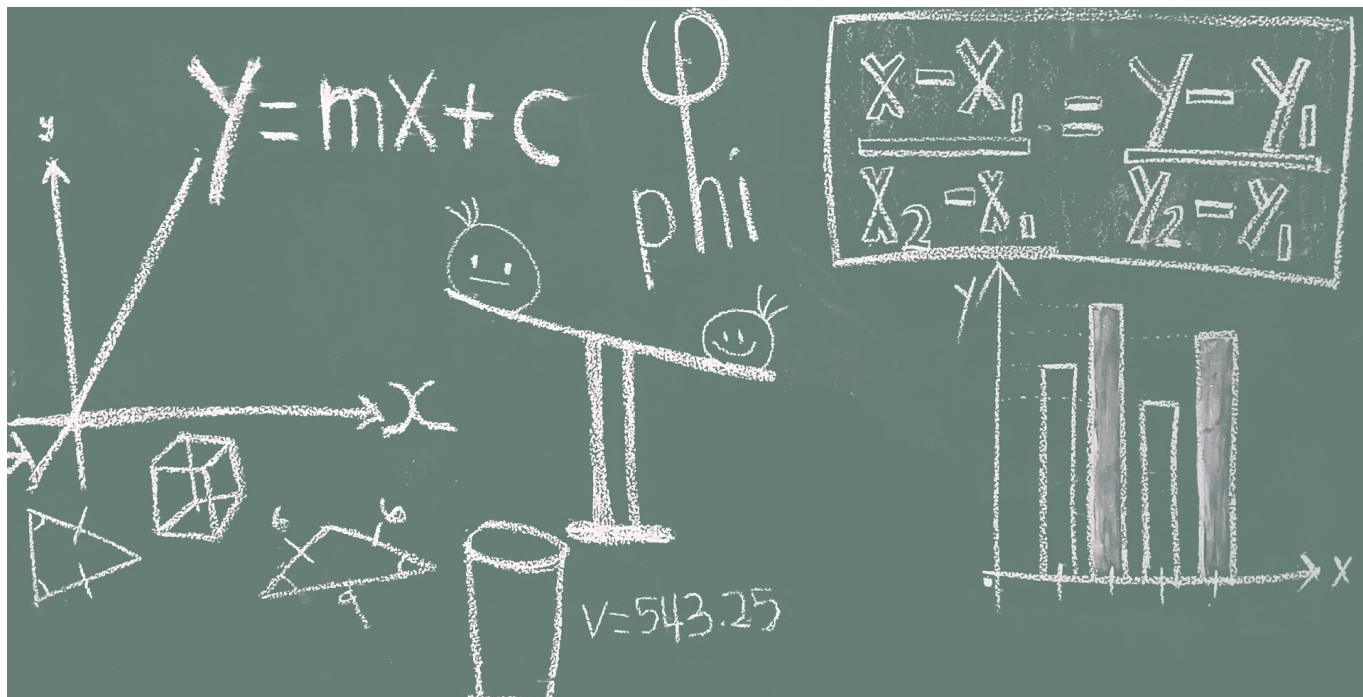




Zapisywanie zbioru rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Zapisywanie zbioru rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego

Źródło: dostępny w internecie: piqsels.com, domena publiczna.

Wiesz już, że zbiorem rozwiązań nierówności może być zbiór liczb rzeczywistych, przedział liczbowy, suma przedziałów lub zbiór pusty. Ważna jest również interpretacja graficzna zbioru rozwiązań nierówności, czyli przedstawienie rozwiązania na osi liczbowej.

W tym rozdziale przypomnisz sobie i utrwalisz, jak zapisywać zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

Twoje cele

- Przedstawisz na osi liczbowej i za pomocą przedziału liczbowego zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą.
- Zaznaczysz na osi liczbowej zbiór rozwiązań zapisany za pomocą przedziału liczbowego.
- Wybierzesz liczby spełniające warunek, które należą do zbioru rozwiązań nierówności.

Przeczytaj

Zbiór rozwiązań niektórych nierówności liniowych możemy przedstawić za pomocą przedziału liczbowego nieograniczonego.

Najpierw przypomnimy sobie definicje [przedziałów nieograniczonych](#).

