

Odkryj, zrozum, zastosuj...

Czy liczba może być kwadratem? Czy resztę otrzymasz tylko przy kasie? Z ilu ułamków złożysz całość? Poszukaj odpowiedzi w e-podręczniku.

- Działania pamięciowe na liczbach naturalnych
  - Dodawanie pamięciowe liczb naturalnych
  - Odejmowanie pamięciowe liczb naturalnych
  - Porównywanie różnicowe. O ile więcej? O ile mniej?
  - Dzielenie pamięciowe liczb naturalnych
  - Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem dodawania i odejmowania liczb naturalnych
  - Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem mnożenia i dzielenia liczb naturalnych
  - Dzielenie z resztą
  - Kolejność wykonywania działań
  - Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem
  - Liczby naturalne na osi liczbowej
    - Wprowadzenie
    - Definicja z przykładami
    - Zadania
  - Mnożenie pamięciowe liczb naturalnych
    - Wprowadzenie
    - Tabliczka mnożenia
    - Definicja i przykłady
    - Własności mnożenia

        - Własności mnożenia
        - Metody mnożenia
        - Zadania
    - Porównywanie ilorazowe
        - Wprowadzenie
        - Zadania. Część I
        - Zadania. Część II
- Systemy zapisywania liczb
    - Dziesiątkowy system pozycyjny
    - Zapisywanie i odczytywanie liczb wielocyfrowych
    - Porównywanie liczb naturalnych
    - Zaokrąglanie liczb naturalnych
    - Rachunki pamięciowe na dużych liczbach
    - Zapisywanie liczb w systemie rzymskim
    - Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem
- Praktyczne zastosowania matematyki
    - Obliczenia związane z czasem – zegar
    - Obliczenia związane z czasem – kalendarz
    - Długość i jej jednostki
    - Masa i jej jednostki
    - Obliczenia związane z pieniędzmi
    - Trening mistrza - ćwiczenia przed sprawdzianem
- Działania pisemne na liczbach naturalnych
    - Dodawanie liczb naturalnych sposobem pisemnym
    - Odejmowanie liczb naturalnych sposobem pisemnym
    - Zastosowanie pisemnego dodawania i odejmowania liczb do rozwiązywania zadań tekstowych
    - Mnożenie pisemne przez liczby jednocyfrowe
    - Mnożenie pisemne przez liczby zakończone zerami
    - Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe

    - Dzielenie pisemne przez liczby jednocyfrowe
    - Dzielenie pisemne przez liczby wielocyfrowe
    - Zastosowanie pisemnego mnożenia i dzielenia do rozwiązywania zadań tekstowych
    - Kwadraty i sześciany liczb naturalnych
    - Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych
    - Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem działań pisemnych
    - Trening mistrza. Część I – ćwiczenia przed sprawdzianem
    - Trening mistrza. Część II– ćwiczenia przed sprawdzianem
- Figury geometryczne
    - Podstawowe figury geometryczne
    - Proste i odcinki prostopadłe
    - Proste i odcinki równoległe
    - Mierzenie odcinków i łamanych
    - Kąty i ich rodzaje
    - Mierzenie kątów
    - Wielokąty, ich własności i rodzaje
    - Prostokąty i kwadraty
    - Obwody prostokątów i kwadratów
    - Koła i okręgi
    - Co to jest skala? Obliczanie długości odcinków w skali.
    - Trening mistrza - ćwiczenia przed sprawdzianem
- Ułamki zwykłe
    - Ułamek jako część całości
    - Ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej
    - Porównywanie ułamków o jednakowych licznikach lub mianownikach
    - Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych
    - Zamiana liczb mieszanych na ułamki

    - Ułamek zwykły jako iloraz
    - Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach
    - Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach
    - Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem dodawania i odejmowania ułamków zwykłych
    - Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem
- Liczby dziesiętne
    - Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000, ...
    - Zapisywanie i odczytywanie liczb dziesiętnych
    - Porównywanie liczb dziesiętnych
    - Przedstawianie wyrażeń dwumianowanych za pomocą liczb dziesiętnych
    - Dodawanie liczb dziesiętnych
    - Odejmowanie liczb dziesiętnych
    - Mnożenie i dzielenie liczb dziesiętnych przez 10, 100, 1000...
    - Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem
- Pole figury. Prostopadłościan i sześcian
    - Pole figury. Jednostki pola
    - Pole prostokąta, pole kwadratu
    - Obliczanie pól prostokątów i kwadratów
    - Opis prostopadłościanu i sześcianu
    - Siatki i modele prostopadłościanów i sześcianów
- Słowniczek

Dodawanie pamięciowe liczb naturalnych

Ćwiczenie 1

Jaś gra w tenisa, na urodziny chciałby dostać piłkę i rakietę. Ile razem musi zapłacić mama Jasia, żeby kupić mu prezent?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

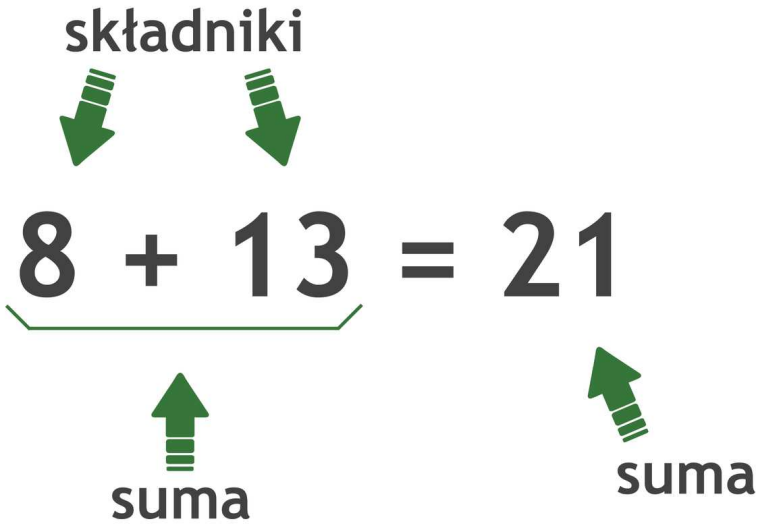
Jest 8 maja 2013 roku. Za 13 dni uczniowie wyjeżdżają na zieloną szkołę. Którego dnia rozpocznie się zielona szkoła?

Maj						
Pn	Wt	Śr	Cz	Pt	So	N
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Składniki, suma

Liczby występujące w dodawaniu mają swoje nazwy:



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Z podanych liczb $2,\ 13,\ 8,\ 11,\ 5,\ 9,\ 4,\ 0,\ 6,\ 15,\ 12,\ 10,\ 7,\ 14,\ 20$

1. wybierz dwie, aby ich suma wynosiła 20
2. wybierz trzy, aby ich suma wynosiła 20
3. wybierz cztery, aby ich suma wynosiła 20

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

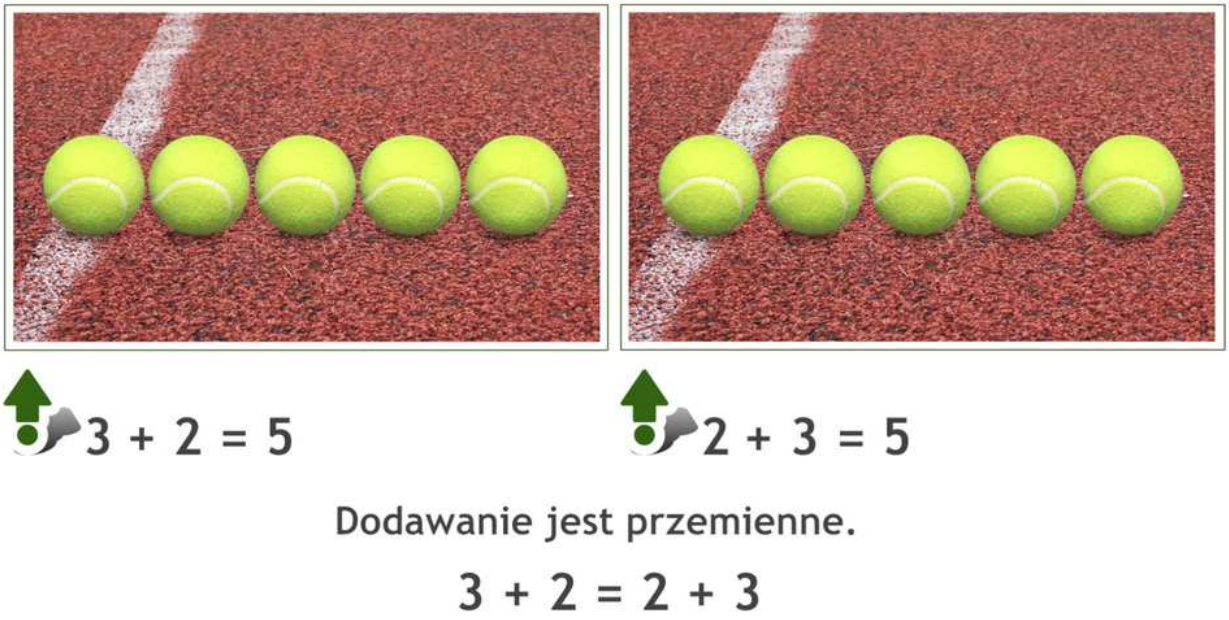
Wskazówka

Jeżeli jeden ze składników jest równy zero, to suma jest równa drugiemu składnikowi.

$$5 + 0 = 5$$

$$0 + 67 = 67$$

Zastanówmy się, czy ważna jest kolejność, w jakiej dodajemy liczby.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

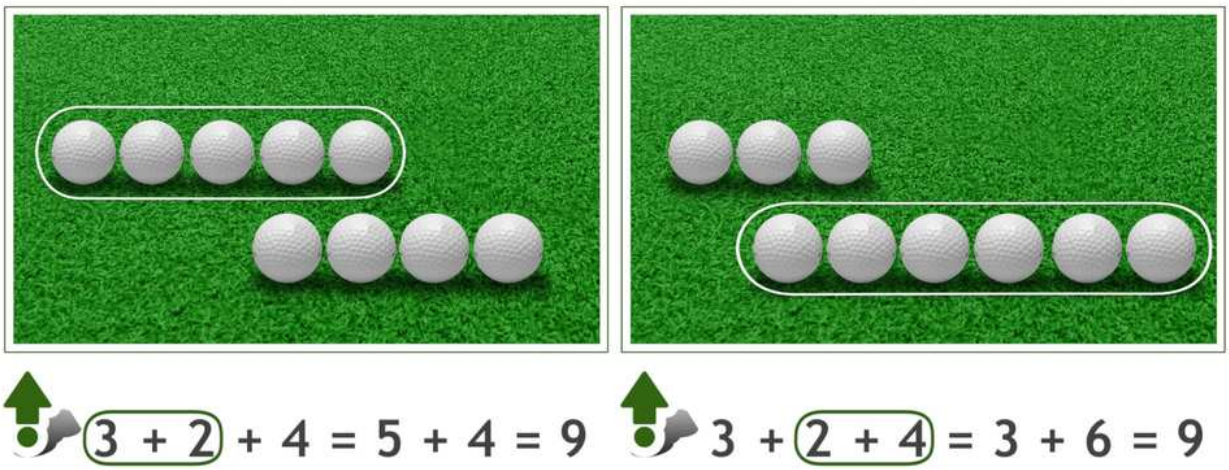
Animacja

Własność: Przemienność dodawania

W dodawaniu można zmieniać kolejność składników, a suma nie ulegnie zmianie. Mówimy, że dodawanie jest przemienne.

$$2 + 3 = 3 + 2$$

Jak dodajemy kilka liczb?



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Własność: Łączność dodawania

Wykonując dodawanie kilku liczb, można dowolnie łączyć po dwa sąsiadujące składniki, a suma nie ulegnie zmianie.
Mówimy, że dodawanie jest łączne.

$$(3 + 2) + 8 = 3 + (2 + 8)$$

Dodając większą liczbę składników, często stosujemy przemienność i łączność dodawania.

$$16 + 5 + 4 + 7 + 25 = (16 + 4) + (5 + 25) + 7 =$$

$$20 + 30 + 7 = 57$$

Ćwiczenie 5

Oblicz. Wykorzystaj to, że dodawanie jest łączne i przemienne.

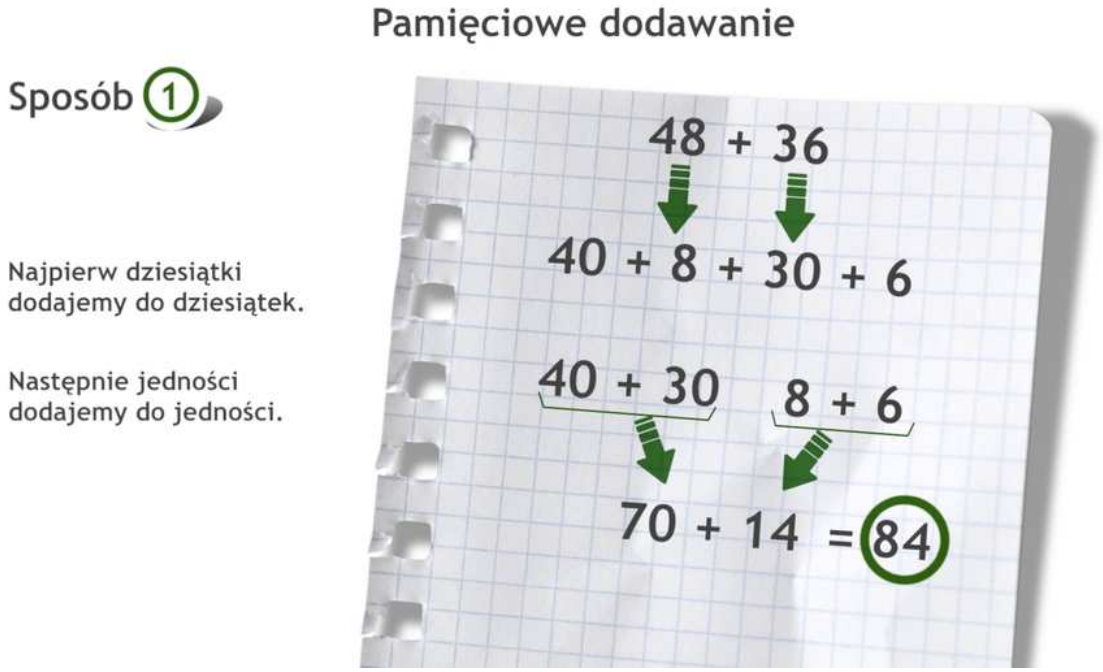
1. $13 + 9 + 7$
2. $28 + 15 + 2 + 25$
3. $11 \ + 4 \ + 36 \ + 29$

Zobaczmy różne sposoby wykonywania dodawania pamięciowego liczb 48 i 36.

- Sposób 1

Najpierw dziesiątki dodajemy do dziesiątek, a następnie jedności dodajemy do jedności.

$$48 + 36 = 70 + 14 = 84$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

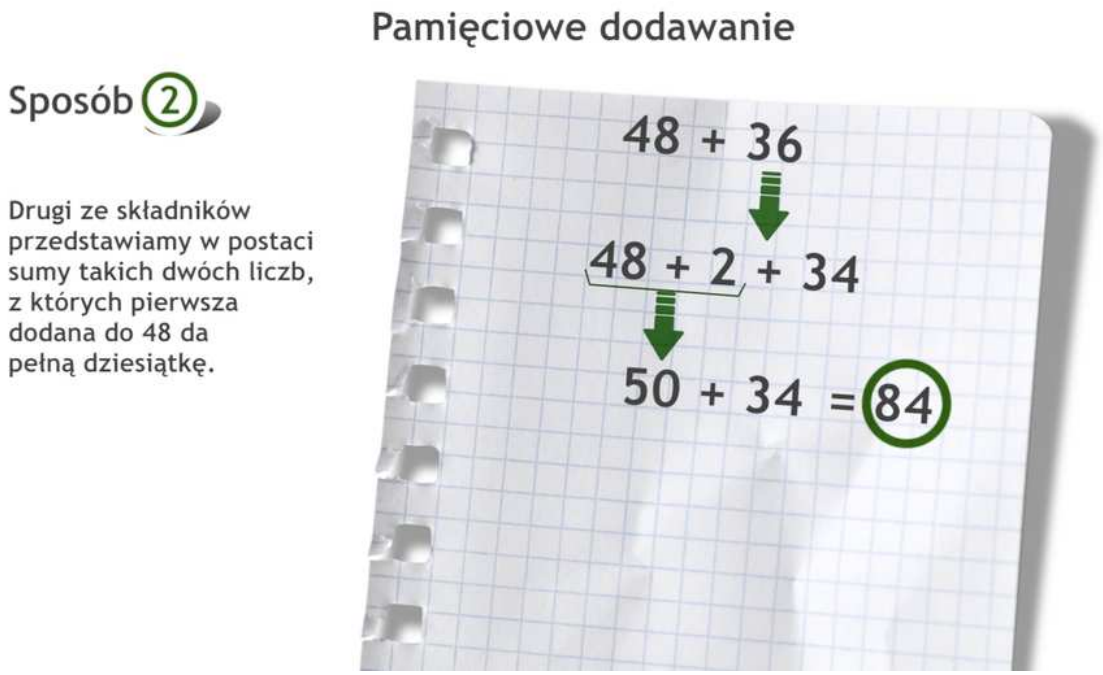
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- Sposób 2

Z drugiego składnika zabieramy odpowiednią liczbę, tak aby uzupełnić pierwszy składnik do pełnych dziesiątek.

$$48 + 36 = 50 + 34 = 84$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

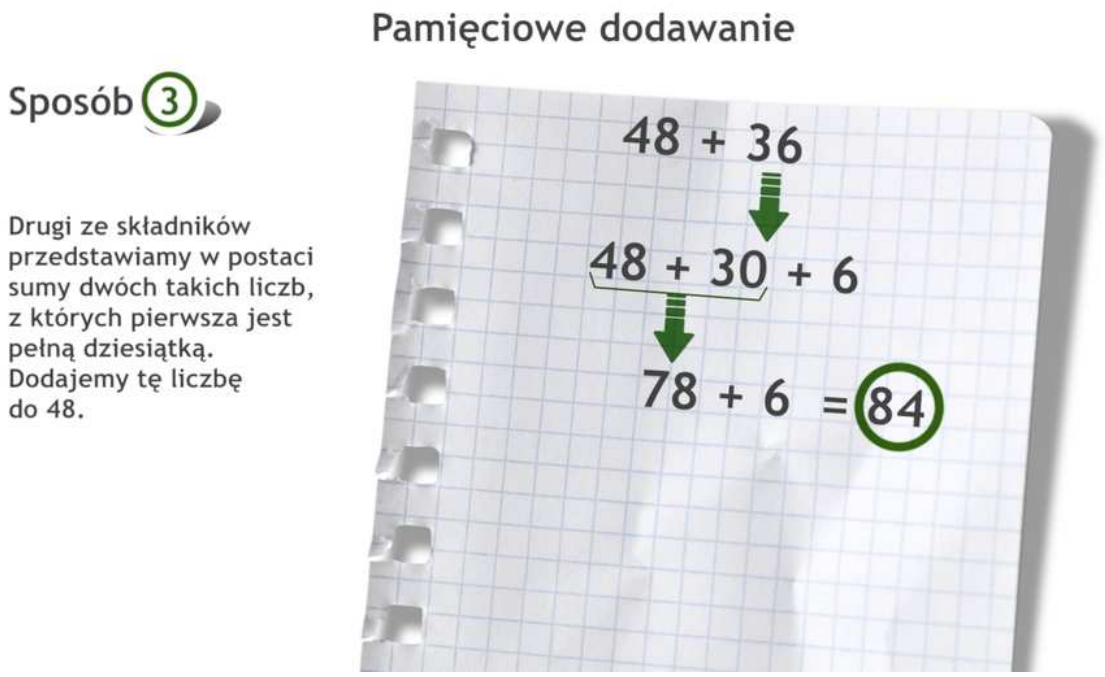
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- Sposób 3

Z drugiego składnika zabieramy dziesiątki i dodajemy je do pierwszego składnika.

$$48 + 36 = 78 + 6 = 84$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Możemy także zastosować „dywanik 100 liczb”.

W tabeli znajdujemy pierwszy składnik sumy. Następnie z każdą pełną dziesiątką drugiego składnika przechodzimy o jeden wiersz niżej. Jedności dodajemy, posuwając się w prawo. Jeśli zabraknie elementów w wierszu, zaczynamy kolejny wiersz.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 6

Oblicz sumy podanych liczb. Każdą z sum oblicz dwoma metodami.

1. 19 i 26
2. 38 i 57

Ćwiczenie 7

Uzupełnij. Każdą z sum oblicz trzema metodami.

a) $65 + 18 =$ ☐
b) $29 + 47 =$ ☐
c) $57 + 38 =$ ☐
d) $36 + 45 =$ ☐
e) $19 + 56 =$ ☐
f) $28 + 34 =$ ☐
g) $39 + 47 =$ ☐
h) $58 + 26 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Oblicz jak najprostszym sposobem.

1. $23 + 18 + 22 + 27$
2. $26 + 15 + 24 + 35$
3. $12 + 39 + 11 + 27 + 8$
4. $30 + 17 + 40 + 13$

Ćwiczenie 9

Zapisz liczbę 100 w postaci sumy

1. trzech liczb dwucyfrowych
2. czterech liczb dwucyfrowych
3. pięciu liczb dwucyfrowych

Ćwiczenie 10

Ćwiczenie 11

Oblicz.

1. $25 + 37$
2. $33 + 64$
3. $58 + 29$

Ćwiczenie 12

Oblicz

1. sumę trzech liczb $17 + 34 + 43$
2. sumę czterech liczb $26 + 31 + 14 + 19$

Ćwiczenie 13

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odejmowanie pamięciowe liczb naturalnych

W życiu codziennym odejmowanie wykonujemy w różnych praktycznych sytuacjach.

Ćwiczenie 1

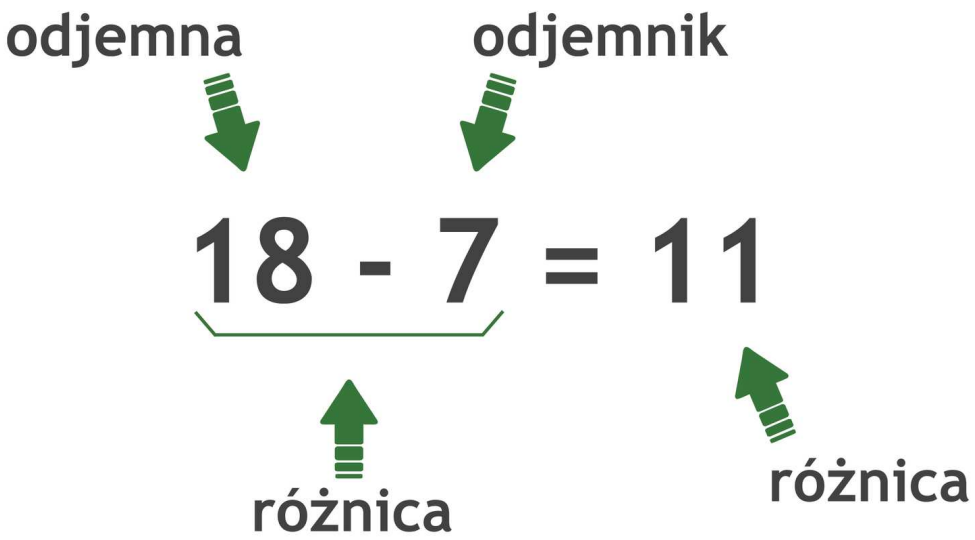
Janek miał 10 zł. Za 3 zł kupił loda. Ile pieniędzy mu zostało?

Ćwiczenie 2

Pociąg dojechał do stacji końcowej o godzinie 18^{00}. Podróż pociągiem trwała 5 godzin. O której godzinie pociąg wyruszył ze stacji początkowej?

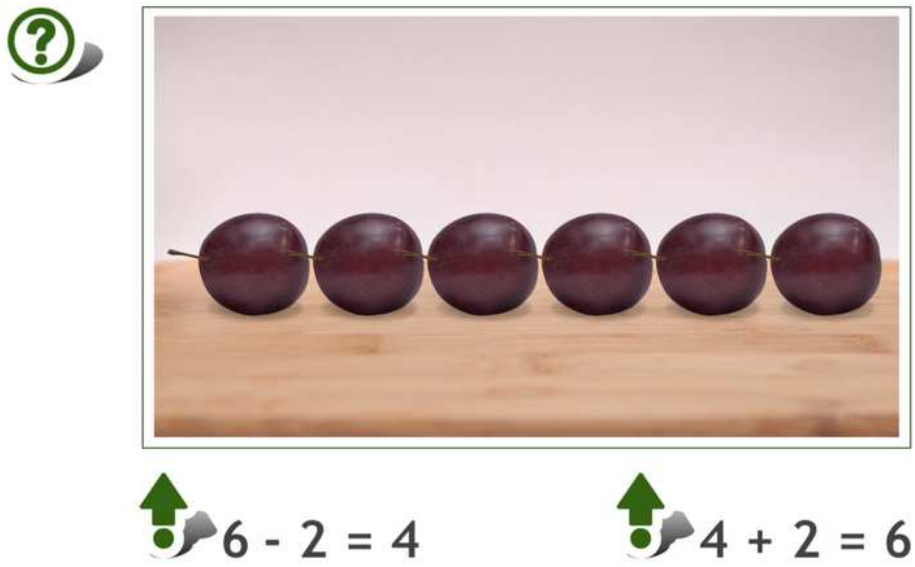
Definicja: Odjemna, odjemnik, różnica

Liczby występujące w odejmowaniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jak można sprawdzić poprawność odejmowania?



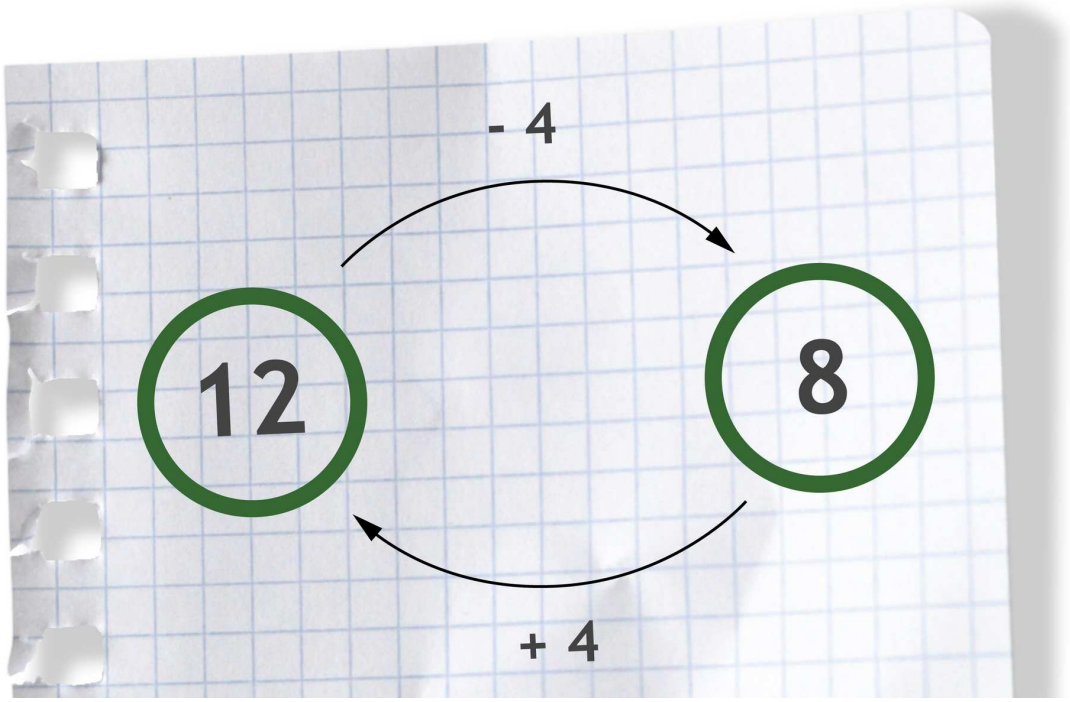
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Wskazówka

Poprawność odejmowania można sprawdzić za pomocą dodawania.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$12 - 4 = 8,$$

gdyż

$$8 + 4 = 12$$

Ćwiczenie 3

Uzupełnij.

Tabela. Dane

Odjemna	Odjemnik	Różnica
24		12
	11	5
26	4	

Ćwiczenie 4

Wpisz w miejsce kropek odpowiednią liczbę.

1. $38 - 38 = \ldots$
2. $45 - \ldots = 0$
3. $\ldots - 26 = 0$
4. $54 - 0 = \ldots$
5. $17 - \ldots = 17$
6. $\ldots - 0 = 32$

Wskazówka

- Jeżeli odjemnik jest równy odjemnej, to różnica jest równa zero.

