



Działania na przedziałach liczbowych ograniczonych

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Działania na przedziałach liczbowych ograniczonych

Źródło: geralt, dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

Znasz już pojęcia sumy, iloczynu i różnicy zbiorów. Przedziały, to zbiory nieskończone. Wiesz, jak zaznaczać na osi liczbowej przedziały liczbowe ograniczone. Dzięki wykonanym rysunkom znacznie łatwiej będzie Ci odczytać przedziały, które są sumą, iloczynem i różnicą podanych przedziałów.

Twoje cele

- Zaznaczysz na osi przedziały liczbowe ograniczone.
- Odczytasz, z zaznaczanych na osi liczbowej przedziałów ograniczonych, ich sumę, iloczyn oraz obie różnice.
- Zapiszesz w postaci przedziałów sumę, iloczyn oraz obie różnice podanych przedziałów liczbowych ograniczonych.

Przeczytaj

Przypomnij sobie definicje sumy, iloczynu i różnicy zbiorów.

Definicja: Suma zbiorów A i B

Sumą zbiorów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą do zbioru A lub należą do zbioru B . Sumę zbiorów A i B oznaczamy: $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ lub } x \in B\}$$

Definicja: Iloczyn zbiorów A i B

Iloczynem zbiorów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą jednocześnie do zbioru A i do zbioru B . Iloczyn zbiorów A i B oznaczamy: $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ i } x \in B\}$$

Definicja: Różnica zbiorów A i B

Różnicą zbiorów A i B nazywamy zbiór elementów, które należą do zbioru A i nie należą do zbioru B . Iloczyn zbiorów A i B oznaczamy: $A \setminus B$.

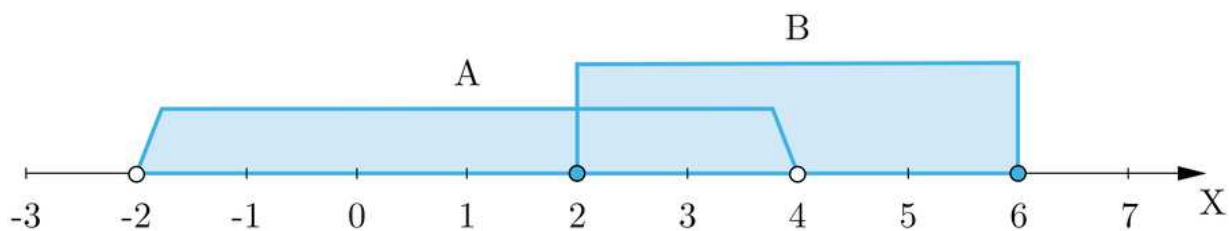
$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ i } x \notin B\}$$

Przedziały, to też zbiory. Możemy zatem wyznaczyć ich sumę $A \cup B$, iloczyn $A \cap B$ i różnicę $A \setminus B$ oraz $B \setminus A$.

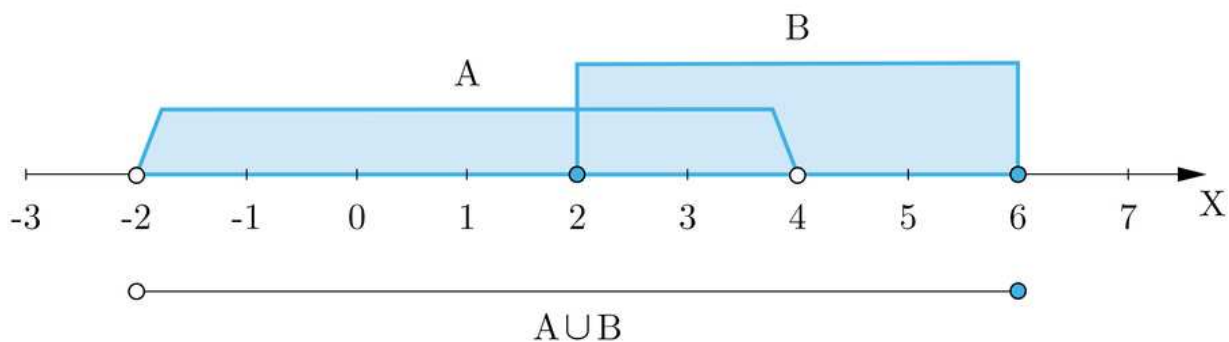
Przykład 1

Wyznacz sumę zbiorów $A \cup B$, jeśli $A = (-2, 4)$ i $B = \langle 2, 6 \rangle$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



Sumę przedziałów A i B tworzą liczby, które należą do przedziału A lub do przedziału B .

