



Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias

Źródło: Artem Beliaikin, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

W tym materiale rozwiążemy nierówności wymierne, w których licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias. Będziemy rozwiązywać zadania o różnym stopniu trudności. Będziemy korzystać z rozkładu wielomianu na czynniki i wzorów skróconego mnożenia.

Twoje cele

- Rozwiążesz nierówności wymierne z wartością bezwzględną.
- Rozwiążesz nierówności wymierne różnymi sposobami.
- Rozwiążesz zadania na kodowanie, zadania zamknięte.
- Rozwiążesz zadania krótkiej i rozszerzonej odpowiedzi.

Przeczytaj

Przypomnijmy najważniejsze twierdzenie i algorytm rozwiązywania nierówności wymiernych.

Twierdzenie: o równoważności nierówności

- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} > 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) > 0 \wedge W_2(x) \neq 0,$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} < 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) < 0 \wedge W_2(x) \neq 0,$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \geq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \geq 0 \wedge W_2(x) \neq 0,$
- $\frac{W_1(x)}{W_2(x)} \leq 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) \leq 0 \wedge W_2(x) \neq 0.$

Zatem zapisujemy nierówność wymierną w postaci równoważnej nierówności iloczynowej.

Algorytm rozwiązywania nierówności wymiernych

I sposób:

1. Wyznaczamy [dziedzinę nierówności wymiernej](#).
2. Sprowadzamy nierówność do postaci ogólnej – przenosimy wszystkie wyrażenia na jedną stronę nierówności.
3. Wykonujemy wskazane działania.
4. Nierówność wymierną rozwiązujemy doprowadzając ją do równoważnej postaci wielomianowej przy wyznaczonej [dziedzinie nierówności wymiernej](#) (zastępujemy iloraz iloczynem z uwzględnieniem założeń).
5. Wyznaczamy [pierwiastki wielomianu](#) oraz szkicujemy wykres.
6. Z wykresu odczytujemy zbiór rozwiązań danej nierówności.
7. Wyznaczamy rozwiązanie nierówności wymiernej uwzględniając dziedzinę.

II sposób:

1. Wyznaczamy [dziedzinę nierówności wymiernej](#).
2. Mnożymy obustronnie nierówność przez kwadrat mianownika lub przez inne wyrażenia, których znak jest jednoznacznie określony.
3. Wykonujemy wskazane działania.
4. Wyznaczamy [pierwiastki wielomianu](#) oraz szkicujemy wykres.
5. Z wykresu odczytujemy zbiór rozwiązań danej nierówności.

6. Wyznaczamy rozwiązanie nierówności wymiernej uwzględniając dziedzinę.

Ważne!

Zwróćmy uwagę na to, że przy rozwiązywaniu nierówności wymiernej drugim sposobem, nie możemy mnożyć obustronnie nierówności przez mianownik wyrażenia wymiernego, jeśli nie wiemy jaki on ma znak, czy ujemny, czy dodatni. Jeśli znak mianownika byłby ujemny, to po pomnożeniu nierówności przez ten mianownik, musielibyśmy zmienić znak nierówności na przeciwny.

Przykład 1

Wyznaczmy zbiór rozwiązań nierówności

$$\frac{x^3+2x^2}{(x+2)(x^2+6)-(x+2)(1-2x^2)} \geq \frac{1}{10}$$

Rozwiązanie:

Podajemy konieczne założenie: $(x+2)(x^2+6)-(x+2)(1-2x^2) \neq 0$.

Wyłączmy wspólny czynnik przed nawias

$$(x+2)[x^2+6-(1-2x^2)] \neq 0,$$

$$(x+2)(x^2+6-1+2x^2) \neq 0,$$

$$(x+2)(3x^2+5) \neq 0,$$

$$x+2 \neq 0, 3x^2+5 \neq 0$$

$$x \neq -2, x^2 \neq -\frac{5}{3}.$$

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Zapiszmy nierówność w postaci $\frac{x^3+2x^2}{(x+2)(3x^2+5)} \geq \frac{1}{10}$ korzystając z postaci iloczynowej mianownika.