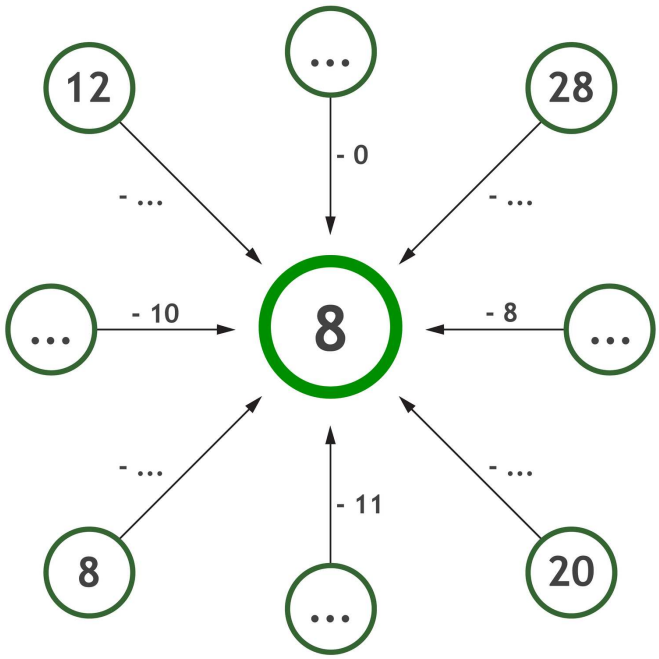
$$18 - 18 = 0$$

- Jeżeli odjemnik jest równy zero, to różnica jest równa odjemnej.

$$23 - 0 = 23$$

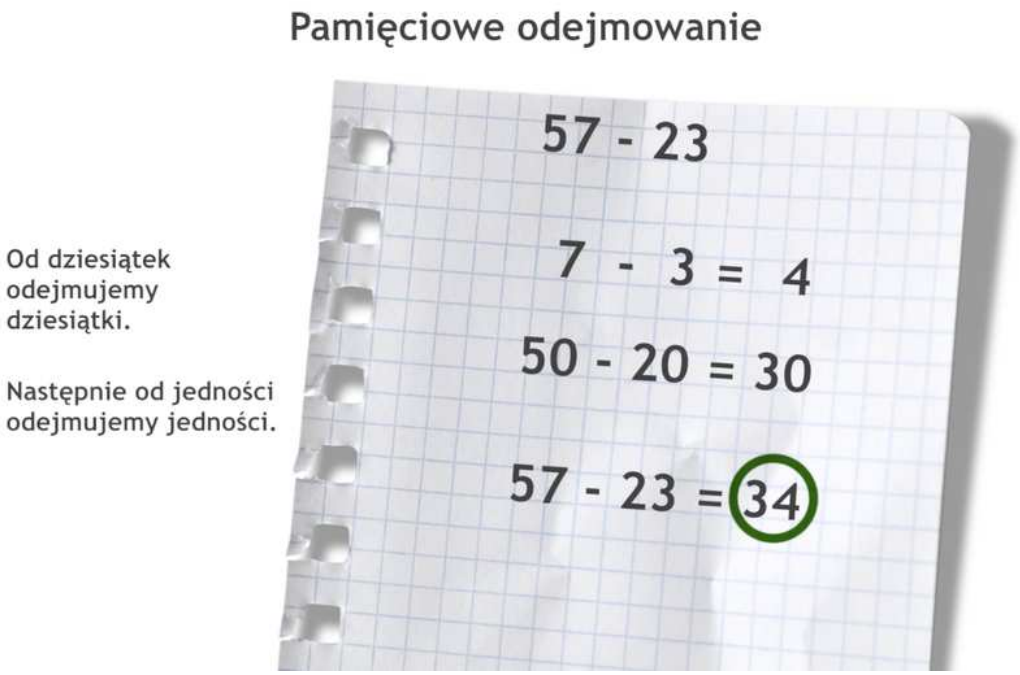
Ćwiczenie 5

Wpisz brakujące liczby, tak aby wynik zawsze był równy 8.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Sposoby odejmowania liczb dwucyfrowych.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6
Wykonaj odejmowanie.

1. $68 - 15$
2. $49 - 27$
3. $57 - 32$
4. $76 - 45$
5. $93 - 53$
6. $28 - 14$
7. $89 - 46$
8. $58 - 26$

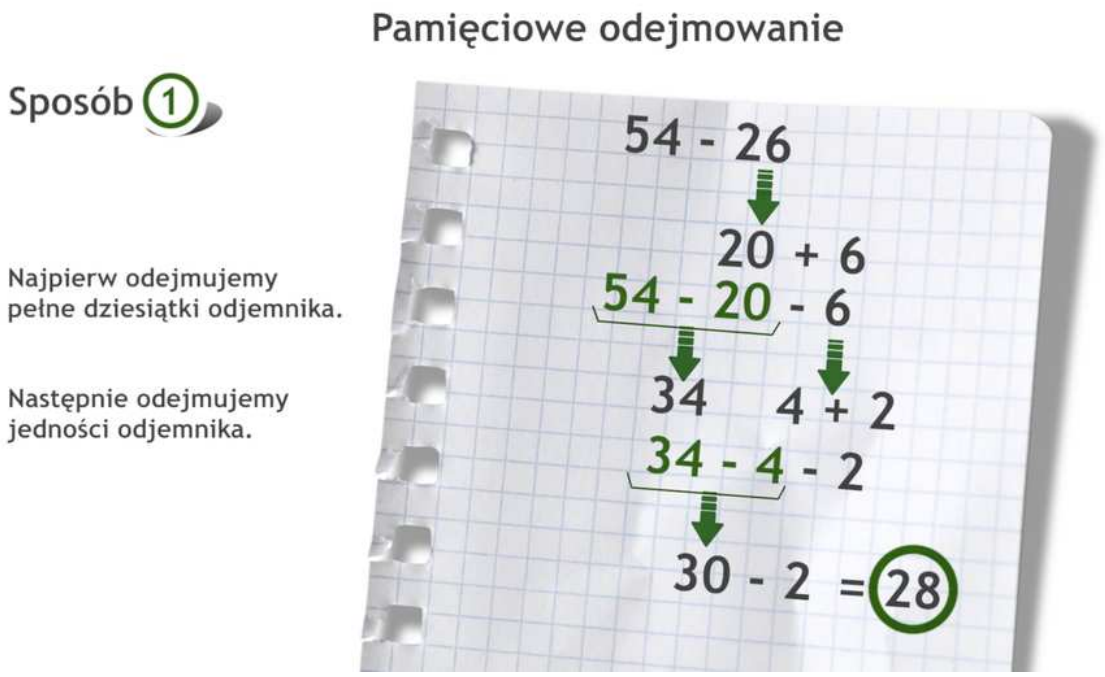
Trudniej jest obliczyć w pamięci taką różnicę, w której cyfra jedności odjemnika jest większa od cyfry jedności odjemnej. Zobacz, jakimi metodami można wykonywać takie odejmowanie.

Obliczmy różnicę liczb 54 i 26.

- sposób 1

Najpierw odejmujemy pełne dziesiątki odjemnika, następnie odejmujemy jedności odjemnika.

$$54 - 26 = 34 - 6 = 28$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

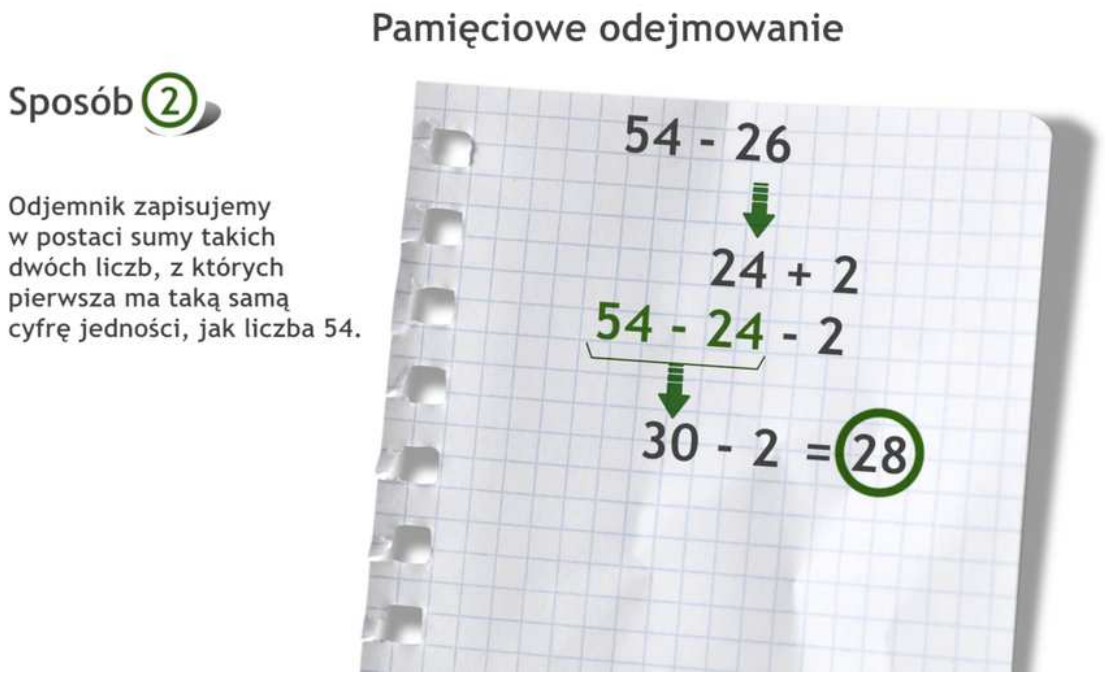
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- sposób 2

Odjemnik rozkładamy na dwie liczby, tak aby najpierw w wyniku odejmowania otrzymać pełne dziesiątki.

$$54 - 26 = 30 - 2 = 28$$



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

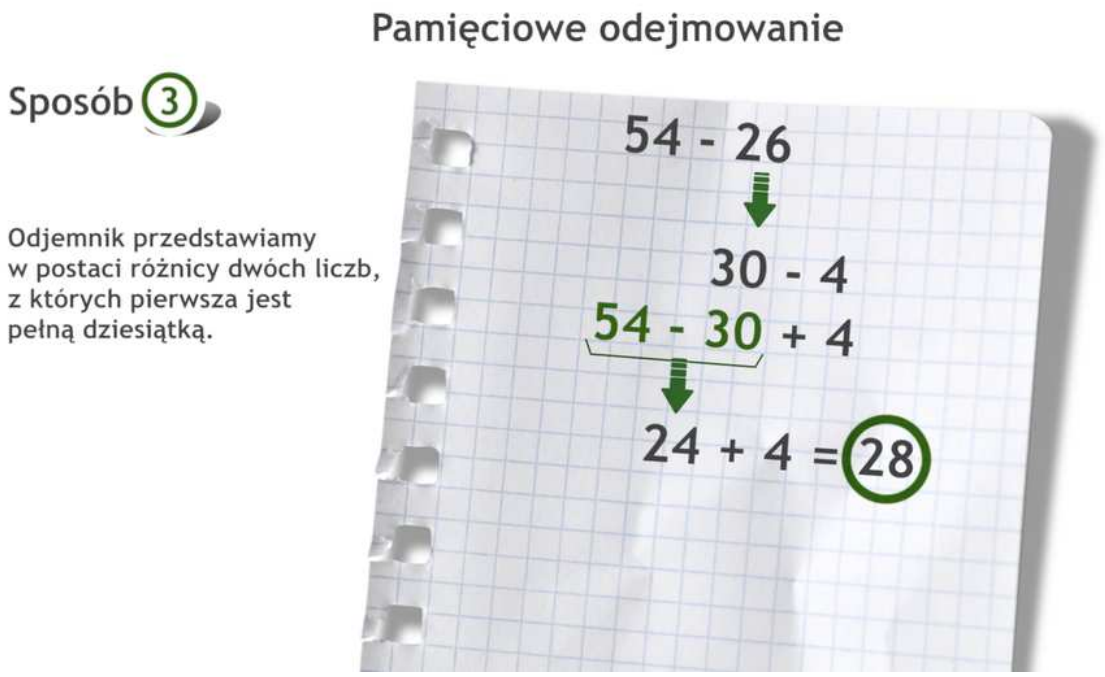
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- sposób 3

Odjemnik rozkładamy na dwie liczby, tak aby najpierw odejmować pełne dziesiątki.

$$54 - 26 = 24 + 4 = 28$$



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- sposób 4

Podobnie jak w dodawaniu, możemy zastosować „dywanik 100 liczb”.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 7

Oblicz dwoma sposobami różnicę liczb.

1. 42 i 25
2. 51 i 36
3. 93 i 57
4. 85 i 49

Ćwiczenie 8

Przeciągnij i upuść.

a) $45 - 18 =$ ☐

b) 59-42= ☐

c) $58 - 37 =$ ☐

d) $34 - 25 =$ ☐

e) $91 - 57 =$ ☐

f) $82 - 34 =$ ☐

g) $63 - 47 =$ ☐

h) $56 - 28 =$ ☐

28 15 95 55 48 27 75 62 29 34 16 17 21 86 26 45 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

W miejsce kropek wstaw odpowiednią liczbę.

1. $37 + \ldots = 58$
2. $29 + \ldots \ = 72$
3. $56 - \ldots = 24$
4. $\ldots - 18 = 61$

Ćwiczenie 11

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Oblicz.

1. $63 - 28$
2. $45 - 39$
3. $87 - 78$

Ćwiczenie 13

Klient zrobił zakupy za kwotę 48 zł 50 gr. Ile reszty otrzyma, gdy zapłaci

1. banknotem 50 - złotowym
2. banknotem 100 - złotowym
3. trzema banknotami 20 - złotowymi

Ćwiczenie 14

Zapisz, jak zmieni się różnica dwóch liczb, jeśli

1. odjemną i odjemnik zwiększymy o 20
2. odjemną zwiększymy o 30
3. odjemnik zmniejszymy o 10

Uzasadnij odpowiedź, podając odpowiedni przykład.

Ćwiczenie 15

Odjemna zwiększyła się o 21, a odjemnik zmniejszył się o 8. Jak zmieniła się różnica?

Porównywanie różnicowe. O ile więcej? O ile mniej?

Przykład 1

Po ile kulek ma każdy z chłopców?

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Liczba kulek Roberta: $20 - 3 = 17$
Liczba kulek Tomka: $17 + 6 = 23$
Tomek ma 23 kulki a Robert ma 17 kulek.

Ćwiczenie 1

Która liczba jest o 12 większa od 23?

Ćwiczenie 2

Która liczba jest o 8 mniejsza od 35?

Ćwiczenie 3

O ile liczba 40 jest większa od liczby 24?

Ćwiczenie 4

O ile liczba 24 jest mniejsza od liczby 40?

Zapamiętaj!

Jeżeli w zadaniu występuje zwrot „o ile więcej” lub „o ile mniej”, to w rozwiązaniu zadania wykonujemy dodawanie lub odejmowanie.

Przykład. O ile liczba 12 jest mniejsza od liczby 18?
$18 - 12 = 6$. Liczba 12 jest o 6 mniejsza od liczby 18.

Ćwiczenie 5

Ania ma 11 lat, a jej mama jest od niej o 23 lata starsza. Ile lat ma mama Ani?

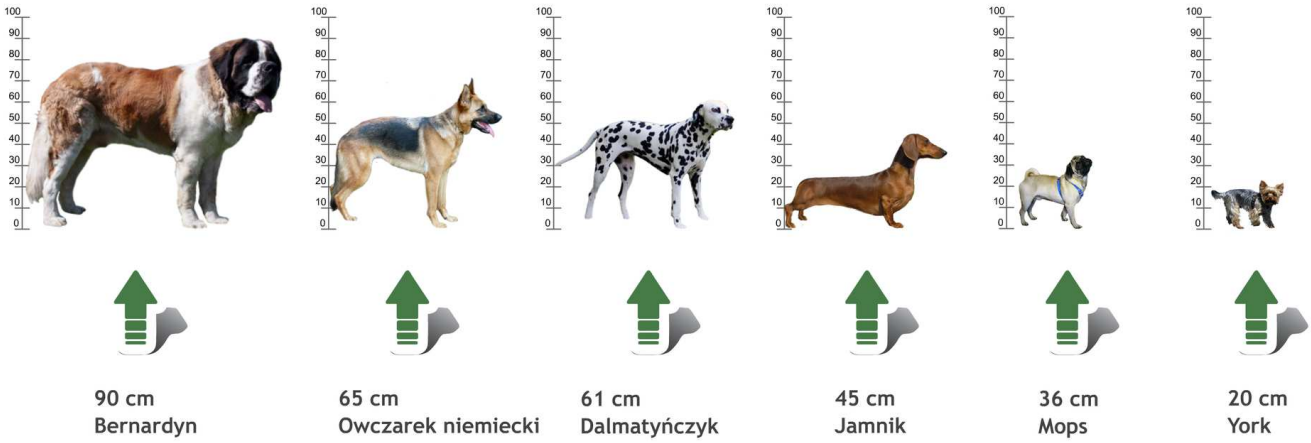
Ćwiczenie 6

Do sklepu przywieziono zestawy klocków. Pierwszego dnia sprzedano 24 zestawy, a drugiego dnia o 18 więcej. Ile zestawów klocków sprzedano drugiego dnia?

Ćwiczenie 7

1. Oblicz, o ile liczba 48 jest większa od liczby 22.
2. Oblicz, o ile liczba 35 jest mniejsza od liczby 50.
3. Znajdź liczbę o 24 większą od 28.
4. Znajdź liczbę o 13 mniejszą od 47.

Rysunek przedstawia psy wybranych ras oraz ich przeciętne wysokości. Wykorzystaj te informacje do rozwiązania zadań 8 – 11.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Zaznacz pytania, na które możesz odpowiedzieć na podstawie podanych informacji.

- [ ] O ile centymetrów york jest niższy od jamnika?
- [ ] Ile centymetrów długości ma jamnik?
- [ ] Który pies jest wyższy: dalmatyńczyk czy owczarek niemiecki?
- [ ] O ile centymetrów bernardyn jest wyższy od mopsa?

Ćwiczenie 9

Korzystając z informacji o wysokości psów rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Jamnik ma $45\ \mathrm{cm}$ długości.
- [ ] Bernardyn jest wyższy od mopsa o $54\ \mathrm{cm}$.
- [ ] Dalmatyńczyk jest wyższy od owczarka niemieckiego.
- [ ] York jest niższy od jamnika o $25\ \mathrm{cm}$.

Ćwiczenie 10

Wybierz.

a) Jeżeli york jest o 25 cm niższy od jamnika, to jamnik jest o 25 cm [ ] od yorka.

b) Jeżeli bernardyn jest o 54 cm wyższy od mopsa, to mops jest o 54 cm [ ] od bernardyna.

wyższy | wyższy | niższy | niższy

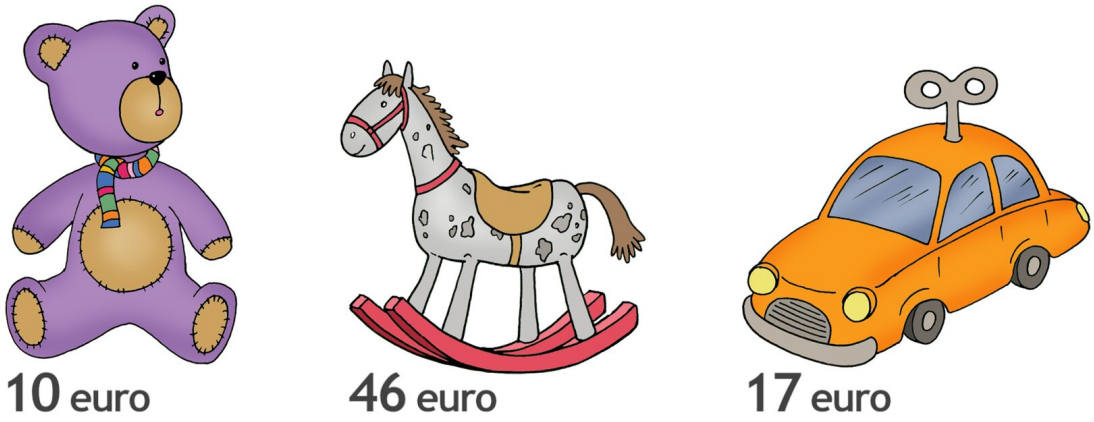
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Poszukaj informacji o wysokościach psów innych ras. Wykorzystując uzyskane dane, ułóż zadania z zastosowaniem zwrotów „o ile mniej?”, „o ile więcej?”. Rozwiąż je i udziel odpowiedzi. Informacje przedstaw w formie elektronicznej lub na wydruku.

Ćwiczenie 12

Odczytaj ceny zabawek i odpowiedz na pytania.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. Jaka jest różnica między ceną konia na biegunach a ceną misia?

2. O ile euro droższy jest samochodzik od misia?

3. O ile euro droższe są dwa misie od samochodziku?

Ćwiczenie 13

Tabela przedstawia wyniki skoku z miejsca.

Tabela. Dane

Uczeń	Długość skoku
Kamil	$52\ \mathrm{cm}$
Wiktor	$70\ \mathrm{cm}$
Przemek	$20\ \mathrm{cm}$
Piotrek	$80\ \mathrm{cm}$
Krzysiek	$45\ \mathrm{cm}$
Patryk	$93\ \mathrm{cm}$

1. O ile centymetrów dalej od Kamila skoczył Patryk?
2. O ile centymetrów bliżej od Wiktora skoczył Krzysiek?
3. O ile centymetrów dłuższy jest najlepszy skok od najsłabszego?

Ćwiczenie 14

Na kartce zapisano 5 liczb. Każda następna liczba jest o 14 większa od poprzedniej. Trzecia z tych liczb to 47. Znajdź pierwszą i ostatnią liczbę.

Ćwiczenie 15

Ania powiedziała: „Moja babcia jest o 20 lat starsza od mojej mamy, a moja mama jest o 22 lata starsza ode mnie. Moja siostra jest ode mnie o 4 lata młodsza i ma więcej niż 4 lata. Ile mam lat, jeżeli razem mamy 100 lat?”

Ćwiczenie 16

Tomek ma 9 lat, a jego tata jest od niego o 23 lata starszy. Ile lat ma tata Tomka?

Ćwiczenie 17

Kasia jest o 21 lat młodsza od mamy. Ile lat ma Kasia, jeżeli mama ma 33 lata?

Ćwiczenie 18

Do sklepu z zabawkami przywieziono minizwierzaki. Pierwszego dnia sprzedano 30 sztuk minizwierzaków, drugiego dnia sprzedano o 4 więcej, a trzeciego o 7 mniej niż pierwszego. Ile minizwierzaków sprzedano w ciągu tych trzech dni?

Dzielenie pamięciowe liczb naturalnych

Przykład 1

Kasia ma 18 cukierków i chce się nimi po równo podzielić z dwiema koleżankami. Ile cukierków powinna dostać każda z dziewcząt?

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

$18 \ : 3 = 6$

Odpowiedź: Każda z dziewcząt powinna dostać 6 cukierków.

Przykład 2

Rysunek przedstawia bukiet złożony z pięciu róż. Ile takich bukietów można ułożyć ze 100 róż?

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

$100 : 5 = 20$

Odpowiedź: Ze 100 róż można ułożyć 20 bukietów po 5 róż w każdym bukiecie.

Ćwiczenie 1

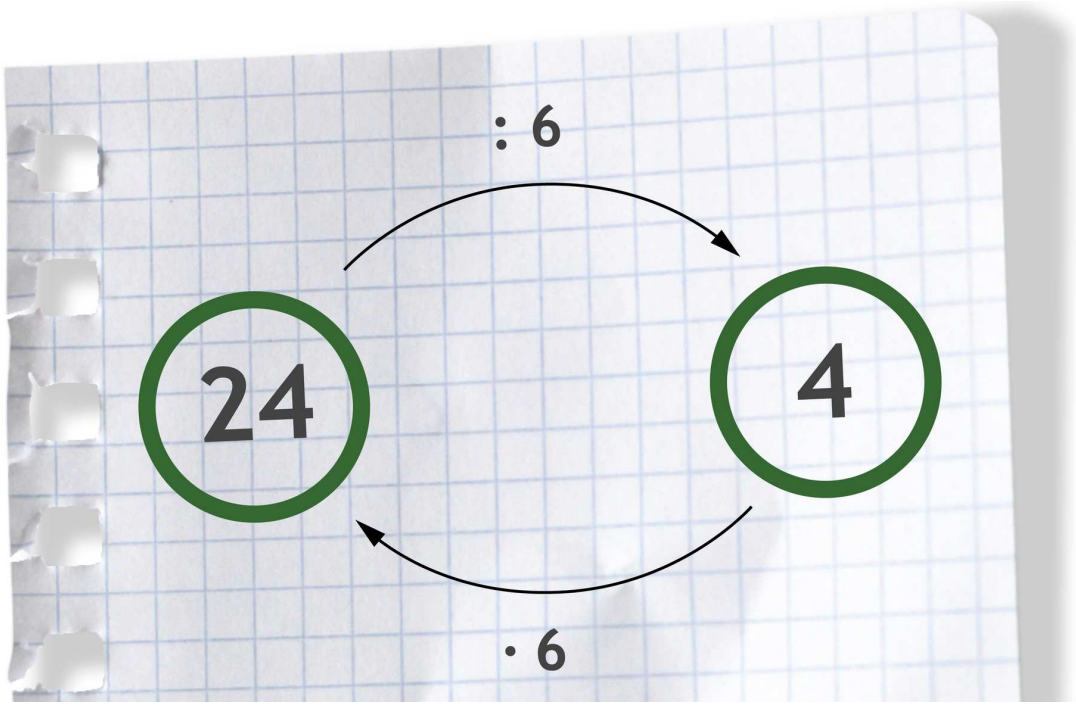
Rysunek przedstawia blok, w którym mieszka Kamil. Część okien bloku zasłania olbrzymie drzewo. Ile wszystkich okien znajduje się na ścianie budynku, który widzimy? W obliczeniach uwzględnij tylko okna od mieszkań, pomijając okna z klatek schodowych.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Mnożenie i dzielenie to działania wzajemnie odwrotne.
- Poprawność dzielenia można sprawdzić za pomocą mnożenia.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$24 \ : 6 = 4$, bo $4 \bullet 6 = 24$.

W pamięciowym wykonywaniu dzielenia bardzo pomaga znajomość tabliczki mnożenia.

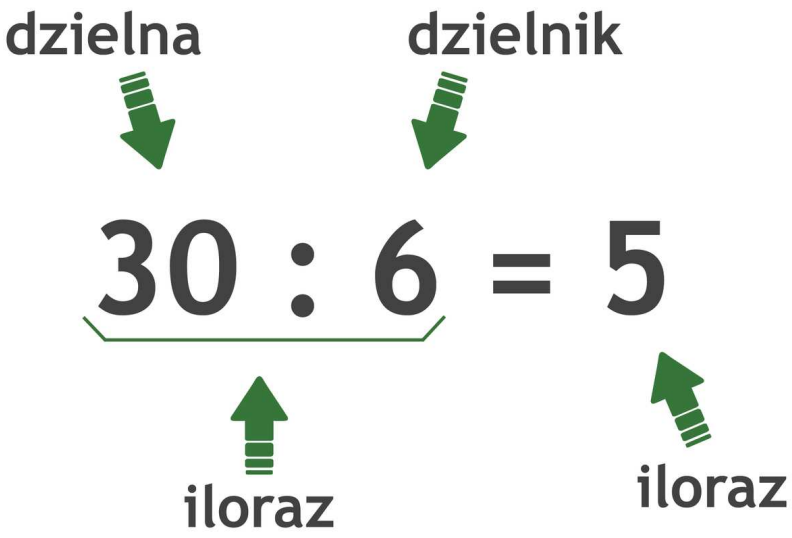
Ćwiczenie 2

Oblicz.

1. $35 \ : 7$
2. $63 \ : 9$
3. $56 \ : 8$
4. $72 \ : 8$
5. $81 \ : 9$

Definicja: Dzielna, dzielnik, iloraz

Liczby występujące w dzieleniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Uzupełnij.

Dzielenie pamięciowe, zadania 5, tabela

dzielna	dzielnik	iloraz
56		7
	8	5
28	4	

Ćwiczenie 4

Zapisz i oblicz według wzoru iloraz liczb.

Wzór

- Iloraz liczb: 63 i 9.
- Rozwiązanie: $63 \ : 9 = 7$.

1. Iloraz liczb 49 i 7
2. Iloraz liczb 81 i 9
3. Iloraz liczb 45 i 5
4. Iloraz liczb 42 i 6
5. Iloraz liczb 44 i 11

Ćwiczenie 5

Markowi wypłacono 80 zł reszty w jednakowych banknotach. Ile powinien otrzymać

1. banknotów dwudziestozłotowych?
2. banknotów dziesięciozłotowych?

Ćwiczenie 6

Ania miała trzy banknoty o nominałach: 50 zł, 20 zł i 10 zł. Postanowiła rozmienić je na jednakowe monety. Ile otrzymała monet

1. pięciozłotowych?
2. dwuzłotowych?

Ćwiczenie 7

Wybierz.

a) $0 : 4 =$ [ ], bo [ ] $\cdot 4 =$ [ ]

[ ] $: 10 = 0$, bo [ ] $\cdot 10 =$ [ ]

Jeżeli dzielna jest równa zero, to iloraz jest równy [ ]

b) $8 : 8 =$ [ ], bo [ ] $\cdot 8 =$ [ ]

$15 :$ [ ] $= 1$, bo $1 \cdot$ [ ] $=$ [ ]

Jeżeli dzielna jest równa dzielnej (różnej od zera), to iloraz jest równy [ ]

c) $6 : 1 =$ [ ], bo [ ] $\cdot 1 = 6$

[ ] $: 1 = 20$, bo $20 \cdot 1 =$ [ ]

Jeżeli dzielnik jest równy jeden, to iloraz jest równy [ ]

5	5	3	5	8	64	7	2	0	42	6	7	0	8	8	9	0	0
10	4	dzielnikowi	0	9	4	6	64	1	0	15	7	8	3	1			
42	9	10	1	3	6	0	1	7	9	2	10	20	2	15	20	2	
15	15	6	0	0	0	dzielnej	7	7	1	2	3	6	9	3	1		
42	8	1	3	10	64	9	4	0	6	15	0	1	12				

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Oblicz, ile kwadransów stanowi 60 minut.

- ◯ 4 kwadranse
- ◯ 25 kwadransów
- ◯ 10 kwadransów
- ◯ 6 kwadransów

Ćwiczenie 9

Kolonie zostały zaplanowane na 21 dni. Ile tygodni będą trwały kolonie?

- ◯ 3 tygodnie
- ◯ 2 tygodnie
- ◯ 4 tygodnie
- ◯ 7 tygodni

Ćwiczenie 10

Oblicz, ile to lat

1. 48 miesięcy
2. 72 miesiące
3. 96 miesięcy

Ćwiczenie 11

Spójrz, jak różne osoby w klasie poradziły sobie z dzieleniem $87 : 3$.

