



Pojęcie i przykłady równań dwukwadratowych

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Schemat interaktywny
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Pojęcie i przykłady równań dwukwadratowych

Rozwiązywanie równań kwadratowych jest bardzo ważnym i często używanym algorytmem w matematyce. Do rozwiązania odpowiedniego równania kwadratowego sprowadza się wiele problemów z różnych dziedzin nauki. Również w rozwiązywaniu równań wielomianowych wyższych stopni często możemy wykorzystać metody rozwiązywania równania kwadratowego.

Przykładem będzie rozwiązanie równania dwukwadratowego.

Twoje cele

- Rozpoznasz równanie dwukwadratowe.
- Rozwiążesz równanie dwukwadratowe.
- Wskażesz równanie dwukwadratowe o określonej liczbie rozwiązań.

Przeczytaj

Równanie dwukwadratowe to równanie postaci $ax^4 + bx^2 + c = 0$, gdzie $a \neq 0$.

Aby rozwiązać **równanie dwukwadratowe**, należy wykonać podstawienie $x^2 = t$, gdzie $t \geq 0$. Wtedy otrzymujemy równanie kwadratowe $at^2 + bt + c = 0$, które możemy rozwiązać znanymi metodami.

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $x^4 - 4 = 0$.

Równanie możemy przedstawić w postaci $(x^2)^2 - 4 = 0$.

Zastosujemy podstawienie $x^2 = t$, gdzie $t \geq 0$.

Wówczas otrzymujemy równanie $t^2 - 4 = 0$.

$$(t - 2)(t + 2) = 0$$

$$(t - 2) = 0 \text{ lub } (t + 2) = 0$$

$$t = 2 \text{ lub } t = -2$$

Rozwiązanie $t = -2 < 0$, zatem nie spełnia warunków zadania.

$$t = 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ lub } x = -\sqrt{2}$$

Rozwiązaniem równania są liczby $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $x^4 + 16 = 0$.

Równanie możemy przedstawić w postaci $(x^2)^2 + 16 = 0$.

Zastosujemy podstawienie $x^2 = p$, gdzie $p \geq 0$.

Wówczas otrzymujemy równanie $p^2 + 16 = 0$.

$$p^2 = -16$$

Otrzymaliśmy równanie sprzeczne, ponieważ p ma być liczbą nieujemną. Zatem równanie $p^2 + 16 = 0$ nie posiada rozwiązań. Równanie $x^4 + 16 = 0$ również nie posiada rozwiązań. Jest to równanie sprzeczne.

Przykład 3

Rozwiążemy równanie $x^4 + 16x^2 = 0$.

Równanie możemy przedstawić w postaci $(x^2)^2 + 16x^2 = 0$.

Zastosujemy podstawienie $x^2 = t$, gdzie $t \geq 0$.

Wówczas otrzymujemy równanie $t^2 + 16t = 0$.

$$t(t + 16) = 0$$

$$t = 0 \text{ lub } (t + 16) = 0$$

$$t = 0 \text{ lub } t = -16$$

Równanie $t = -16$ jest równaniem sprzecznym.

$$t = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

Rozwiązaniem równania jest liczba 0.

Przykład 4

Rozwiążemy równanie $x^4 - 5x^2 = 0$.

Równanie możemy przedstawić w postaci $(x^2)^2 - 5x^2 = 0$.

Zastosujemy podstawienie $x^2 = z$, gdzie $z \geq 0$.

Wówczas otrzymujemy równanie $z^2 - 5z = 0$.

$$z(z - 5) = 0$$

$$z = 0 \text{ lub } (z - 5) = 0$$

$$z = 0 \text{ lub } z = 5$$

$$z = 0$$

$$x^2 = 0$$

$$x = 0$$

$$z = 5$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \sqrt{5} \text{ lub } x = -\sqrt{5}$$

Rozwiązaniem równania są liczby $-\sqrt{5}$, 0 , $\sqrt{5}$.

Przykład 5

Rozwiążemy równanie $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$.

Równanie możemy przedstawić w postaci $(x^2)^2 - 5x^2 + 6 = 0$.

Zastosujemy podstawienie $x^2 = z$, gdzie $z \geq 0$.

Wówczas otrzymujemy równanie $z^2 - 5z + 6 = 0$.