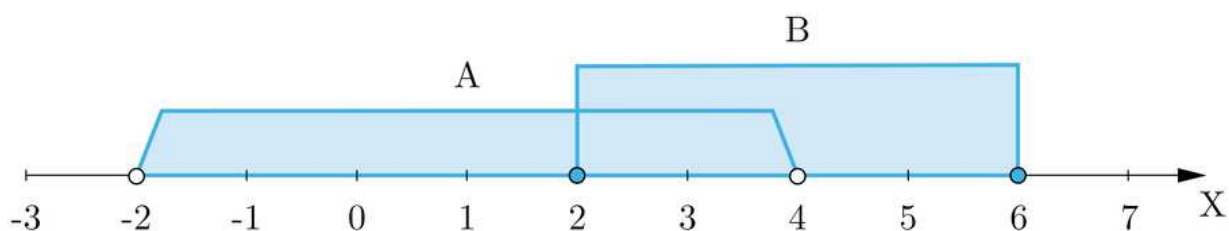


A zatem $A \cup B = (-2, 6)$.

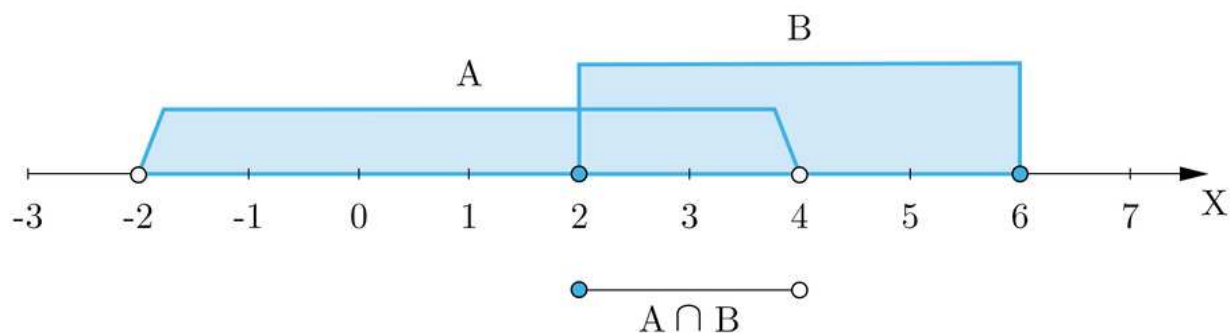
Przykład 2

Wyznacz iloczyn zbiorów $A \cap B$, jeśli $A = (-2, 4)$ i $B = \langle 2, 6 \rangle$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



Iloczyn przedziałów A i B tworzą liczby, które należą jednocześnie do przedziału A i do przedziału B .

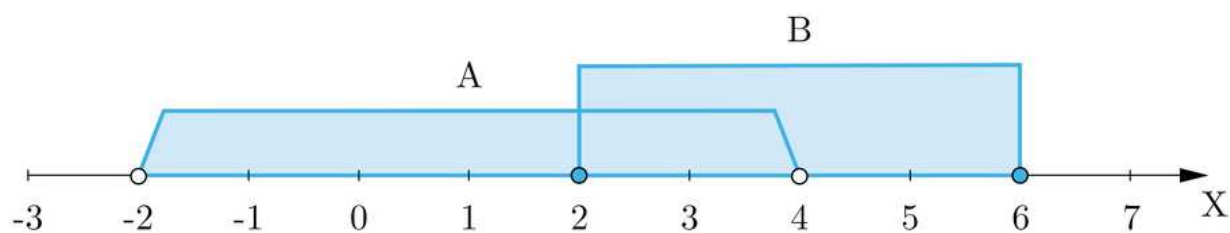


A zatem $A \cap B = \langle 2, 4 \rangle$.