Pamięciowe dzielenie, zad. 11, tabela z treścią

1. osoba	2. osoba	3. osoba
$87 : 3 = 20 + 9 = 29$	$87 : 3 = 10 + 10 + 9 = 29$	$87 : 3 = 30 -$

Czy wiesz, w jaki sposób osoby wykonywały obliczenia?

Ćwiczenie 12

Oblicz.

1. $54 : 3$
2. $84 : 4$
3. $70 : 5$
4. $78 : 6$
5. $95 : 5$
6. $91 : 7$

Ćwiczenie 13

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Oblicz.

1) 36:6=
2) $30 : 10 =$
3) $18 : 9 =$
4) $1 : 1 =$
5) $39 : 3 =$
6) $24 : 8 =$
6) $50 : 25 =$
8) $40 : 8 =$
9) $36 : 4 =$
10) $28 : 7 =$
11) $77 : 11 =$
12) $48 : 6 =$
13) $60 : 5 =$
14) $24 : 4 =$
15) $0 : 40 =$
16) $54 : 9 =$
17) $99 : 33 =$
18) $48 : 24 =$
19) $19 : 19 =$
20) $70 : 5 =$
21) $88 : 8 =$
22) $60 : 20 =$
23) $100 : 50 =$
24) $23 : 23 =$
25) $65 : 5 =$
26) $3 : 1 =$
27) $100 : 10 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem dodawania i odejmowania liczb naturalnych

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Na które pytania można udzielić odpowiedzi na podstawie poniższej informacji?
Tomek ma sześć gruszek i piętnaście jabłek.

- [ ] Ile gruszek i jabłek razem ma Tomek?
- [ ] O ile więcej jabłek niż gruszek ma Tomek?
- [ ] Ile wszystkich owoców ma Tomek?
- [ ] Ile lat ma Tomek?

Ćwiczenie 2

Na które pytania można udzielić odpowiedzi na podstawie poniższej informacji?
Kasia ma 18 lat, a jej siostra Bogusia 6 lat.

- [ ] Ile lat miała Kasia, gdy urodziła się Bogusia?
- [ ] Ile lat mają razem Kasia i Bogusia?
- [ ] O ile lat Bogusia jest starsza od Kasi?
- [ ] O ile lat Kasia jest starsza od Bogusi?

Ćwiczenie 3

Pierwszego dnia wycieczki rowerzyści przebyli trasę długości $12\ \mathrm{km}$. Drugiego dnia przebyli $35\ \mathrm{km}$, a trzeciego $41\ \mathrm{km}$.

- ◯ Na jakich rowerach jadą uczestnicy wycieczki?
- ◯ Ile kilometrów liczy cała trasa wycieczki?
- ◯ Ilu rowerzystów bierze udział w tej wycieczce?
- ◯ Ile kilometrów przejechali w ciągu trzech dni?

Ćwiczenie 4

Na które pytania można udzielić odpowiedzi na podstawie poniższej informacji?
W pewnej klasie uczy się 14 dziewczynek, a chłopców jest o dwóch więcej niż dziewczynek.

- [ ] O ile mniej dziewczynek niż chłopców jest w tej klasie?
- [ ] Ilu uczniów liczy ta klasa?
- [ ] Ilu chłopców uczy się w tej klasie?
- [ ] Ilu uczniów jest w tej szkole?

Ćwiczenie 5

Na które pytania można udzielić odpowiedzi na podstawie poniższej informacji?
Wiktor ma 48 znaczków pocztowych, a Dorota o 12 znaczków mniej.

- [ ] Ile znaczków Wiktor musiałby dać Dorocie, żeby oboje mieli ich po tyle samo?
- [ ] Ile znaczków pocztowych mają Dorota i Wiktor razem?
- [ ] Ile znaczków pocztowych ma Dorota?
- [ ] O ile znaczków więcej niż Dorota ma Wiktor?

Ćwiczenie 6

Marysia ma 12 cukierków i 8 lizaków.
Na podstawie powyższej informacji zdecyduj, co możemy obliczyć.

- ◯ Ile razem cukierków i lizaków ma Marysia?
- ◯ Ile lat ma Marysia?

Ćwiczenie 7

Lucjan ma 24 lata, a jego brat Franciszek 18.
Co możemy obliczyć?

- ☐ O ile lat Lucjan jest starszy od Franciszka?
- ☐ Ile lat miał Lucjan, gdy urodził się Franciszek?

Ćwiczenie 8

Pani Anna zapłaciła w sierpniu 50 zł za zużytą wodę w swoim mieszkaniu. W lipcu zapłaciła o 12 $zł$ mniej, ponieważ wyjechała na urlop.
Co możemy obliczyć?

- ◯ Ile złotych pani Ania zapłaciła łącznie za wodę w lipcu i w sierpniu?
- ◯ Ile złotych pani Ania zapłaciła za wodę w czerwcu?

Ćwiczenie 9

Pewnego dnia w jednym ze sklepów było na zakupach o 15 mężczyzn mniej niż kobiet.
Co możemy obliczyć?

- ◯ O ile więcej kobiet niż mężczyzn robiło tego dnia zakupy w tym sklepie?
- ◯ Ile kobiet przyszło do tego sklepu na zakupy?

Ćwiczenie 10

Na przyjęcie mama Kasi upiekła 21 pączków, tato Kazi upiekł 13 pączków, a mama Krysi przygotowała 15 kremówek. Dla każdego uczestnika przeznaczono po tyle samo pączków.
Co możemy obliczyć?

- ☐ Ile łącznie pączków na przyjęcie przygotowali mama Kasi i tata Kazi?
- ☐ Ile osób zaproszono na przyjęcie?

Ćwiczenie 11

Rafał wysyłał mamie trzy listy. Na jednym nakleił znaczek za 2 zł, na drugim za 2 zł 50 gr, a na trzecim za 3 zł 50 gr.
Ile Rafał zapłacił za znaczki?

Ćwiczenie 12

Samochodzik przed obniżką o 13 złotych kosztował 51 zł. Patryk ma przy sobie 50 zł.

1. Ile kosztuje samochodzik po obniżce?
2. Ile pieniędzy zostało Patrykowi po kupieniu samochodziku?

Ćwiczenie 13

Pod ladą sklepu spożywczego stoi 26 butelek napoju wiśniowego, a na zapleczu jeszcze 46 butelek tego napoju. Klient kupuje 7 butelek tego napoju.

1. Ile butelek napoju wiśniowego jest w sklepie?
2. Ile butelek napoju wiśniowego zostało w sklepie po zakupach klienta?

Ćwiczenie 14

Podane zdania ustaw w odpowiedniej kolejności, tak by utworzyły treść zadania. Rozwiąż to zadanie.

1. Ile lat mają razem Piotr, Paweł i Adam?
2. Paweł ma o 16 lat mniej niż Piotr.
3. Adam ma o 12 lat mniej niż Paweł.
4. Adam ma 18 lat.

Ćwiczenie 15

Pan Józef ma 27 lat. Jego syn Zygmunt ma 5 lat, o 3 lata mniej od swojej siostry Joli. O ile lat tato Joli jest od niej starszy?

Ćwiczenie 16

W pewnym urzędzie pracowało 72 urzędników. W lipcu zwolniono z pracy 15 osób, w sierpniu kolejnych 10, a we wrześniu jeszcze 19 urzędników. Ilu urzędników będzie pracowało w tym urzędzie w październiku? Ilu urzędników łącznie zwolniono z pracy w ciągu tych trzech miesięcy?

Ćwiczenie 17

Zuzanna ma o 15 lat więcej niż Emilia. Jeżeli dodamy liczby ich lat do siebie, otrzymamy liczbę 27. Ile lat ma Zuzanna, a ile Emilia?

- ◯ Zuzanna ma 5 lat, a Emilia 20
- ◯ Zuzanna ma 6 lat, a Emilia 21
- ◯ Zuzanna ma 21 lat, a Emilia 6
- ◯ Zuzanna ma 5 lat, a Emilia 19

Ćwiczenie 18

Grzegorz ma 67 złotych, a Renata o 15 złotych mniej. Ile pieniędzy mają razem?

- ☐ Grzegorz i Renata mają razem mniej niż 119 zł.
- ☐ Grzegorz i Renata mają razem mniej niż 100 zł.
- ☐ Grzegorz i Renata mają razem mniej niż 88 zł.
- ☐ Grzegorz i Renata mają razem mniej niż 96 zł.

Ćwiczenie 19

Do autobusu wsiadło pięcioro dzieci, 8 kobiet i 16 mężczyzn. Na najbliższym przystanku wysiadło jedno dziecko, 7 kobiet i 5 mężczyzn. Ile osób pojechało dalej tym autobusem?

- ◯ Dalej tym autobusem pojechało 13 osób?
- ◯ Dalej tym autobusem pojechało 29 osób?
- ◯ Dalej tym autobusem pojechało 16 osób?
- ◯ Dalej tym autobusem pojechały 42 osoby?

Ćwiczenie 20

Ułóż zadanie do podanych obliczeń.

$34 + 12 + 23 + 5 + 1 - 10 = 65$

Ćwiczenie 21

Ułóż zadanie do następującej odpowiedzi.

Czy Kasia wydała na książki wszystkie swoje pieniądze?

Ćwiczenie 22

Ułóż zadanie do następujących obliczeń i odpowiedzi.

$15 - 7 + 24 - 16 + 2 - 17 = \ 1$

Odpowiedź. Na półce został jeden miś.

Ćwiczenie 23

Natalia ma 44 kostki do gry, a Bartek ma o 6 kostek mniej niż Natalia. Ile kostek do gry musiałaby oddać Natalia Bartkowi, żeby oboje mieli ich po tyle samo?

- ◯ Natalia musiałaby dać Bartkowi 6 kostek.
- ◯ Natalia musiałaby dać Bartkowi 3 kostki.
- ◯ Bartek ma 38 kostek do gry.
- ◯ Natalia ma o 6 kostek więcej niż Bartek.

Ćwiczenie 24

Naszyjnik przed obniżką kosztował $32\ zł$. Teraz kosztuje o $17\ zł$ mniej. Berenika ma $22\ zł$. Ile pieniędzy zostanie Berenice, gdy kupi ten naszyjnik?

- ◯ Berenice zostanie $7\ zł$.
- ◯ Naszyjnik kosztuje teraz $15\ zł$.
- ◯ Berenice nie wystarczy pieniędzy na naszyjnik.
- ◯ Berenice zostanie 15 zł.

Ćwiczenie 25

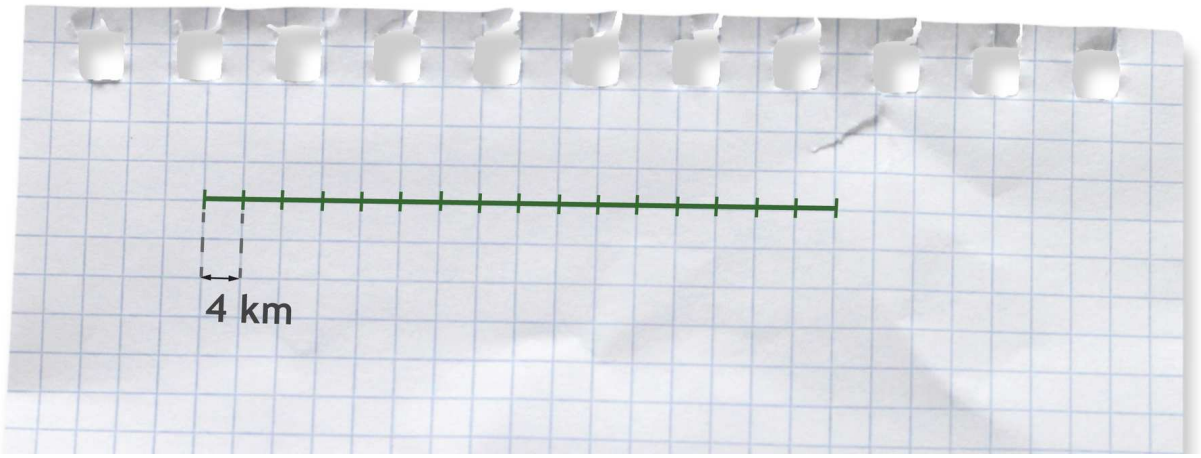
W szafce, w pokoju Patrycji, są trzy półki, na których stoją książki. Na pierwszej półce jest ich 15. Na każdej z pozostałych półek liczba książek jest o 4 mniejsza niż na pierwszej półce. Ile książek ma Patrycja w tej szafce?

- ◯ Patrycja ma 26 książek.
- ◯ Patrycja ma 37 książek.
- ◯ Patrycja ma 11 książek.
- ◯ Patrycja ma 33 książki.

Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem mnożenia i dzielenia liczb naturalnych

Ćwiczenie 1

Na które pytanie możesz odpowiedzieć, mając wyłącznie podaną poniżej informację?
Długość trasy wycieczki rowerowej wynosi $64\ \mathrm{km}$ i jest podzielona na równe, dzienne etapy, po $4\ km$ każdy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- [ ] W którym dniu wycieczki uczestnicy przejadą połowę zaplanowanej trasy?
- [ ] Ilu rowerzystów bierze udział w tej wycieczce?
- [ ] Ile kilometrów przejadą uczestnicy w ciągu 6 dni?
- [ ] Z ilu etapów składa się ta wycieczka?

Ćwiczenie 2

Na które pytanie możesz odpowiedzieć, mając wyłącznie podaną poniżej informację?
Połowa liczby uczniów w pewnej klasie to dziewczynki. Klasa ta liczy 34 uczniów.

- [ ] Ilu uczniów tej klasy lubi matematykę?
- [ ] Ilu nauczycieli jest w tej klasie?
- [ ] Ilu chłopców jest w tej klasie?
- [ ] Ile dziewczynek jest w tej klasie?

Ćwiczenie 3

Na które pytanie możesz odpowiedzieć, mając wyłącznie podaną poniżej informację?
Marysia ma 12 monet pięciozłotowych.

- ◯ Ile pieniędzy w monetach pięciozłotowych ma Marysia?
- ◯ Ile pieniędzy ma Marysia?

Ćwiczenie 4

Na które pytanie możesz odpowiedzieć, mając wyłącznie podaną poniżej informację?
Połowa liczby chorych szpitalnego oddziału to mężczyźni. Na tym oddziale leczy się 90 pacjentów.

- [ ] Ilu mężczyzn leczy się na tym oddziale szpitalnym?
- [ ] Ile kobiet leczy się na tym oddziale szpitalnym?

Ćwiczenie 5

Ułóż i zapisz pytanie lub kilka pytań, mając podaną poniżej informację. Następnie wykonaj obliczenia i napisz odpowiedź.

Pan Konrad postanowił chodzić na basen i przeznaczył na ten cel 100 zł. Jeden bilet na basen kosztuje 15 zł.

Ćwiczenie 6

Ułóż i zapisz pytanie lub kilka pytań, mając podaną poniżej informację. Następnie wykonaj obliczenia i napisz odpowiedź.

Na przyjęciu urodzinowym Henryk zjadł 3 razy więcej pączków niż Marta. Marta zjadła 2 pączki.

Ćwiczenie 7

Ułóż i zapisz pytanie lub kilka pytań, mając podaną poniżej informację. Następnie wykonaj obliczenia i napisz odpowiedź.

Kawiarnia „Malinowy chruśniak” dysponuje czternastoma butelkami napoju malinowego. W każdej butelce mieszczą się 4 szklanki tego napoju. Sześćdziesiąt osób ma ochotę na szklankę napoju malinowego.

Ćwiczenie 8

Ułóż i zapisz pytanie lub kilka pytań, mając podaną poniżej informację. Następnie wykonaj obliczenia i napisz odpowiedź.

Andrzej ma 30 zł. Kupił 3 tabliczki czekolady po 6 zł.

W historyjkach zamieszczonych poniżej, coś się nie zgadza. Spróbuj wykryć błąd, jaki popełniły osoby, które zabrały w nich głos.

Ćwiczenie 9

Tata Ani ma 25 lat, a jego córka Ania ma 3 lata.

– Rok temu Ania była ode mnie 8 razy młodsza – wspomina tata Ani.

Ćwiczenie 10

W jednym koszyku jest 20 jabłek, a w drugim 30 gruszek. Do każdego koszyka dołożono tyle owoców, że liczba jabłek i liczba gruszek się podwoiła.

– Różnica między liczbą jabłek a liczbą gruszek na początku i teraz nie zmieniła się – powiedziała Monika.

Ćwiczenie 11

Na klasowe spotkanie zakupiono 14 jabłek. Dla każdego uczestnika przeznaczono po tyle samo jabłek.

– To oczywiste, że na to spotkanie przyszło 7 osób – powiedział Jakub.

Ćwiczenie 12

Natalia ma 24 znaczki pocztowe, a Bartek ma 8 znaczków.

– Jeżeli oddasz mi 9 swoich znaczków, to będziemy mieli po tyle samo – zaproponował Bartek Natalii.

Ćwiczenie 13

Podane zdania ustaw w odpowiedniej kolejności, tak aby utworzyły treść zadania. Rozwiąż zadanie.

1. Ile znaczków będzie miała Zosia pojutrze?
2. Dziś od Kasi dostała trzy razy tyle znaczków, ile miała wczoraj.
3. Wczoraj Zosia miała 20 znaczków pocztowych.
4. Pojutrze Zosia da Barkowi jeden znaczek, o który ją bardzo prosił.
5. Zosia, Kasia, Basia i Bartek lubią zbierać znaczki pocztowe.
6. Jutro Zosia odda Basi połowę swojej kolekcji znaczków.

Ćwiczenie 14

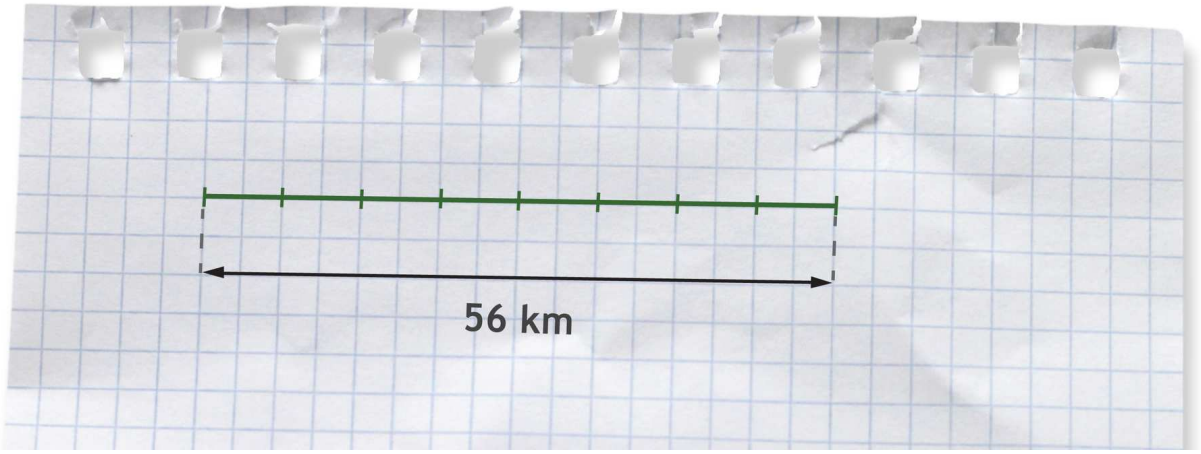
Podane zdania ustaw w odpowiedniej kolejności, tak aby utworzyły treść zadania. Rozwiąż zadanie.

1. Która z nich wyjęła ze skarbonki więcej pieniędzy?
2. Ile pieniędzy wyjęły razem dziewczynki?
3. Basia wyjęła ze swojej skarbonki 13 monet.
4. Krysia wkłada do skarbonki wyłącznie monety dwuzłotowe.
5. Basia wkłada do skarbonki wyłącznie monety pięciozłotowe.
6. Krysia wyjęła ze swojej skarbonki 17 monet.

Przeczytaj treść zadania i przeanalizuj zamieszczony pod nią rysunek. Wykorzystaj rysunek i rozwiąż to zadanie.

Ćwiczenie 15

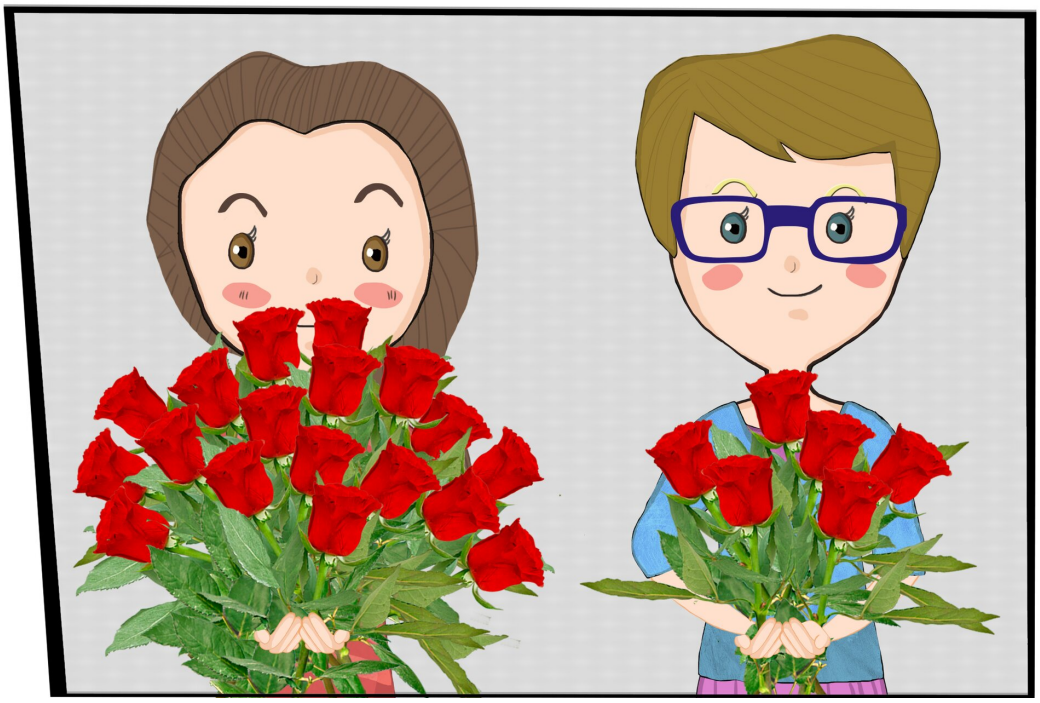
Długość trasy wycieczki rowerowej wynosi $56\ \text{km}$. Trasa jest podzielona na 8 równych etapów. Ile kilometrów wynosi długość jednego etapu?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Kasia ma 18 róż, a jej siostra Bogusia ma trzy razy mniej róż. Ile róż ma Bogusia?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odpowiedź: Bogusia ma 6 róż.

Ćwiczenie 16

Malwina ma 24 tulipany, a jej siostra Paulina ma cztery razy mniej tulipanów. Ile tulipanów ma Paulina?

Przykład 2

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 17

Adam ułożył książki na trzech półkach. Na górnej półce ułożył 6 książek, na dolnej trzy razy więcej. Na środkowej położył dwa razy mniej niż na dolnej. Ile książek ułożył Adam na środkowej półce? Ile książek ułożył Adam na wszystkich półkach?

Ćwiczenie 18

Szafka w pokoju Zenka ma 3 półki. Na środkowej półce jest trzy razy mniej książek niż na górnej, a na dolnej jest dwa razy więcej niż na środkowej. Ile książek stoi na środkowej półce, jeżeli Zenek ma ich razem 24? Ile książek stoi na górnej półce?

Ćwiczenie 19

Kamila ma 18 książek, które ułożyła na trzech półkach. Gdyby przełożyła 2 książki z górnej półki na środkową, to miałaby na wszystkich półkach po tyle samo książek. Ile książek jest na górnej półce?

Ćwiczenie 20

Piotrek ma 5 razy więcej lat niż Paweł. Jeżeli dodamy liczby lat Piotrka i Pawła, otrzymamy liczbę 24. Ile lat ma Piotrek, a ile Paweł?

- [ ] Piotrek ma 15 lat, a Paweł 3 lata.
- [ ] Piotrek ma 20 lat, a Paweł 4 lata.
- [ ] Piotrek ma 10 lat, a Paweł 2 lata.
- [ ] Piotrek ma 5 lat, a Paweł 1 rok.

Ćwiczenie 21

Pani Kowalska posadziła 5 sadzonek truskawek w jednym rzędzie, co $17\ \mathrm{cm}$. Jaka jest odległość między pierwszą a ostatnią sadzonką?

- ◯ $68\ \mathrm{cm}$
- ◯ $51\ \mathrm{cm}$
- ◯ $85\ \mathrm{cm}$
- ◯ $100\ \mathrm{cm}$

Ćwiczenie 22

W urzędzie pracuje 20 kobiet. Jest ich dwa razy więcej niż mężczyzn. Ile osób pracuje w tym urzędzie?

- ◯ W tym urzędzie pracuje 40 osób?
- ◯ W tym urzędzie pracuje 20 osób?
- ◯ W tym urzędzie pracuje 60 osób?
- ◯ W tym urzędzie pracuje30 osób?

Ćwiczenie 23

Pani Kasia wydaje miesięcznie 15 złotych na swoje ulubione tygodniki. Ile pieniędzy wyda na tygodniki przez pół roku?

- ◯ 90 *zł*
- ◯ 45 *zł*
- ◯ 100 *zł*
- ◯ 75 *zł*

Ćwiczenie 24

Na górnej półce szafki Dominiki stoi 7 książek. Na każdej z pozostałych półek znajduje się ich tyle samo. Dominika ma 21 książek. Ile półek ma szafka?

- ◯ 14 półek
- ◯ 2 półki
- ◯ 3 półki
- ◯ 7 półek

Ćwiczenie 25

Bartek ma 21 znaczków pocztowych, a Kinga ma 3 razy mniej znaczków niż Bartek. Ile znaczków mają razem?

- ◯ 84 znaczki
- ◯ 28 znaczków
- ◯ 45 znaczków
- ◯ 39 znaczków

Ćwiczenie 26

Damian ma 12 lat, a jego brat Dominik jest trzy razy od niego młodszy. Ile lat miał Damian, kiedy urodził się Dominik?

Ćwiczenie 27

Połowa liczby uczniów w pewnej szkole to dziewczynki. Chłopców jest 100. Ilu uczniów liczy ta szkoła?

Ćwiczenie 28

Pradziadek Zygmunta ma 80 lat. Zygmunt jest 16 razy młodszy od pradziadka. O ile lat pradziadek Zygmunta jest starszy od swego prawnuka?

Ćwiczenie 29

Kacper ma trzy rodzaje samochodzików. Plastikowych ma 12, metalowych dwa razy mniej, a drewnianych ma dwa razy mniej niż metalowych. Ile wszystkich samochodzików ma Kacper?

Ćwiczenie 30

W sklepie z zabawkami samochodzik przed obniżką kosztował 15 zł. Teraz kosztuje pięć razy mniej. Ksawery uważa, że to okazja, aby wszystkim swoim najlepszym kolegom kupić po jednej zabawce. Ma przy sobie 18 zł, które jest gotów wydać na samochodziki. Ilu najlepszych kolegów ma Ksawery?

Ćwiczenie 31

Natalia ma 24 kostki do gry, a Bartek ma 6 razy mniej kostek niż Natalia. Ile kostek do gry musiałaby dać Natalia Bartkowi, żeby oboje mieli po tyle samo?

- ◯ 10
- ◯ 14
- ◯ 28
- ◯ 4

Ćwiczenie 32

Pani Elżbieta ma w swojej szafie 3 półki na ubrania. Na dolnej półce ułożyła 8 bluzek z długimi rękawami, na środkowej ułożyła spódnice, których ma dwa razy mniej niż bluzek. Na górnej ułożyła koszulki z krótkimi rękawami, których ma trzy razy więcej niż spódnic. Ile razem bluzek, spódnic i koszulek ma pani Elżbieta?

- ◯ 14
- ◯ 23
- ◯ 24
- ◯ 12

Ćwiczenie 33

Adam, Bartłomiej i Stefan mają razem 27 cukierków. Gdyby Adam dał 5 cukierków Bartłomiejowi, to wszyscy mieliby po tyle samo cukierków. O ile cukierków więcej ma Adam niż Stefan?

- ◯ o 10 cukierków
- ◯ o 14 cukierków
- ◯ o 9 cukierków
- ◯ o 5 cukierków

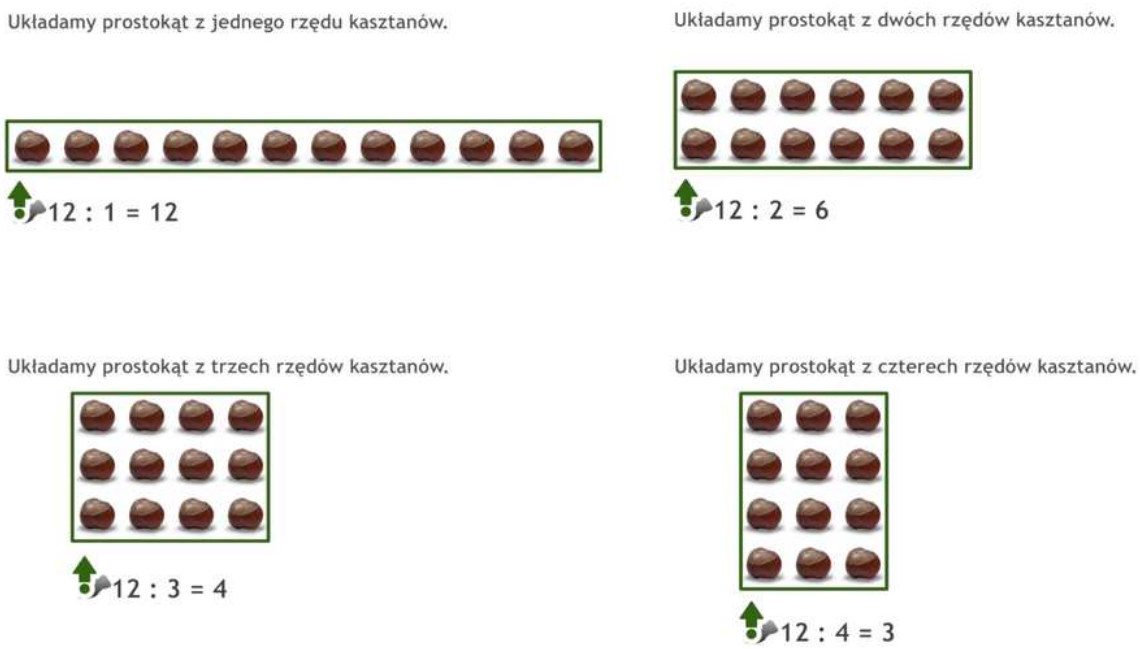
Ćwiczenie 34

Melchior ma 24 książki, ustawione na trzech półkach. Gdyby przełożył dwie książki z górnej półki na dolną, miałby na górnej i dolnej półce po tyle samo książek. Na środkowej półce byłoby wówczas 2 razy więcej książek niż na dolnej. Ile książek znajduje się na każdej z półek?
Spróbuj wykonać rysunek, który pomoże ci rozwiązać zadanie.

