



Jak określić cechy obrazu na podstawie równania soczewki?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak określić cechy obrazu na podstawie równania soczewki?

Czy to nie ciekawe?

W otaczającym nas świecie możemy często spotkać soczewki – są one na przykład w okularach korekcyjnych lub aparatach fotograficznych. Czy wiesz, że na podstawie jednego równania możemy określić nie tylko położenie obrazu, ale również i jego cechy? Jak to zrobić? O tym w niniejszym materiale.



Rys. a. Dwuobiektywowy, analogowy aparat fotograficzny, produkowany w latach 1939 - 1970 w Czechosłowacji

Twoje cele

- wyprowadzisz równanie soczewki,
- na podstawie równania soczewki przeanalizujesz, jak zmieniają się cechy obrazu,
- zastosujesz poznane informacje do rozwiązywania zadań rachunkowych.

Z podobieństwa $\triangle ABF$ i $\triangle COF$:

$$\frac{h'}{h} = \frac{f}{x - f} \quad [3]$$

Łącząc zależność [1] z [3] otrzymujemy:

$$\frac{y}{x} = \frac{f}{x - f}, \quad [4]$$

co po odwróceniu przyjmuje postać:

$$\frac{x}{y} = \frac{x - f}{f} \quad [5]$$

Po przekształceniu prawej strony równania [5] otrzymujemy:

$$\frac{x}{y} = \frac{x}{f} - 1, \quad [6]$$

Po podzieleniu obu stron równania [6] przez x mamy:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x} \quad [7]$$

Zatem:

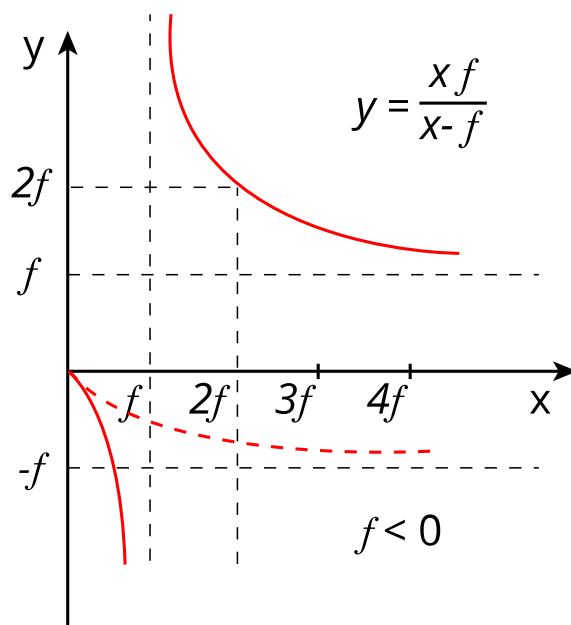
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad [8]$$

Wzór [8] nazywany jest równaniem soczewki cienkiej, czyli takiej, której grubość jest znacznie mniejsza od bezwzględnej różnicy promieni krzywizny. Jest on prawdziwy zarówno dla soczewek skupiających, jak i rozpraszających. Przy czym zapisując tę zależność warto jest na początku przyjąć pewną konwencję znaków. Ustalmy, że w przypadku **obrazu pozornego**: $y < 0$ oraz dla soczewki rozpraszającej: $f < 0$.

Każda soczewka ma określoną odległość ogniskową w danym ośrodku. Jak wyznaczyć zatem cechy obrazu z wykorzystaniem równania soczewki? Znajdźmy w tym celu najpierw jego położenie. Przekształcając równanie [8] otrzymujemy:

$$y = \frac{fx}{x - f} \quad [9]$$

Wzór [9] określa zależność położenia obrazu y od położenia przedmiotu x przy ustalonej wartości ogniskowej f . Jest on zarazem funkcją algebraiczną, której przebieg możemy zbadać i nadać jej sens fizyczny. W tym celu sporządzmy wykres $y(x)$ (Rys. 2.). Linia ciągła obrazuje omawianą zależność dla parametru $f > 0$, czyli dla soczewek skupiających, zaś linia przerywana – dla $f < 0$, czyli – soczewek rozpraszających.



