówności równoważne, to takie, które posiadają taki sam zbiór rozwiązań.
- Aby rozwiązać nierówność, możemy przekształcać ją równoważnie.
- Pamiętaj, że podczas mnożenia i dzielenia obydwu stron nierówności przez liczbę ujemną, zmieniamy znak nierówności na przeciwny.

Wiesz już, że **wartość bezwzględna liczby** rzeczywistej a , możemy zinterpretować jako odległość tej liczby od liczby 0 na osi liczbowej.

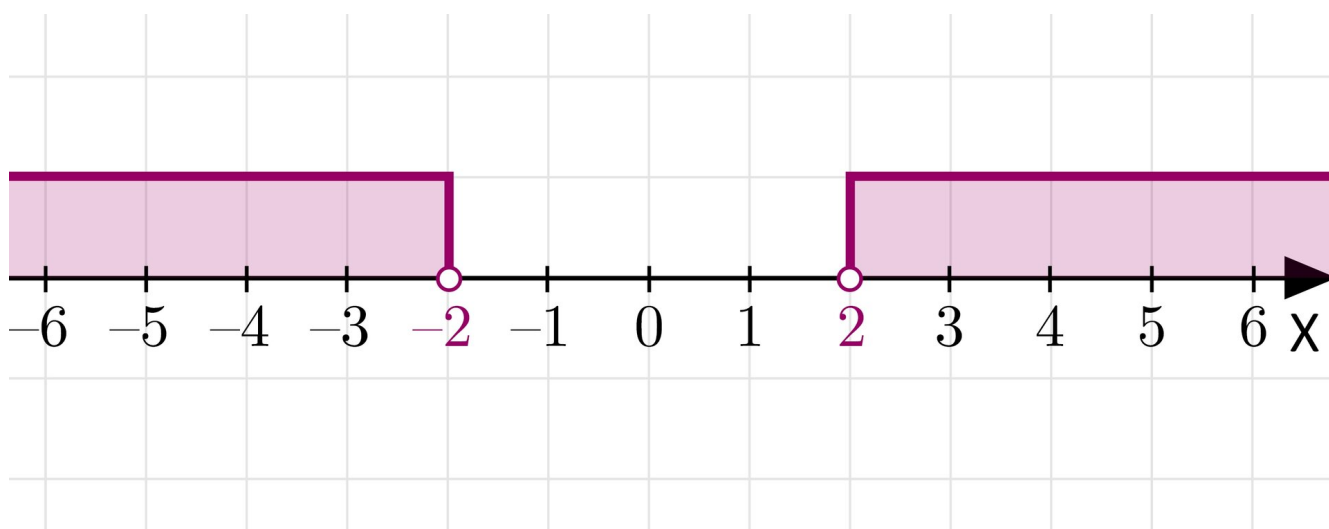
Zapoznaj się z przykładami.

Przykład 1

Zaznacz na osi liczbowej liczby spełniające warunek $|x| > 2$.

Warunek ten spełniają wszystkie liczby rzeczywiste, których odległość od liczby 0 wynosi więcej niż 2.

Zaznaczamy zatem na osi dwa przedziały nieograniczone: prawostronnie otwarty $(-\infty, -2)$ oraz lewostronnie otwarty $(2, \infty)$.



Ponieważ nierówność jest ostra, to kółeczka znajdujące się na liczbach 2 oraz -2 są niezamalowane.