Dzielenie z resztą

Basia stwierdziła, że liczby 12 nie można podzielić przez 5. Zosia się z nią nie zgodziła i twierdzi, że można. Kto ma rację Basia czy Zosia? A może obie mają rację? Przekonajmy się.

- Argumenty Basi



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

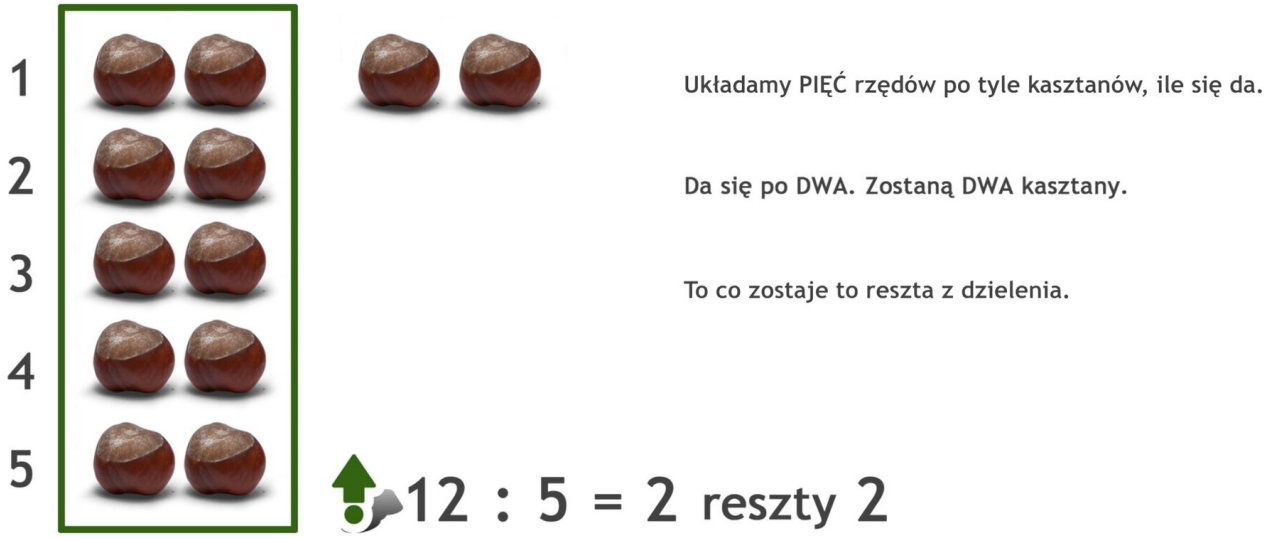
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

A spróbuj z 12 kasztanów ułożyć prostokąt z pięciu rzędów kasztanów. Nie da się!

- Argumenty Zosi

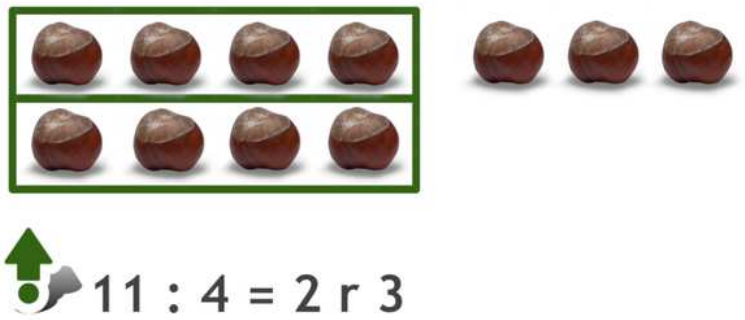
Dzielić można też tak:



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Sądząc po argumentach, Basia najwyraźniej miała na uwadze podzielność liczby 12 przez 5. Liczba jest podzielna przez 5, gdy dzieli się przez 5 bez reszty, zatem liczba 12 nie jest podzielna przez 5. Rację natomiast miała Zosia, co również ładnie zobrazowała. Liczbę 12 można podzielić przez 5, ale w wyniku dzielenia pozostanie reszta 2.

Przykład 1



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

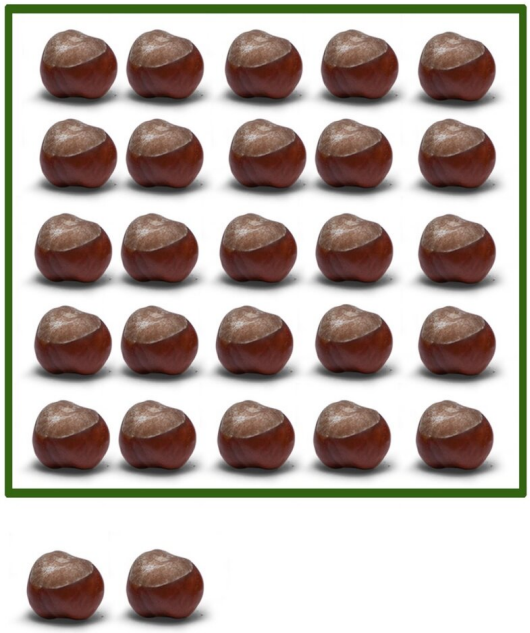
Zapisz dzielenie z resztą, które przedstawia rysunek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zapisz dzielenie z resztą, które przedstawia rysunek.



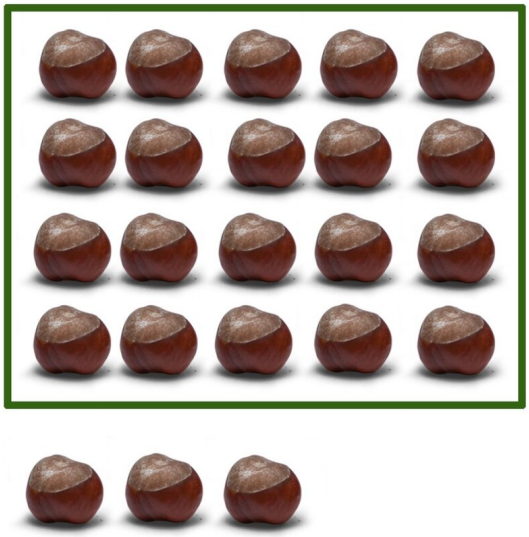
Mamy DWADZIEŚCIA SIEDEM kasztanów.

... : ... = ... r ...

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Zapisz dzielenie z resztą, które przedstawia rysunek.



Mamy DWADZIEŚCIA TRZY kasztany.

... : ... = ... r ...

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Basia zebrała kasztany w parku, chce z nich ułożyć prostokąt o jak największej ilości kolumn, po dwa kasztany w każdej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dopasuj do rysunku jedno z obliczeń.

- ◯ $15 : 7 = 2$ reszta 1
- ◯ $9 : 4 = 2$ reszta 1
- ◯ $7 : 5 = 1$ reszta 2
- ◯ $8 : 3 = 2$ reszta 2
- ◯ $19 : 5 = 3$ reszta 4

Ćwiczenie 5

Basia zbierała kasztany w parku, chce z nich ułożyć prostokąt z pięciu kolumn.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dopasuj do rysunku jedno z obliczeń.

- $9 : 4 = 2$ reszta 1
- $8 : 3 = 2$ reszta 2
- $19 : 5 = 3$ reszta 4
- $7 : 5 = 1$ reszta 2
- $15 : 7 = 2$ reszta1

Ćwiczenie 6

Basia zbierała kasztany w parku, chce z nich ułożyć prostokąt z pięciu kolumn.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dopasuj do rysunku jedno z obliczeń.

- $7 : 5 = 1$ reszta 2
- $15 : 7 = 2$ reszta 1
- $19 : 5 = 3$ reszta 4
- $9 : 4 = 2$ reszta 1
- $8 : 3 = 2$ reszta 2

Ćwiczenie 7

Basia zbierała kasztany w parku, chce z nich ułożyć prostokąt z trzech kolumn.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dopasuj do rysunku jedno z obliczeń.

- ◯ $19 : 5 = 3$ reszta 4
- ◯ $8 : 3 = 2$ reszta 2
- ◯ $9 : 4 = 2$ reszta 1
- ◯ $15 : 7 = 2$ reszta 1
- ◯ $7 : 5 = 1$ reszta 2

Przykład 2

Spójrz, ile może wynosić reszta z dzielenia przez 3.

$$10 : 3 = 3 \text{ r } 1, 13 : 3 = 4 \text{ r } 1$$

$$11 : 3 = 3 \text{ r } 2, 14 : 3 = 4 \text{ r } 2$$

$$12 : 3 = 4 \text{ r } 0, 15 : 3 = 5 \text{ r } 0$$

Reszta musi być zawsze mniejsza od liczby, przez którą dzielimy.

Ćwiczenie 8

Zaznacz, na którym rysunku poprawnie wykonano dzielenie z resztą?



11 : 5 = 2 reszta 1

☐



13 : 3 = 2 reszta 4

☐



10 : 3 = 2 reszta 4

☐

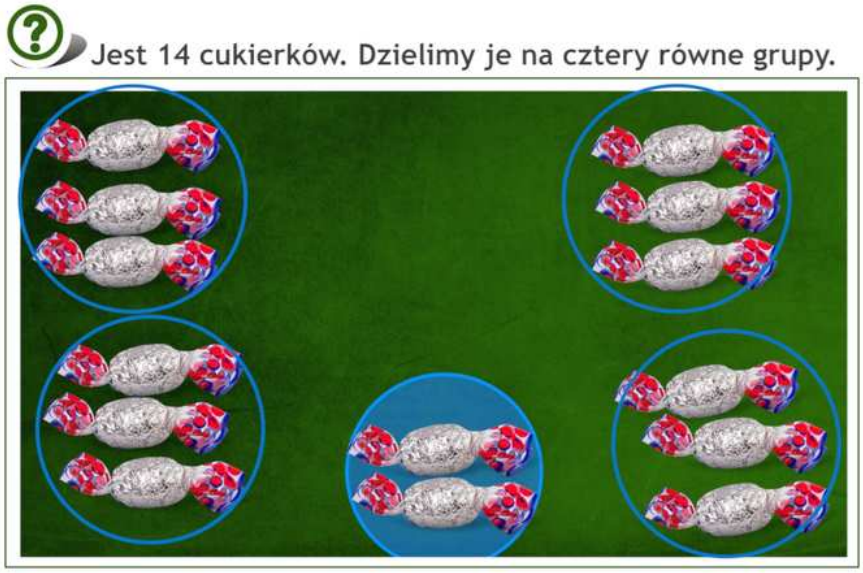


10 : 5 = 2 reszta 2



11 : 2 = 3 reszta 5

Przykład 3



14 : 4 = 3 r 2

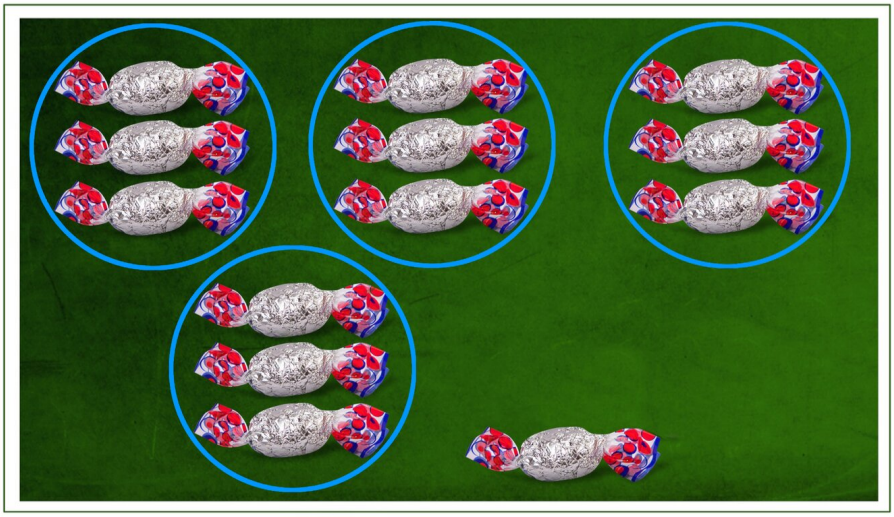
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 9

Zapisz dzielenie z resztą, które przedstawia rysunek.

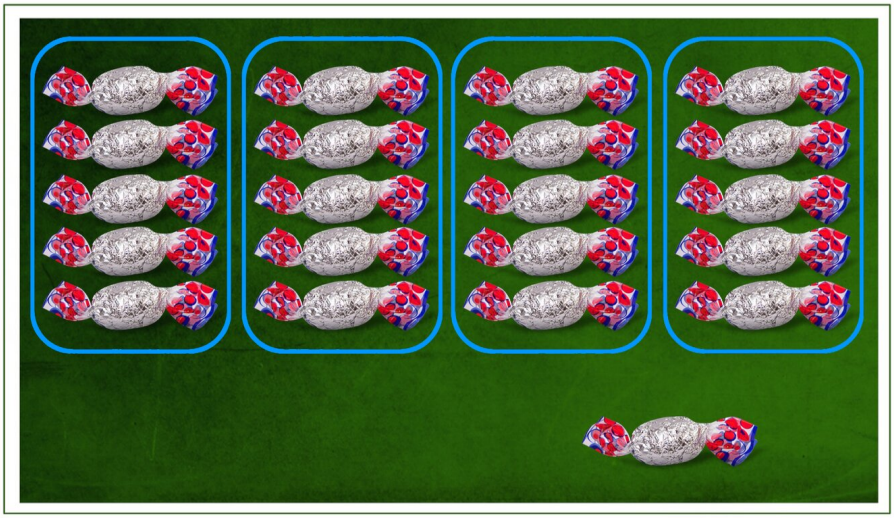


... : ... = ... r ...

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Zapisz dzielenie z resztą, które przedstawia rysunek.



... : ... = ... r ...

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Kolumna wojska maszeruje czwórkami. Jest 22 żołnierzy. Ilu żołnierzy liczy ostatni rząd tej kolumny?

Ćwiczenie 13

Klasa IVa liczy 27 osób. Uczniowie próbowali ustawić się parami, ale im się to nie udało. Ile osób zostało bez pary?

Ćwiczenie 14

Klasa IVb liczy 18 osób W ilu rzędach mogą ustawić się uczniowie, tak aby w każdym rzędzie było po tyle samo osób?

Ćwiczenie 15

Na wycieczkę szkolną wybierają się 94 osoby - nauczyciele i uczniowie. W każdym z autobusów firmy Zebra zmieszczą się maksymalnie 44 osoby. Ile autobusów trzeba zamówić?

Ćwiczenie 16

Uzupełnij tabelki odpowiednimi liczbami.

1.

Tabela. Dane

Dzielna	Dzielnik	Iloraz	Reszta		Iloraz		Dzielnik	
6	4	1	2	ponieważ	1	•	4	+
	2	3	1	ponieważ		•		+
	5	3	4	ponieważ		•		+
	3	4	2	ponieważ		•		+
	6	1	3	ponieważ		•		+

2.

Tabela. Dane

Dzielna	Dzielnik	Iloraz	Reszta		Iloraz		Dzielnik	
6	4	1	2	ponieważ	1	•	4	+
3	2		1	ponieważ		•		+
8		2		ponieważ		•		+
	6			ponieważ	5	•		+
	3	2	1	ponieważ		•		+
			3	ponieważ	4	•	2	+
11				ponieważ		•	6	+
				ponieważ		•		+
13				ponieważ	4	•		+
	6		4	ponieważ	5	•		+
7				ponieważ		•		+

Kolejność wykonywania działań

Arytmetyka to część matematyki, która dotyczy działań na liczbach. Obliczaliście już wartości prostych wyrażeń arytmetycznych, w których występowało dodawanie, odejmowanie, mnożenie lub dzielenie. W bardziej złożonych wyrażeniach występują dwa działania, trzy działania lub jeszcze więcej działań.
Zajmiemy się na razie wyrażeniami, które mają dwa działania. Spójrz na poniższe wyrażenia.

1. $6 + 4 \bullet 5$
2. $17 - 4 + 10$
3. $24 : 8 - 2$
4. $(6 + 4) \bullet 5$
5. $17 - (4 + 10)$
6. $40 : 4 \bullet 5$

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D18isdYPe

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Reguła: Kolejność wykonywania działań

Działania wykonujemy w następującej kolejności:

1. najpierw wykonujemy działania w nawiasach,
2. następnie mnożenie lub dzielenie,
3. na końcu dodawanie lub odejmowanie.

Przykład 1

Obliczmy wartość wyrażenia, zgodnie z kolejnością wykonywania działań.

1. $6 + 4 \bullet 5$

   Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D18isdYPe

   Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

   Animacja

$$6 + 4 \bullet 5 = 6 + 20 = 26$$

Zapamiętaj!

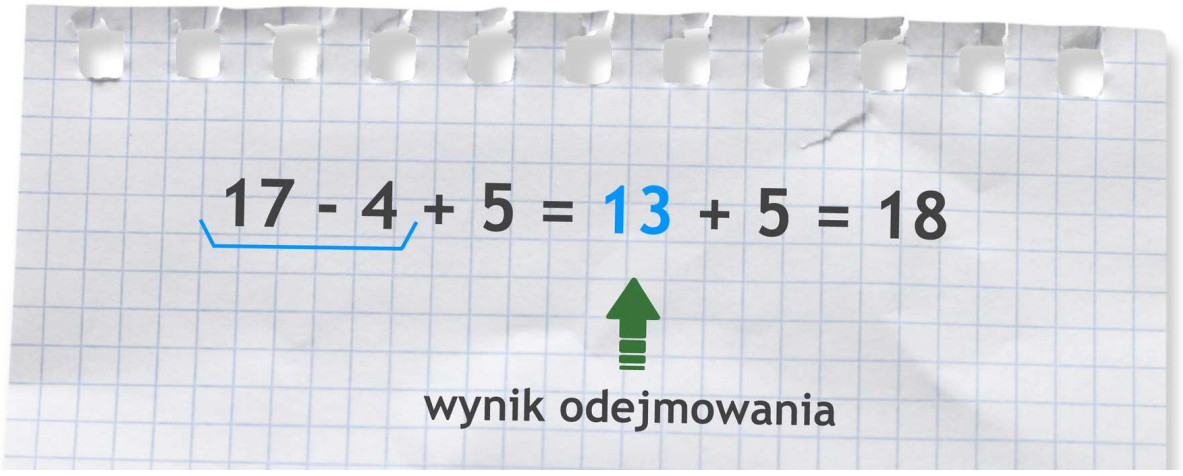
Ze względu na kolejność wykonywania działań

- mnożenie i dzielenie są działaniami równorzędnymi.
- dodawanie i odejmowanie są działaniami równorzędnymi.

Wykonywanie działań w określonej kolejności ma duże znaczenie.

Przykład 2

Obliczmy wartość wyrażenia $17 - 4 + 5$, zgodnie z kolejnością wykonywania działań.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Jeżeli w wyrażeniu występuje nawias, to zgodnie z kolejnością wykonywania działań, w pierwszej kolejności wykonujemy działania w nawiasie. Ale jak postępować, gdy w wyrażeniu są 2 nawiasy albo w nawiasie są 2 działania? Rozważmy takie sytuacje w wyrażeniach, w których występują 3 działania.

- $2 \bullet ((20 + 25) : 9)$

W tym wyrażeniu najpierw wykonujemy działanie w tym nawiasie, który nie zawiera w sobie innego nawiasu. Następnie zajmujemy się działaniem w kolejnym nawiasie.

$$2 \bullet ((20 + 25) : 9) = 2 \bullet (45 : 9) = 2 \bullet 5 = 10$$

Zwróć uwagę, że zapisując w wyrażeniu więcej niż jeden nawias, tyle samo nawiasów otwieramy, pisząc znak (i zamykamy, pisząc znak).

- $(13 - 6) \bullet (8 + 3)$

Tutaj możemy równocześnie wykonać działania w obu nawiasach.

$$(13 - 6) \bullet (8 + 3) = 7 \bullet 11 = 77$$

- $3 \bullet (18 - 12 : 6)$

W nawiasie mamy dwa działania: odejmowanie i dzielenie. Zgodnie z kolejnością ich wykonywania, najpierw wykonujemy dzielenie.

$$3 \bullet (18 - 12 : 6) = 3 \bullet (18 - 2) = 3 \bullet 16 = 48$$

Ćwiczenie 2

Oblicz wartość wyrażenia.

1. $(28 - (36 - 12)) \bullet 3$
2. $13 \bullet (45 : (9 + 6))$
3. $(95 - 14) : (27 \bullet 3)$
4. $(46 + 54) : (12 + 13)$
5. $(84 - 44 : 11) : 4$
6. $67 - (39 - 12 + 16)$

Przykład 4

Klaudia miała 22 plakaty swoich ulubionych zespołów. Od każdej z dwóch przyjaciółek dostała po 5 nowych plakatów. Ile plakatów ma teraz Klaudia? Rozwiążmy to zadanie dwoma sposobami.

- sposób I

Zapisujemy dwa wyrażenia.

$$2 \bullet 5 = 10$$

$$22 + 10 = 32$$

Odpowiedź: Klaudia ma teraz 32 plakaty.

- sposób II

Zapisujemy jedno wyrażenie.

$$22 + 2 \bullet 5 = 22 + 10 = 32$$

Odpowiedź: Klaudia ma teraz 32 plakaty.

Do kolejnych zadań będziemy stosować sposób II, czyli postaramy się układać od razu jedno wyrażenie, które pozwoli odpowiedzieć na postawione pytanie.

Ćwiczenie 3

Piotrek miał 26 zł. Kupił 3 batony po 4 zł każdy. Wskaż wyrażenie, które pozwoli ci obliczyć, ile złotych mu zostało.

- ◯ $((26 - 3) \bullet 4)$ zł
- ◯ $(26 - 3 \bullet 4)$ zł
- ◯ $(26 \bullet 3 - 4)$ zł
- ◯ $((26 - 4) \bullet 3)$ zł

Ćwiczenie 4

Trzech synów złożyło się na prezent urodzinowy dla mamy. Dwóch z nich dało po 16 $zł$, a trzeci 12 $zł$. Za całą kwotę kupili mamie cztery jednakowe kwiaty. Wskaż wyrażenie, które pozwoli ci obliczyć, ile złotych kosztował jeden kwiat.

- ◯ $(2 \bullet (16 + 12) : 4)$ zł
- ◯ $(2 \bullet 16 + 12 : 4)$ zł
- ◯ $((2 \bullet 16 + 12) : 4)$ zł
- ◯ $((2 \bullet 12 + 16) : 4)$ zł

Ćwiczenie 5

Na klasową imprezę tata Staszka kupił 56 sztuk owoców dwóch rodzajów. Mandarynek kupił o 14 więcej niż bananów. Ile bananów kupił na tę imprezę tata Staszka?

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D18isdYPe

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem

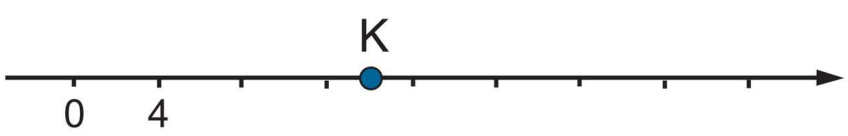
Ćwiczenie 1

Jakiej liczbie odpowiada zaznaczony na osi liczbowej punkt K?

a)



b)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Oblicz.

1. $27 + 35$
2. $14 + 29 + 26 + 31$

Ćwiczenie 3

Oblicz.

1. $86 - 34$
2. $73 - 48$

Ćwiczenie 4

Oblicz.

1. $88 - 42 + 15$
2. $53 - 36 + 69$

Ćwiczenie 5
Oblicz.

1. $12 \bullet 4$
2. $28 \bullet 3$

Ćwiczenie 6
Oblicz.

1. $36 \ : 2$
2. $76 \ : 4$

Ćwiczenie 7
Uzupełnij zapis dzielenia z resztą.

1. $26 \ : \ 8 = \ldots \ \mathrm{r} \ \ldots$
2. $66 \ : 7 = \ldots \ \mathrm{r} \ \ldots$

Ćwiczenie 8
Znajdź liczbę

1. o 17 większą od 38
2. 5 razy mniejszą od 90

Ćwiczenie 9
Ola ma 15 lalek, a Kasia o 6 więcej.

1. Ile lalek ma Kasia?
2. Ile lalek mają obie dziewczynki razem?

Ćwiczenie 10

Tata jest 3 razy starszy od Karola, który ma 12 lat. Mama jest o 3 lata młodsza od taty.

1. Ile lat ma tata?
2. Ile lat mają razem Karol i jego rodzice?

Ćwiczenie 11

Oblicz.

1. $32 + 8 \bullet 2$
2. $3 \bullet 15 + 15 \ : 3$

Ćwiczenie 12

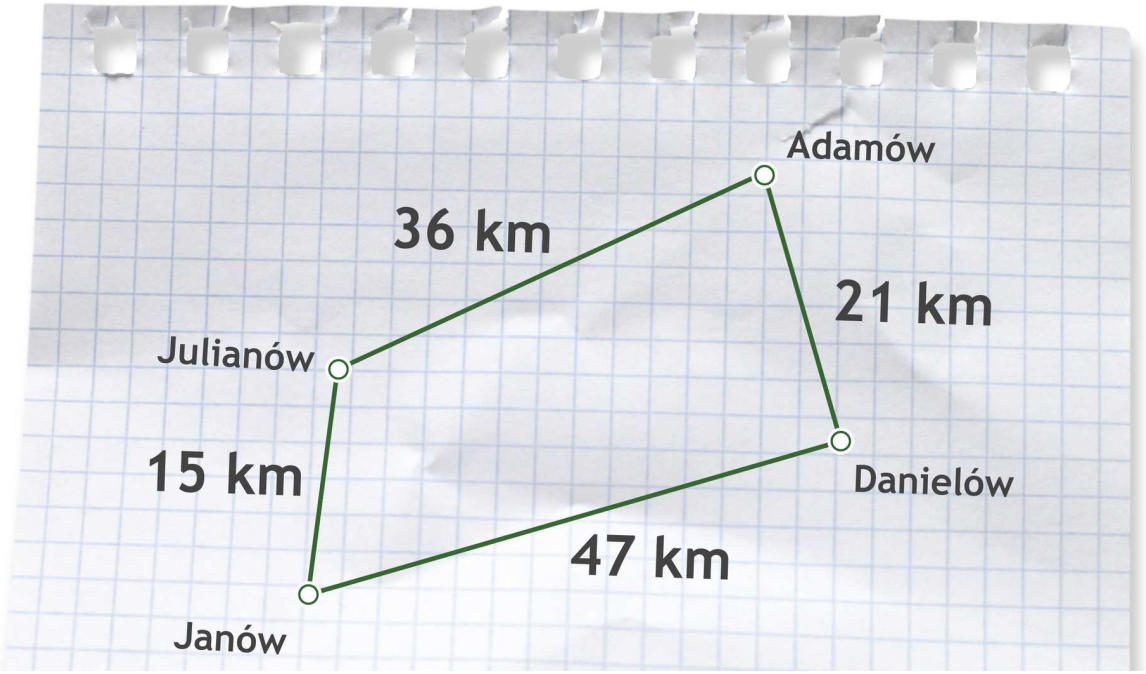
Oblicz.

1. $18 \ : 2 \bullet 3$
2. $(47 - 5) \ : 7 \cdot 3$

Ćwiczenie 13

Na rysunku przedstawiony jest fragment planu.

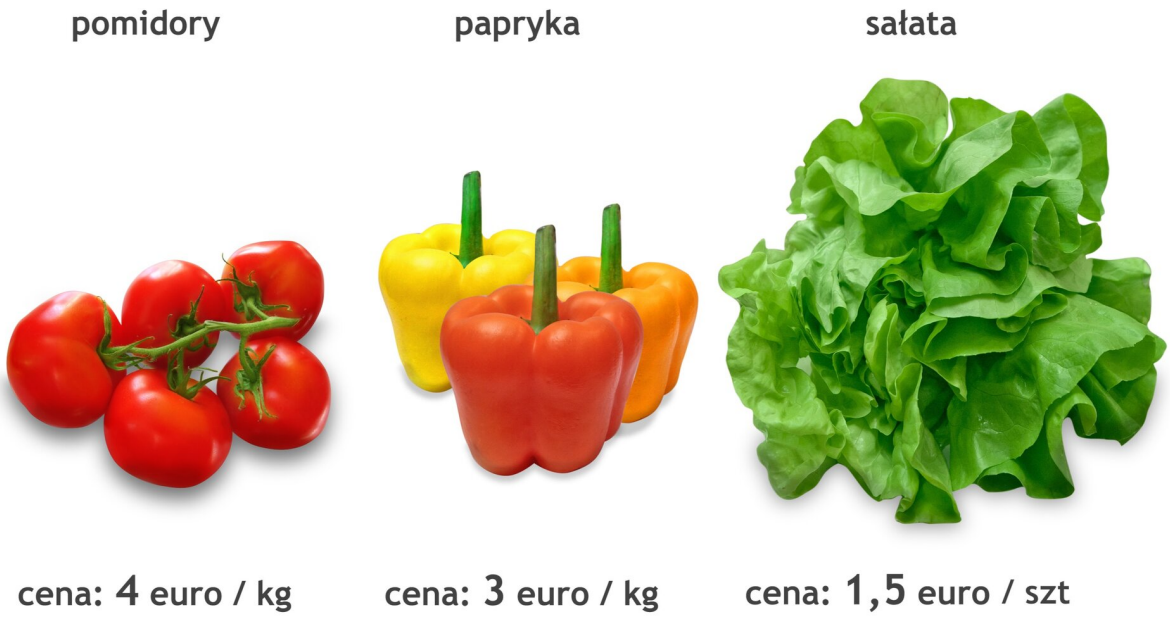
1. Jaką odległość należy pokonać, aby dojechać z Janowa do Adamowa, jadąc przez Julianów?
2. O ile kilometrów dłuższa jest droga z Janowa do Adamowa, gdy jedzie się przez Danielów od trasy przez Julianów?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

1. Ile trzeba zapłacić za kilogram papryki, 3 kilogramy pomidorów i dwie główki sałaty?
2. Ile reszty otrzyma klient, który płacąc za 8 kilogramów papryki, 5 kilogramów pomidorów i 4 główki sałaty, poda 1 banknot 50 euro i 1 banknot 20 euro?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Oto cennik biletów do muzeum.

muzeum matematyczne

Muzeum matematyczne	
bilet normalny	11 zł
bilet ulgowy (dzieci, studenci, emeryci)	6 zł
opłata przewodnika	20 zł

1. Rodzice z dwójką dzieci zwiedzali muzeum z przewodnikiem. Ile zapłacili za bilety i przewodnika?
2. Dwie rodziny pięcioosobowe (rodzice i troje dzieci) wynajęli wspólnie jednego przewodnika. Ile zapłacili razem za bilety i przewodnika?