Rys. 2. Wykres zależności $y(x)$ dla soczewki skupiającej (linia ciągła) oraz rozpraszającej (linia przerywana)

Co można powiedzieć na podstawie tego wykresu? Otóż w przypadku soczewki skupiającej dla:

- $x = f$ (przedmiot znajduje się w ognisku soczewki) – funkcja nie jest określona (mianownik nie może przyjąć wartości 0), a obraz nie powstaje (tworzy się wiązka promieni równoległych, skutkiem czego jest brak obrazu).
- $x \in (0, f)$ – wartość funkcji jest ujemna, więc otrzymany obraz jest pozorny.

Przesuwanie przedmiotu do ogniska oznacza zwiększanie wartości argumentu x badanej funkcji. Wówczas, jak widać na wykresie, wartość funkcji y asymptotycznie dąży do nieskończoności – oznacza to znikanie obrazu. Wielkość y maleje wraz ze zbliżaniem się do wartości f wraz z przesuwaniem przedmiotu do ogniska, a obraz oddala się od soczewki. Zwiększa się wówczas jego wysokość liniowa.

- $x > f$ – wartości y są dodatnie, zatem obraz będzie **rzeczywisty**. Dodatkowo funkcja ma charakter malejący – wraz ze wzrostem odległości przedmiotu, odległość obrazu będzie się zmniejszała i dążyła do f , jednak tej wartości nie osiągnie.

- $f < x < 2f$ – analizując wykres możemy zauważyć, że $y > x$, obraz jest powiększony.
- $x = 2f$ wyrażenie [10] przyjmie wartość $2f$, zatem obraz znajduje się po drugiej stronie soczewki, ale w tej samej odległości co przedmiot. Dodatkowo ich rozmiary liniowe są takie same (**powiększenie** jest równe 1).
- $x > 2f \rightarrow$ widać, że $y < x$, obraz jest zmniejszony.

W przypadku soczewki rozpraszającej ogniskowa jest ujemna (parametr f jest mniejszy od zera). Skutkuje to innym przebiegiem funkcji $y(x)$. Został on oznaczony na Rys. 2. czerwoną linią przerywaną. Widać, że wartości funkcji dążą asymptotycznie do $-f$. Oznacza to tyle, że y nigdy nie przekroczy ogniskowej, a obraz zawsze będzie znajdował się po tej samej stronie soczewki co przedmiot – będzie on więc **pozorny**. Ponadto wraz ze wzrostem odległości przedmiotu x , odległość obrazu y również wzrasta, lecz nie dąży do minus nieskończoności, ale do $-f$.

Słowniczek

pozorny obraz

(*ang.: virtual image*) obraz powstający w miejscu przecięcia się przedłużeń promieni przechodzących przez soczewkę, niewidoczny na ekranie

rzeczywisty obraz

(*ang.: real image*) obraz powstający w miejscu przecięcia się promieni przechodzących przez soczewkę, możliwy do zobaczenia na ekranie

powiększenie liniowe

(*ang.: linear magnification*) wielkość bezwymiarowa będąca ilorazem liniowych rozmiarów obrazu h_o i przedmiotu h_p . Można je zapisać również jako wartość bezwzględną z ilorazu odległości obrazu i przedmiotu od soczewki

Film samouczek

Jak określić cechy obrazu na podstawie równania soczewki?

Prezentowany film pozwoli zrozumieć zależność cech obrazu od odległości przedmiotu i ogniskowej soczewki. Na jego podstawie dowiesz się, jak postępować w przypadku rozwiązywania zadań rachunkowych z takimi problemami.

Polecenie 1

Zastanów się, jak wyglądałoby powyższe rozważanie, gdybyśmy zamiast soczewki rozpraszającej umieścili w układzie soczewkę skupiającą.

Polecenie 2

Soczewka skupiająca tworzy obraz rzeczywisty, którego powiększenie $p = 0,2$. Wiedząc, że odległość między przedmiotem a obrazem wynosi $l = 12$ cm, oblicz ogniskową tej soczewki. Wynik podaj z dokładnością do trzech cyfr znaczących.

$f =$ cm

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Uzupełnij tabelę:

położenie przedmiotu x	cechy obrazu
$0 < x$	
$x = f$	
$f < x$	
$x = 2f$	
$x > 2f$	

- rzeczywisty, odwrócony, tej samej wielkości
- pozorny, prosty, powiększony
- obraz nie powstaje
- rzeczywisty, odwrócony, zmniejszony
- rzeczywisty, odwrócony, powiększony

Ćwiczenie 2



Wiedząc, że w odległości 20 cm od soczewki o zdolności skupiającej wynoszącej 4 dioptrie umieszczono przedmiot, zaznacz prawdziwe sformułowania.