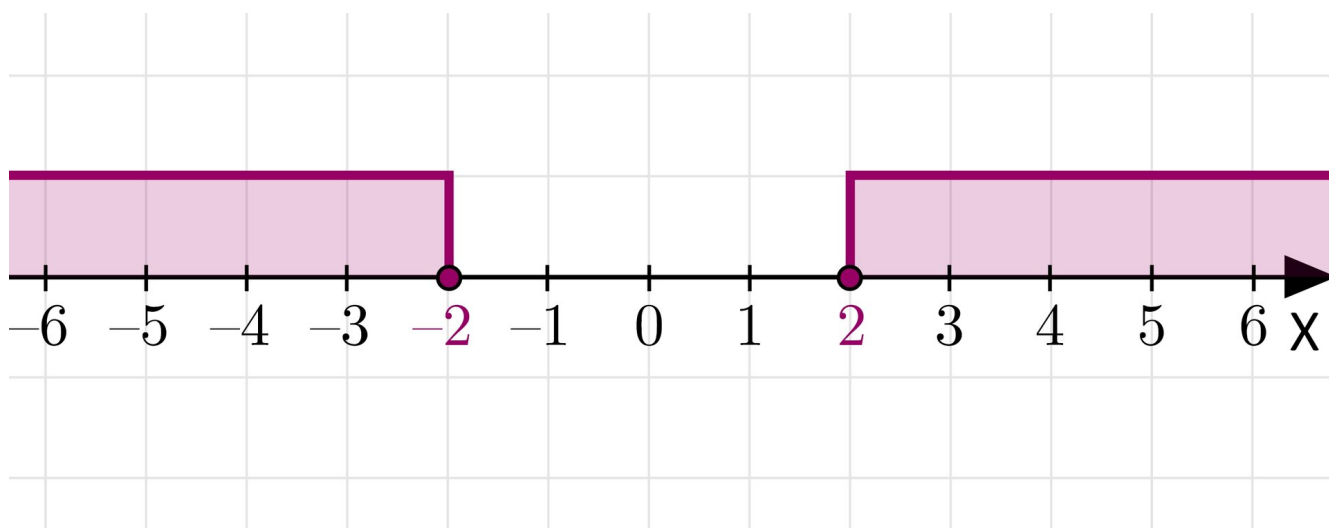
Zbiór ten możemy zapisać za pomocą sumy przedziałów $(-\infty, 2) \cup (2, \infty)$.

Przykład 2

Zaznacz na osi liczbowej liczby spełniające warunek $|x| \geq 2$.

Warunek ten spełniają wszystkie liczby rzeczywiste, których odległość od liczby 0 jest równa 2 oraz te, których ta odległość wynosi więcej niż 2.

Zaznaczamy zatem na osi dwa przedziały nieograniczone: prawostronnie domknięty $(-\infty, -2]$ oraz lewostronnie domknięty $[2, \infty)$.



Ponieważ nierówność jest słaba (nieostra), to kółeczka znajdujące się na liczbach 2 oraz -2 są zamalowane.

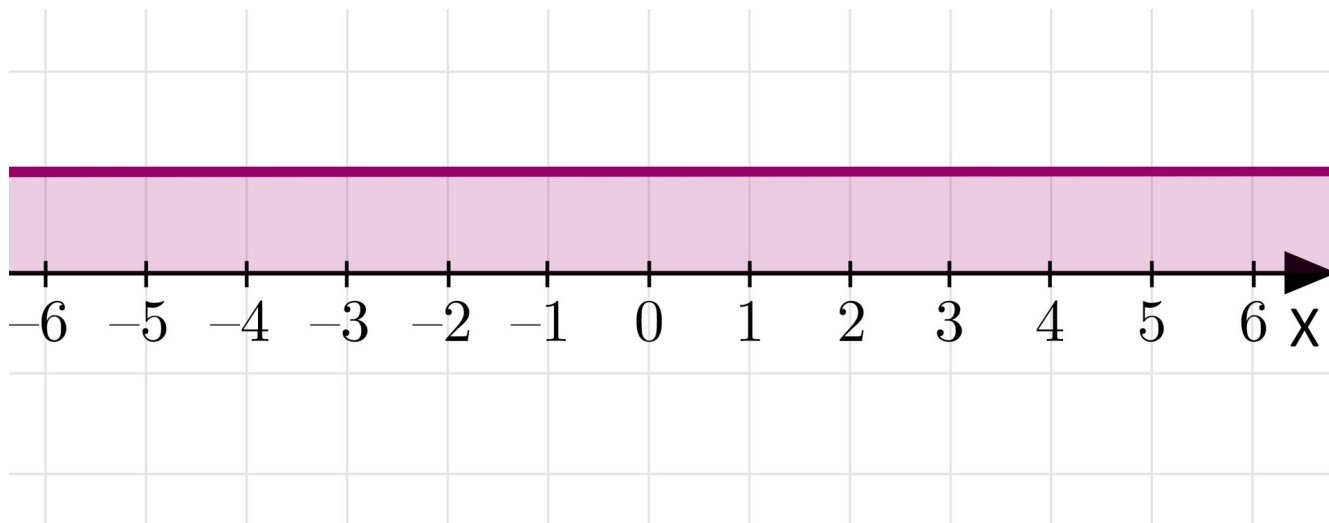
Zbiór ten możemy zapisać za pomocą sumy przedziałów $(-\infty, -2] \cup [2, \infty)$.