Ćwiczenie 16

Pióro jest 7 razy droższe od długopisu. Kamil zapłacił za jeden długopis i jedno pióro 96 zł. Ile kosztuje pióro, a ile długopis?

Ćwiczenie 17

Jadzia ma o 45 zł więcej niż Karolina. Razem mają 83 zł. Ile pieniędzy ma każda z dziewczynek?

Ćwiczenie 18

Oblicz wartości podanych wyrażeń i sprawdź, który z otrzymanych wyników jest największy.

1. iloczyn liczb 12 i 4 pomniejszony o iloraz liczb 36 i 9
2. iloraz sumy liczb 51 i 45 przez ich różnicę
3. różnica iloczynu liczb 4 i 23 oraz iloczynu liczb 17 i 3

Ćwiczenie 19

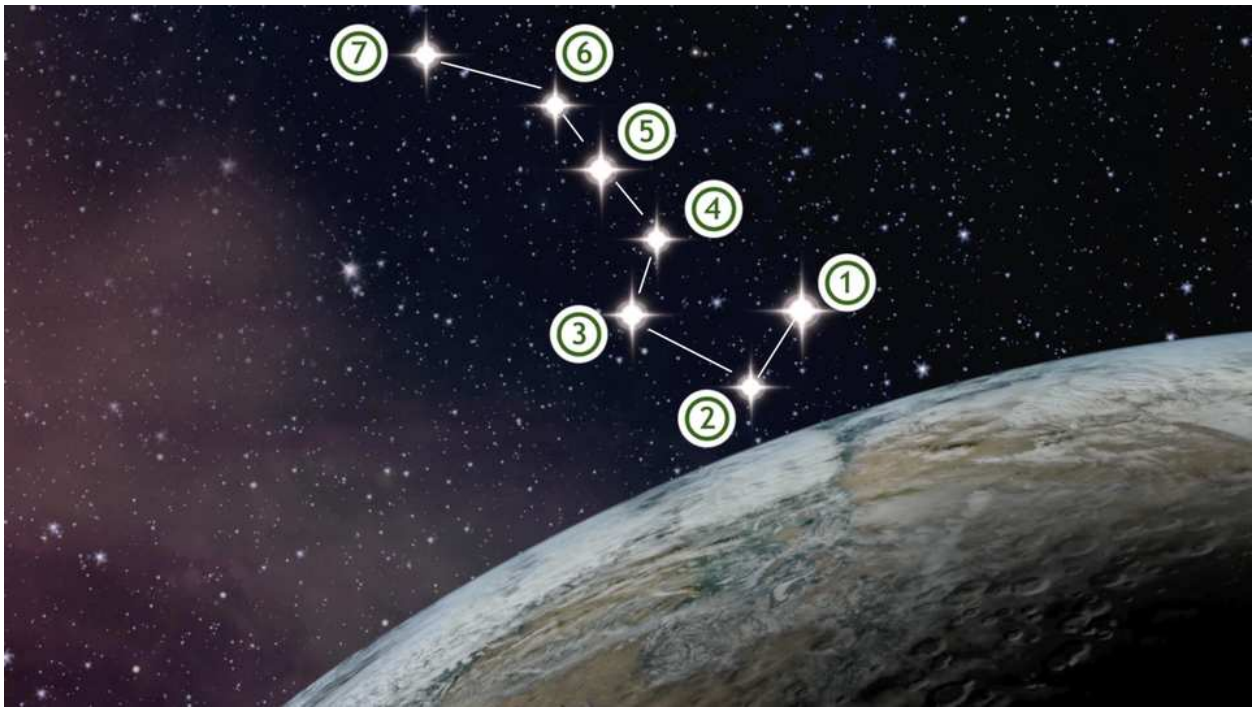
Pomiędzy czwórki wstaw znaki działań lub nawiasy tak, aby otrzymać wskazany wynik.

1. $4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 = 1$
2. $4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 = 2$
3. $4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 = 3$
4. $4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 = 4$
5. $4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 \ldots 4 = 5$

Wprowadzenie

Wykonywaliśmy już różne obliczenia i rozwiązywaliśmy zadania z wykorzystaniem liczb naturalnych.
Przypomnijmy, jakie to liczby.

> **Definicja: Liczby naturalne**
>
> **Liczby naturalne** to: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., 56, ..., 99, 100, ..., 238, ...
> Do zapisu liczb naturalnych służą **cyfry**: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 i 9 nazywane cyframi arabskimi.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Cyfry arabskie pochodzą z Indii, na które około VII wieku najechali Arabowie, a ich łupem (oprócz skarbów, dzieł sztuki i wyrobów użytkowych) padły też starożytne rękopisy. Wśród nich były także te, które zawierały wiedzę matematyczną. Na jej

podstawie wprowadzono cyfry do powszechnego użytku. Za pośrednictwem Arabów cyfry dotarły na zachód, a w XII wieku do Europy. (Wikipedia)

> **Ćwiczenie 1**
> Używając cyfr: 2, 3, 5, wypisz wszystkie możliwe liczby dwucyfrowe, w których
>
> 1. cyfry nie mogą się powtarzać
> 2. cyfry mogą się powtarzać

> **Ćwiczenie 2**
> Używając cyfr: 4, 5, 0, wypisz wszystkie możliwe liczby dwucyfrowe. Cyfry mogą się powtarzać.

> **Ćwiczenie 3**
> Ile jest wszystkich liczb dwucyfrowych zapisanych za pomocą takich cyfr, których suma jest mniejsza od 5?

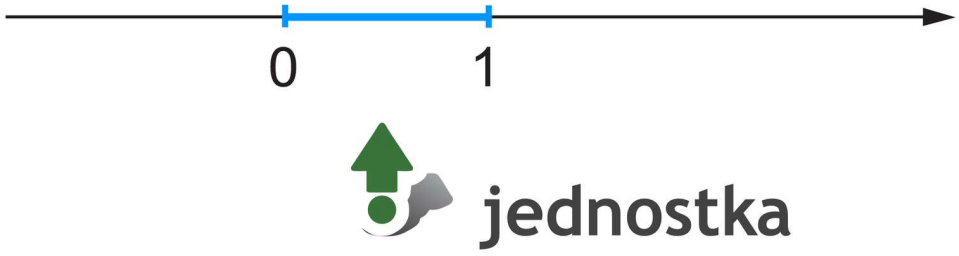
Liczby naturalne można przedstawić na osi liczbowej. Każdej liczbie naturalnej odpowiada dokładnie jeden punkt na osi.

Definicja z przykładami

Definicja: Oś liczbowa

Oś liczbowa to prosta, na której zaznaczamy

- zwrot (strzałkę wskazującą, w którą stronę liczby się zwiększają)
- liczbę 0
- liczbę 1

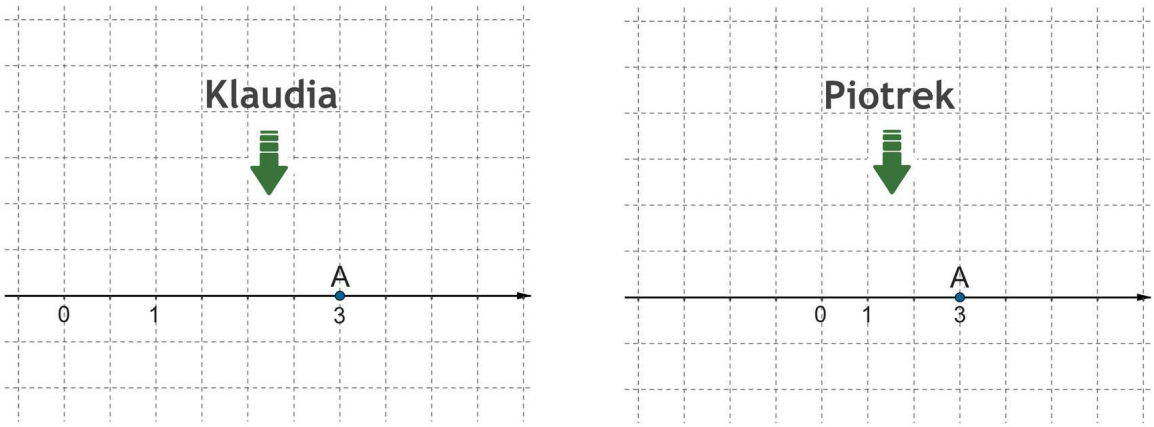


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Punkty odpowiadające liczbom 0 i 1 są końcami odcinka, który nazywamy jednostką osi liczbowej.
Długość odcinka jednostkowego wynosi 1.

Przykład 1

Klaudia i Piotrek narysowali w zeszycie oś liczbową i zaznaczyli na niej punkt A, odpowiadający liczbie 3. Klaudia przyjęła za jednostkę szerokość dwóch kratek, a Piotrek szerokość jednej kratki. Oboje wykonali rysunek poprawnie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mówimy, że punkt A ma współrzędną 3. Zapisujemy to $\mathrm{A} = 3$.

Ćwiczenie 1

Odczytaj współrzędną punktu A na osi liczbowej.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DwsSTyapd

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 2

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DwsSTyapd

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Zadania

Ćwiczenie 1

Jeśli liczba a jest większa od liczby b i liczba b jest większa od liczby c, to

- ◯ liczba a jest większa od liczby c
- ◯ liczba a jest mniejsza od liczby c
- ◯ liczba a jest równa liczbie c

Ćwiczenie 2

Do każdego podpunktu narysuj osobną oś liczbową, dobierz odpowiednią jednostkę i zaznacz punkty o podanych współrzędnych.

1. $A = 8,\ \mathrm{Z} = 12,\ \mathrm{D} = 3$
2. $E = 6,\ \mathrm{S} = 15,\ \mathrm{L} = 27$
3. $O = 10,\ \mathrm{N} = 45$
4. $B = 30,\ \mathrm{I} = 70,\ \mathrm{R} = 90$
5. $\mathrm{Ą} = 50,\ \mathrm{Ę} = 75,\ \mathrm{Ź} = 100$

Wpisz do tabeli litery odpowiadające danym liczbom. Odczytaj hasło.

Zakodowane hasło

12		10	15	70	50		90	8	3	12	75		15	10	30

Wprowadzenie

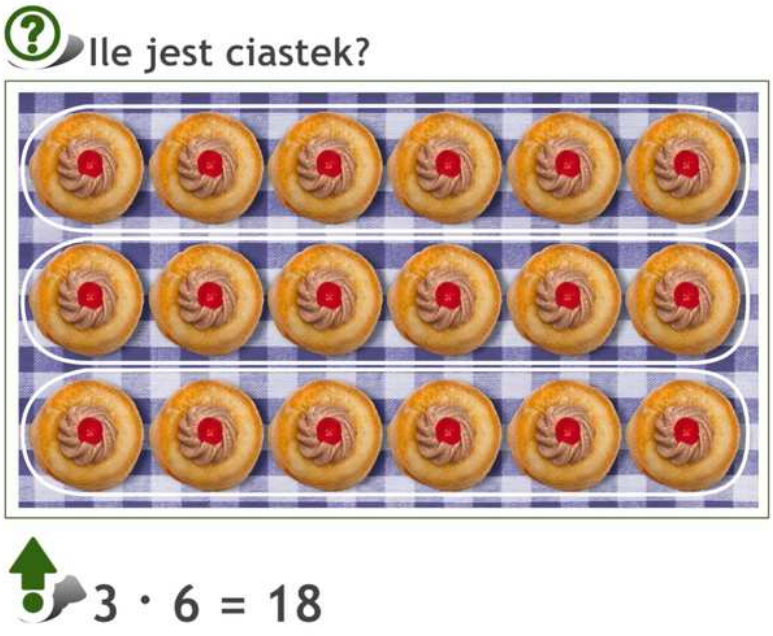
Przykład 1

Ile jest ciastek?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozwiązanie.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

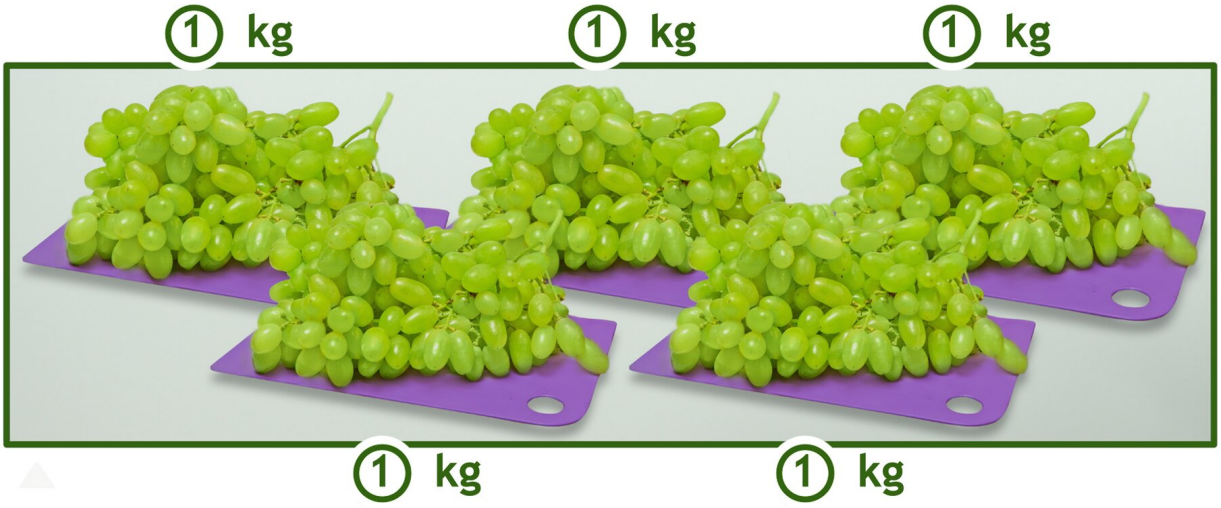
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Jest 18 ciastek.

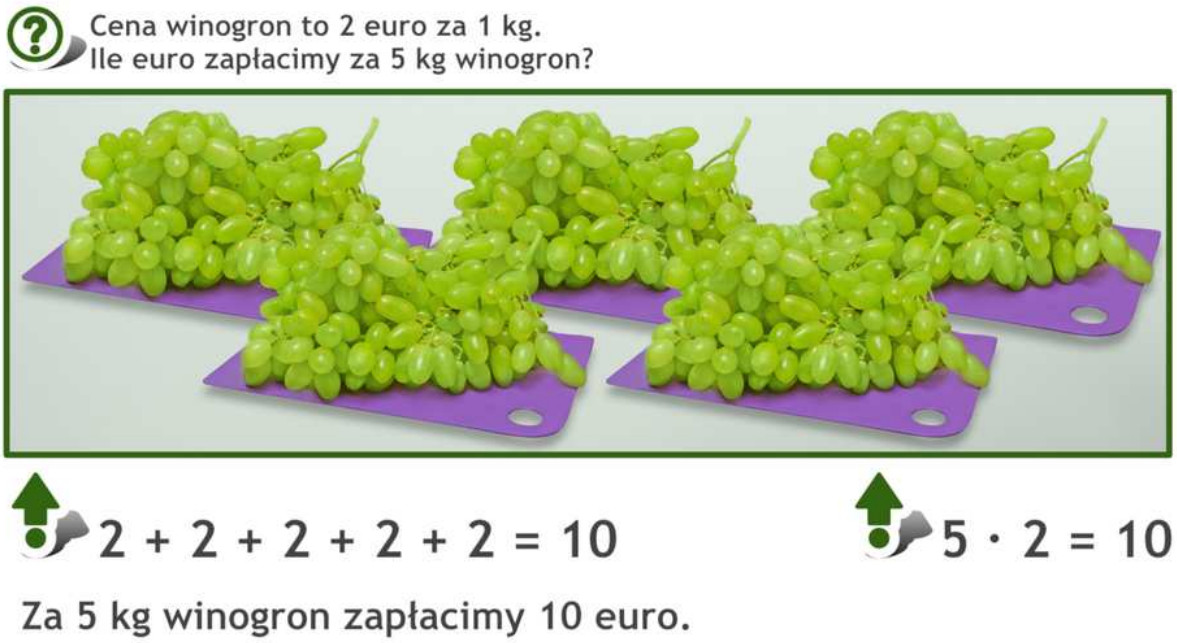
Przykład 2

Ile euro zapłacimy za 5 kilogramów winogron?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozwiązanie.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Za 5 kilogramów winogron zapłacimy 10 euro.

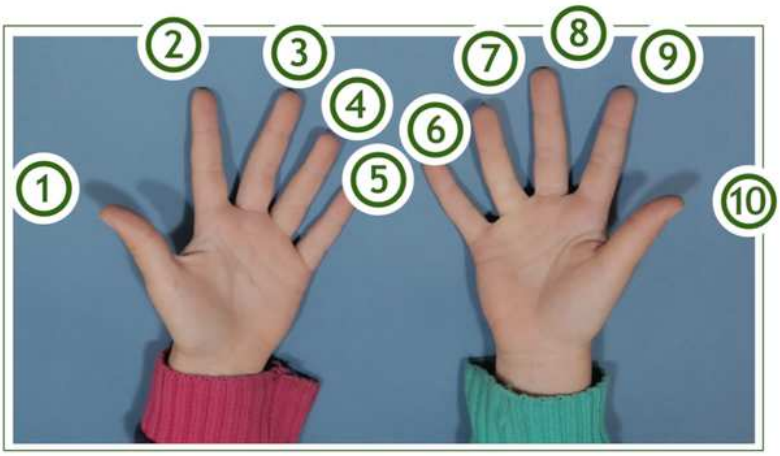
Ważne!

Dodawanie jednakowych składników możemy zastąpić mnożeniem.

$$4 + 4 + 4 = 3 \cdot 4 = 12$$

Tabliczka mnożenia

Wykonując mnożenie, warto dobrze znać tabliczkę mnożenia. Sprawdź, jak sobie z nią radzisz.
Zobacz jak można mnożyć na palcach niektóre liczby.
Mnożenie przez 9.

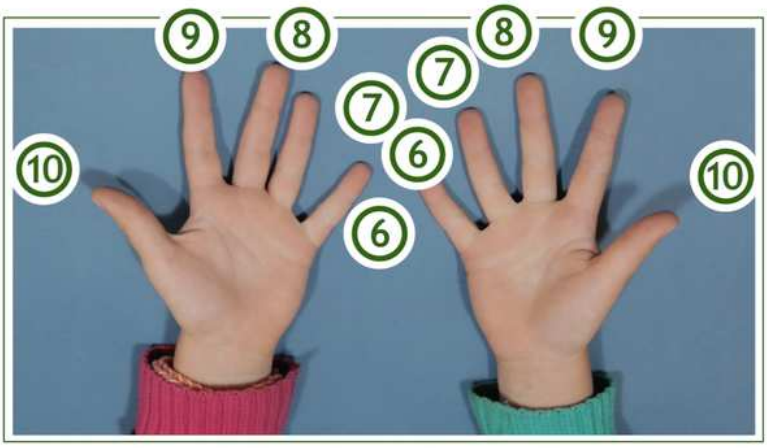


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Mnożenie liczb jednocyfrowych większych niż 5.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

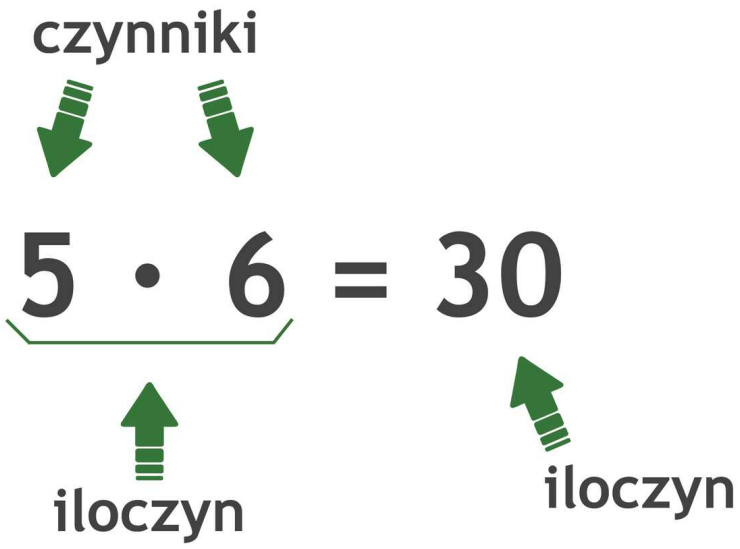
Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja i przykłady

Definicja: Czynniki, iloczyn

Liczby w mnożeniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Uzupełnij brakujące liczby w tabeli.

Mnożenie liczb

Czynnik	Czynnik	Iloczyn
8		24
	7	35
5	9	

Ćwiczenie 2

Wybierz.

a) $38 \cdot 0 =$ ☐

b) $45 \cdot$ ☐ $= 0$

c) ☐ $\cdot 0 = 0$

d) $54 \cdot 1 =$ ☐

e) $17 \cdot$ ☐ $= 17$

f) ☐ $\cdot 1 = 32$

67 55 12 55 0 0 32 67 55 12 12 33 33 55 2

0 2 0 12 54 2 0 23 1 67 23 54 33 43 23 0

23 12 55 2 1 54 23 43 1 133 1 67 2 133 33

43 67 1 33 43

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapamiętaj!

- Jeżeli jeden z czynników jest równy zero, to iloczyn jest równy zero.

$$15 \bullet 0 = 0$$

- Jeżeli jeden z czynników jest równy jeden, to iloczyn jest równy drugiemu czynnikowi.

$$30 \bullet 1 = 30$$

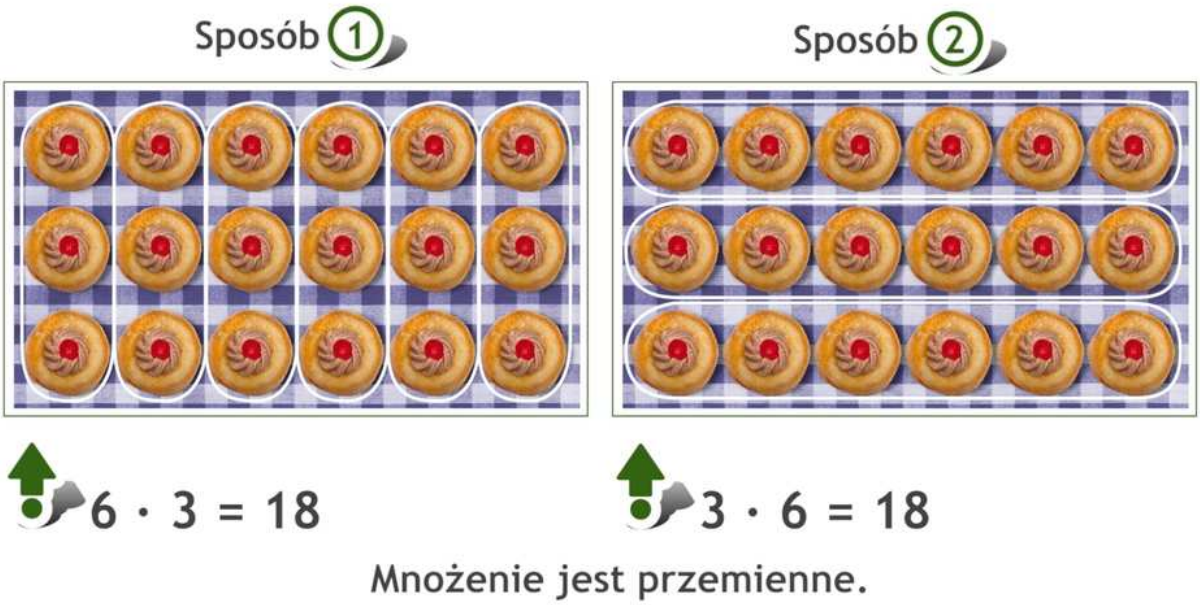
Ćwiczenie 3

Oblicz iloczyn liczb.

1. 2 i 13
2. 4, 6 i 2
3. 5, 3 i 2
4. 3, 3, 8, 4 i 0

Własności mnożenia

W sprawnym mnożeniu liczb w pamięci pomagają nam własności tego działania.

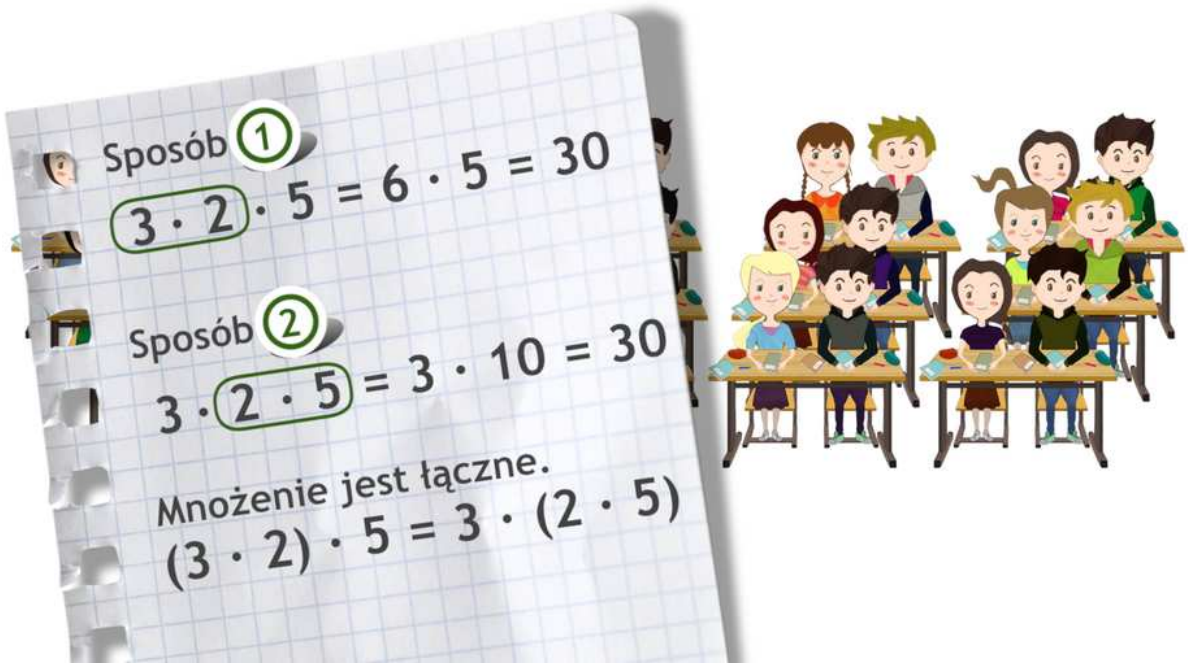


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

> **Własność: Przemienność mnożenia**
>
> W mnożeniu możemy zamienić kolejność czynników, a wynik nie ulegnie zmianie. Mówimy, że mnożenie jest przemienne.
>
> $$6 \cdot 3 = 3 \cdot 6$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Własność: Łączność mnożenia

Wykonując mnożenie kilku liczb, można dowolnie łączyć dwa sąsiadujące czynniki, a iloczyn nie ulegnie zmianie. Mówimy, że mnożenie jest łączne.

$$(3 \cdot 2) \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot 5)$$

Ćwiczenie 1

Oblicz, korzystając z łączności i przemienności mnożenia.

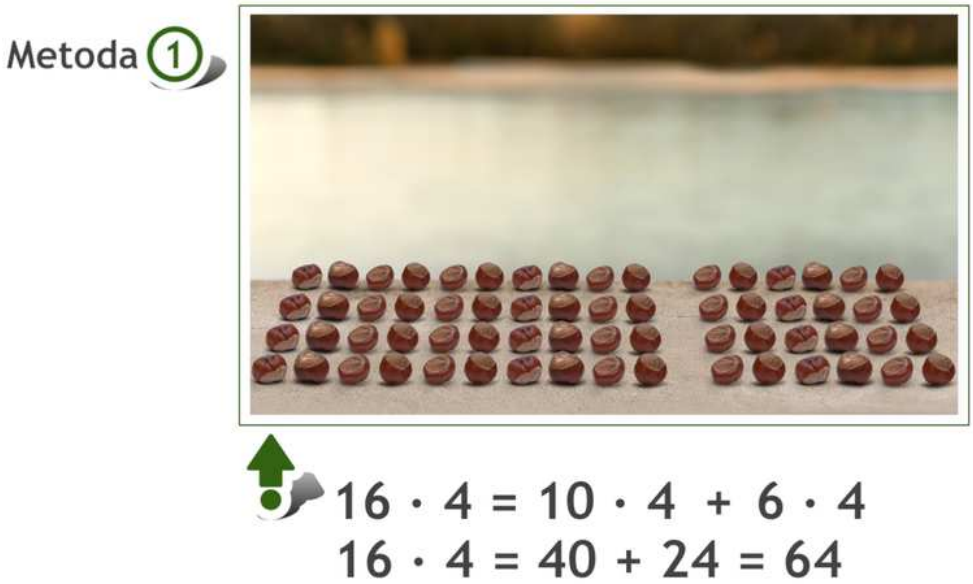
1. $5 \cdot 3 \cdot 2$
2. $8 \cdot 2 \cdot 5$
3. $3 \cdot 4 \cdot 5$
4. $5 \cdot 7 \cdot 2$
5. $4 \cdot 10 \cdot 2$
6. $6 \cdot 3 \cdot 5$

Metody mnożenia

Przyjrzyj się różnym sposobom mnożenia dowolnej liczby dwucyfrowej przez jednocyfrową.

