Bryły obrotowe - stożek

Stożek - definicja. Ilustracja interaktywna: powstawanie stożka w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego dookoła prostej zawierającej jedną z przyprostokątnych. Ilustracja interaktywna: odcinki, kąty i przekroje w stożku. Wzory na pole powierzchni i objętość stożka. Animacja 3D: powstawanie siatki stożka. Animacja 3D: tworzenie stożka z siatki stożka.

Przykłady rozwiązań zadań na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka. Prezentacje multimedialne: pole powierzchni całkowitej, objętość stożka.

Zestaw zadań na obliczanie pola powierzchni i objętości stożka. Zasób zawiera zadania interaktywne.

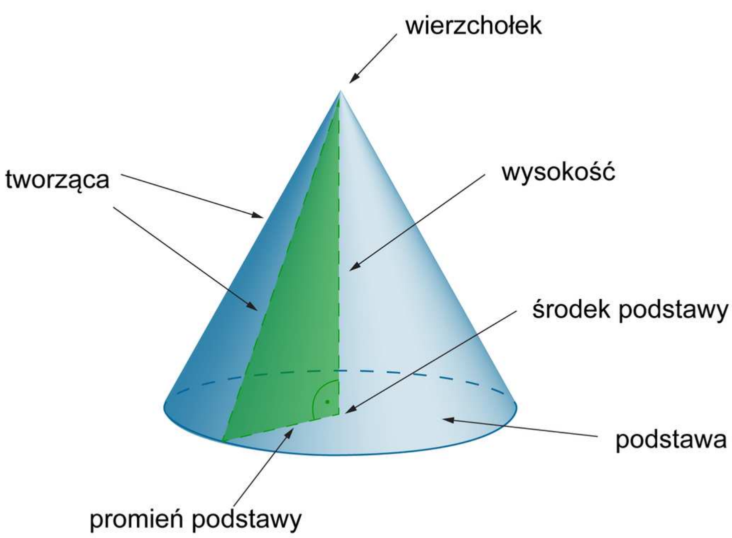
Bryły obrotowe - stożek

Definicja: Stożek

Stożek to bryła, która powstała w wyniku obrotu trójkąta prostokątnego dookoła prostej zawierającej jedną z przyprostokątnych.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt



Zapamiętaj!

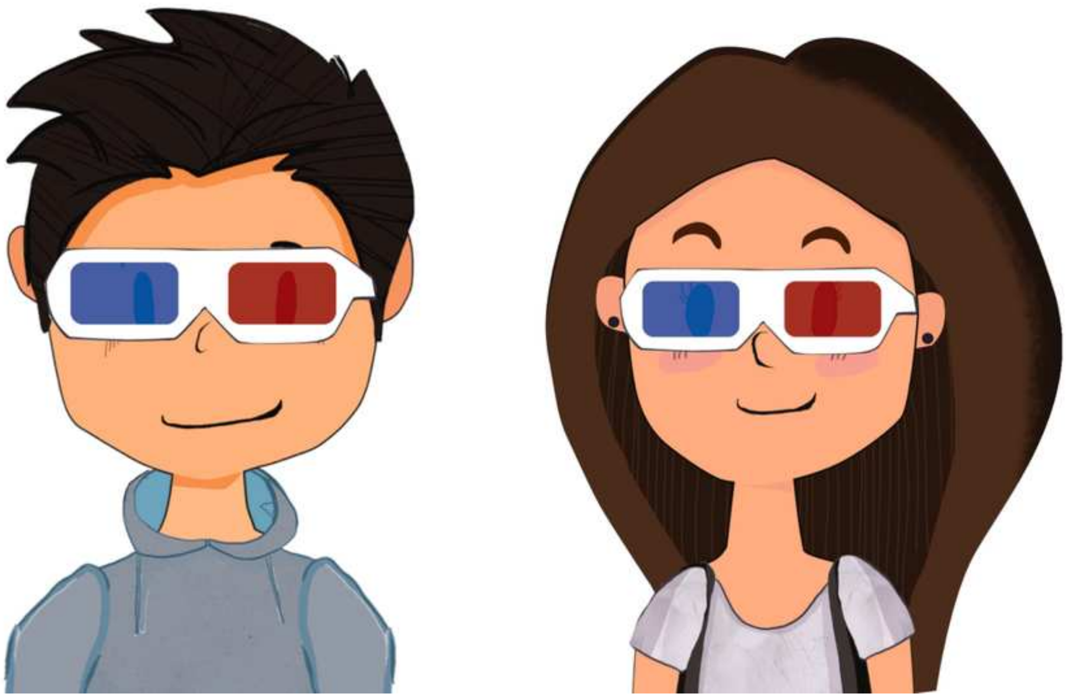
- Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe:

$$P_c = \pi r^2 + \pi r l = \pi r (r + l).$$

- Objętość stożka jest równa:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H.$$