W ułamku algebraicznym $\frac{x^3+2x^2}{(x+2)(3x^2+5)}$ wyłączmy z licznika x^2 przed nawias

$$\frac{x^2(x+2)}{(x+2)(3x^2+5)} \geq \frac{1}{10}.$$

Po skróceniu wyrażenia $x+2$ otrzymujemy

$$\frac{x^2}{3x^2+5} \geq \frac{1}{10}.$$

Pomnóżmy obie strony nierówności przez $3x^2+5$

$$\frac{x^2}{3x^2+5} \geq \frac{1}{10} \mid \cdot (3x^2 + 5).$$

Dla każdej liczby $x \in D$, $3x^2 + 5 > 0$.

Zwrot nierówności nie ulega zmianie, ponieważ mnożymy nierówność przez wyrażenie o dodatnim znaku, czyli nierówność ma postać

$$x^2 \geq \frac{1}{10} (3x^2 + 5) \mid \cdot 10,$$

$$10x^2 \geq 3x^2 + 5,$$

$$7x^2 - 5 \geq 0,$$

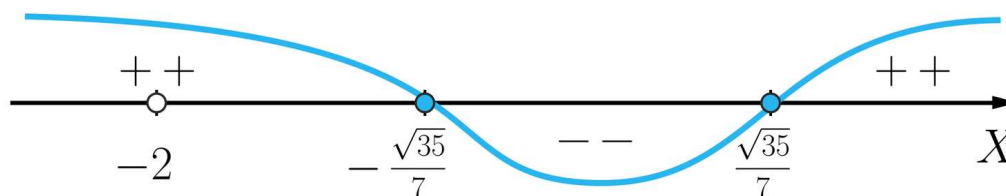
$$7\left(x^2 - \frac{5}{7}\right) \geq 0,$$

$$7\left(x - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right)\left(x + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}\right) \geq 0,$$

$$7\left(x - \frac{\sqrt{35}}{7}\right)\left(x + \frac{\sqrt{35}}{7}\right) \geq 0.$$

Wielomian $W(x) = 7\left(x - \frac{\sqrt{35}}{7}\right)\left(x + \frac{\sqrt{35}}{7}\right)$ ma dwa pierwiastki jednokrotne: $\left(-\frac{\sqrt{35}}{7}\right)$ oraz $\frac{\sqrt{35}}{7}$.

Uwzględniając dziedzinę nierówności wymiernej $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ szkicujemy wykres.



Zbiorem rozwiązań nierówności jest zbiór $(-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{\sqrt{35}}{7}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{35}}{7}; +\infty\right)$.

Odpowiedź: Zbiorem rozwiązań nierówności jest zbiór

$$(-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{\sqrt{35}}{7}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{35}}{7}; +\infty\right).$$

Przykład 2

Dane są funkcje f, g określone wzorem $f(x) = \frac{(2x-3)(2x^2+5)-(2x-3)(-3+x^2)}{8x^3-36x^2+54x-27}$, $g(x) = \frac{1}{4x-6}$.

Dla jakich argumentów funkcja f przyjmuje wartości większe niż funkcja g ?

Rozwiązanie:

Rozwiążmy nierówność $\frac{(2x-3)(2x^2+5)-(2x-3)(-3+x^2)}{8x^3-36x^2+54x-27} > \frac{1}{4x-6}$.

Podajmy konieczne założenia: $8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 \neq 0$ oraz $4x - 6 \neq 0$.

Rozpatrując pierwsze założenie zauważmy wzór skróconego mnożenia:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3,$$

$$(2x - 3)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 2x \cdot 3^2 - 3^3 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27.$$

Wówczas

$$(2x - 3)^3 \neq 0,$$

$$2x - 3 \neq 0,$$

$$x \neq 1\frac{1}{2}.$$

Z drugiego założenia wynika, że $4x \neq 6$, czyli ponownie otrzymujemy $x \neq 1\frac{1}{2}$.