Niech a będzie dowolną liczbą rzeczywistą:

- Zbiór liczb x spełniających nierówność $x > a$ nazywamy przedziałem nieograniczonym lewostronnie otwartym. Taki przedział oznaczamy (a, ∞) .
- Zbiór liczb x spełniających nierówność $x \geq a$ nazywamy przedziałem nieograniczonym lewostronnie domkniętym. Taki przedział oznaczamy $\langle a, \infty)$.
- Zbiór liczb x spełniających nierówność $x < a$ nazywamy przedziałem nieograniczonym prawostronnie otwartym. Taki przedział oznaczamy $(-\infty, a)$.
- Zbiór liczb x spełniających nierówność $x \leq a$ nazywamy przedziałem nieograniczonym prawostronnie domkniętym. Taki przedział oznaczamy $(-\infty, a]$.

Przykład 1

Rozwiążemy nierówność $3 \cdot (x - 1) - 2x > \frac{1}{2} \cdot (x - 3)$ metodą nierówności równoważnych.

Następnie zapiszemy zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

$$3 \cdot (x - 1) - 2x > \frac{1}{2} \cdot (x - 3)$$

$$3x - 3 - 2x > \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

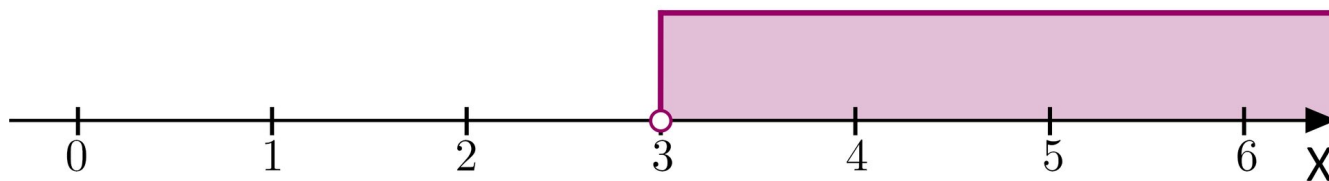
$$x - 3 > \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$x - \frac{1}{2}x > -\frac{3}{2} + 3$$

$$\frac{1}{2}x > \frac{3}{2} \quad | \cdot 2$$

$$x > 3$$

Na osi liczbowej liczbę 3 oznaczamy pustym kółeczkiem. Zbiór rozwiązań nierówności składa się z wszystkich liczb, które są większe od 3.



Zbiór rozwiązań nierówności zapisujemy za pomocą przedziału liczbowego lewostronnie otwartego $(3, \infty)$. Zapis $x \in (3, \infty)$ oznacza, że liczba x należy do tego przedziału, np.: $5 \in (3, \infty)$.

Przykład 2

Rozwiążemy nierówność $\frac{1}{2} \cdot (2x - 5)^2 \leq (3 - x)^2 + (x - 1)(x + 1)$. Zapiszemy zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

