



Wycinek i odcinek koła

Definicja wycinka koła. Definicja odcinka koła. Ilustracja interaktywna: pole odcinka koła.

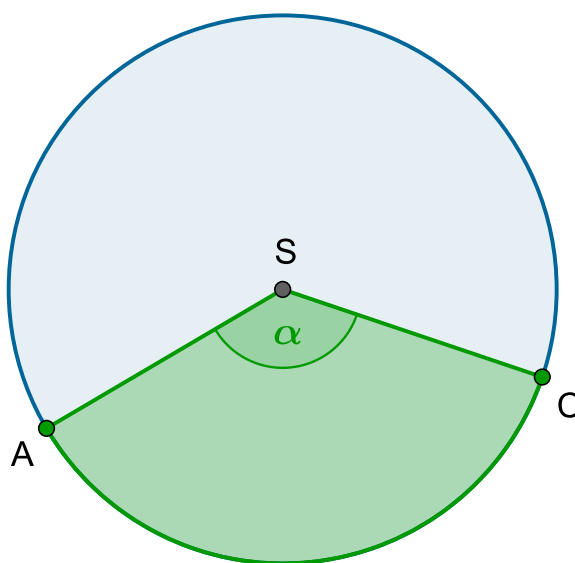
Wycinek i odcinek koła

Przypomnijmy wzory na pole i obwód koła.

Pole koła $P = \pi r^2$ oraz obwód koła $L = 2\pi r$, gdzie $\pi \approx 3,14159$ jest stałą matematyczną definiowaną jako stosunek obwodu koła do jego średnicy.

Definicja: Wycinek koła

Wycinkiem koła nazywamy każdą z dwóch jego części wyznaczonych przez dwa promienie tego koła wraz z tymi promieniami. Kąt środkowy pomiędzy tymi promieniami nazywamy kątem wycinka.

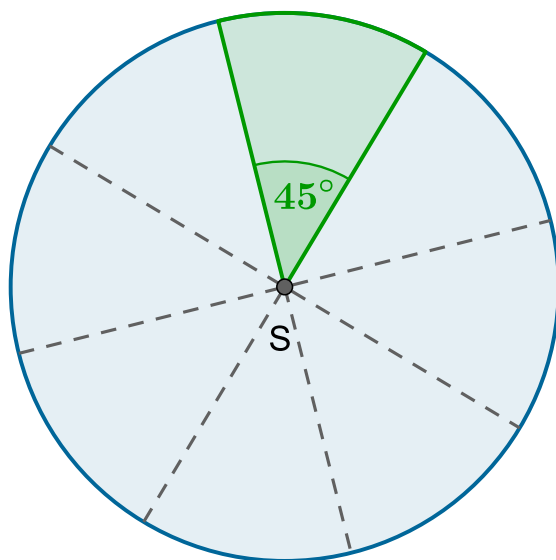


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Obliczmy pole wycinka koła o promieniu 3, którego kąt jest równy $\alpha = 45^\circ$.

Zastanówmy się, jaką częścią całego koła jest ten wycinek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zauważmy, że $\frac{45^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{8}$. Zatem pole wycinka stanowi ósmą część pola koła.

$$P_{\text{wycinka}} = \frac{1}{8} P_{\text{koła}}$$

$$P_{\text{wycinka}} = \frac{1}{8} \pi r^2$$

$$P_{\text{wycinka}} = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot 3^2 = \frac{9}{8} \pi.$$

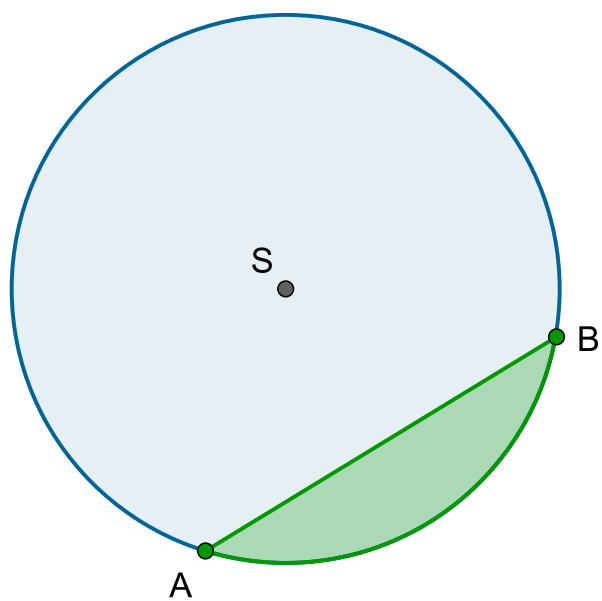
Definicja: Pole wycinka

Pole wycinka koła o promieniu r i kącie α jest równe

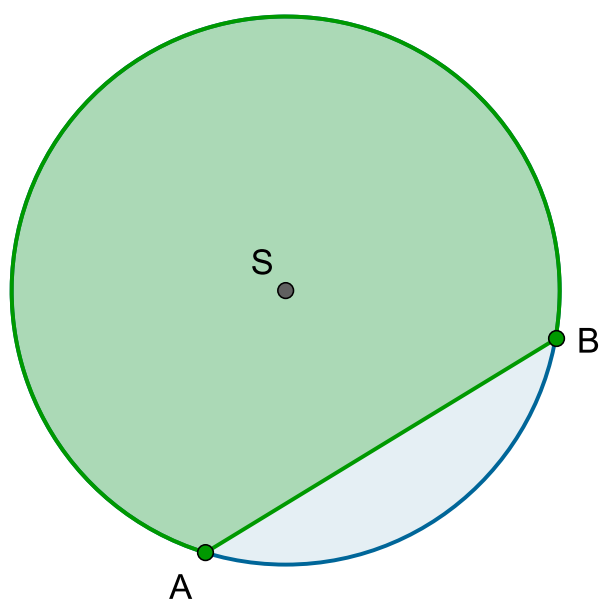
$$P_{\text{wycinka}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi r^2.$$

Definicja: Odcinek koła

Odcinkiem koła nazywamy każdą z dwóch części, na jakie dzieli to koło jego cięciwa wraz z tą cięciwą i łukiem okręgu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 1

Zapoznaj się z apilem i określ, jaki jest związek między polem odcinka, a polem wycinka koła.