- Metoda 1

Obliczmy 16 · 4.



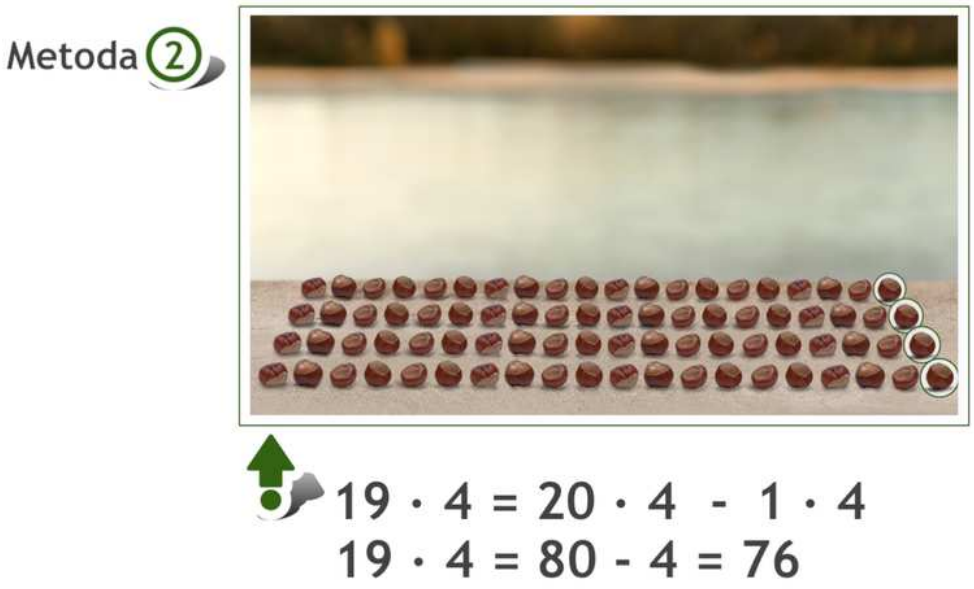
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- Metoda 2

Obliczmy 19 · 4.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Oblicz dwoma metodami według wzoru.

Metoda 1. $28 \cdot 3 = 20 \cdot 3 + 8 \cdot 3 = 60 + 24 = 84$

Metoda 2. $28 \cdot 3 = 30 \cdot 3 - 2 \cdot 3 = 90 - 6 = 84$

1. $4 \cdot 13$
2. $6 \cdot 17$

Ćwiczenie 2

Oblicz.

1. $13 \cdot 7$
2. $6 \cdot 15$
3. $18 \cdot 4$
4. $3 \cdot 29$
5. $49 \cdot 2$
6. $32 \cdot 3$

Zadania

Ćwiczenie 1

Zaznacz zdanie prawdziwe.

- [ ] Iloczyn dowolnej liczby i liczby 0 jest równy 0.
- [ ] Iloczyn dowolnej liczby i liczby 1 jest równy 1.
- [ ] Jeżeli zmienimy kolejność czynników, to wynik ulegnie zmianie.
- [ ] Sumę jednakowych składników można zastąpić mnożeniem.
- [ ] W mnożeniu można łączyć czynniki w dowolny sposób, a wynik się nie zmieni.
- [ ] Wynik mnożenia to iloczyn.

Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

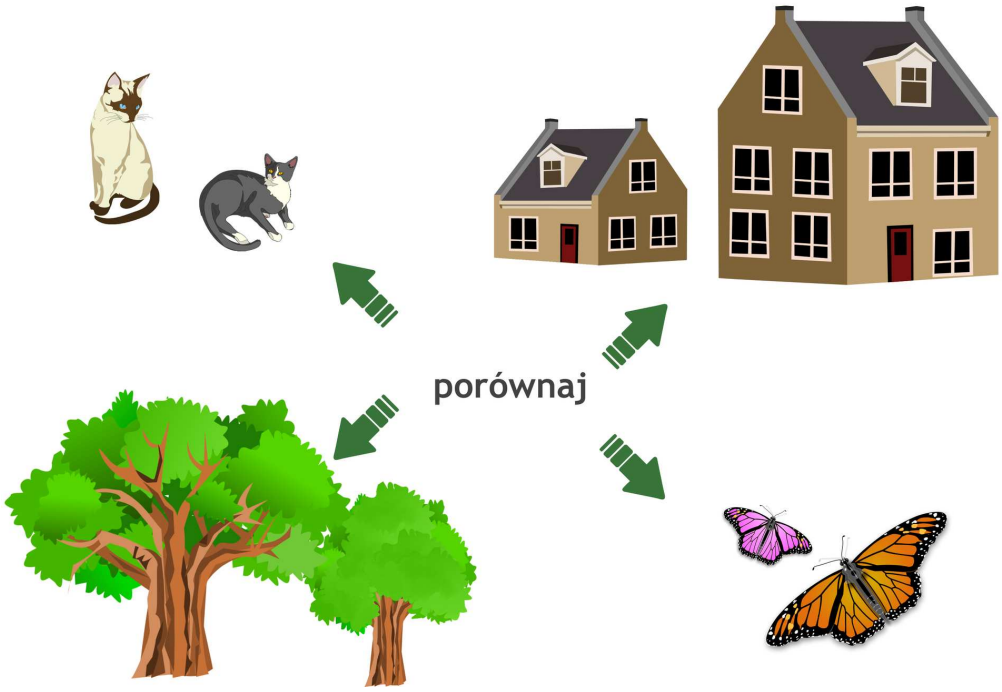
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

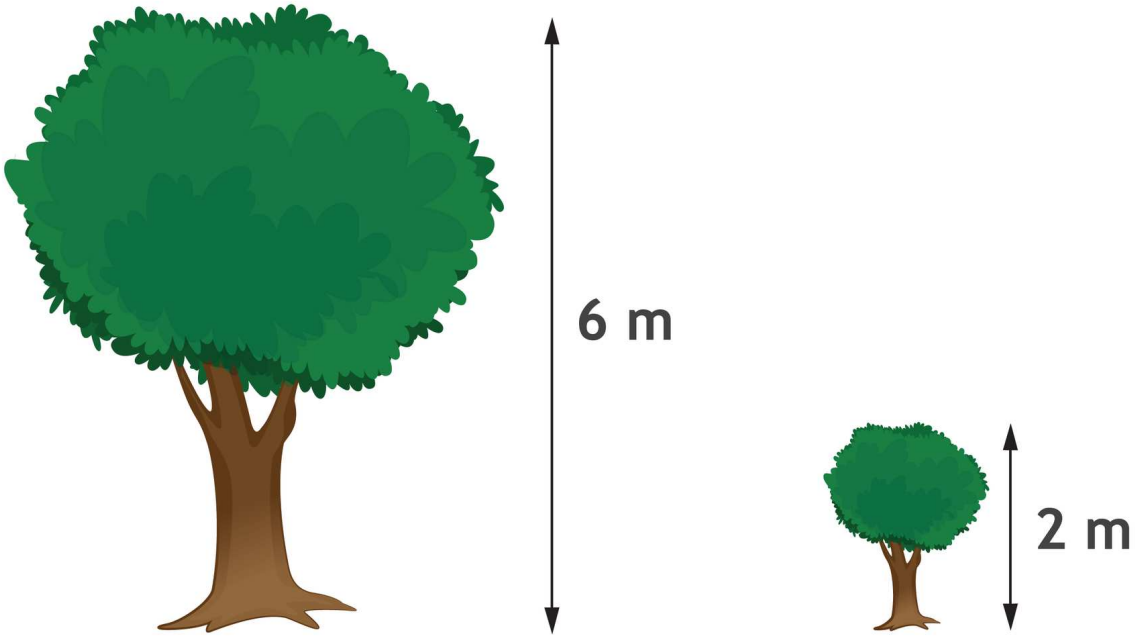
Wprowadzenie

Otaczają nas obiekty różnych rozmiarów.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obiekty te można porównywać ze sobą na różne sposoby.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- $6 > 2$, liczba 6 jest większa od liczby 2. Pierwsze drzewo jest wyższe od drugiego.
- Pierwsze drzewo jest wyższe o 4 m od drugiego, bo 6 m $-$ 2 m $=$ 4 m.

Wysokość drzew i innych obiektów możemy porównać także w inny sposób. Możemy powiedzieć, że pierwsze drzewo jest 3 razy wyższe od drugiego.

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zmień tak wysokość trójkąta z prawej strony, aby był wyższy od trójkąta z lewej strony wskazaną liczbę razy.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DAfFgXHzO

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Zadania. Część I

Ćwiczenie 1

Wybierz.

Jeżeli jeden obiekt jest 2 razy wyższy od drugiego, to ten drugi jest [ ] razy [ ] od pierwszego.

Jeżeli jeden obiekt jest 2 razy niższy od drugiego, to ten drugi jest [ ] razy [ ] od pierwszego.

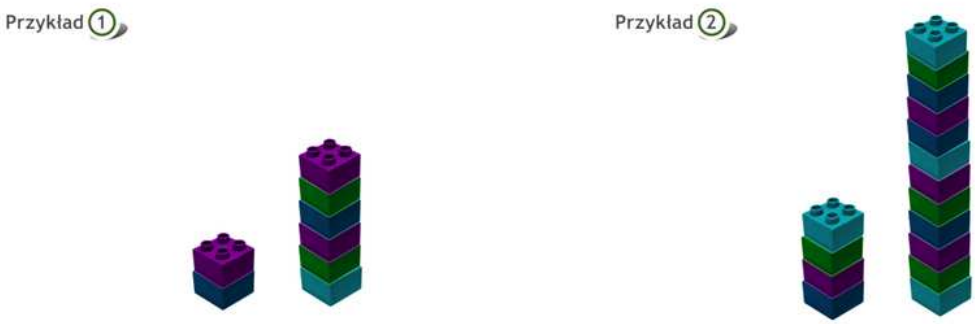
4 4 3 3 niższy niższy wyższy wyższy 2 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Masz do dyspozycji 16 jednakowych klocków. Ułóż z tych klocków dwie wieże, tak aby jedna z nich była 3 razy wyższa od drugiej. Z ilu klocków może być zbudowana każda z tych wież?

1. Nie musisz wykorzystać wszystkich klocków.
2. Spróbuj wykorzystać jak najwięcej klocków.



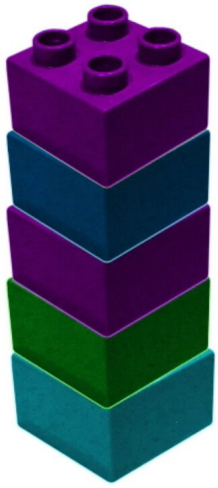
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 3

Wieża zbudowana jest z 5 klocków.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij.

1. Wieża dwa razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.
2. Wieża trzy razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.
3. Wieża cztery razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.
4. Wieża pięć razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.
5. Wieża sześć razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.
6. Wieża siedem razy wyższa będzie zbudowana z … klocków.

Ćwiczenie 4

Mamy jednakowe klocki. Budujemy z nich wieże. Jeden poziom wieży to jeden klocek. Wybierz odpowiednią liczbę.

a) Wieża zbudowana jest z 56 klocków. Wieża 7 razy niższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

Wieża 8 razy niższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

b) Wieża zbudowana jest z 12 klocków. Wieża 4 razy niższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

Wieża 2 razy wyższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

c) Wieża zbudowana jest z 10 klocków. Wieża 3 razy wyższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

Wieża 2 razy wyższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

d) Wieża zbudowana jest z 8 klocków. Wieża 5 razy wyższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

Wieża 2 razy niższa będzie zbudowana z [ ] klocków.

19 4 30 7 24 20 3 41 20 4 1 9 13 4 30 2

100 90 60 60 3 70 12 3 8 4 20 16 13 90 80

20 0 71 10 90 10 17 30 13 50 50 30 50 12 80

10 41 16 7 100 80 8 70 7 100 60 90 5 41 45

19 80 6 13 6 100 10 40 40 51 70 40 17 16 45

19 7 3 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zadania. Część II

Ćwiczenie 1

Rozwiąż poniższe zadania.

1. Janek ma 12 lat, a jego brat ma 4 lata. Ile razy brat Janka jest od niego młodszy?
2. Krysia ma 14 lat, a jej siostra ma 2 lata. Ile razy Krysia jest starsza od swojej siostry?
3. Mama Tomka ma 28 lat, a Tomek jest od niej siedem razy młodszy. Ile lat ma Tomek?
4. Jurek ma trzy lata. Tata Jurka jest 10 razy starszy od Jurka. Ile lat ma tata Jurka?

Wskazówka

Jeżeli w zadaniu występuje zwrot, „ile razy więcej” lub „ile razy mniej”, to w rozwiązaniu zadania wykonujemy mnożenie lub dzielenie.

- Przykład. Ile razy liczba 12 jest większa od liczby 4?
- Rozwiązanie. $12 : 4 = 3$. Liczba 12 jest 3 razy większa od liczby 4.

Ćwiczenie 2

Wybierz, aby uzupełnić odpowiedzi.

a) Janek ma 18 lat, a jego brat ma 6 lat. Ile razy Janek jest starszy od swojego brata?

Odpowiedź: Janek jest [ ] razy [ ] od swojego brata.

b) Krysia ma 14 lat, a jej siostra ma 2 lata. Ile razy siostra Krysi jest młodsza od Krysi?

Odpowiedź: Siostra Krysi jest [ ] razy młodsza od Krysi.

c) Mama Tomka ma 24 lata, a Tomek ma 2 lata. O ile lat Tomek jest młodszy od mamy? Ile razy Tomek jest młodszy od mamy?

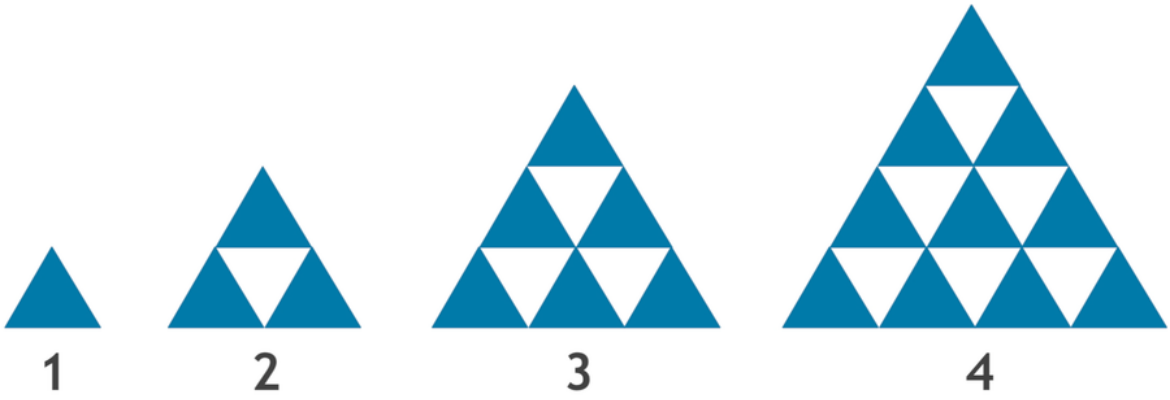
Odpowiedź: Tomek jest o [ ] lat(a) młodszy od mamy. Tomek jest [ ] razy [ ] od mamy.

12	13	3	0	16	41	4	7	4	7	22	13	19	12	młodszy
starszy	9	3	4	2	41	7	8	41	13	12	19	6	71	19
3	13	1	16	45	16	51	starszy	17	młodszy	4	7	17	45	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 4

Trójkątne wieże zbudowane są według pewnej zasady. Uzupełnij zadania. Wpisz odpowiednią liczbę.

1. Wieża dwa razy niższa od wieży numer 4 składa się z … trójkątów.
2. Wieża dwa razy niższa od wieży numer 2 składa się z … trójkątów.
3. Wieża cztery razy niższa od wieży numer 4 składa się z … trójkątów.
4. Wieża trzy razy wyższa od wieży numer 1 składa się z … trójkątów.
5. Wieża dwa razy wyższa od wieży numer 4 składa się z … trójkątów.

Ćwiczenie 5

Narysuj wieżę numer 5.

Ćwiczenie 6

Trójkątne wieże zbudowane są według pewnej zasady. Odpowiedz na pytania.

1. Ile razy wieża numer 10 jest wyższa od wieży o numerze 2?
2. Ile niebieskich trójkątów zawiera trójkątna wieża o numerze 8?
3. O ile więcej niebieskich trójkątów zawiera wieża o numerze 20 od wieży o numerze 19?

Ćwiczenie 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

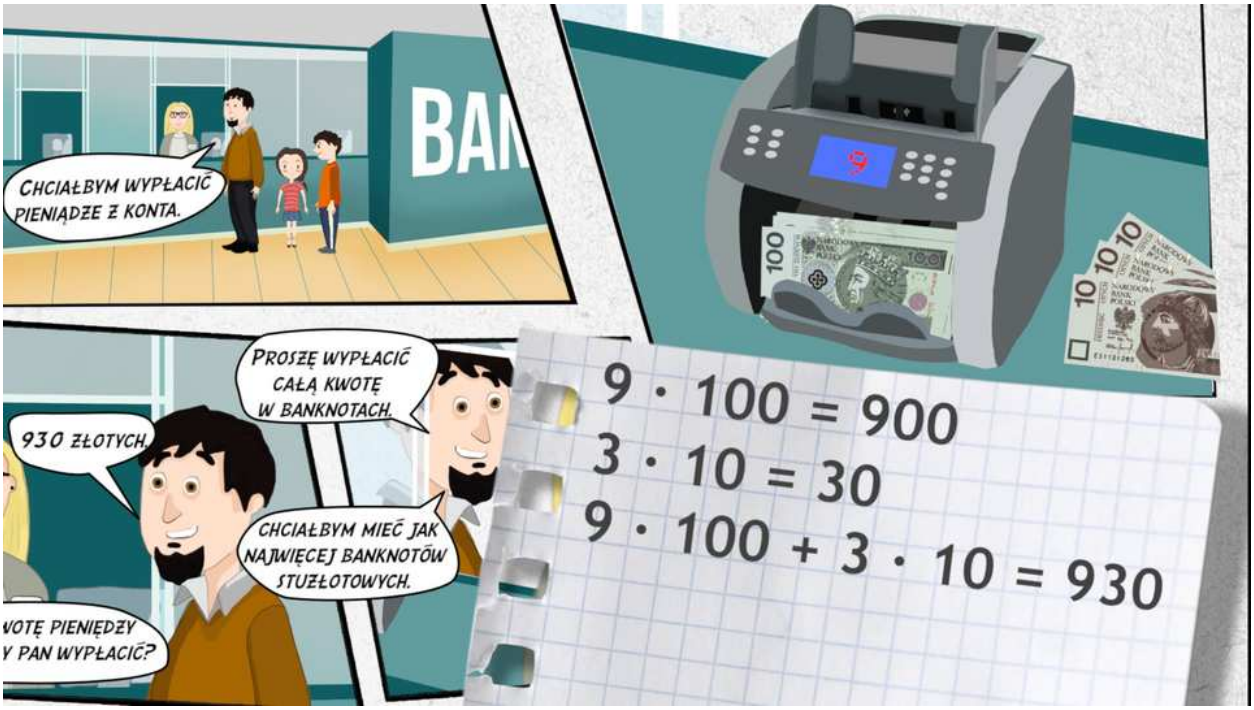
Ćwiczenie 10

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dziesiątkowy system pozycyjny

Przykład 1

Klient chce pobrać z konta bankowego 930 zł. Zażyczył sobie, aby kwotę tę wypłacono mu banknotami, żeby było jak najwięcej banknotów stuzłotowych. Ile i jakie banknoty otrzymał?



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Już wiecie, że do zapisywania liczb używamy dziesięciu cyfr:
$0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$. Pozycja cyfry w liczbie, czyli miejsce, jakie ona zajmuje w zapisie liczby, jest bardzo ważna.

Przykład 2

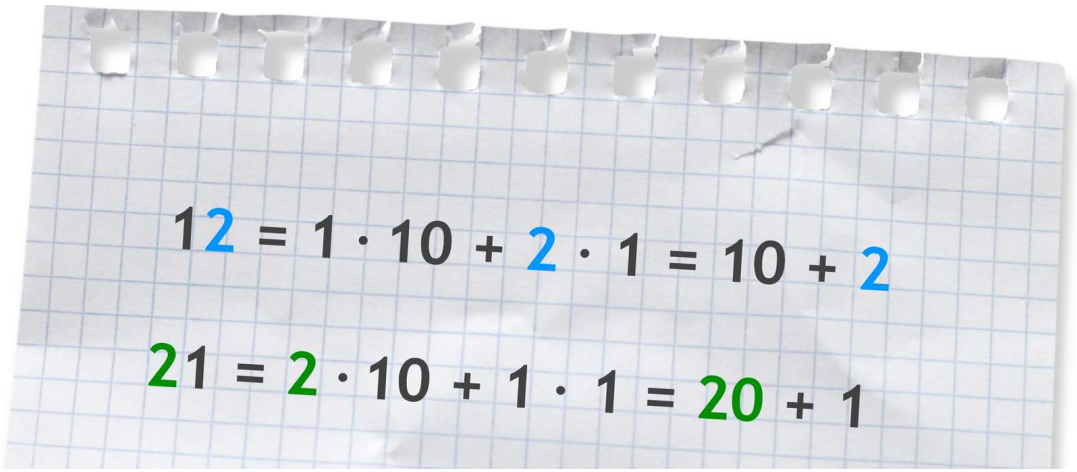
Za pomocą cyfr 1 i 2 tworzymy takie liczby dwucyfrowe, w których cyfry się nie powtarzają. Są to liczby 12 i 21.

W obu liczbach cyfra 2 oznacza co innego.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

W liczbie 12 cyfra 2 oznacza 2 jedności. Natomiast w liczbie 21 ta sama cyfra oznacza 2 dziesiątki, czyli 20.

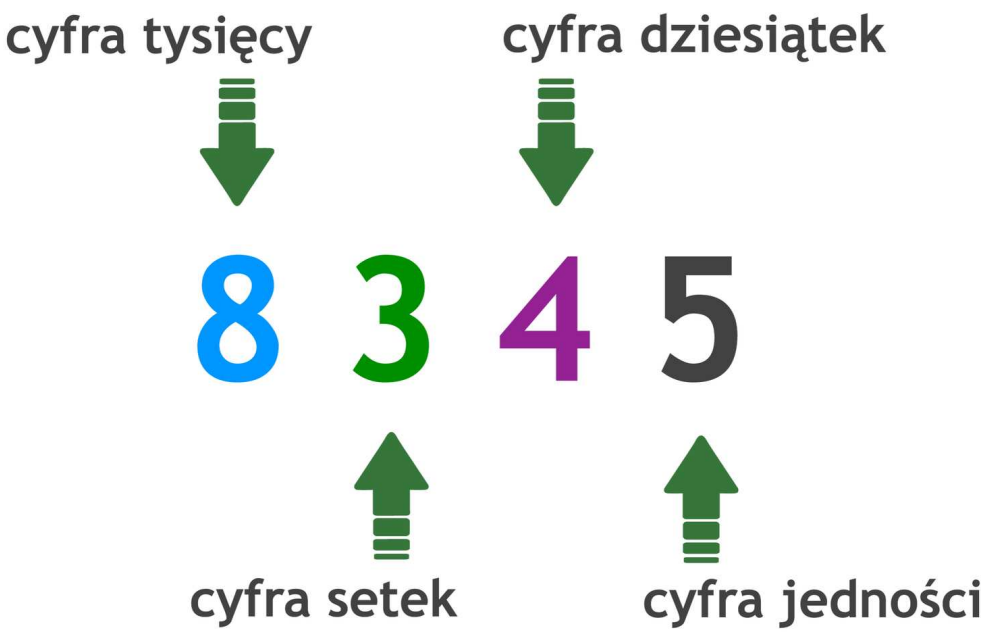


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

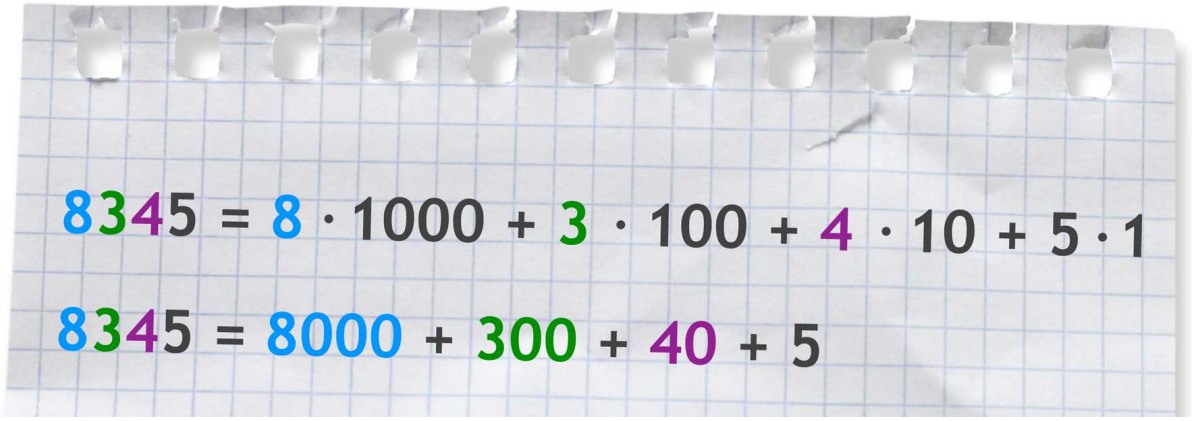
Znaczenie cyfry w liczbie zależy od pozycji, jaką w tej liczbie zajmuje. Dlatego nasz system zapisywania liczb nazywamy **pozycyjnym**.

Przykład 3

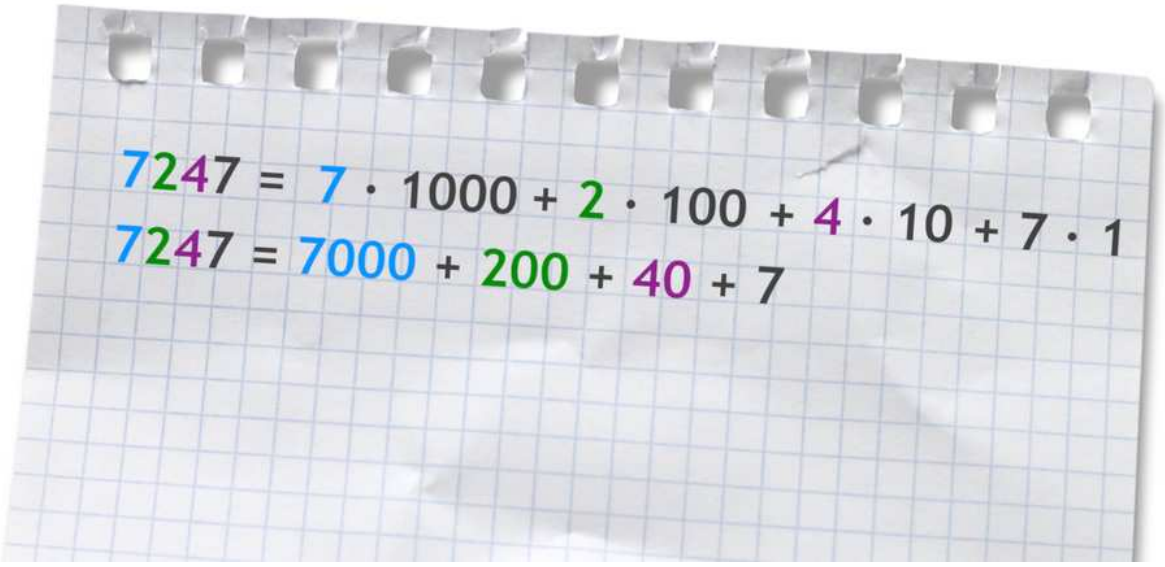
Spójrz, co oznaczają kolejne cyfry w liczbie osiem tysięcy trzysta czterdzieści pięć.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 4

Janek rozmienił banknot o nominale 10 euro na monety o nominale 1 euro. Otrzymał 10 monet.



Janek otrzymał 10 monet.

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 5

Kacper rozmienił banknot o nominale 100 euro na banknoty o nominale 10 euro. Otrzymał 10 banknotów.





Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

W naszym systemie liczenia

- 1 dziesiątka to 10 jedności
- 1 setka to 10 dziesiątek
- 1 tysiąc to 10 setek

- 1 dziesiątka tysięcy to 10 tysięcy.

Możemy zatem powiedzieć, że dziesięć jednostek rzędu niższego tworzy jedną jednostkę rzędu następującego po nim. Z tego powodu nasz system zapisywania liczb nazywamy **dziesiątkowym**.

Dziesiątkowy pozycyjny system zapisywania liczb jest obecnie na świecie podstawowym systemem używanym niemal we wszystkich krajach. Od XVI wieku stosowany jest powszechnie obok systemu rzymskiego. Czasami używa się też nazw

- system dziesiętny
- system decymalny
- system arabski.