- ☐ obraz przedmiotu jest powiększony
- ☐ otrzymany obraz jest prosty
- ☐ obraz powstaje po tej samej stronie soczewki, co przedmiot
- ☐ otrzymany obraz jest zmniejszony
- ☐ obraz nie powstaje
- ☐ obraz jest odwrócony
- ☐ otrzymany obraz jest pozorny
- ☐ obraz przedmiotu jest rzeczywisty

Ćwiczenie 3



Niewielką żarówkę umieszczono w odległości 10 cm od środka soczewki na jej osi optycznej. W tej sytuacji obraz żarówki nie powstaje. Określ cechy obrazu, który powstanie, jeśli żarówka będzie znajdowała się w odległości 14 cm od środka tej soczewki.

Ćwiczenie 4



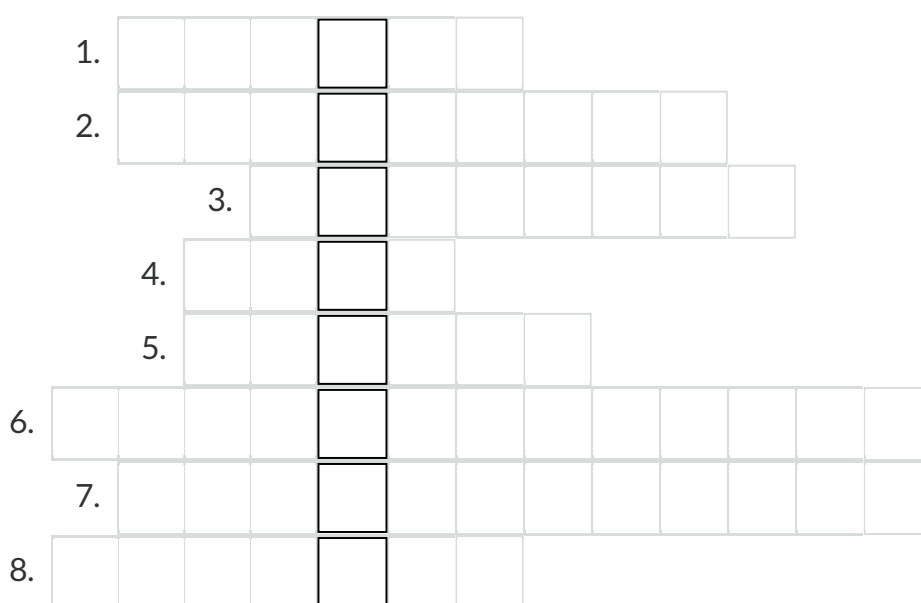
Karolina otrzymała za pomocą soczewki o ogniskowej 30 cm ostry obraz obiektu umieszczonego 45 cm przed nią. Jakie jest powiększenie tego obrazu?

Odpowiedź:

Ćwiczenie 5



Rozwiąż krzyżówkę.



1. Żarówka to ... światła
2. Odległość ogniska od soczewki
3. Może być skupiająca lub rozpraszająca
4. Szkło powiększające
5. Dział fizyki, którego dotyczy ten e-materiał
6. Soczewka o ujemnej ogniskowej
7. Stosunek wysokości obrazu do wysokości przedmiotu
8. Używane do do korekcji wzroku

Ćwiczenie 6



W aparacie fotograficznym obiektyw ma ogniskową 22 mm. Jego odległość od matrycy, na której rejestrowany jest obraz obiektu, wynosi zaś 30 mm. Oblicz, jaka może być maksymalna wysokość obiektu fotografowanego tym aparatem, jeśli wiadomo, że jego ostry obraz nie może być większy niż 2 cm. Wynik podaj w centymetrach.

Odpowiedź: cm

Ćwiczenie 7



W powietrzu znajduje się cienka soczewka dwuwypukła wykonana z materiału o współczynniku załamania 1,5. Promienie jej krzywizny wynoszą odpowiednio 20 cm i 40 cm. Wyznacz ogniskową tej soczewki (wynik podaj w centymetrach w zaokrągleniu do dwóch cyfr znaczących) oraz opisz obraz obiektu znajdującego się 40 cm przed soczewką.