Pole odcinka koła

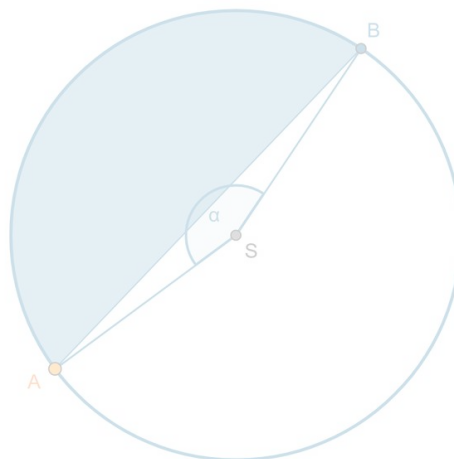
Zmieniaj położenie punktu A na okręgu.
Zaobserwuj związek między
polem odcinka a polem wycinka koła.

Pole wycinka koła

$$P_{\text{wycinka}} = \frac{\alpha}{360^\circ} \pi r^2.$$

Pole odcinka koła

$$P_{\text{odcinka}} = P_{\text{wycinka}} - P_{\text{trójkąta}}.$$



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PD6jMvYmi>

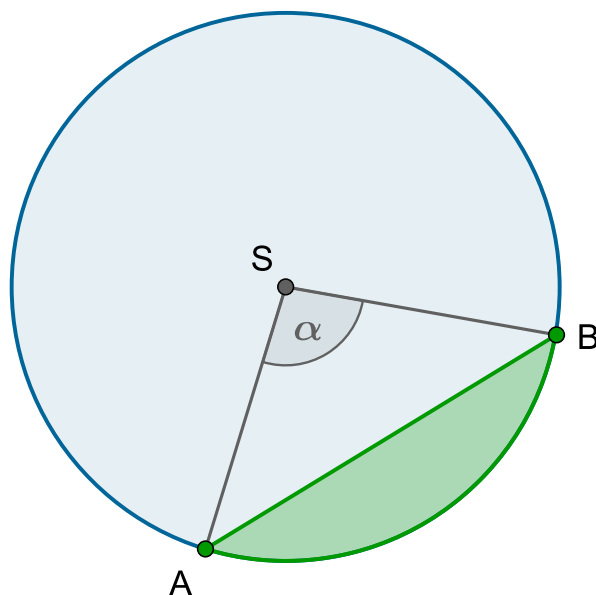
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczymy pole odcinka koła.

- przypadek I

Środek koła leży na zewnątrz odcinka koła. Wtedy pole tego odcinka jest mniejsze od połowy pola koła.

Połączmy końce cięciwy ze środkiem okręgu. Otrzymane promienie wraz z cięciwą są bokami trójkąta równoramiennego ASB , a kąt α między ramionami SA i SB jest kątem wycinka koła ASB . Pole odcinka koła obliczymy, odejmując od pola wycinka pole trójkąta ASB .



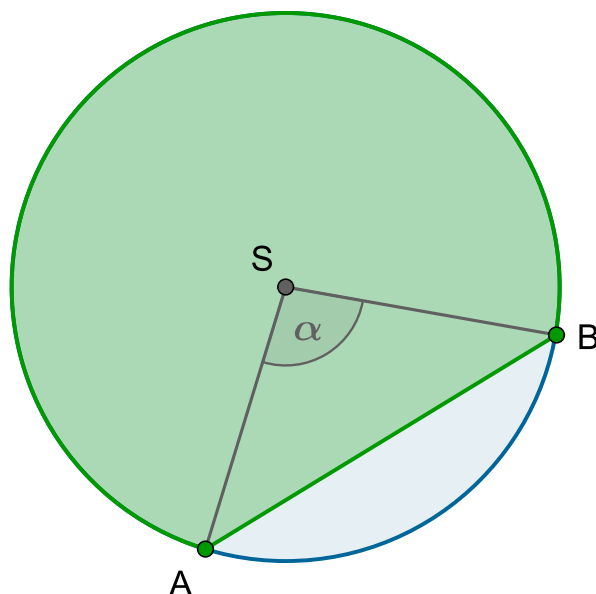
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$P_{\text{odcinka}} = P_{\text{wycinka}} - P_{\text{trójkąta}}.$$

- przypadek II

Środek koła leży wewnątrz odcinka koła. Pole odcinka jest wtedy większe od połowy pola koła. Tak jak poprzednio, połączmy końce cięciwy ze środkiem okręgu.

Otrzymane promienie wraz z cięciwą są bokami trójkąta równoramiennego ASB . Między ramionami SA i SB znajduje się kąt α . Pole odcinka koła obliczymy, dodając pole trójkąta ASB do pola wycinka.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$P_{\text{odcinka}} = P_{\text{wycinka}} + P_{\text{trójkąta}}.$$

- przypadek III

Środek koła leży na cięciwie AB .

Cięciwa AB jest wtedy średnicą koła o promieniu r . Każdy z dwóch wyznaczonych przez nią odcinków koła jest półkolem o polu $\frac{\pi r^2}{2}$.