Ćwiczenie 1

Co oznacza cyfra 5 w każdej z tych liczb?

Wybierz.

a) 51 - cyfra 5 to cyfra [ ]
b) 145 - cyfra 5 to cyfra [ ]
c) 578 - cyfra 5 to cyfra [ ]
d) 5908 - cyfra 5 to cyfra [ ]

jedności | setek | setek | dziesiątek | setek | tysięcy | tysięcy | tysięcy | jedności | dziesiątek | jedności | tysięcy | setek | jedności | dziesiątek | dziesiątek

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wpisz w kolejności rosnącej wszystkie liczby dwucyfrowe

a) w których cyfra dziesiątek jest o 2 większa od cyfry jedności

b) w których cyfra jedności jest 3 razy większa od cyfry dziesiątek

Ćwiczenie 3

Znajdź liczbę, w której cyfra dziesiątek jest trzy razy większa od cyfry jedności, a cyfra setek jest trzy razy większa od cyfry dziesiątek.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Pewna liczba jest większa od 699 a mniejsza od 800.

Cyfrą setek tej liczby jest

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Podaj największą liczbę

a) jednocyfrową
b) dwucyfrową
c) trzycyfrową

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Wpisz w kolejności rosnącej wszystkie liczby trzycyfrowe, używając cyfr: 4, 5 i 0. Cyfry mogą się powtarzać.

Dziesiątkowy system pozycyjny

Ważne!

W matematyce na ogół nie zapisujemy liczb wielocyfrowych z zerem na początku. Nie stosujemy zapisów $045,\ 055$ itp.
Jednak czasami używamy zera na początku w takich zapisach, jak

- $16.08.15$ dla oznaczenia miesiąca w dacie
- $17:04$, gdy zapisujemy godzinę
- wpisując 0468 jako kod do domofonu
- kodując swój numer z dziennika lekcyjnego, np. $B05$

Ćwiczenie 7

Wpisz w kolejności rosnącej wszystkie liczby trzycyfrowe, używając cyfr: 2, 3 i 8.

a) cyfry nie mogą się powtarzać

b) cyfry mogą się powtarzać

Ćwiczenie 8

Zapisz pięć czterocyfrowych liczb, w których suma cyfr wynosi 5.

Ważne!

Już wiesz, że nasz system zapisywania liczb jest pozycyjny, gdyż znaczenie cyfry w liczbie zależy od położenia (miejsca, pozycji), które zajmuje w liczbie.

Ćwiczenie 9

Zapisz liczby w postaci sumy tysięcy, setek, dziesiątek i jedności.

a) $567 = 5\cdot$ $+6\cdot$ $+7\cdot$

b) $789 =$ $\cdot 100+$ $\cdot 10+$ $\cdot 1$

c) $1035 = 1 \cdot 1000 + 0\cdot$ $+3\cdot$ $+5\cdot$

d) $6007 = 6\cdot$ $+0\cdot$ $+0\cdot$ $+7\cdot$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

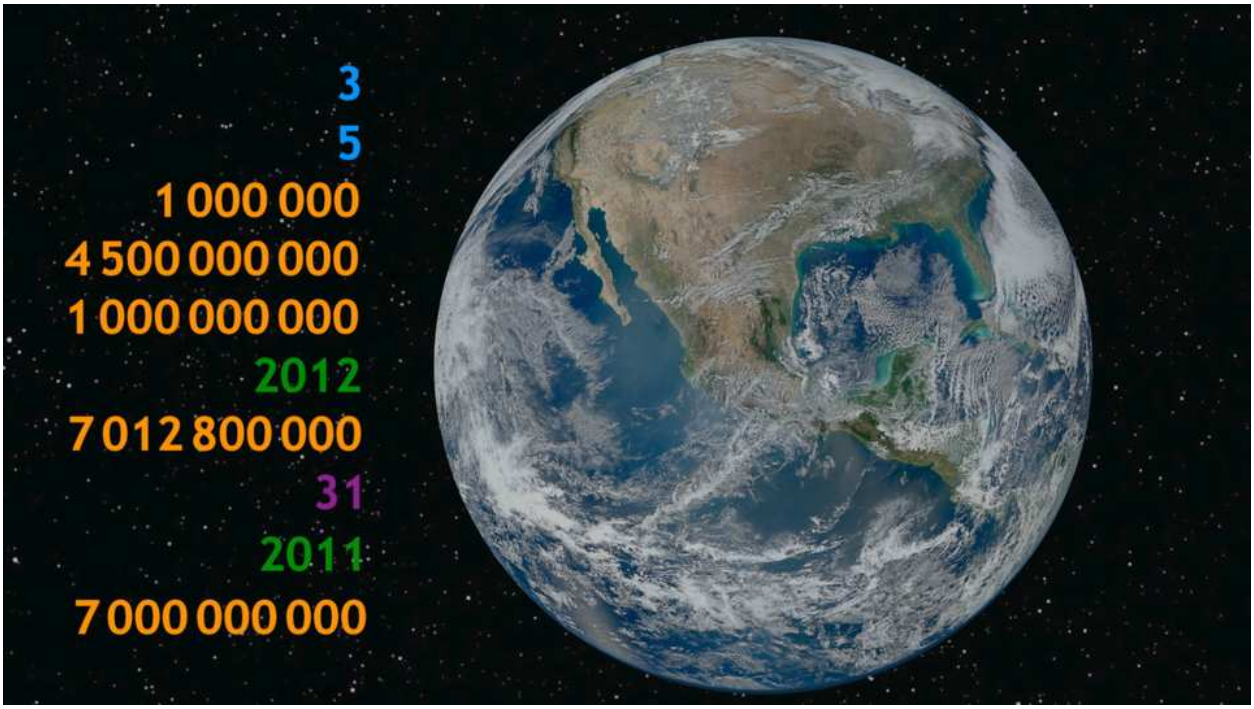
Ćwiczenie 10

Liczby przedstawione w postaci sumy zapisz w dziesiątkowym systemie pozycyjnym.

1. $7 \bullet 1000 + 8 \bullet 100 + 5 \bullet 10 + 8 \bullet 1$
2. $6 \bullet 1000 + 7 \bullet 10 + 5 \bullet 1$
3. $2 \bullet 1000 + 6 \bullet 100 + 7 \bullet 1$
4. $3 \bullet 100 + 2 \bullet 10$
5. $8 \bullet 1000 + 6$

Zapisywanie i odczytywanie liczb wielocyfrowych

Przykład 1

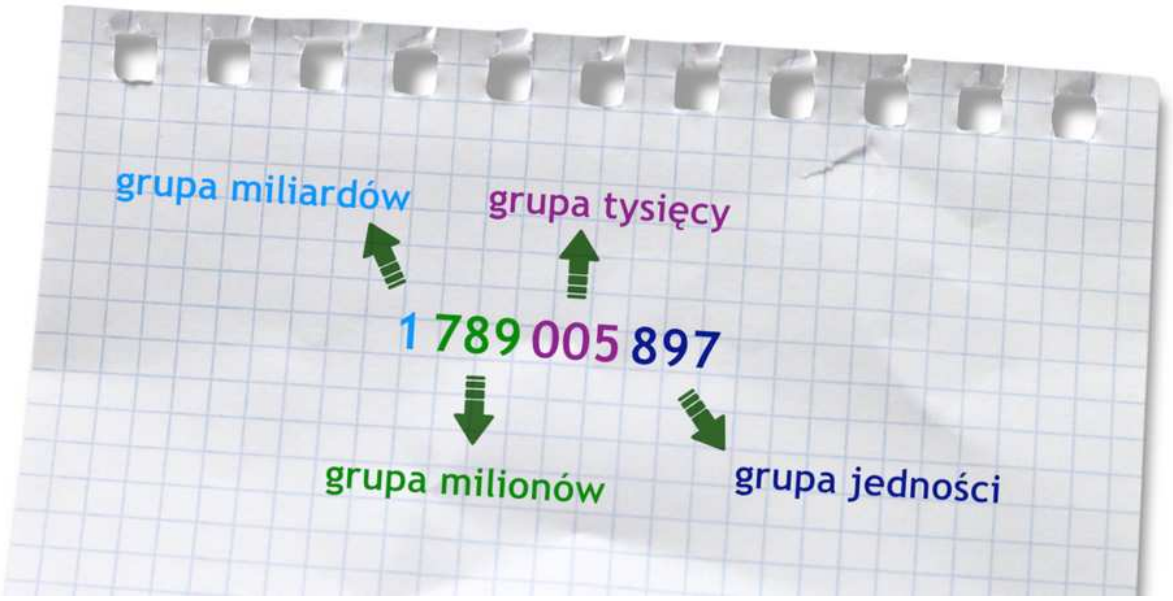


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Animacja

Przykład 2

Aby przeczytać liczbę większą niż czterocyfrowa, dobrze jest ją zapisać, grupując jej cyfry po trzy, zaczynając od prawej strony i pomiędzy każdą grupą zostawić nieduży odstęp.
Na przykład: zamiast 1789005897 możemy napisać 1 789 005 897.
Wtedy liczbę tę czytamy: 1 miliard 789 milionów 5 tysięcy 897.
Każda grupa trzech cyfr ma swoją nazwę.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Połącz w pary.

jedenaście milionów sto jedenaście tysięcy sto jedenaście	11 111 111
dwa miliardy dwieście milionów dwieście	1 032
milion sześć tysięcy	2 200 000 200
jedenaście milionów sto jedenaście	11 000 111
milion sześć	309 000 456
tysiąc trzydzieści dwa	122
pięć miliardów osiem milionów trzysta tysięcy	1 000 006
trzysta dziewięć milionów czterysta pięćdziesiąt sześć	1 006 000
sto dwadzieścia dwa	5 008 300 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Połącz w pary.

3 700	trzy miliony siedemdziesiąt
30 070	trzydzieści tysięcy siedemdziesiąt
300 700	trzydzieści tysięcy siedemset
30 700	trzy miliony siedemset
3 000 700	trzy tysiące siedemset
3 000 070	trzysta tysięcy siedemset

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Popraw błędy w zapisie słownym liczb.

Tabela. Dane

Liczba	Zapis słowny (z błędem)
80 104	osiem tysięcy sto cztery
50 505	pięćdziesiąt pięćset pięć
1 110 890	sto jedenaście tysięcy osiemset dziewięćdziesiąt
4 400 050 040	czterdzieści cztery miliony pięćdziesiąt tysięcy czterdzieści
200 006	dwadzieścia tysięcy sześć
66 008 000	sześćset sześćdziesiąt milionów osiem tysięcy

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Przeciągnij i upuść.

a) osiemdziesiąt trzy miliony

b) pięć miliardów

c) pięć tysięcy pięćset

d) osiemdziesiąt trzy tysiące pięćset pięć

e) dwieście dwa tysiące dwa

50 000 000 000 | 83 505 | 202 002 | 835 005 | 830 000 000 | 5 000 000 000 | 5 500 | 2 020 020 | 55 000 | 83 000 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij tabelę.

Tabela. Dane

	setki milionów	dziesiątki milionów	miliony	setki tysięcy	dziesiątki tysięcy	tysiące
sto dwadzieścia trzy miliony czterysta pięćdziesiąt sześć tysięcy osiemset dziewięćdziesiąt	1	2	3	4	5	6
	–	–	6	8	9	5
	4	4	4	6	7	8
	–	5	6	7	8	9
trzysta pięćdziesiąt tysięcy sto	–	–	–			
milion osiem tysięcy	–	–				
siedem tysięcy siedemnaście	–	–	–	–	–	
	6	7	0	0	0	7
	–	6	8	0	0	0
osiemdziesiąt milionów osiemnaście tysięcy osiemset pięć	–					

Czasami w tekstach duże liczby zapisujemy używając słów: tysiąc, milion, miliard lub ich odpowiednich skrótów: tys., mln., mld.

Ćwiczenie 7

Poniżej są różne dane dotyczące naszej planety.

Przeciągnij i upuść.

Wiek Ziemi: ponad 4 mld lat, czyli ponad [ ] lat

Odległość Ziemi od Słońca: 149 600 tys. km, czyli [ ] km

Powierzchnia Ziemi: ponad 510 mln km², czyli ponad [ ] km²

Liczba ludności w roku 2012: około 7 mld, czyli około [ ]

Liczba gatunków żyjących na Ziemi: prawie 9 mln, czyli prawie [ ]

5 100 000 000	1 496 000 000	9 000 000	149 600 000	70 000 000 000
7 000 000 000	510 000 000	40 000 000 000	90 000 000	4 000 000 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Przeciągnij i upuść.

3 miliony to [ ] tysięcy

3 miliony to [ ] setek

3 miliony to [ ] dziesiątek

4 miliardy to [ ] milionów

4 miliardy to [ ] tysięcy

4 miliardy to [ ] setek

4 000 000	3 000	4 000	30 000	40 000 000	300 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

sto groszy to [ ] złoty

tysiąc groszy to [ ] złotych

milion groszy to [ ] złotych

10	100	1 000	100 000	1	10 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

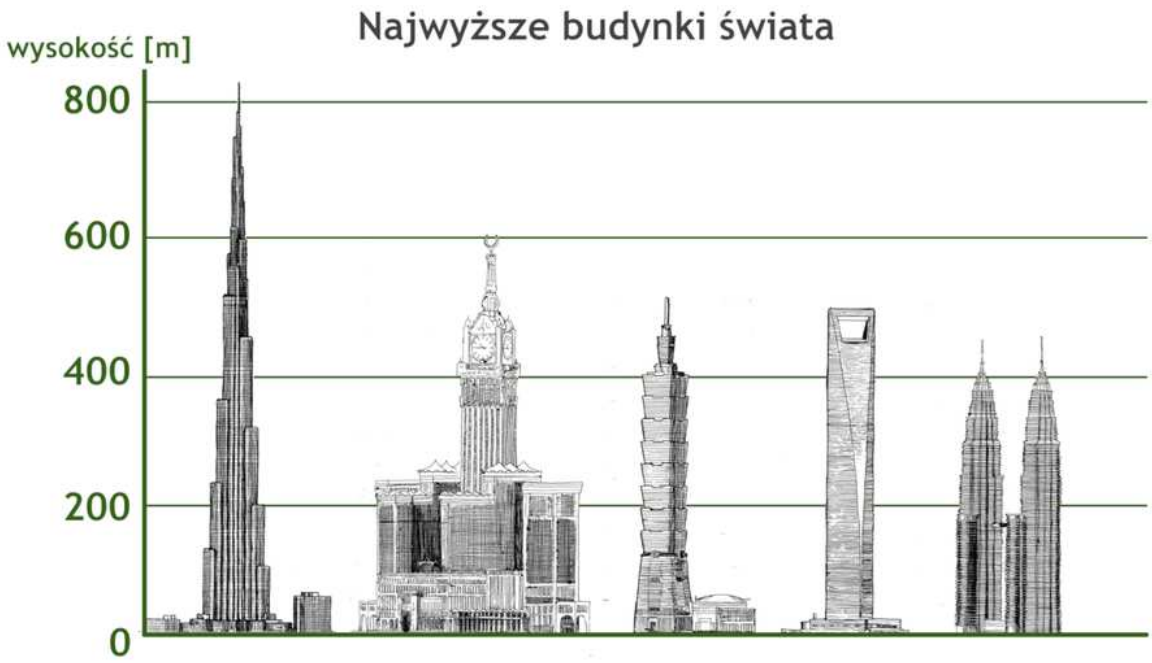
Przeczytaj liczby i zapisz je słowami.

1. 200 605
2. 50 500
3. 13 899
4. 789
5. 6780
6. 1 234 987
7. 45 679
8. 23 089 045
9. 451 987 567

Ćwiczenie 11

Znajdź druk na przekaz pieniężny. Wypełnij go na kwotę $134\ 567$ zł. Pamiętaj o zapisie słownym liczby.

Porównywanie liczb naturalnych



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

Porównać dwie liczby – to znaczy wskazać, która z nich jest mniejsza lub większa, albo stwierdzić, że są równe. Porównywanie możemy zapisywać symbolicznie.

- Zapis $12 < 25$ oznacza, że liczba 12 jest mniejsza od liczby 25 (albo, że liczba 25 jest większa od liczby 12).
- Zapis $28 > 23$ oznacza, że liczba 28 jest większa od liczby 23 (albo, że liczba 23 jest mniejsza od liczby 12).

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Uporządkuj od największej do najmniejszej.

564 234

456 234

456 243

465 342

465 432

456 324

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Wybierz.

Z dwóch liczb naturalnych, które mają w swoim zapisie różną liczbę cyfr, ta jest większa, która ma w zapisie [ ] cyfr:
4 536 [ ] 987; 400 850 [ ] 12 950 120.

Jeżeli dwie liczby naturalne mają w swoim zapisie tyle samo cyfr, to porównujemy kolejne cyfry obu liczb, zaczynając od [ ] strony.

Na przykład liczba 587963 jest [ ] od liczby 586936. Decyduje o tym cyfra [ ] w większej liczbie.

7 | 3 | mniejsza | prawej | 6 | mniej | > | więcej | 6 | mniej cyfr | 7 | <
większa | lewej | 6 | < | większa | więcej cyfr | 7 | > | 8 | 9 | prawej
mniejsza | lewej | 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Przepisz podane liczby w kolejności rosnącej, to znaczy od najmniejszej do największej.

1. $897, 629, 2683, 2698, 13456, 13564$
2. $12112, 11212, 12211, 22111, 21121, 21112$
3. $77777, 77776, 77677, 77767, 76777, 67777$
4. $1234567, 12345, 123456, 12354, 124356, 1243567$

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Przeciągnij i upuść liczbę większą od liczby 1 250 634:

a) o dwie setki

b) o 7 dziesiątek

c) o 250 tysięcy

d) 4 miliony

12 507 004 | 5 250 634 | 1 250 704 | 15 006 304 | 52 506 034 | 1 500 634 | 12 500 834 | 1 250 834

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Przeciągnij i upuść.

Liczby większe od 16523

Liczby mniejsze od 16523

15519 17500 16524
16432 19240 16513
16699 16532 17111
16528 16515 16557
16600 16526 18023
16590 14999 16518
16745 16530 15999
16546 16654 16591
1700 16509 16600
16521 20000 16704
16666 16544 16500
18520 16529 17003
16550 16822 16522
19200 16517 16555
16598 16499 16521
16387 15500 16752

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Rzuć cztery razy dowolną kostką do gry, która ma na ściankach cyfry. Utwórz z wylosowanych cyfr dwie liczby: najmniejszą i największą z możliwych. Powtórz losowanie kilkakrotnie.

Uwaga. Do zapisu każdej liczby musisz wykorzystać wszystkie wylosowane cyfry i zapisać liczby czterocyfrowe.

Jeżeli jest taka możliwość, wykonajcie losowanie na lekcji. Można wówczas porównać wyniki z kolegami i koleżankami.

Zaokrąglanie liczb naturalnych

Przykład 1

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

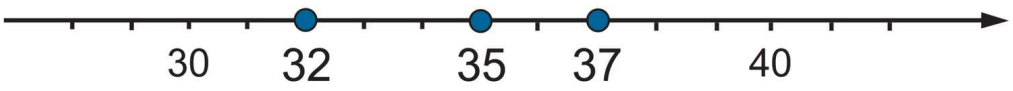
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 2

Zaokrąglimy liczby: 32, 35 i 37 z dokładnością do pełnych dziesiątek.
Na osi liczbowej zaznaczamy punkty odpowiadające tym liczbom.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dla każdej z liczb 32, 35 i 37

1. liczba 30 jest jej przybliżeniem z niedomiarem
2. liczba 40 jest jej przybliżeniem z nadmiarem

- Liczba 32 leży bliżej liczby 30 niż 40. Mówimy, że liczba 32 jest równa w przybliżeniu 30, co zapisujemy

$$32 \approx 30$$

Liczbę 32 zaokrągliliśmy w dół do 30, podając przybliżenie z niedomiarem.

Przykład 3

- Liczba 37 leży bliżej liczby 40 niż 30. Mówimy, że liczba 37 jest równa w przybliżeniu, co zapisujemy

$$37 \approx 40$$

Liczbę 37 zaokrągliliśmy w górę do 40, podając przybliżenie z nadmiarem.

Przykład 4

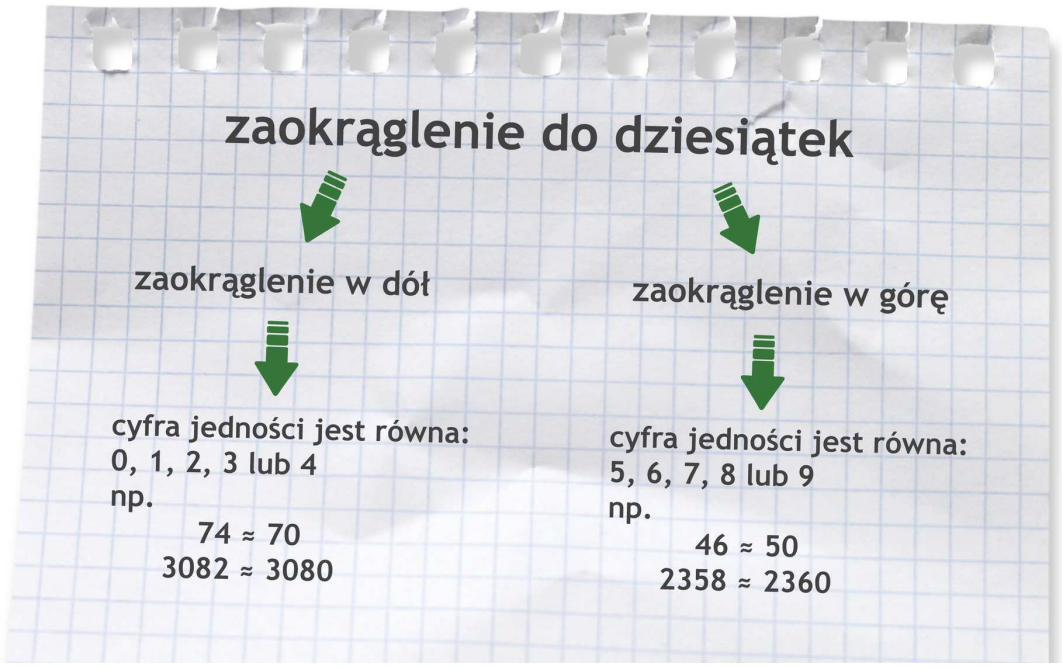
- Liczba 35 leży dokładnie w połowie pomiędzy liczbami 30 i 40. Przyjmujemy, że w tej sytuacji zaokrąglamy w górę, czyli do 40. Mówimy, że liczba 35 jest równa w przybliżeniu liczbie 40, co zapisujemy

$$35 \approx 40$$

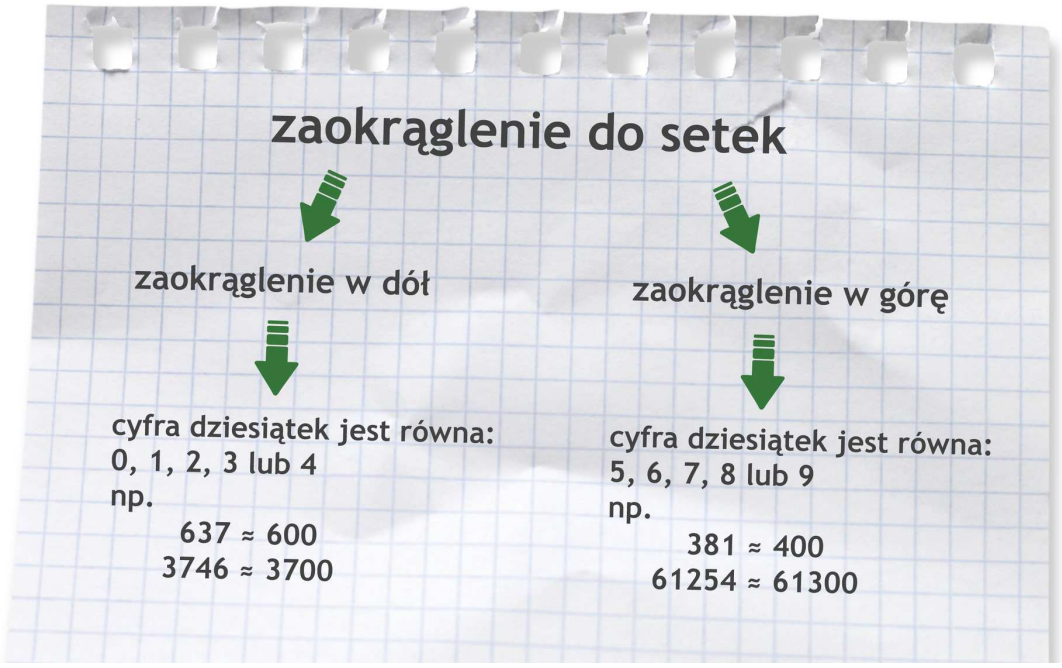
Liczbę 35 zaokrągliliśmy w górę do 40, podając przybliżenie z nadmiarem.

Aby zaokrąglić liczbę, nie musimy zaznaczać jej na osi liczbowej. Wystarczy znać zasady obowiązujące przy zaokrąglaniu.

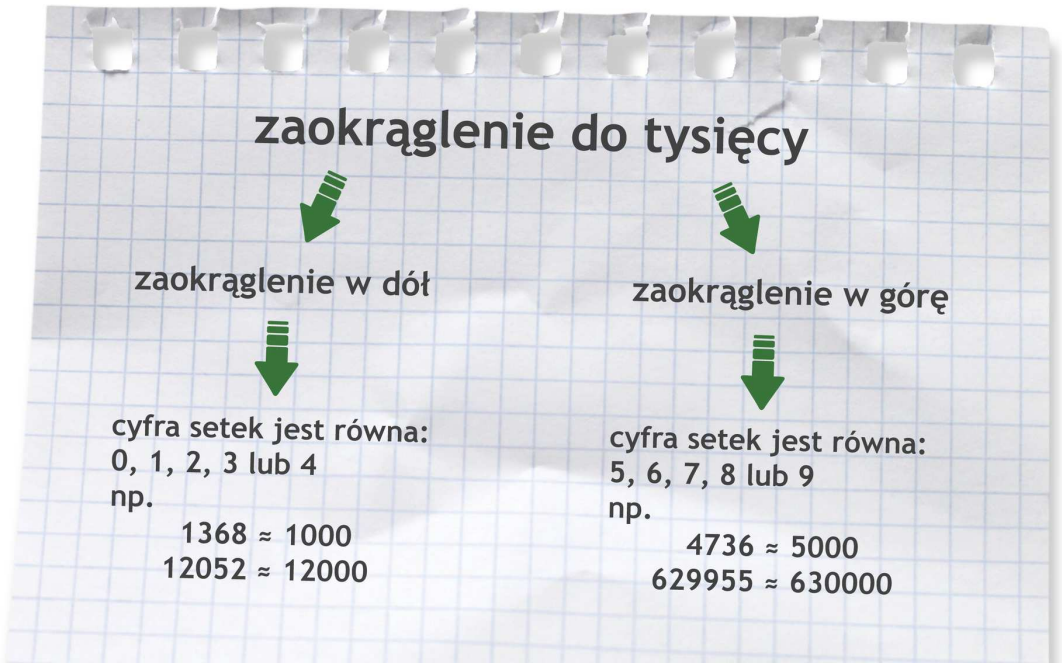
Reguła: Zaokrąglanie liczb



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Podobnie postępujemy, gdy zaokrąglamy liczby do pełnych dziesiątek tysięcy, setek tysięcy itd.
Aby zaokrąglić liczbę z dokładnością do określonego rzędu, należy zwrócić uwagę na cyfrę z rzędu o 1 niższego. Jeśli tą cyfrą jest $0,\ 1,\ 2,\ 3$ lub 4, to zaokrąglamy w dół, jeśli jest $5,\ 6,\ 7,\ 8$ lub 9 – to w górę.

Ćwiczenie 1

Dane liczby zaokrąglij do pełnych dziesiątek.

Przeciągnij i upuść.

$24 \approx$ ☐ $61 \approx$ ☐

$75 \approx$ ☐ $99 \approx$ ☐

$127 \approx$ ☐ $252 \approx$ ☐

$786 \approx$ ☐ $993 \approx$ ☐

$4\,003 \approx$ ☐ $7\,008 \approx$ ☐

$8\,791 \approx$ ☐ $11\,119 \approx$ ☐

11 120 | 990 | 250 | 4 000 | 8 790 | 60 | 100 | 130 | 7 010 | 80 | 20 | 790

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Dane liczby zaokrąglij do pełnych setek.

Przeciągnij i upuść.

$125 \approx$ ☐ $259 \approx$ ☐

$715 \approx$ ☐ $929 \approx$ ☐

$1\,136 \approx$ ☐ $23\,786 \approx$ ☐

$4\,850 \approx$ ☐ $78\,909 \approx$ ☐

23 800 | 700 | 1 100 | 4 900 | 78 900 | 300 | 100 | 600 | 9 300 | 900

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Zaokrągleniem liczby 3 do dziesiątek to 0.
- [ ] Zaokrągleniem liczby 2345 do setek jest liczba 2300.
- [ ] Liczba 1060 jest zaokrągleniem liczby 1059 do setek.
- [ ] Zaokrąglenie liczby 194 do dziesiątek jest przybliżeniem z nadmiarem.

Ćwiczenie 4

Wypisz kolejno pięć różnych liczb, których zaokrąglenie do pełnych dziesiątek wynosi 40.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Na koniec 2012 roku ludność Polski liczyła $38\ 542\ 000$ osób. Wskaż liczbę ludności Polski w przybliżeniu do:

a) dziesiątek tysięcy
b) setek tysięcy
c) milionów

3 850 000 000 | 385 400 | 3 900 | 38 540 000 | 39 000 000 | 38 500 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Dopasuj liczbę mieszkańców w zaokrągleniu do pełnych dziesiątek tysięcy.