$$\frac{1}{2} \cdot (2x - 5)^2 \leq (3 - x)^2 + (x - 1)(x + 1)$$

$$\frac{1}{2} \cdot (4x^2 - 20x + 25) \leq 9 - 6x + x^2 + x^2 - 1$$

$$\frac{1}{2} \cdot (4x^2 - 20x + 25) \leq 8 - 6x + 2x^2 \quad | \cdot 2$$

$$4x^2 - 20x + 25 \leq 16 - 12x + 4x^2$$

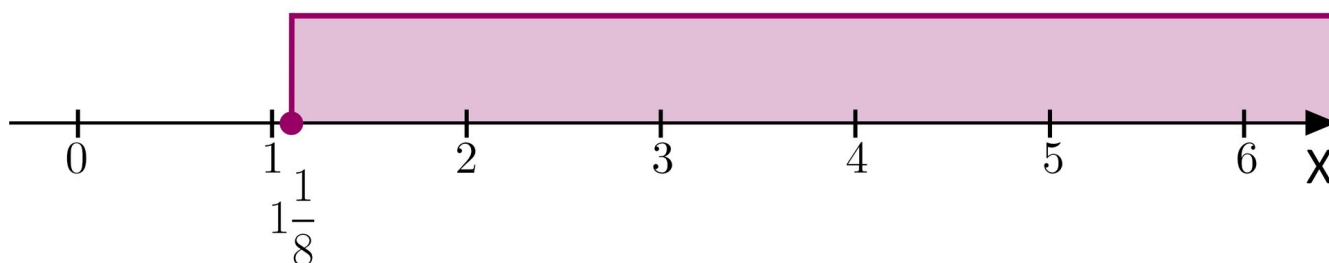
$$-20x + 25 \leq 16 - 12x$$

$$-20x + 12x \leq 16 - 25$$

$$-8x \leq -9$$

$$x \geq \frac{9}{8}$$

$$x \geq 1\frac{1}{8}$$



Na osi liczbowej liczbę $1\frac{1}{8}$ oznaczamy zamalowanym kółeczkiem. Zbiór rozwiązań nierówności składa się z wszystkich liczb, które są większe lub równe $1\frac{1}{8}$.

Zbiór rozwiązań nierówności zapisujemy za pomocą przedziału liczbowego lewostronnie domkniętego $\langle 1\frac{1}{8}, \infty)$. Zapis $x \in \langle 1\frac{1}{8}, \infty)$ oznacza, że liczba x należy do tego

przedziału, np.: $2 \in \langle 1\frac{1}{8}, \infty \rangle$.

Przykład 3

Wiadomo, że rozwiązaniem nierówności $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x > 3 + x^3$ jest przedział $(-\infty, a)$. Wybierzemy największą liczbę całkowitą a , która spełnia podaną nierówność.

Najpierw rozwiążemy nierówność:

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x > 3 + x^3$$

Zauważmy, że po lewej stronie nierówności występuje wzór skróconego mnożenia na różnicę sześcianów.

$$x^3 - 27 - x > 3 + x^3$$

$$-x > 30$$

$$x < -30$$

Rozwiązaniem nierówności jest przedział nieograniczony prawostronnie otwarty $(-\infty, -30)$.

Zatem największą liczbą całkowitą a , która spełnia tę nierówność jest liczba (-31) .

Przykład 4

Uzasadnimy, że zbiorem rozwiązań nierówności $\sqrt[3]{-81x^6} + \sqrt[4]{256x^8} \geq 0$ dla dowolnego x jest przedział $(-\infty, \infty)$.

Rozwiążemy nierówność:

$$\sqrt[3]{-81x^6} + \sqrt[4]{256x^8} \geq 0$$

$$-3x^2 + 4x^2 \geq 0$$

$$x^2 \geq 0$$

Każda liczba podniesiona do kwadratu jest zawsze liczbą nieujemną.

Zatem rozwiązaniem nierówności jest przedział $(-\infty, \infty)$.

Słownik

przedział nieograniczony

| przedział postaci $(-\infty, a)$, $(-\infty, a]$, (a, ∞) , $[a, \infty)$

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z infografiką. Spróbuj samodzielnie rozwiązać podany przykład. Sprawdź poprawność Twojego rozwiązania z rozwiązaniem przedstawionym na infografice. Czy podane wskazówki okazały się przydatne?

Polecenie 2

Rozwiąż nierówność. Zapisz zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - 3x > -2 + x^3$$

Polecenie 3

Rozwiąż nierówność. Zapisz zbiór rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

$$(4 + x)^2 - (\sqrt{5} - \sqrt{7}x)(\sqrt{5} + \sqrt{7}x) > 5 + 8x^2$$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wybierz zbiór rozwiązań nierówności $-2 \cdot (x - 1)^2 > 3 - 2x^2$.

☐ $x \in (-\infty, \frac{4}{5})$

☐ $x \in (-\infty, -\frac{5}{4})$

☐ $x \in (\frac{5}{4}, \infty)$

☐ $x \in (-\frac{5}{4}, \infty)$

Ćwiczenie 2



Połącz w pary nierówność z odpowiadającym jej zbiorem rozwiązań przedstawionym w postaci przedziału liczbowego.