$$\text{Zatem } D = \mathbb{R} \setminus \left\{1\frac{1}{2}\right\}.$$

W liczniku wyłączmy wspólny czynnik przed nawias

$$\frac{(2x-3)(2x^2+5)-(2x-3)(-3+x^2)}{(2x-3)^3} > \frac{1}{4x-6},$$

$$\frac{(2x-3)[2x^2+5-(-3+x^2)]}{(2x-3)^3} > \frac{1}{4x-6},$$

$$\frac{2x^2+5-(-3+x^2)}{(2x-3)^2} > \frac{1}{4x-6},$$

$$\frac{2x^2+5+3-x^2}{(2x-3)^2} > \frac{1}{4x-6},$$

$$\frac{x^2+8}{(2x-3)^2} > \frac{1}{4x-6}.$$

Sprowadzamy ułamki algebraiczne do wspólnego mianownika

$$\frac{x^2+8}{(2x-3)^2} > \frac{1}{2(2x-3)},$$

$$\frac{2(x^2+8)}{2(2x-3)^2} > \frac{2x-3}{2(2x-3)^2},$$

$$\frac{2x^2+16}{2(2x-3)^2} > \frac{2x-3}{2(2x-3)^2},$$

$$\frac{2x^2-2x+19}{2(2x-3)^2} > 0.$$

Korzystamy z twierdzenia

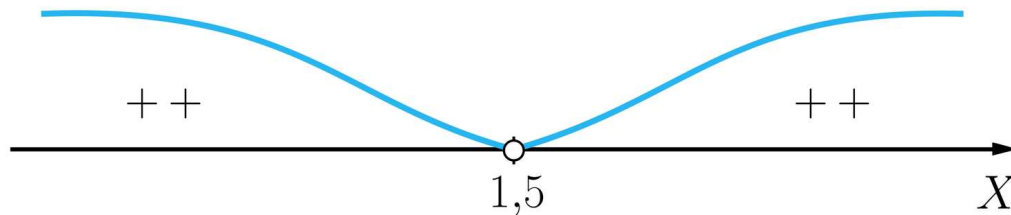
$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)} > 0 \Leftrightarrow W_1(x) \cdot W_2(x) > 0 \wedge W_2(x) \neq 0$$

i zapisujemy nierówność w postaci równoważnej nierówności iloczynowej

$$\frac{2x^2-2x+19}{2(2x-3)^2} > 0 \Leftrightarrow 2(2x^2 - 2x + 19)(2x - 3)^2 > 0 \wedge x \neq 1\frac{1}{2}.$$

Jedynym dwukrotnym pierwiastkiem wielomianu $W(x) = 2(2x^2 - 2x + 19)(2x - 3)^2$ jest liczba $1\frac{1}{2}$.

Uwzględniając dziedzinę nierówności wymiernej $D = \mathbb{R} \setminus \{1\frac{1}{2}\}$ szkicujemy wykres.



Rozwiązaniem nierówności jest zbiór $\mathbb{R} \setminus \{1\frac{1}{2}\}$.

Odpowiedź: Funkcja f przyjmuje wartości większe niż funkcja g dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\frac{1}{2}\}$.

Inaczej: $f(x) > g(x)$ dla $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\frac{1}{2}\}$.

Przykład 3

Rozwiążemy nierówność:

$$\left| \frac{x^3+10x^2+25x}{x^3+8x^2+16x} \right| + \left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 6.$$

Rozwiązanie:

Podajemy założenia: $x^3 + 8x^2 + 16x \neq 0, x + 4 \neq 0$

$$x(x^2 + 8x + 16) \neq 0, x \neq -4$$

$$x(x + 4)^2 \neq 0, x \neq -4$$

$$x \neq 0, x \neq -4, x \neq -4.$$

Zatem $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}$.

Przedstawmy licznik i mianownik w postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias i stosując wzór skróconego mnożenia

$$\left| \frac{x(x+5)^2}{x(x+4)^2} \right| + \left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 6,$$

$$\left| \frac{(x+5)^2}{(x+4)^2} \right| + \left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 6,$$

$$\left| \frac{x+5}{x+4} \right|^2 + \left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 6.$$

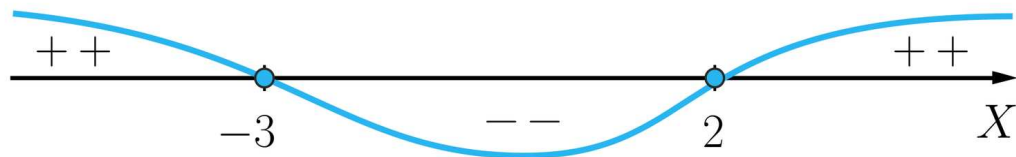
Podstawiamy zmienną $k = \left| \frac{x+5}{x+4} \right|$, gdzie $x \neq -4, x \neq 0$.

Nierówność ma postać

$$k^2 + k - 6 \leq 0,$$

$$(k+3)(k-2) \leq 0$$

Funkcja $g(k) = (k+3)(k-2)$ ma dwa miejsca zerowe: (-3) oraz 2 .