Odpowiedź: cm

Ćwiczenie 8



Do oglądania znamion czy zmian skórnych lekarze dermatolodzy używają szkieł powiększających. Wiedząc, że średnica oglądanego znamienia wynosiła 2 mm, oblicz średnicę obrazu, jeśli lekarz użył soczewki o ogniskowej 10 cm i umieścił ją w odległości 7,5 cm od skóry. Wynik podaj w milimetrach.

Odpowiedź: mm

Ćwiczenie 9



Soczewka rozpraszająca tworzy obraz pozorny, którego powiększenie wynosi 0,5. Wiedząc, że odległość między przedmiotem a obrazem wynosi 5 cm, oblicz ogniskową tej soczewki.

Odpowiedź: cm

Dla nauczyciela

Konspekt (scenariusz) lekcji

Imię i nazwisko autora:	Ewelina Kędzierska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Cechy obrazów powstających w soczewkach
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem. X. Fale i optyka. Uczeń: 18) rysuje konstrukcyjnie obrazy wytworzone przez soczewki; stosuje do obliczeń równanie soczewki.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. wyjaśni, czym są i jaką rolę spełniają w optyce soczewki, 2. omówi wielkości opisujące soczewki, 3. wyprowadzi równanie soczewki, 4. na podstawie równania soczewki przeanalizuje, jak zmieniają się cechy obrazu, 5. zastosuje poznane informacje do rozwiązywania zadań problemowych i rachunkowych.
Strategie nauczania:	ISBE
Metody nauczania:	merytoryczna dyskusja wprowadzająca, obserwacja, podsumowująca rozmowa kierowana.
Formy zajęć:	- dyskusja grupowa, - praca indywidualna.
Środki dydaktyczne:	tablica multimedialna / rzutnik, soczewka skupiająca i rozpraszająca, laser, zestaw do prezentacji doświadczeń z optyki
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Pierwszym celem, jak i kluczowym aspektem działań nauczyciela, jest wprowadzenie do tematu i zaciekawienie uczniów poprzez odniesienie do życia codziennego, np. opowiedzenie im o tym, gdzie w otaczającej ich rzeczywistości mogą zetknąć się z soczewkami – pokazanie kilku przykładów w klasie (np. soczewki okularowe uczniów, lupa, luneta, aparat fotograficzny, krople wody). Uczeń, po takim wstępie, powinien wiedzieć, że nie uczy się o czymś, co jest oderwane od rzeczywistości. Nauczyciel, z wykorzystaniem zestawu do optyki, pokazuje uczniom, w jaki sposób działają soczewki. Nauczyciel rozpoznaje wiedzę wyjściową uczniów w kontekście realizowanego tematu oraz nawiązuje do tej wiedzy w merytorycznej dyskusji wprowadzającej. Uczniowie przypominają sobie podstawowe informacje na temat soczewek.	
Faza realizacyjna:	

- Konstruowanie wiedzy z zakresu nowego tematu:
 - nauczyciel przypomina, czym jest soczewka, podaje wielkości opisujące soczewki i zależności między nimi,
 - uczniowie słuchają nauczyciela i zadają pytania dotyczące niejasnych kwestii,
 - nauczyciel wyprowadza na tablicy równanie soczewki z zależności trygonometrycznych, a następnie omawia je dokładnie.
- Rekonstruowanie wiedzy uczniów poprzez wspólne wykonanie zadań dołączonych do materiału:
 - uczniowie wykonują wspólnie z nauczycielem na tablicy zadania nr 5, 6 i 7 z zestawu ćwiczeń,
 - uczniowie wykonują samodzielnie zadania 1-4,
 - nauczyciel omawia na tablicy rozwiązanie zadania 1-4.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel przypomina uczniom najważniejsze informacje z lekcji. Następnie przeprowadza z uczniami rozmowę, w trakcie której uczniowie zadają pytania dotyczące niejasnych kwestii, a następnie odpowiadają na krótkie pytania nauczyciela dotyczące materiału przedstawionego na bieżącej lekcji.

Praca domowa:

W celu utrwalenia wiadomości, wykonanie zadania 8 z zestawu ćwiczeń.

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:

Uczniowie mogą zapoznać się w domu z załączonym do materiału filmem samouczkiem przed lub po lekcji.