Przykład 3

Zaznacz na osi liczbowej liczby spełniające warunek $|x| \geq -2$.

Warunek ten spełniają wszystkie liczby rzeczywiste, których odległość od liczby 0 wynosi więcej niż -2 , czyli wszystkie liczby rzeczywiste.

Odległość jest zawsze nieujemna, a zatem każda liczba znajduje się na osi w odległości większej niż -2 .



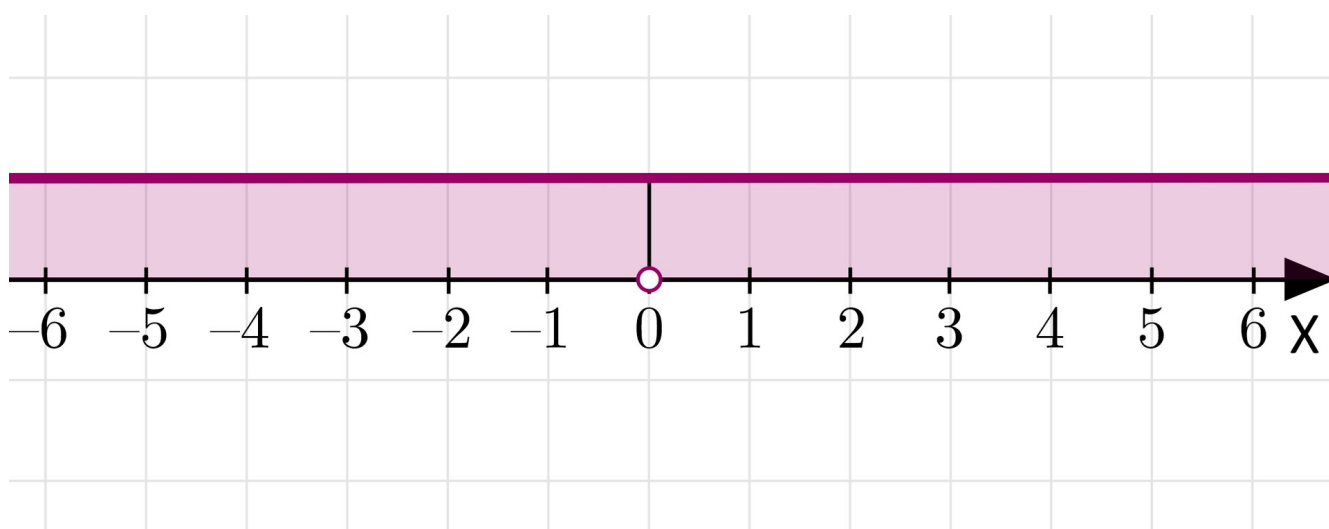
Możemy zatem zapisać, że $x \in \mathbb{R}$.

Analogicznie wygląda zbiór liczb spełniających warunek $|x| \geq 0$.

Przykład 4

Zaznacz na osi liczbowej liczby spełniające warunek $|x| > 0$.

W tym przypadku jedyną liczbą, która nie spełnia warunku jest liczba 0.



Zapisujemy: $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Słownik

wartość bezwzględna liczby a

odległość liczby a od zera na osi liczbowej

rozwiązanie nierówności

zbiór liczb spełniających nierówność

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładami przedstawionymi w animacji, a następnie wykonaj samodzielnie polecenie 2.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DVQDzLXkh>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego interpretacji geometrycznej nierówności typu wartość bezwzględna z x większa od a.

Polecenie 2

Rozwiąż nierówności. Zaznacz rozwiązania na osi liczbowej i zapisz w postaci sumy przedziałów:

a) $|x| > 5$

b) $|x| \geq 1$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Zaznacz wszystkie liczby spełniające nierówność $|x| \geq 10$.