Rozwiązaniem nierówności $(k+3)(k-2) \leq 0$ jest $k \in \langle -3, 2 \rangle$.

Wracamy do podstawienia $k = \left| \frac{x+5}{x+4} \right|$, gdzie $x \neq -4, x \neq 0$.

Skoro $\left| \frac{x+5}{x+4} \right| \in \langle -3, 2 \rangle$ to

$$-3 \leq \left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 2.$$

Rozwiązaniem nierówności $-3 \leq \left| \frac{x+5}{x+4} \right|$ są wszystkie liczby rzeczywiste należące do dziedziny, czyli $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}$.

Rozwiązanie nierówności $\left| \frac{x+5}{x+4} \right| \leq 2$ przedstawmy poniżej

$$\frac{x+5}{x+4} \leq 2 \wedge \frac{x+5}{x+4} \geq -2$$

$$\frac{x+5}{x+4} - 2 \leq 0 \wedge \frac{x+5}{x+4} + 2 \geq 0$$

$$\frac{x+5}{x+4} - \frac{2(x+4)}{x+4} \leq 0 \wedge \frac{x+5}{x+4} + \frac{2(x+4)}{x+4} \geq 0$$

$$\frac{x+5-(2x+8)}{x+4} \leq 0 \wedge \frac{x+5+2x+8}{x+4} \geq 0,$$

$$\frac{x+5-2x-8}{x+4} \leq 0 \wedge \frac{x+5+2x+8}{x+4} \geq 0,$$

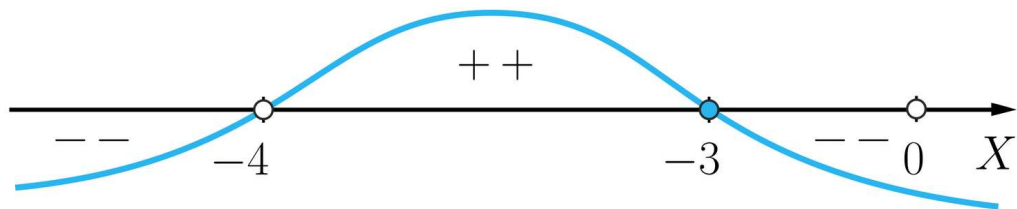
$$\frac{-x-3}{x+4} \leq 0 \wedge \frac{3x+13}{x+4} \geq 0,$$

$$(-x-3)(x+4) \leq 0 \wedge (3x+13)(x+4) \geq 0,$$

$$-(x+3)(x+4) \leq 0 \wedge 3(x+4\frac{1}{3})(x+4) \geq 0.$$

Funkcja $m(x) = -(x+3)(x+4)$ ma dwa miejsca zerowe: (-4) oraz (-3) ,

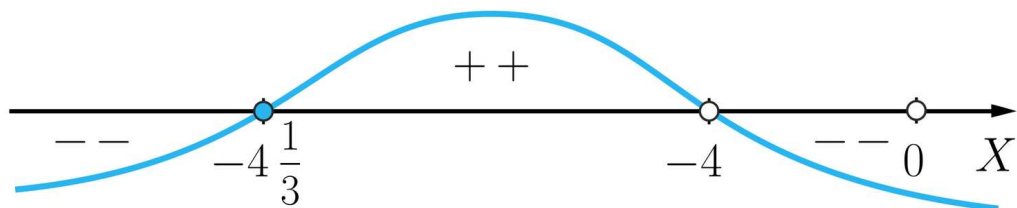
Uwzględniając dziedzinę $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}$ szkicujemy wykres.



Rozwiązaniem nierówności $-(x+3)(x+4) \leq 0$ jest zbiór $(-\infty; -4) \cup \langle -3; 0 \rangle \cup (0; +\infty)$.

Funkcja $n(x) = 3(x+4\frac{1}{3})(x+4)$ ma dwa miejsca zerowe: $(-4\frac{1}{3})$ oraz (-4) .

Uwzględniając dziedzinę $D = \mathbb{R} \setminus \{-4; 0\}$ rozwiązaniem nierówności $-3(x+4\frac{1}{3})(x+4) \leq 0$ jest zbiór $(-\infty; -4\frac{1}{3}) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)$.



