

Jak obliczyć wartość energii spoczynkowej dla dowolnego izotopu?

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Jak obliczyć wartość energii spoczynkowej dla dowolnego izotopu?

Źródło: dostępny w internecie: <http://cds.cern.ch/record/910381> [dostęp 21.04.2022 r.], licencja: CC BY 4.0.

Czy to nie ciekawe?

Masy cząstek, nukleonów i atomów różnych pierwiastków często znane są z dokładnością rzędu 0,000001%. To tak, jakbyśmy potrafili powiedzieć, ile jest ziarenek cukru w opakowaniu o masie 1 kg z dokładnością do kilku ziarenek. W tych e-materialach dowiesz się, jakie jednostki masy stosowane są w fizyce atomowej i subatomowej, czym jest masa spoczynkowa ciała i jak obliczyć odpowiadającą jej energię spoczynkową.

Twoje cele

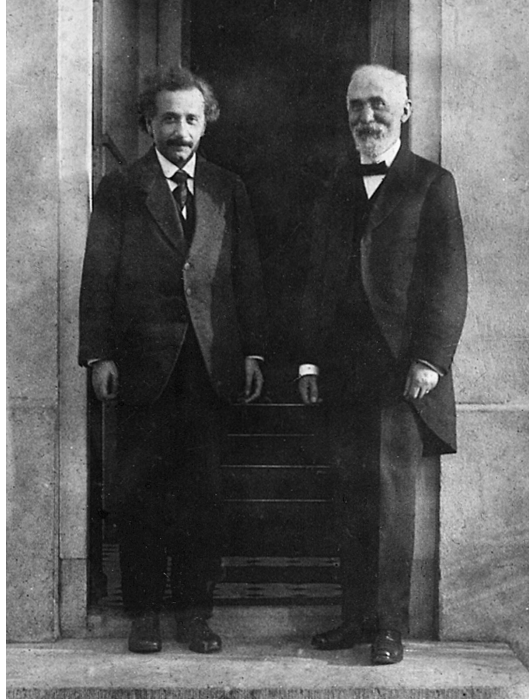
W tym e-materiale:

- dowiesz się, czym jest masa spoczynkowa,
- dowiesz się, jak definiujemy energię spoczynkową,

- poznasz różne jednostki masy i energii stosowane w fizyce atomowej i subatomowej,
- zrozumiesz, dlaczego wygodnie jest posługiwać się jednostkami eV i eV/c^2 ,
- oszacujesz masy spoczynkowe i energie spoczynkowe wybranych cząstek i atomów.

Przeczytaj

Warto przeczytać



Rys. 1. Albert Einstein i Hendrik Lorentz w 1921 r. w Lejdzie.

Źródło: dostępny w internecie: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Einstein_en_Lorentz.jpg [dostęp 21.04.2022 r.], domena publiczna.

Jednym z największych osiągnięć fizyki początku XX wieku jest sformułowanie szczególnej teorii względności przez Einsteina (Rys. 1.). W ramach tej teorii Einstein wprowadził postulat, że prędkość światła nie zależy od układu odniesienia oraz, że prędkość światła w próżni c jest największą, graniczną prędkością osiągalną w przyrodzie. Z teorii Einsteina wynika również, że każde ciało oprócz energii kinetycznej posiada dodatkowo energię spoczynkową. Jeżeli zdefiniujemy układ odniesienia, w którym ciało spoczywa (nie posiada energii kinetycznej), to energia tego ciała będzie równa:

$$E_0 = m_0 c^2,$$

gdzie dokładna wartość prędkości światła w próżni $c = 299792458$ m/s, czyli prawie $3 \cdot 10^8$ m/s.

Energię E_0 nazywamy **energiją spoczynkową** ciała, a masę m_0 nazywamy **masą spoczynkową** ciała, lub **masą niezmienniczą**, ponieważ jest to wielkość niezależna od układu odniesienia. Wzór Einsteina mówi nam, że miarą energii spoczynkowej ciała jest jego masa spoczynkowa, a obie wielkości są sobie równe z dokładnością do czynnika c^2 , czyli z dokładnością do prędkości światła w kwadracie. Z powyższego wzoru wynika, że masa jest w pewnym sensie równoważna energii. Prawo zachowania energii jest zawsze spełnione, natomiast dla masy, jako osobnej wielkości fizycznej, nie obowiązuje prawo zachowania. Dla przykładu, w reakcjach jądrowych masa układu przed procesem może być większa lub mniejsza od masy układu powstałego w procesie. To właśnie różnica mas substratów i produktów (ściślej ich energii spoczynkowych) określa, czy dana reakcja wymaga dostarczenia energii, czy też może być jej źródłem. Więcej na ten temat można przeczytać w e-materiale „Zasada zachowania energii w reakcjach jądrowych”.