☐ -8

☐ -10

☐ -9

☐ 11

☐ 9

☐ -11

☐ 8

☐ 10

Ćwiczenie 2



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Wszystkie liczby rzeczywiste spełniają nierówność $|x| \geq 0$.

☐ Nierówność $|x| > -5$ jest sprzeczna.

☐ Nierówność $|x| > 6$ jest spełniona przez liczbę 6.

☐ Liczba -7 należy do zbioru rozwiązań nierówności $|x| \geq 7$.

Ćwiczenie 3



Które z przedziałów mogą się pojawić w zapisie rozwiązania nierówności ostrej, a które w zapisie rozwiązania nierówności słabej.

Umieść przedziały w odpowiednich okienkach.

nierówność słaba

$(-\infty, 15]$

$\langle 6, \infty$

$(5, \infty)$

$(-\infty, 15)$

$(6, \infty)$

$(-\infty, 2)$

nierówność ostra

$(-\infty, 2]$

$\langle 5, \infty$

Ćwiczenie 4



Połącz w pary warunki równoważne.

$$|x| \geq 5$$

$$x < -5 \text{ lub } x > 5$$

$$|x| > 5$$

$$x \leq -5 \text{ lub } x \geq 5$$

$$x < -2 \text{ lub } x > 2$$

$$|x| \geq 2$$

$$x \leq -2 \text{ lub } x \geq 2$$

$$|x| > 2$$

Ćwiczenie 5



Połącz w pary nierówności i zbiory ich rozwiązań.

$$x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$$

$$|x| \geq 4$$

$$|x| \geq 8$$

$$x \in (-\infty, -8) \cup (8, \infty)$$

$$|x| > 8$$

$$x \in (-\infty, -8) \cup (8, \infty)$$

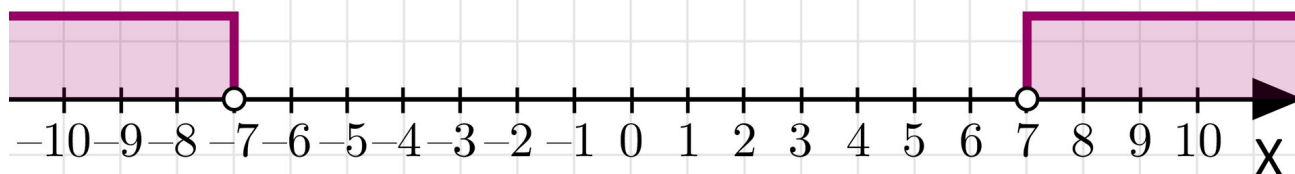
$$x \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$$

$$|x| > 4$$

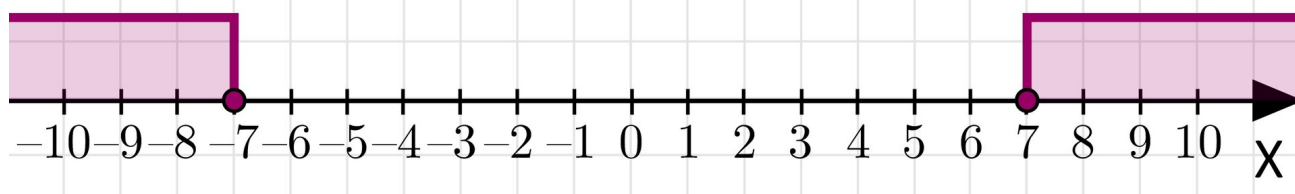
Ćwiczenie 6

Przyporządkuj opisy zbiorów do odpowiadających im rysunków. Przyciągnij prawidłowe odpowiedzi.