$$x^3 + 1 \geq 2$$

$$x \in (1, \infty)$$

$$(2x + 2)(4x^2 - 4x + 4) > 0$$

$$x \in (-1, \infty)$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) \leq 0$$

$$x \in (-\infty, 2\rangle$$

$$(2x - 2)(4x^2 + 4x + 4) \leq 0$$

$$x \in (-\infty, 1\rangle$$

$$(x - 1)(x^2 + x + 1) > 0$$

$$x \geq 1$$

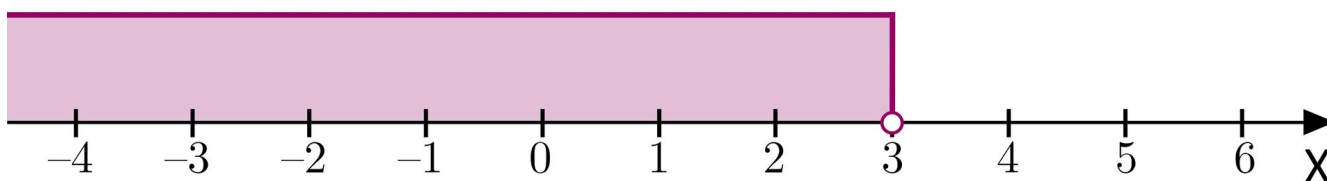
$$x^3 - 2 \leq 6$$

$$x \in (-\infty, -2\rangle$$

Ćwiczenie 3



Wybierz wszystkie nierówności, których zbiór rozwiązań jest przedstawiony na osi liczbowej.



☐ $-2x > -6$

☐ $2x^3 < 54$

☐ $3(x-3)^2 > 3x(x-5) + 18$

☐ $4(x-3)^2 > 4x(x-5)$

☐ $(x+1)^2 < 7 + x^2$

☐ $x^3 > -27$

Ćwiczenie 4



Wybierz i przeciągnij w zaznaczone miejsce taką liczbę lub wyrażenie algebraiczne, aby rozwiązaniem nierówności

$$(x-3)^3 - 2x < x^3 + 25x + \boxed{}$$

był przedział liczbowy $(-\infty, \infty)$

Ćwiczenie 5



Rozwiązaniem nierówności $(x - 2)(x^2 + 2x + 4) - x \geq 2 + x^3$ jest przedział $(-\infty, a)$.
Wybierz największą liczbę a , która spełnia nierówność.

☐ -14

☐ -10

☐ -12

☐ -8

Ćwiczenie 6



Przeciągnij w wyznaczone miejsce taką liczbę, aby przedział liczbowy był rozwiązaniem nierówności.

$$(x - 3)^3 + 2x(x + 1) + 7x^2 > x^3 - 4$$

dla $x \in (\text{ }, \infty)$

Ćwiczenie 7



Przeciągnij w wyznaczone miejsce taką liczbę, aby przedział liczbowy był rozwiązaniem nierówności.

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) < x^3 + 3x$$

dla $x \in (\text{ }, \infty)$

Ćwiczenie 8



Uzasadnij, że zbiorem rozwiązań nierówności $\sqrt[3]{27x^6} - \sqrt[4]{16x^8} \geq 0$ dla dowolnego x jest przedział $(-\infty, \infty)$.

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zapisywanie zbioru rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- przedstawia na osi liczbowej i za pomocą przedziału liczbowego zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą
- zaznacza na osi liczbowej zbiór rozwiązań zapisany za pomocą przedziału liczbowego
- wybiera liczby spełniające warunek, które należą do zbioru rozwiązań nierówności

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- konkurs zadaniowy
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych i infografiki

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji**Faza wstępna:**

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych nierówności typu $2x > 4$, $-x < 3$. Pozostali uczniowie podają zbiory rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie oglądają infografikę i omawiają ją wraz z nauczycielem.
2. Uczniowie w grupach 4 osobowych uczestniczą w konkursie zadaniowym, polegającym na rozwiązaniu na czas ćwiczeń interaktywnych 1 – 6. Najszybsza grupa, która poprawnie rozwiązała wszystkie zadania wygrywa konkurs i jest nagrodzona przez nauczyciela oceną bardzo dobry.
3. Uczniowie wraz z nauczycielem omawiają zadania konkursowe i wspólnie rozwiązują zadania 7 i 8.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące przedstawiania zbioru rozwiązań nierówności w postaci przedziału liczbowego.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Dla chętnych – przygotowanie metody rozwiązania nierówności z wartością bezwzględną.

Materiały pomocnicze:

[Zbiór rozwiązań nierówności](#)

Wskazówki metodyczne:

Infografika może być wykorzystana przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania mapy myśli prezentującej różne interpretacje zbioru rozwiązań nierówności z uwzględnieniem nierówności z dwiema niewiadomymi.