Obliczmy część wspólną rozwiązań

$$\begin{aligned} & [(-\infty; -4) \cup \langle -3; 0 \rangle \cup (0; +\infty)] \cap [(-\infty; -4\frac{1}{3}) \cup (-4; 0) \cup (0; +\infty)] = \\ & = (-\infty; -4\frac{1}{3}) \cup \langle -3; 0 \rangle \cup (0; +\infty). \end{aligned}$$

Odpowiedź: Rozwiązaniem nierówności jest zbiór $(-\infty; -4\frac{1}{3}) \cup \langle -3; 0 \rangle \cup (0; +\infty)$.

Słownik

dziedzina nierówności wymiernej

dziedziną nierówności wymiernej są wszystkie liczby rzeczywiste za wyjątkiem pierwiastków wielomianu $W_2(x)$ znajdującego się w mianowniku danego wyrażenia

$$\frac{W_1(x)}{W_2(x)}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{x : W_2(x) = 0\}$$

pierwiastek wielomianu

| pierwiastkiem wielomianu $W(x)$ nazywamy liczbę rzeczywistą a , dla której $W(a) = 0$

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Zapoznaj się z przykładem przedstawionym w galerii zdjęć interaktywnych, a następnie wykonaj polecenie 2 i 3.

Polecenie 2

Liczba a jest najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą nierówność

$$\frac{x^2(2x-3)+4x(2x-3)}{8x^3-27} \leq \frac{-3}{4x^2+6x+9}.$$

Zakoduj trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego liczby $\left| \frac{a}{\sqrt{33}} \right|$.

Polecenie 3

Oblicz ile liczb naturalnych spełnia nierówność

$$\frac{(x-2)(x^2-4)-(x-2)(5x-x^2+3)}{x^4-1} \leq 0.$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Połącz każdą nierówność ze zbiorem jej rozwiązań.

$$\frac{(x-3)^2(x-2)-(x-3)^2(x+5)}{(x^2-4)} \leq 0$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup \{3\}$$

$$\frac{x^2(x^2-4)-6x(x^2-4)+9(x^2-4)}{x^3-4x} \leq 0$$

$$x \in (-2; 2) \cup (2; +\infty)$$

$$\frac{-2x^3+12x^2-18x}{(x+2)^2(3x-7)-(x+2)^2(x-5)} > 0$$

$$x \in (0; 1)$$

$$\frac{(x-3)^2}{(x-2)^2(2x-4)-(x-2)^2(x-6)} \geq 0$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$$

Ćwiczenie 2



Zbiorem rozwiązań nierówności $\left| \frac{x^3-4x^2+4x}{4x^3-4x^2+x} \right| \geq 4 \left| \frac{x-2}{2x-1} \right| + 5$ jest

☐ $x \in (-\infty; -1) \cup \langle 5; +\infty \rangle$

☐ $x \in \langle -1; \frac{1}{2} \rangle \cup (\frac{1}{2}; 5 \rangle$

☐ $x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup \langle \frac{7}{11}; +\infty \rangle$

☐ $x \in \langle \frac{1}{3}; \frac{1}{2} \rangle \cup (\frac{1}{2}; \frac{7}{11} \rangle$

Ćwiczenie 3



Oceń prawdziwość każdego ze zdań. Wybierz prawda, jeśli zdanie jest prawdziwe, lub fałsz, jeśli zadanie jest fałszywe.

Liczby naturalne, które spełniają nierówność $\frac{x^3(x^2+2)^2-9x}{(x^2+x+3)(x^2-x+3)(x-5)} < 0$ to 2; 3; 4.

Zbiorem rozwiązań nierówności $\frac{3x^3+5x}{(x+2)(x^2+6)-(1-2x^2)(x+2)} \leq \frac{3}{x^2-4}$ jest $x \in \langle -3; -2 \rangle \cup \langle 1; 2 \rangle$,

Nierówność $\frac{(x-1)(x-2)-(x-1)(x+5)}{x^3-1} > 5$ nie ma rozwiązania.

Jeśli $a = 3$, to nierówności $\frac{x^3-2x^2+ax}{2x^3-4x^2+2ax} \leq -a$ nie ma rozwiązania.

Ćwiczenie 4



Dana jest funkcja $f(x) = \left(\frac{5p^4-5p}{p^4-18p^2+81} \right)x + \frac{13(p-9)-13p(p-9)}{p^2(p-9)+(p-9)}, x \in \mathbb{R}$.