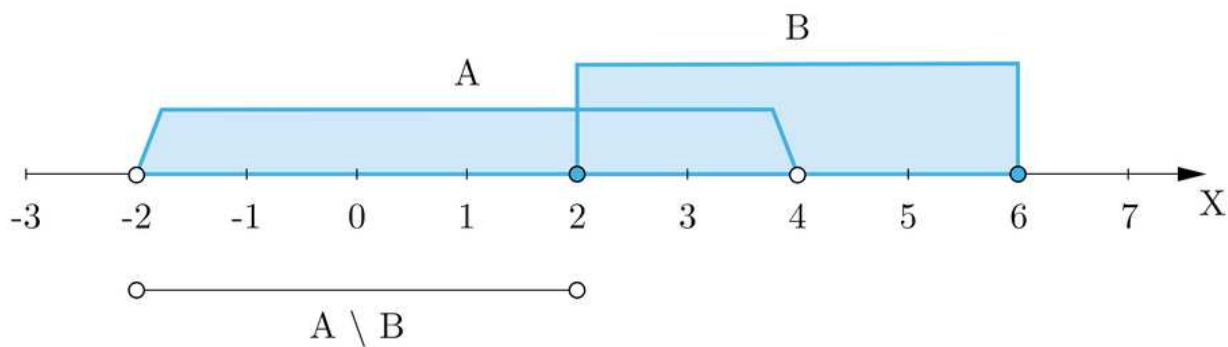
Przykład 3

Wyznacz różnicę zbiorów $A \setminus B$, jeśli $A = (-2, 4)$ i $B = \langle 2, 6 \rangle$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



Różnicę przedziałów A i B tworzą liczby, które należą do przedziału A i **nie należą** do przedziału B .

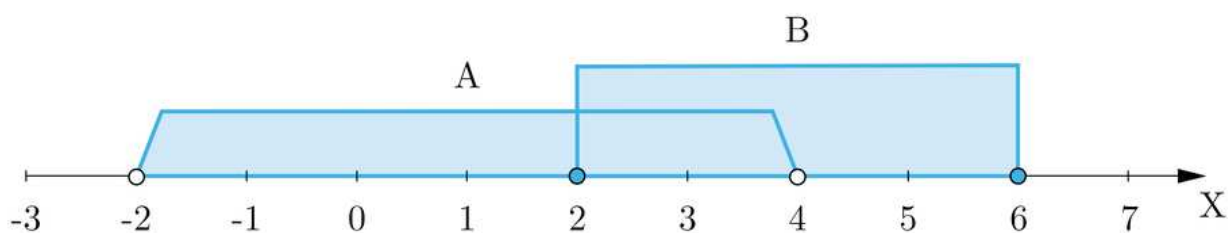


A zatem $A \setminus B = (-2, 2)$.

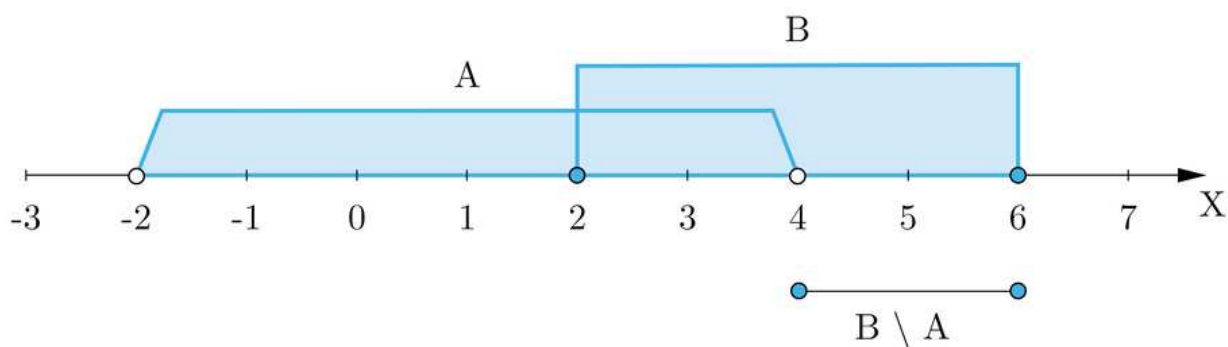
Przykład 4

Wyznacz różnicę zbiorów $B \setminus A$, jeśli $A = (-2, 4)$ i $B = \langle 2, 6 \rangle$.

Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



Różnicę przedziałów B i A tworzą liczby, które należą do przedziału B i **nie należą** do przedziału A.



A zatem $B \setminus A = \langle 4, 6 \rangle$.

Przykład 5

Wyznacz sumę i iloczyn i różnice zbiorów A i B , jeśli

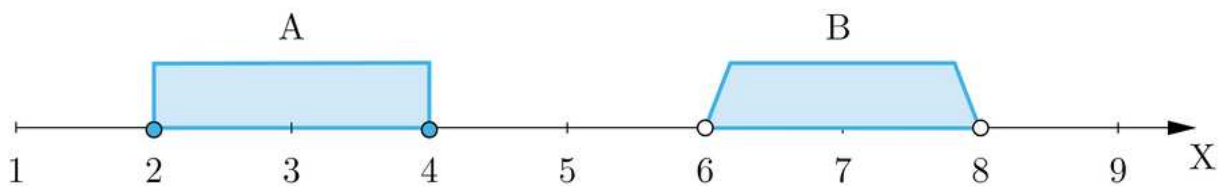
$$A = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 2 \text{ i } x \leq 4\} \text{ i } B = \{x \in \mathbb{R} : x > 6 \text{ i } x < 10\}.$$

- Zapisujemy najpierw zbiory A i B w postaci przedziałów.

$$A = \langle 2, 4 \rangle$$

$$B = (6, 8)$$

- Zaznaczamy podane przedziały na osi liczbowej.



- Korzystając z rysunku odczytujemy i zapisujemy zbiory:

$$A \cup B = \langle 2, 4 \rangle \cup (6, 8)$$

$$A \cap B = \emptyset$$

$$A \setminus B = \langle 2, 4 \rangle$$

$$B \setminus A = (6, 8)$$

Ważne!

Pamiętaj, że:

$$A \cup B = B \cup A$$

$$A \cap B = B \cap A,$$

ale

$$A \setminus B \neq B \setminus A$$

Słownik

suma przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące do przedziału A lub do przedziału B

iloczyn przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące jednocześnie do przedziału A i do przedziału B

różnica przedziałów A i B

zbiór, który tworzą liczby należące do przedziału A i nienależące do przedziału B

Film samouczek

Polecenie 1

Zapoznaj się z filmem przedstawiającym sposoby wykonywania działań na przedziałach liczbowych ograniczonych. Zwróć uwagę na przedstawione w nim nierówności.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DknFwJssW>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego działań na przedziałach liczbowych ograniczonych.

Polecenie 2

Dla podanych zbiorów $A = (-5, 3)$ i $B = (-1, 4)$ wyznacz zbiory: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ oraz $B \setminus A$.

Wykonaj odpowiedni rysunek.

Odpowiedzi podaj w postaci przedziałów oraz w postaci nierówności.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Beata Wojciechowska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Działania na przedziałach liczbowych ograniczonych

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

6) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- formułuje definicję sumy zbiorów
- formułuje definicję iloczynu zbiorów
- formułuje definicję różnicy zbiorów
- zaznacza na osi liczbowej przedziały liczbowe ograniczone
- wyznacza sumę, iloczyn i różnicę przedziałów liczbowych ograniczonych

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- analiza przypadku
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem filmu samouczka

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają sobie w grupach wiadomości i umiejętności związane z działaniami na zbiorach liczbowych, rodzajami przedziałów liczbowych ograniczonych oraz z zaznaczaniem przedziałów na osi liczbowej.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach metodą analizy przypadku. Analizują przykłady zawarte w części „Przeczytaj”.
2. Uczniowie zapoznają się z filmem samouczkiem i konsultując z nauczycielem wykonania polecenie umieszczone pod medium bazowym.
3. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 1 – 6.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie wykonują ćwiczenia 7, 8 zawarte w sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Przedziały liczbowe. Przedziały jako zbiory.](#)
- [Równania i nierówności liczbowe. Przedziały liczbowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Film samouczek może być wykorzystany przez chętnych uczniów do samodzielnego utrwalenia w domu, omówionego na lekcji tematu.