Siatka stożka

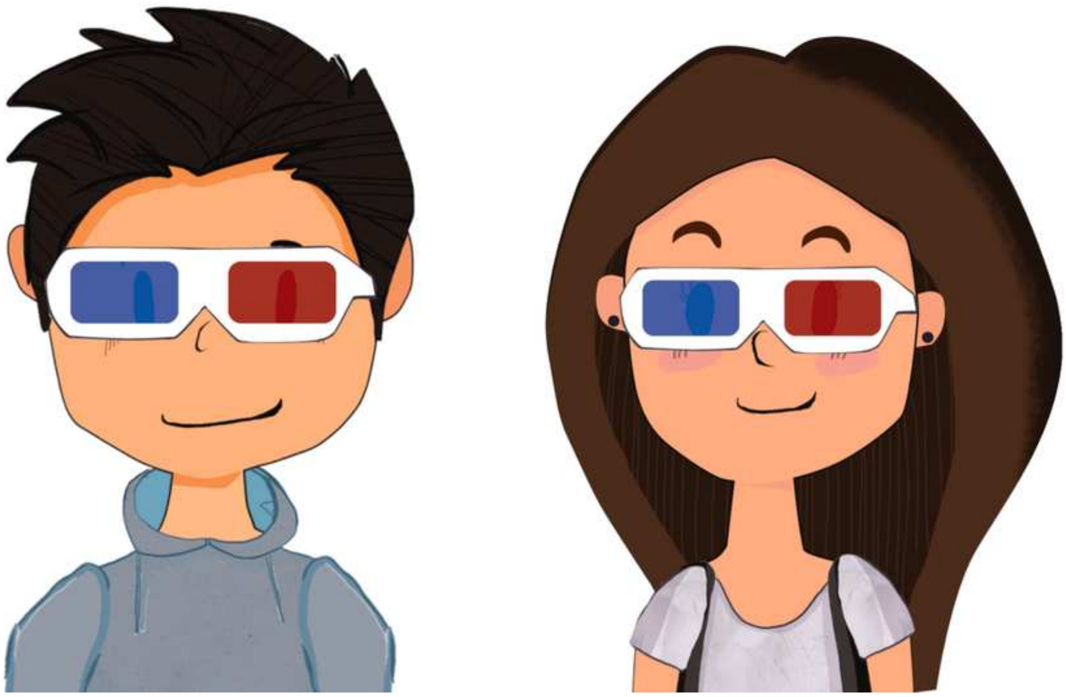


Film dostępny pod adresem /preview/resource/R1WqKQ9hUnuUW

Matematyka_3D_5010

Animacja 3D pokazuje stojące na drodze pachołki drogowe w kształcie stożka. Kreślone są krawędzie jednego pachołka - powstaje stożek, który następnie rozkłada się na siatkę stożka.

Siatka stożka



Film dostępny pod adresem /preview/resource/RxNRDivwC7nHl

Matematyka_3D_5011

Animacja 3D pokazuje siatkę stożka, która następnie składa się w stożek. Stożek zamienia się w pachołek drogowy. Na drodze stoją cztery pachołki.

Przykład 1

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 4 cm i 9 cm obraca się wokół dłuższego boku. Oblicz pole powierzchni całkowitej i objętość otrzymanego w ten sposób stożka.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt

Przykład 2

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym, którego przeciwprostokątna jest równa 8 cm. Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej stożka.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt

Przykład 3

Pole podstawy stożka jest równe $48\pi\ \mathrm{cm}^2$, a jego tworząca jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α takim, że $\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{7}$. Oblicz objętość stożka.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt

Przykład 4

Oblicz objętość stożka, którego powierzchnia boczna jest wycinkiem koła stanowiącym $\frac{2}{3}$ koła o promieniu $9\ \mathrm{cm}$.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/b/PCtDj8hvt