Aby obliczyć energię spoczynkową danego obiektu, musimy znać jego masę. Zmierzone masy spoczynkowe cząstek elementarnych, [nukleonów](#), jąder atomowych, czy obojętnych atomów różnych pierwiastków są skatalogowane w tablicach masowych. Jednostką masy w układzie SI (Międzynarodowy Układ Jednostek Miar) jest kilogram, jednak w fizyce atomowej i subatomowej zastosowanie znalazły inne jednostkami masy, takie jak: elektronowolt dzielony przez prędkość światła w kwadracie (eV/c^2) oraz atomowa jednostka masy. Podobnie jest z energią, którą częściej wyraża się w elektronowoltach (eV) niż w dżulach (J). Jednostki eV/c^2 oraz eV stosowane są również w fizyce ciała stałego i chemii.

1. Jednostki energii:

Zgodnie z definicją, jeden elektronowolt jest to energia, jaką uzyskuje bądź traci cząstka o ładunku elementarnym (o wartości ładunku $e = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), która przemieściła się w polu elektrycznym o różnicy potencjałów równej 1 woltowi. Zatem:

$$1 \text{ eV} = 1 e \cdot 1 \text{ V} = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$1 \text{ keV} = 10^3 \text{ eV}$$

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

$$1 \text{ GeV} = 10^9 \text{ eV}$$

$$1 \text{ TeV} = 10^{12} \text{ eV}$$

$$1 \text{ J} = 6,241509 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

2. Jednostki masy:

Masę wyraża się w jednostkach eV/c^2 , czyli w elektronowoltach podzielonych przez c do kwadratu. Podstawiając dokładną wartość c , otrzymujemy, że:

$$1 \text{ eV}/c^2 = 1,602177 \cdot 10^{-19} \text{ J} / (299792458 \text{ m/s})^2 = 1,782662 \cdot 10^{-36} \text{ kg}.$$

Aby zamienić kilogram na eV/c^2 stosuje się przeliczniki:

$$1 \text{ kg} = 5,609587 \cdot 10^{35} \text{ eV}/c^2.$$

Przykład 1

Przeliczmy masę spoczynkową protonu z kilogramów na eV/c^2 . Masa protonu $m_p = 1,672622 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,672622 \cdot 10^{-27} \cdot 5,609587 \cdot 10^{35} \text{ eV}/c^2 = 938,272 \text{ MeV}/c^2$. Mnożąc masę spoczynkową obiektu wyrażoną w jednostkach eV/c^2 przez c^2 otrzymujemy jego energię spoczynkową. Energia spoczynkowa protonu jest zatem liczbowo równa jego masie spoczynkowej i wynosi $E_p = 938,272 \text{ MeV}$. To właśnie względy praktyczne zdecydowały o przyjęciu jednostek eV/c^2 oraz eV w fizyce atomowej i subatomowej.

- Kolejną jednostką, która jest powszechnie stosowana w fizyce atomowej i subatomowej, jest **atomowa jednostka masy**, zwana również unitem (u), lub daltonem (Da).

Masa jednego unitu została zdefiniowana jako 1/12 masy atomu węgla- $^{12}_6\text{C}$ i wynosi

$$1u = 1,660539 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

Korzystając z obliczonego już przelicznika otrzymujemy, że

$$1u = 931,49410242 \text{ MeV}/c^2$$

Przykład 2

Unit jest bardzo wygodną jednostką do posługiwania się w praktyce rachunkowej. Masę pojedynczego atomu można dobrze przybliżyć poprzez iloczyn jego [liczby masowej](#) A i wartości jednego unitu. Weźmy dla przykładu atom tlenu-16 ^{16}O , którego liczba masowa wynosi 16. Masa pojedynczego atomu ^{16}O wynosi zatem w przybliżeniu $16u$, czyli $14,904 \text{ GeV}/c^2$ lub $26,569 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$.