Wyznacz zbiór wszystkich wartości parametru p , dla których funkcja f jest rosnąca i jednocześnie jej wykres przecina oś Y powyżej punktu o rzędnej 3. Zakoduj wartość bezwzględną sześcianu najmniejszej liczby całkowitej z wyznaczonego zbioru.

Ćwiczenie 5



Które z podanych liczb należą do dziedziny funkcji $g(x) = \sqrt{\frac{2-4x}{x^3-3x^2} - \frac{4-2x}{x^3+x^2}}$?

☐ 2

☐ 1

☐ -1

☐ -7

Ćwiczenie 6

Dane są funkcje $m(x) = \frac{4x^4-10x^2+6x}{8x^2-8x}$, $n(x) = \frac{1}{4}$. Funkcja m przyjmuje wartości nie większe niż funkcja n , dla:

☐ $x \in (-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$

☐ $x \in (-\infty; -2)$

☐ $x \in (-2; 0) \cup (0; 1) \cup (1; +\infty)$

☐ $x \in (-2; 0) \cup (0; 1)$

Ćwiczenie 7



Dana jest funkcja $h(x) = 2x^3 + 2x^2 + 6x + 6$. Rozwiąż nierówność $\frac{h(x-1)}{x^4+8x} < 2x$.

Ćwiczenie 8



Uzasadnij, że funkcja określona wzorem $f(x) = \frac{(x^3-x+6)(x^2-5x+4)}{x^2-2x-8}$ przyjmuje wartości nieujemne dla $x \in (1; 4) \cup (4; +\infty)$.

Dla nauczyciela

Autor: Monika Dudek

Przedmiot: Matematyka

Temat: Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności.

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

2) rozwiązuje równania i nierówności wymierne nie trudniejsze niż

$$\frac{x+1}{x(x-1)} + \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x}{(x-1)(x+1)}.$$

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii;
- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje nierówności wymierne z wartością bezwzględną;
- stosuje kilka sposobów rozwiązywania nierówności wymiernych;
- rozwiązuje zadania wielomianowe.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów;

- odwrócona klasa;
- stoliki zadaniowe.

Forma parcy:

- praca w grupach;
- praca indywidualna.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

- Uczniowie przed lekcją przypominają sobie rozkład wielomianu na czynniki, wzory skróconego mnożenia.
- Uczniowie zapoznają się z sekcjami „Wprowadzenie”, „Przeczytaj” oraz „Galeria zdjęć interaktywnych”.

Faza wstępna:

1. Uczniowie metodą burzy mózgów przypominają sposoby rozwiązywania nierówności wymiernej.
2. Nauczyciel podaje temat lekcji – „Nierówność wymierna, której licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias” oraz wskazuje cele zajęć.
3. Wybrany uczeń podaje przykład nierówności wymiernej, gdzie licznik i mianownik można sprowadzić do postaci iloczynowej wyłączając wspólny czynnik przed nawias.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dzieli uczniów na 3-osobowe lub 4-osobowe grupy. Uczniowie pracują metodą stolików zadaniowych.
2. Na pierwszym stoliku znajdują się proste nierówności wymierne. Drugi stolik zawiera nierówności wymierne z wartością bezwzględną. Trzeci stolik zawiera nierówności wymierne o podwyższonym stopniu trudności.
3. Uczniowie rozwiązują powyższe zadania w grupach.
4. Grupa, która poprawnie rozwiąże zadania jako pierwsza, wygrywa, a nauczyciel może nagrodzić uczniów ocenami za aktywność. Rozwiązania są prezentowane na forum klasy i omawiane krok po kroku.

5. Uczniowie indywidualnie rozwiązują ćwiczenia 7, 8 z sekcji „Sprawdź się”. Po ich wykonaniu nauczyciel omawia najlepsze rozwiązania zastosowane przez uczniów.

Faza podsumowująca:

- Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
- Nauczyciel ponownie odczytuje temat lekcji i inicjuje krótką rozmowę na temat zrealizowanych celów.

Praca domowa:

- Uczniowie rozwiązują ćwiczenia 3,4,5 z sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Rozwiązywanie nierówności wymiernych](#)

Wskazówki metodyczne:

Nauczyciel może wykorzystać „Galerię zdjęć interaktywnych” jako wprowadzenie do lekcji lub jako powtórzenie materiału w trakcie lekcji „Nierówność wymierna zapisana za pomocą sumy ułamków algebraicznych”.