Rozwiążemy równanie metodą grupowania wyrazów i wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.

$$z^2 - 2z - 3z + 6 = 0$$

$$z(z - 2) - 3(z - 2) = 0$$

$$(z - 2)(z - 3) = 0$$

$$z - 2 = 0 \text{ lub } z - 3 = 0$$

$$z = 2 \text{ lub } z = 3$$

$$z = 2$$

$$x^2 = 2$$

$$x = \sqrt{2} \text{ lub } x = -\sqrt{2}$$

$$z = 3$$

$$x^2 = 3$$

$$x = \sqrt{3} \text{ lub } x = -\sqrt{3}$$

Rozwiązaniem równania są liczby $-\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$.

Słownik

równanie dwukwadratowe

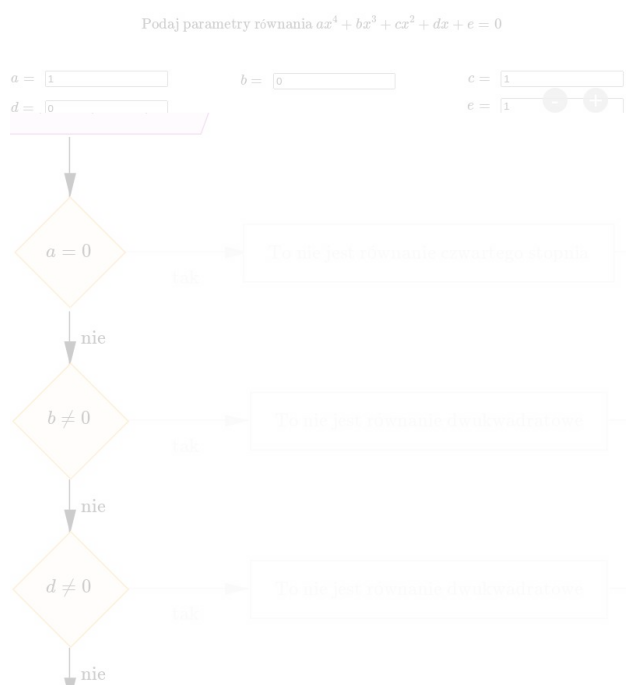
równanie postaci $ax^4 + bx^2 + c = 0$, gdzie $a \neq 0$

Schemat interaktywny

Polecenie 1

Poniżej przedstawiony jest schemat interaktywny przedstawiający klasyfikację równań czwartego stopnia na równania dwukwadratowe i inne.

Wprowadź dowolne zmienne a , b , c , d i e . Myszka możesz przesunąć schemat, aby zobaczyć przebieg całego algorytmu.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DA9vsl10N>

Polecenie 2

Polecenie 3

W poniższym schemacie przygotuj algorytm przedstawiający klasyfikację równań czwartego stopnia postaci $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ na równania dwukwadratowe i inne.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Pojęcie i przykłady równań dwukwadratowych

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności.

Zakres podstawowy.

Uczeń:

5) rozwiązuje równania wielomianowe, które dają się doprowadzić do równania kwadratowego, w szczególności równania dwukwadratowe.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje w zakresie wielojęzyczności,
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,
- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

- rozpoznaje równanie dwukwadratowe
- rozwiązuje równanie dwukwadratowe
- wskazuje równanie dwukwadratowe o określonej liczbie rozwiązań
- dobiera model matematyczny do określonej sytuacji

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku,
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych

Formy zajęć:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Faza wprowadzająca:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych zależności dających się zapisać w postaci równania kwadratowego.

Faza realizacyjna:

1. Każdy uczeń otrzymuje od nauczyciela 10 przykładów różnych równań czwartego stopnia. Następnie stara się podzielić równania na grupy, według własnych kryteriów.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują dokonane podziały. Tworzą wspólny schemat ilustrujący rodzaje równań ze względu na stopień zmiennej występującej w równaniu.
3. Uczniowie oglądają schemat interaktywny i omawiają go wraz z nauczycielem.
4. Uczniowie w parach lub indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 - 6. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące rozwiązywania równań dwukwadratowych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

- Ćwiczenia interaktywne 7, 8

Materiały pomocnicze:

- [Równanie kwadratowe](#)

Wskazówki metodyczne:

- Schemat interaktywny może być wykorzystany przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania mapy myśli prezentującej rodzaje równań dwukwadratowych.