RYSUNEK 1



RYSUNEK 2



Rysunek 1

$|x| \geq 7$

$x < -7 \text{ lub } x > 7$

$|x| > 7$

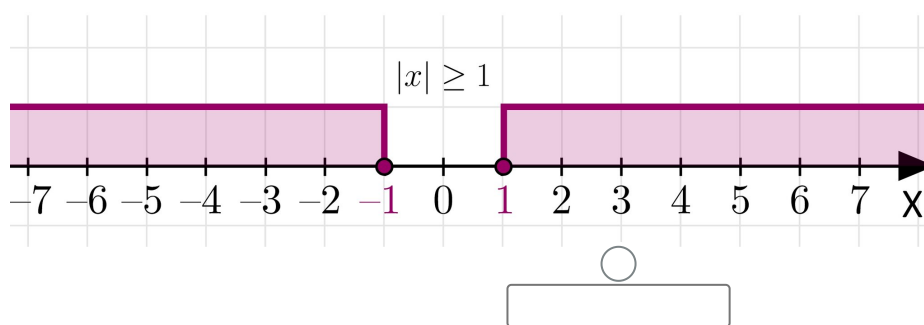
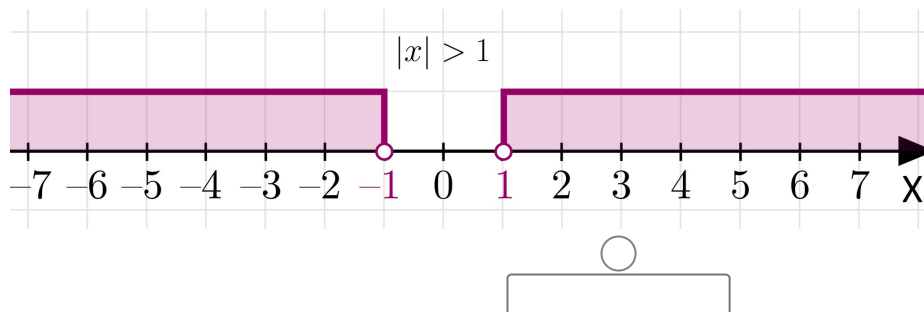
$x \leq -7 \text{ lub } x \geq 7$

Rysunek 2

Ćwiczenie 7



Przyporządkuj zaznaczone na osi liczbowej zbiory rozwiązań podanych nierówności do zbiorów rozwiązań zapisanych w postaci sumy przedziałów.



$$x \in (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$$

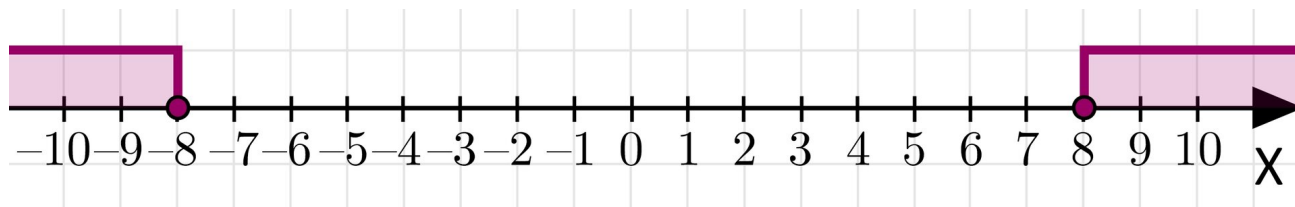
$$x \in (-\infty, -1] \cup [1, \infty)$$

Ćwiczenie 8

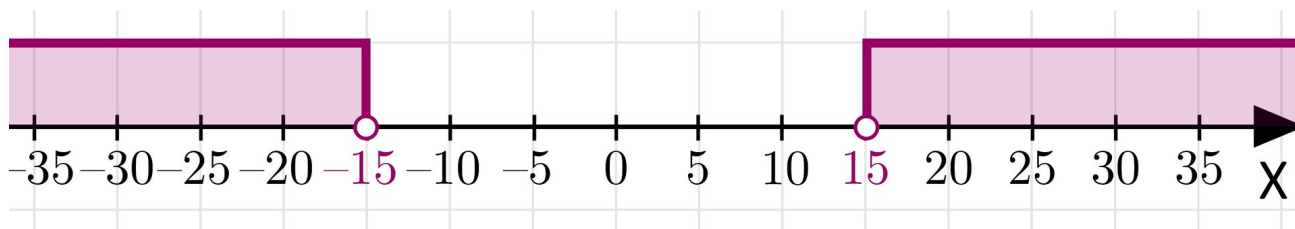


Zapisz nierówność, której rozwiązanie przedstawiono na rysunku.