Ćwiczenie 1

Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równobocznym o polu $48\sqrt{3}\ \mathrm{dm}^2$. Oblicz pole powierzchni bocznej i objętość tego stożka. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

- $P_b = 94\pi\ \mathrm{dm}^2$, $V = 198\pi\ \mathrm{dm}^3$
- $P_b = 98\pi\ \mathrm{dm}^2$, $V = 196\pi\ \mathrm{dm}^3$
- $P_b = 92\pi\ \mathrm{dm}^2$, $V = 194\pi\ \mathrm{dm}^3$
- $P_b = 96\pi\ \mathrm{dm}^2$, $V = 192\pi\ \mathrm{dm}^3$

Ćwiczenie 2

Trójkąt o przeciwprostokątnej długości $8\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$ obrócono wokół prostej zawierającej jedną z przyprostokątnych. Kąt rozwarcia otrzymanego w ten sposób stożka jest równy 60°. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego stożka. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

- $V = 196\pi\ \mathrm{cm}^3$, $P_c = 142\pi\ \mathrm{cm}^2$
- $V = 190\pi\ \mathrm{cm}^3$, $P_c = 140\pi\ \mathrm{cm}^2$
- $V = 194\pi\ \mathrm{cm}^3$, $P_c = 148\pi\ \mathrm{cm}^2$
- $V = 192\pi\ \mathrm{cm}^3$, $P_c = 144\pi\ \mathrm{cm}^2$

Ćwiczenie 3

Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu na płaszczyźnie jest półkolem o promieniu $14\ \mathrm{cm}$. Oblicz objętość stożka. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

- $V = \frac{334\sqrt{2}}{4}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{343\sqrt{2}}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{334\sqrt{3}}{4}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{343\sqrt{3}}{3}\pi\ \mathrm{cm}^3$

Ćwiczenie 4

Koło o średnicy $24\ \mathrm{cm}$ podzielono na dwa wycinki koła w ten sposób, że jeden z nich stanowi $\frac{1}{5}$ pola powierzchni drugiego. Z obu wycinków utworzono powierzchnie boczne stożków. Niech V_1 oznacza objętość stożka utworzonego z większego wycinka, V_2 - objętość stożka utworzonego z mniejszego wycinka. Wyznacz stosunek $\frac{V_1}{V_2}$. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Stosunek $\frac{V_1}{V_2} =$ ______.

$\frac{5\sqrt{583}}{5}$ | $\frac{5\sqrt{385}}{7}$ | $\frac{5\sqrt{355}}{5}$ | $\frac{5\sqrt{358}}{7}$

Ćwiczenie 5

Podstawą stożka jest koło o polu $12\pi\ \mathrm{cm}^2$. Pole powierzchni bocznej jest 2 razy większe od pola podstawy. Oblicz sinus kąta nachylenia tworzącej stożka do płaszczyzny podstawy. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

- $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$
- $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$
- $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$
- $\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Ćwiczenie 6

Walec i stożek mają równe promienie podstawy r i wysokości H. Oblicz stosunek pola powierzchni bocznej walca do pola powierzchni bocznej stożka.

Ćwiczenie 7

Trójkąt prostokątny o przyprostokątnych $3\ \mathrm{cm}$ i $4\ \mathrm{cm}$ obraca się wokół przeciwprostokątnej. Oblicz objętość otrzymanej w ten sposób bryły. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

- $V = \frac{46}{10}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{48}{5}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{42}{7}\pi\ \mathrm{cm}^3$
- $V = \frac{44}{5}\pi\ \mathrm{cm}^3$