Bardziej dokładana masa atomu ^{16}O jest jednak inna i wynosi: $15,994915u$, czyli $14,899 \text{ GeV}/c^2$ lub $26,5602 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$. Względna różnica pomiędzy masą przybliżoną i dokładną jest zatem na poziomie 0,03%. Użyte przybliżenie jest powszechnie stosowane w chemii. W przemianach i reakcjach jądrowych konieczna jest zatem jak najlepsza znajomość mas spoczynkowych poszczególnych jąder, atomów i cząstek. Więcej na ten temat można dowiedzieć się w multimedium.

Aby ułatwić stosowanie różnych jednostek, w Tabeli 1. zebrano przeliczniki umożliwiające zamianę danej jednostki masy na inne jednostki. Podane przeliczniki podane są z dokładnością do trzech miejsc po przecinku.

Tabela 1. Przybliżone wartości przeliczników jednostek masy:

Jednostka zamieniana →	1 kg =	1 MeV/c ² =	1 u =
kg	x	$1,783 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$	$1,661 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
MeV/c ²	$5,610 \cdot 10^{29} \text{ MeV}/c^2$	x	$931,494 \text{ MeV}/c^2$
u	$6,022 \cdot 10^{26} u$	$1,074 \cdot 10^{-3} u$	x

Słowniczek

Szczególna teoria względności

teoria fizyczna stworzona przez Alberta Einsteina w 1905 roku. Zmieniła ona sposób pojmowania czasu, przestrzeni i ruchu opisanych wcześniej w newtonowskiej mechanice, nazwanej potem nierelatywistyczną.

Liczba atomowa

liczba protonów w jądrze atomowym.

Liczba masowa

sumaryczna liczba protonów i neutronów w jądrze atomowym.

Nukleony

składniki jąder atomowych, wspólna nazwa dla protonów i neutronów.

Nuklid

obojętny atom danego pierwiastka, o określonych liczbach masowej A i atomowej Z .

Film samouczek

Jak obliczyć wartość energii spoczynkowej dla dowolnego izotopu?

W filmie wyjaśnione jest pojęcie nadwyżki masy oraz pokazane jest, w jaki sposób masy atomów różnych pierwiastków są skatalogowane w tablicach masowych.

Czy pamiętasz, na czym polega przemiana beta? Możesz sobie to przypomnieć korzystając z e-materiału „Opisujemy przemianę beta+”.

Trwa wczytywanie danych..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DYZSNkBvM>

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Zapoznaj się z audiodeskrypcją samouczka.

Polecenie 1

Oblicz masę spoczynkową atomu tlenu-16 $^{16}_8\text{O}$, dla którego nadwyżka masy $\Delta(16,8) = -4737 \text{ keV}/c^2$. W obliczeniach przyjmij, że $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$. Wynik podaj z dokładnością do 3 cyfr po przecinku.

Polecenie 2

Oblicz masę spoczynkową atomu węgla-13 $^{13}_6\text{C}$ w atomowych jednostkach masy. Przyjmij $M(13,6) = 12112,548 \text{ MeV}/c^2$ oraz, że $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$. Wynik podaj z dokładnością do 3 cyfr po przecinku.

Polecenie 3

Oblicz nadwyżkę masy dla atomu węgla-13 $^{13}_6\text{C}$, którego masa spoczynkowa $M(13,6) = 12112,548 \text{ MeV}/c^2$. W obliczeniach przyjmij, że $1 \text{ u} = 931,494 \text{ MeV}/c^2$. Wynik podaj z dokładnością do liczb całkowitych.

Polecenie 4

Masa spoczynkowa $M(12,6)$ wynosi $11177,93 \text{ MeV}/c^2$ oraz $37259,93 \text{ MeV}/c^2$ dla $M(40,20)$. Przyjmij, że 1 unit zdefiniowany jest jako $1/40 M(40,20)$ i wyznacz masę spoczynkową $M(12,6)$ w unitach.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Ćwiczenie 9



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Tomasz Cap
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Masa spoczynkowa i energia spoczynkowa
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

**Podstawa
programowa:**

Cele kształcenia – wymagania ogólne

II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.

Zakres podstawowy

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:

- 1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności;
- 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem.

XI. Fizyka jądrowa. Uczeń:

- 1) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron do opisu składu materii; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej.

Zakres rozszerzony

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:

- 1) przedstawia jednostki wielkości fizycznych, opisuje ich związki z jednostkami podstawowymi; przelicza wielokrotności i podwielokrotności;
- 4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem.