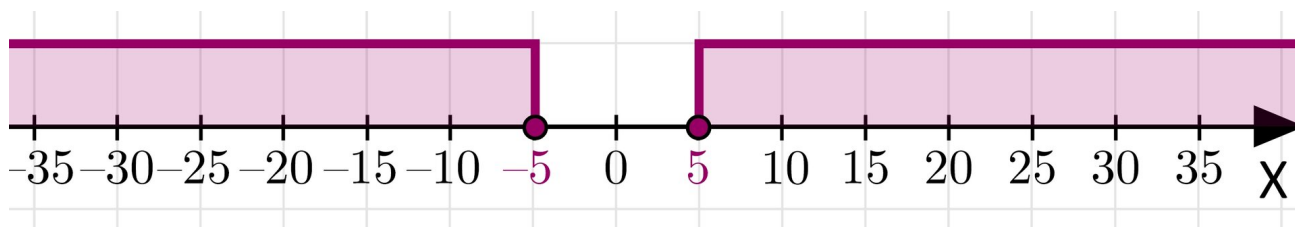
a)



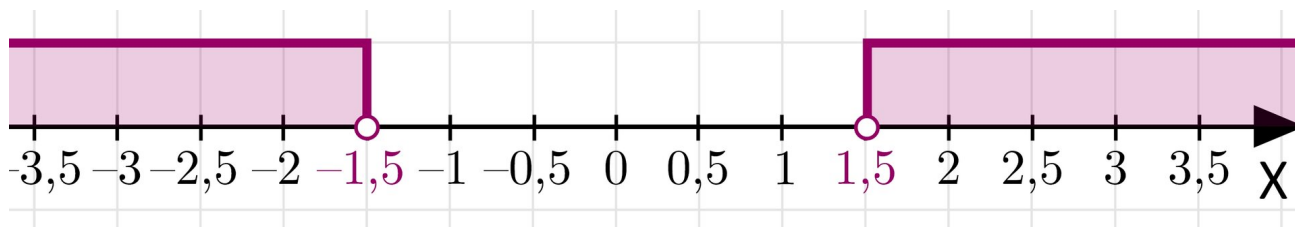
b)



c)



d)



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Interpretacja geometryczna nierówności typu $|x| > a$

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

7) stosuje interpretację geometryczną i algebraiczną wartości bezwzględnej, rozwiązuje równania i nierówności typu: $|x + 4| = 5$, $|x - 2| < 3$, $|x + 3| \geq 4$.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- utrwała definicję geometryczną wartości bezwzględnej
- zaznacza na osi liczbowej przedziały określone za pomocą warunków $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$
- zapisuje za pomocą warunków $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$, przedziały przedstawione na osi liczbowej
- rozwiązuje nierówności typu warunków $|x| > a$ oraz $|x| \geq a$

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- grupy eksperckie

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca w parach

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie wiadomości i umiejętności dotyczące przedziałów liczbowych i zaznaczania na osi liczbowej zbiorów rozwiązań prostych nierówności liniowych .

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w parach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj” oraz infografikę.
2. Nauczyciel dzieli uczniów na cztery grupy. Każda z nich przygotowuje plakat na wskazany temat.

Grupa I

Przedziały liczbowe nieograniczone.

Grupa II

Nierówności liniowe, zbiór rozwiązań nierówności.

Grupa III

Zaznaczanie na osi zbiorów określonych za nierówności postaci $|x| > a$.

Grupa IV

Zaznaczanie na osi zbiorów określonych za nierówności postaci $|x| \geq a$.

3. Każda grupa ma 5 minut na przygotowanie prezentacji swojego zagadnienia.
4. Pracując indywidualnie, uczniowie wykonują polecenie umieszczone pod medium bazowym. Przy pomocy nauczyciela wyjaśniają wątpliwości.
5. Pracując indywidualnie, uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 8.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń. Uczniowie wskazują nauczycielowi, na jakie trudności natknęli się rozwiązując zadania. Wspólnie znajdują rozwiązanie problemów.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia, których nie zdążyli zrobić na lekcji.

Materiały pomocnicze:

[Interpretacja geometryczna nierówności typu \$|x| < a\$](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać materiały multimedialne do utrwalenia wiadomości z lekcji i jako pomoc przy odrabianiu pracy domowej.