Ćwiczenie 8

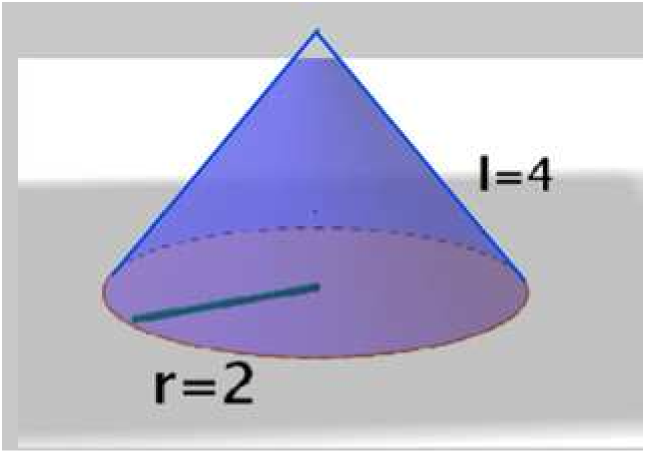
Stożek o promieniu podstawy $2\ \mathrm{cm}$ i wysokości $8\ \mathrm{cm}$ przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy, przechodzącą przez środek wysokości stożka. Oblicz stosunek objętości brył, na jakie został podzielony stożek. Uzupełnij zdanie, przeciągając w lukę odpowiednią liczbę lub kliknij w lukę i wybierz odpowiedź z listy rozwijalnej.

Stosunek objętości wynosi ______.

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$

Ćwiczenie 9

Oblicz długość H wysokości stożka, objętość V oraz pole powierzchni całkowitej P_c.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przeciągnij w luki odpowiednie liczby.

$H =$ ____ ____

$V =$ ____ ____ π

$Pc =$ ____ π

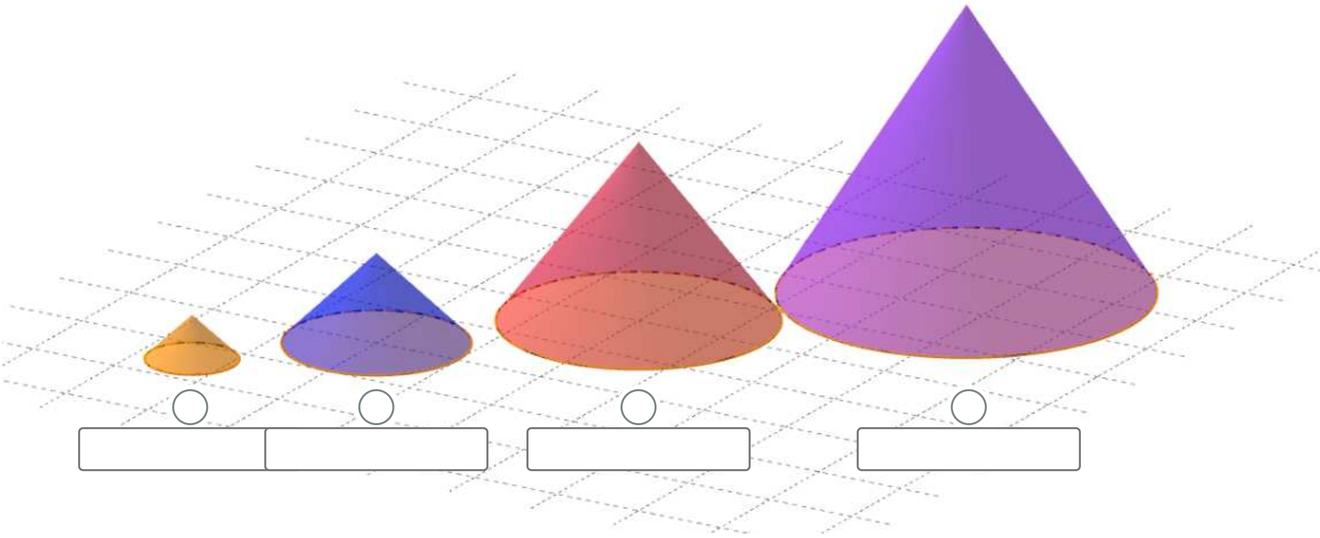
65 10 $\sqrt{4}$ $\sqrt{5}$ $\frac{12}{3}$ $\frac{4}{3}$ 12 2 $\sqrt{3}$ $\sqrt{4}$ 11 $\frac{8}{3}$ $\sqrt{5}$ 18 $\sqrt{3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Długość promienia podstawy i długość wysokości najmniejszego ze stożków wynosi $1\ \text{cm}$, a każdy kolejny stożek ma długość promienia podstawy i długość wysokości o $1\ \text{cm}$ większą.

Przeciągnij i upuść objętości stożków.



$\frac{4}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{14}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{16}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{1}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{64}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $9\pi\ \text{cm}^3$ | $\pi\ \text{cm}^3$

$\frac{17}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{8}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{10}{3}\pi\ \text{cm}^3$ | $\frac{2}{3}\pi\ \text{cm}^3$