XII. Elementy fizyki relatywistycznej i fizyka jądrowa. Uczeń:

- 5) posługuje się pojęciami pierwiastek, jądro atomowe, izotop, proton, neutron, elektron; opisuje skład jądra atomowego na podstawie liczb masowej i atomowej;
- 8) oblicza dla dowolnego izotopu energię spoczynkową, deficyt masy i energię wiązania.

<p>Kształtowane kompetencje kluczowe:</p>	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none"> • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
<p>Cele operacyjne:</p>	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. przelicza masę spoczynkową na energię spoczynkową i na odwrót, 2. stosuje różne jednostki masy i energii używane w fizyce atomowej i subatomowej, 3. oszacowuje dokładność przybliżenia masy atomu poprzez iloczyn jego liczby masowej i wartości jednego unitu.
<p>Strategie nauczania:</p>	<p>IBSE</p>
<p>Metody nauczania:</p>	<p>wykład informacyjny, rozwiązywanie zadań rachunkowych</p>
<p>Formy zajęć:</p>	<p>praca indywidualna, praca w parach</p>
<p>Środki dydaktyczne:</p>	<p>rzutnik lub ekran do wyświetlania multimedium</p>
<p>Materiały pomocnicze:</p>	<p>-</p>
<p>PRZEBIEG LEKCJI</p>	
<p>Faza wprowadzająca:</p>	

Realizując strategię IBSE nauczyciel omawia zjawiska wynikające z równoważności masy i energii a następnie wprowadza wzór Einsteina $E = mc^2$ oraz pojęcia energii spoczynkowej i masy spoczynkowej. Na przykładzie zadania 6 z zestawu ćwiczeń (obliczanie energii spoczynkowej ziarenka piasku) nauczyciel pokazuje, w jaki sposób obliczyć energię spoczynkową ciała w dżulach znając jego masę w kg. Nauczyciel prosi następnie uczniów o obliczenie energii spoczynkowej elektronu w dżulach (zadanie 4 z zestawu ćwiczeń). Nauczyciel wyjaśnia, że masy obiektów atomowych i subatomowych są wiele rzędów wielkości mniejsze od masy ziarenka piasku, i z tego powodu przyjęło się stosować w tych dziedzinach inne jednostki masy i energii.

Faza realizacyjna:

Nauczyciel wprowadza jednostki: elektronowolt oraz elektronowolt na c^2 . Nauczyciel pokazuje definicje tych jednostek oraz wyprowadza przeliczniki na J i kg. Nauczyciel pokazuje jak zamienić masę elektronu z kg na $\frac{eV}{c^2}$ oraz jak, w łatwy sposób stosując tę jednostkę obliczyć energię spoczynkową elektronu. Nauczyciel prosi uczniów o wyrażenie masy spoczynkowej wybranego obiektu (np. neutronu) podanej w kg w jednostkach $\frac{eV}{c^2}$.

Nauczyciel podaje definicję atomowej jednostki masy i pokazuje jak przeliczyć masę atomu węgla-12 z unitów na gramy (zadanie 2 z zestawu ćwiczeń). Następnie, prosi uczniów, aby przeliczyli masę spoczynkową wybranego atomu, np. atomu azotu-16 z $\frac{MeV}{c^2}$ na unity (zadanie 2 z zadań aktywizujących do multimedium). Nauczyciel na podstawie wyników zadania argumentuje, że masę dowolnego atomu można przybliżyć poprzez iloczyn jego liczby masowej i wartości jednego unitu. Nauczyciel, razem z uczniami, rozwiązuje zadanie 8 z zestawu ćwiczeń, które pokazuje dokładność takiego przybliżenia. Uczniowie oglądają filmik z multimedium. Nauczyciel wprowadza pojęcie nadwyżki masy i nawiązuje do wyników zadania 8. Następnie prosi uczniów o obliczenie nadwyżki masy dla atomu węgla-13 (zadanie 3 z zestawu ćwiczeń aktywizujących do multimedium).

Faza podsumowująca:

Nauczyciel pokazuje powtórnie wzór Einsteina i rozwiązuje z uczniami zadanie 7 z zestawu ćwiczeń, w którym oblicza się masę spoczynkową cząstki alfa w unitach na podstawie znajomości jej energii spoczynkowej.

Praca domowa:

Zadania 1, 3 i 5 z zestawu ćwiczeń.

Zadanie 1 z zestawu zadań aktywizujących do multimedium.

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium**

Multimedium bazowe może być wykorzystane przez uczniów w domu w ramach powtórzenia i utrwalenia wiadomości.