Liczba mieszkańców Warszawy jest równa $1\ 743\ 433$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Pragi jest równa $1\ 172\ 975$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Berlina jest równa $3\ 405\ 483$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Moskwy jest równa $11\ 977\ 988$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Paryża jest równa $2\ 153\ 600$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Rzymu jest równa $2\ 724\ 347$, czyli po zaokrągleniu to ____.
Liczba mieszkańców Londynu jest równa $7\ 556\ 900$, czyli po zaokrągleniu to ____.

7 560 000 | 2 720 000 | 2 150 000 | 341 000 | 1 170 000 | 11 980 000
215 000 | 2 720 000 000 | 17 400 000 | 119 800 000 | 756 000 000 | 756 000
117 000 | 3 410 000 | 1 740 000 | 27 200 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

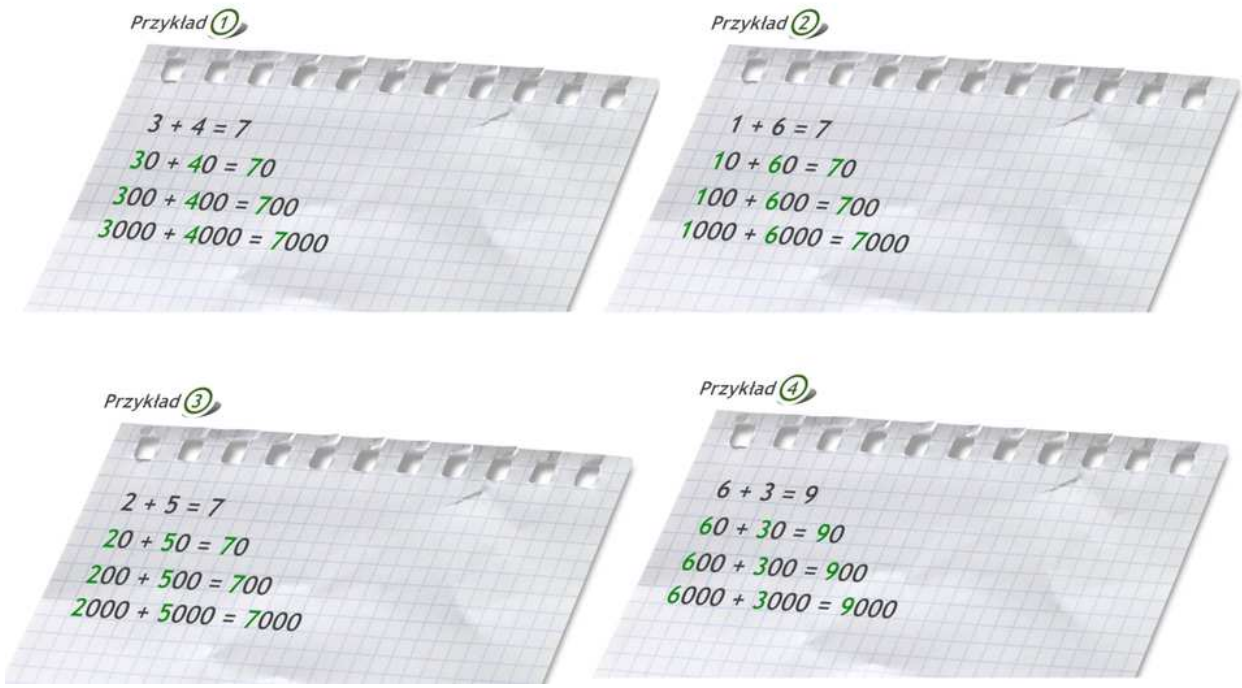
Wyszukaj dane dotyczące liczby mieszkańców poszczególnych kontynentów i podaj te liczby z przybliżeniem do miliona.

Rachunki pamięciowe na dużych liczbach

W naszym otoczeniu często spotykamy duże liczby. Ceny niektórych produktów zapisane są za pomocą liczb wielocyfrowych – rower kosztuje ponad 400 zł, a komputer około 4000 zł. Podróżując, pokonujemy duże odległości. Z Warszawy do Paryża jest 1400 km, a do Nowego Jorku 6900 km. Dzięki umiejętności liczenia na dużych liczbach wiemy, że komputer jest droższy od roweru 10 razy, a Paryż jest o 5500 km bliżej Warszawy niż Nowy Jork.

Do rachunków na takich liczbach nie zawsze potrzebujemy kalkulatora, niektóre można wykonać w pamięci. Jeśli umiemy dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić pamięciowo małe liczby, to powinniśmy poradzić sobie także z działaniami na niektórych większych liczbach.

Przykład 1



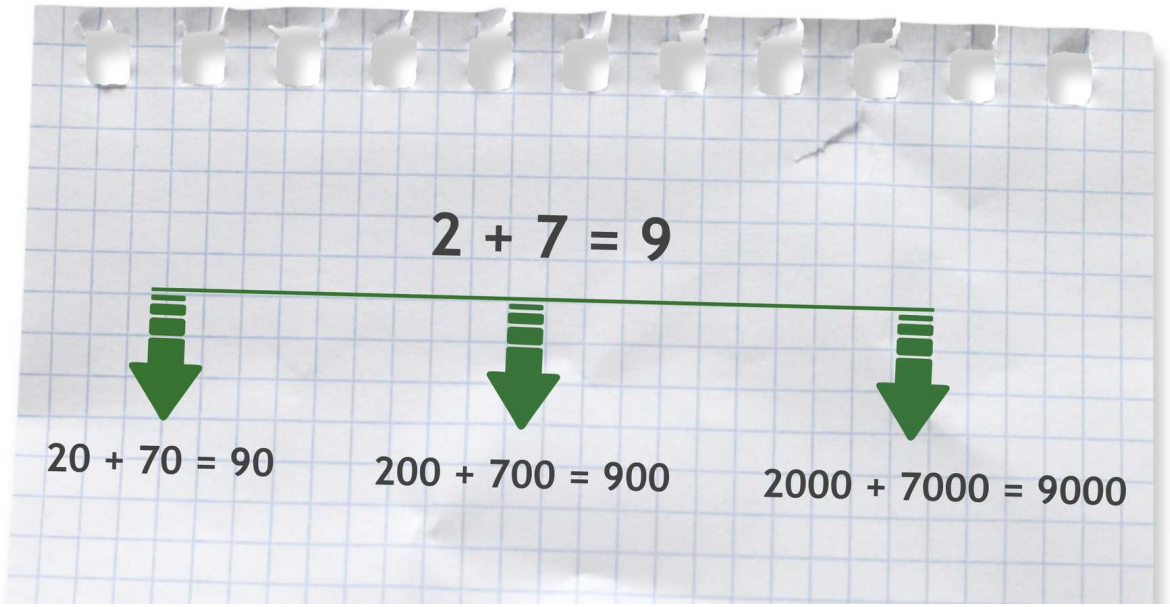
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

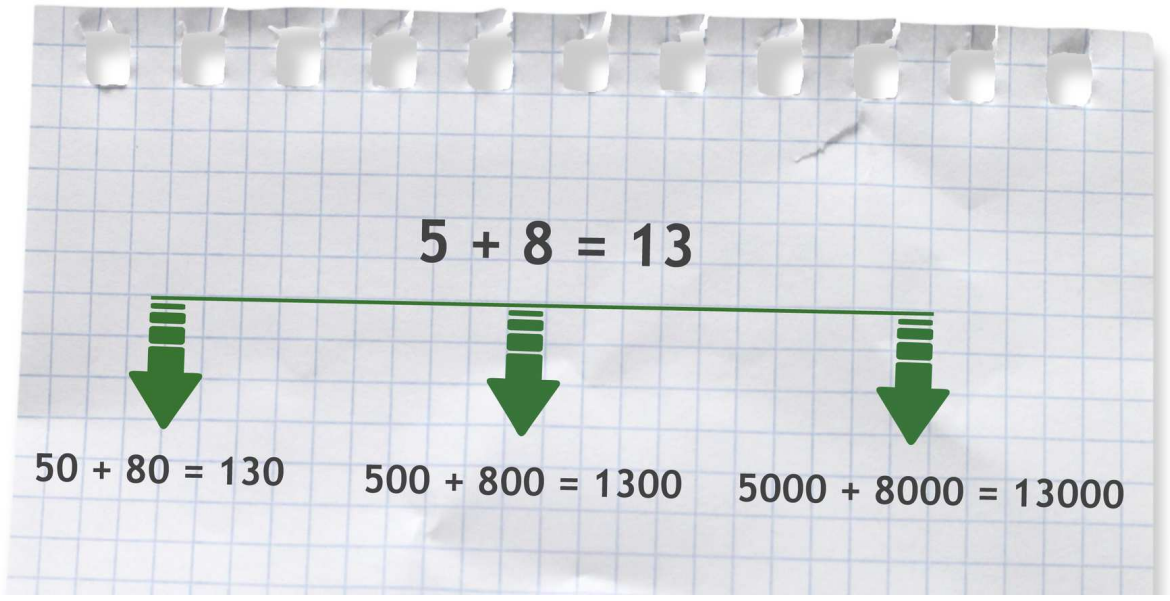
Przykład 2

Jeśli wiemy, że $2 + 7 = 9$, to dodawanie liczb 20 i 70 sprowadza się do dodania 2 i 7 oraz dopisania do wyniku, czyli 9, zera.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

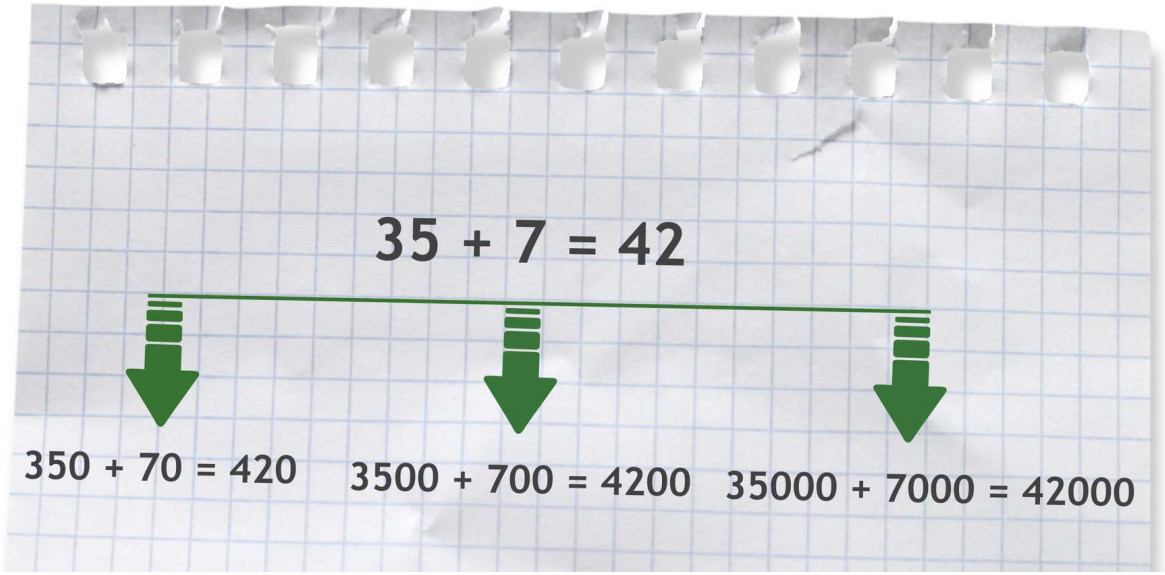
Analogicznie dodajemy 200 i 700. Znów dodajemy 2 i 7 i dopisujemy do wyniku, czyli 9, dwa zera. Dodając 2 000 i 7 000 postępujemy tak samo. Dodajemy 2 i 7, a do wyniku dopisujemy trzy zera.
Większe liczby dodajemy podobnie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

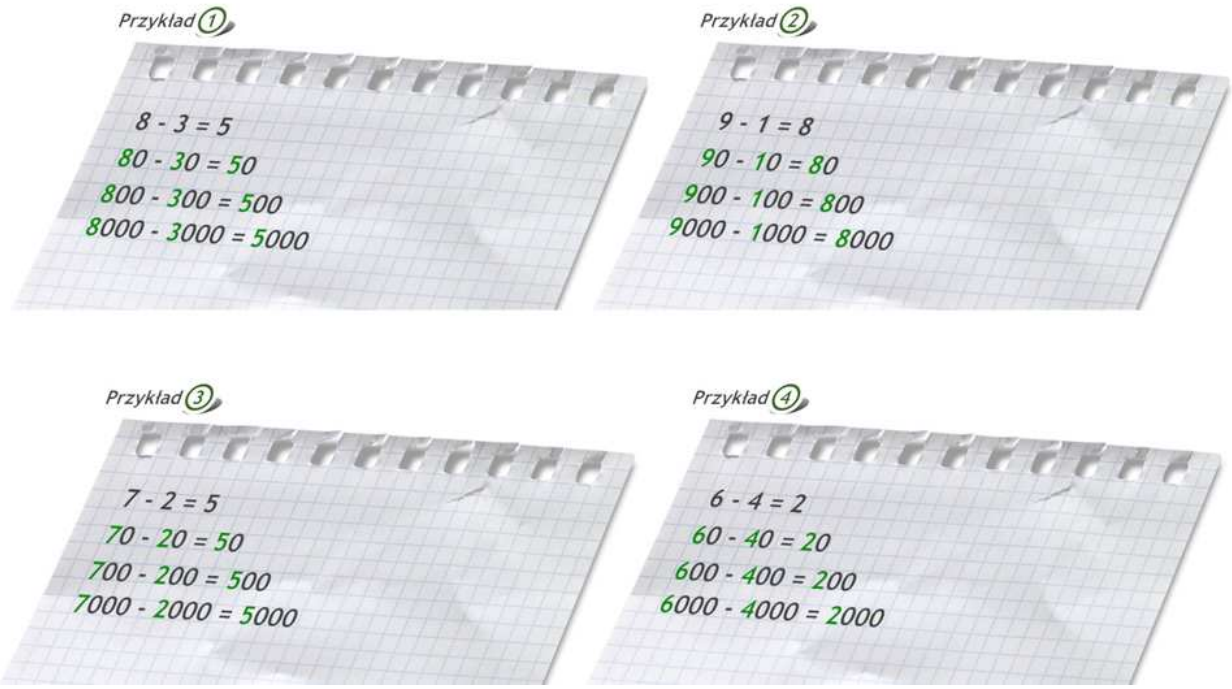
Przykład 3

Podobnie jak w poprzednim przykładzie dodajemy większe liczby.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

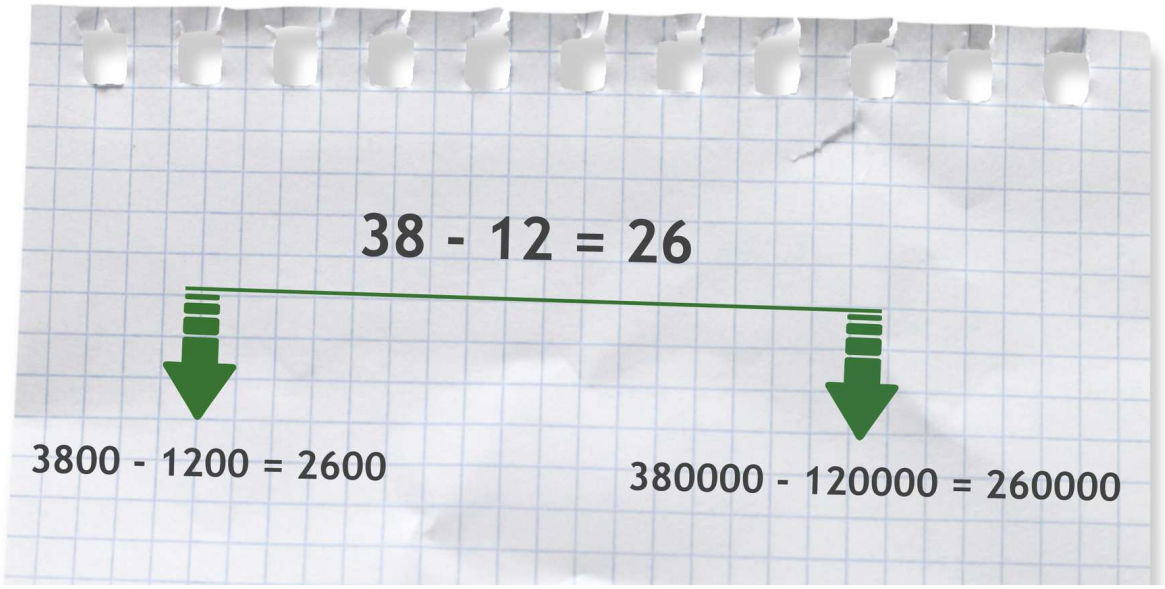


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 5



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij.

a) $8\,900 - 5\,400 =$ ☐ 00

b) $76\,000 - 15\,000 =$ ☐ 000

c) $6\,700 - 2\,500 = 42$ ☐

d) $4\,200\,000 - 4\,100\,000 =$ ☐ $00\,000$

e) $8\,200 - 8\,000 = 2$ ☐

f) $36\,000 - 27\,000 = 9$ ☐

g) $9\,700 - 4\,000 = 57$ ☐

h) $830\,000 - 8\,000 =$ ☐ 000

i) $1\,100 - 20 = 108$ ☐

j) $22\,200 - 500 = 217$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Niektóre z podanych liczb są wynikami poniższych działań. Odpowiednio przeciągnij i upuść.

$300 + 1\,800 =$ ☐

$6\,700 - 500 =$ ☐

$2\,000 + 2\,400 + 1\,500 =$ ☐

$100\,000 - 35\,000 - 12\,000 =$ ☐

$18\,000 - 6\,400 =$ ☐

$230\,000 + 17\,000 =$ ☐

$24\,000 + 8\,000 - 2\,000 =$ ☐

$7\,500 + 2\,500 =$ ☐

92 000	1 000	119 200	116 000	247 000	10 000	11 600	40 000
53 000	30 000	6 200	5 300	62 000	400 000	2 100	5 900

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ciekawostka

Wiadomo, że

$$12 + 21 = 33 = 3 \bullet 11$$

$$123 + 321 = 444 = 4 \bullet 111$$

$$234 + 432 = 666 = 6 \bullet 111$$

$$123456 + 654321 = 777777 = 7 \bullet 111111$$

Zastanów się, jakich liczb dotyczy ta zależność. Czy wszystkich? A może składniki sum coś łączy? Podaj kilka kolejnych przykładów.

Jeśli potrafimy mnożyć w pamięci liczby w zakresie 100, to poradzimy sobie również z mnożeniem niektórych dużych liczb.
Najłatwiej mnożyć liczby przez $10,\ 100,\ 1000,\ 10\,000$ itd.

Ćwiczenie 4

Wykonaj wskazane w tabeli mnożenia, używając kalkulatora i wpisz wyniki do tabeli.

Tabela. Dane

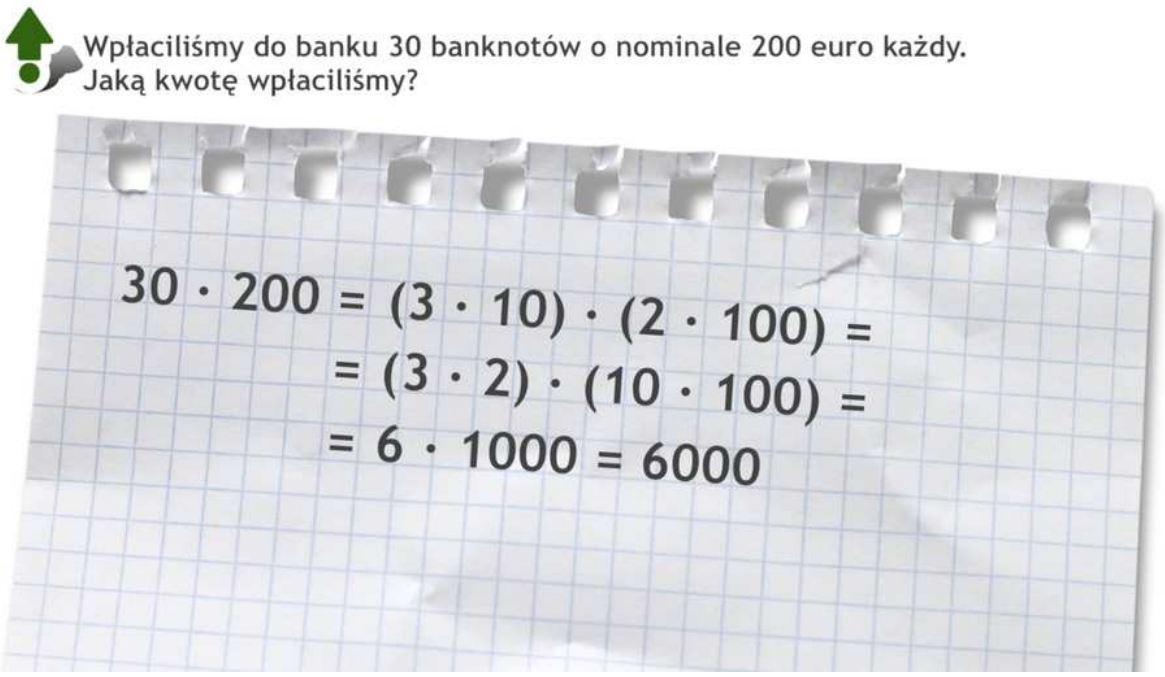
•	3	7	13	45	72	105	238
10							
100							
1000							

Zapamiętaj!

- Aby pomnożyć liczbę przez 10, wystarczy do tej liczby dopisać na jej końcu jedno zero.
- Aby pomnożyć liczbę przez 100, wystarczy do tej liczby dopisać na jej końcu dwa zera.
- Aby pomnożyć liczbę przez 1000, wystarczy do tej liczby dopisać na jej końcu trzy zera.
- Aby pomnożyć liczbę przez 10000, wystarczy do tej liczby dopisać na jej końcu cztery zera.

Przykład 6

Jak pomnożyć daną liczbę przez $20,\ 30,\ 40,\ 50, \ldots$ lub przez $200,\ 300,\ 400,\ 500, \ldots$? Czy jest to równie proste?

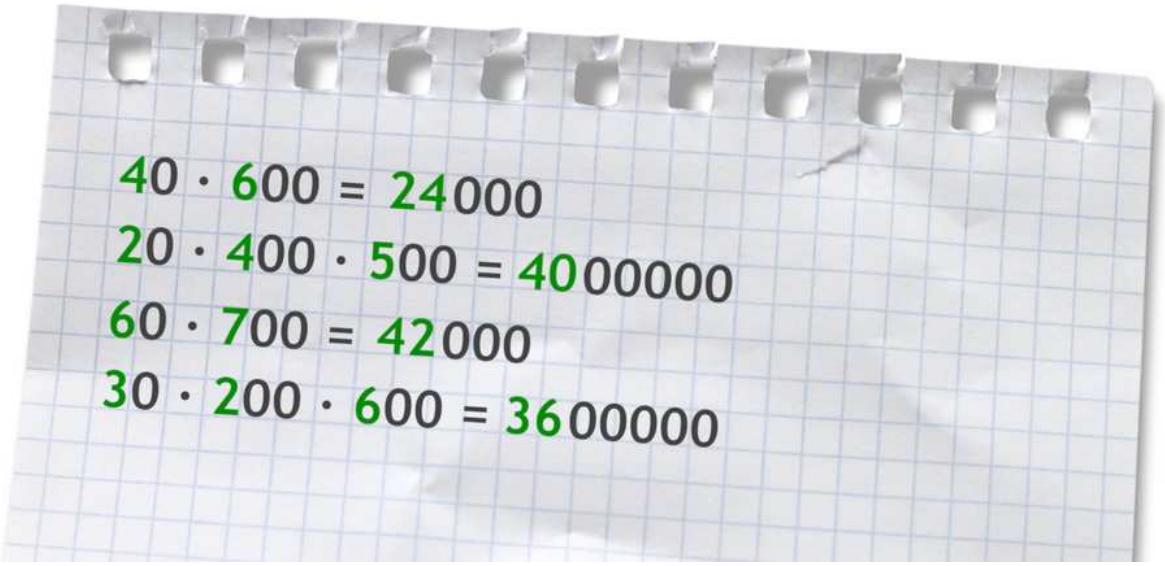


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 7



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

Jeśli mnożymy liczby, które są zakończone zerami, to

- mnożymy liczby, które zostaną po odrzuceniu zer,
- do otrzymanego wyniku dopisujemy tyle zer, ile łącznie odrzuciliśmy.

Ćwiczenie 5

Przeciągnij i upuść.

a) $30 \cdot 600 = 18$ [ ]

b) $500 \cdot 700 =$ [ ] $0\ 000$

c) $200 \cdot 8\ 000 =$ [ ]

d) $400 \cdot$ [ ] $= 360\ 000$

e) [ ] $\cdot 2\ 000 = 160\ 000$

f) $70 \cdot$ [ ] $= 21\ 000$

0 000 | 800 | 35 | 16 000 000 | 80 | 300 | 900 | 000 | 1 600 000 | 350 | 9 000 | 3 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 8

Dzielenie i mnożenie są działaniami wzajemnie odwrotnymi, stąd

- $13 \cdot 10 = 130$, zatem $130 : 10 = 13$
- $50 \cdot 10 = 500$, zatem $500 : 10 = 50$
- $2700 \cdot 10 = 27\ 000$, zatem $2\ 7000 : 10 = 2700$
- $4000 \cdot 10 = 40\ 000$, zatem $40\ 000 : 10 = 4000$

Porównaj zapis dzielnej i ilorazu. Czym różnią się zapisy tych liczb?

Ważne!

Jeżeli dzielimy przez 10 liczbę zakończoną zerem (lub zerami), to jako wynik zapisujemy dzielną bez jednego zera na końcu.

Przykład 9

Dzielenie przez 100 możemy zastąpić dwukrotnym dzieleniem przez 10.

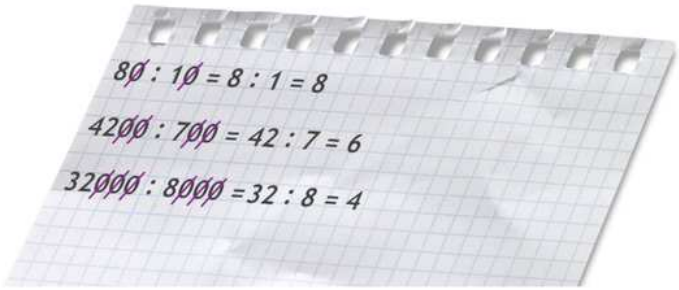
- $4500 : 100 = (4500 : 10) : 10 = 450 : 10 = 45$, czyli
  $4500 : 100 = 45$
- $6000 : 100 = (6000 : 10) : 10 = 600 : 10 = 60$, czyli
  $6000 : 100 = 60$
- $970\,000 : 100 = (970\,000 : 10) : 10 = 970000 : 10 = 9700$, czyli
  $970\,000 : 100 = 9700$

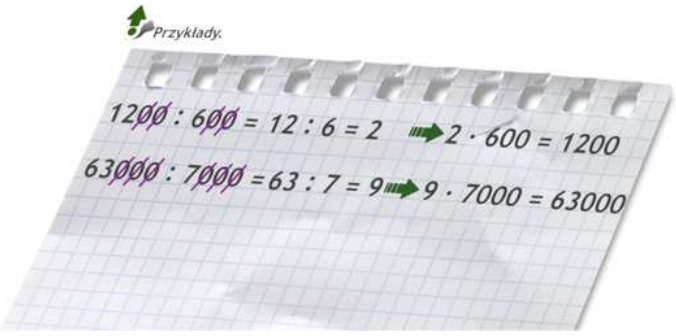
Porównaj zapis dzielnej i ilorazu. Czym teraz różnią się zapisy tych liczb?

Ważne!

- Jeżeli dzielimy przez 100 liczbę zakończoną zerami, to jako wynik zapisujemy dzielną z opuszczonymi na końcu dwoma zerami.
- Podobnie zapisujemy wynik dzielenia przez $1000,\ 10000,\ 100000$ .... Wynikiem jest odpowiednio dzielna bez trzech, czterech, pięciu, ... zer na końcu.

Przykład 10





Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 11

Przyjrzyj się poniższym przykładom, w których pokazano, jak można ułatwić dzieleniem, gdy w dzielnej i dzielniku jest inna liczba zer.

- $2400 \ : \ 8 \ = \ 300$
- $180\cancel{0} \ : \ 2\cancel{0} \ = \ 180 \ : \ 2 \ = \ 90$
- $5\,600\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \ : \ 28\cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \ = \ 5600 \ : \ 28 \ = \ 200$

Ćwiczenie 6

Uzupełnij.

a) $270 : 10 =$ ☐

b) $1\,450 : 10 =$ ☐

c) $2\,400 : 100 =$ ☐

d) $7\,600 : 10 =$ ☐

e) ☐ $: 1\,000 = 23$

f) $4\,600 :=$ ☐ $= 46$

g) $590\,000 =$ ☐ $= 590$

h) ☐ $: 10 = 3200$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uzupełnij.

a) 2800 : 400 = ☐

b) 480 : 60 = ☐

c) 2600 : 200 = ☐

d) 81000 : 9000 = ☐

e) 3000 : 500 = ☐

f) ☐ : 300 = 5

g) ☐ : 70 = 60

h) 35000 : ☐ = 50

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Nie wykonując obliczeń, uzupełnij znakiem: >, < lub =.

a) 1100 + 2600 ☐ 990 + 2600

b) 90000 + 20000 ☐ 1000000

c) 8400 – 2500 ☐ 8400 – 2400

d) 10000 – 1 ☐ 999 + 999

e) 360 : 40 ☐ 3600 : 400

f) 50·600 ☐ 3000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Pan Kowalski kilka razy w tygodniu wypłacał pieniądze z banku.

Uzupełnij.

W poniedziałek otrzymał 10 banknotów po 100 zł , czyli ☐ zł.

We wtorek otrzymał 100 banknotów po 50 zł, czyli ☐ zł.

W czwartek otrzymał 350 banknotów po 10 zł, czyli ☐ zł.

W piątek otrzymał 30 banknotów po 200 zł, czyli ☐ zł.

W sobotę pan Kowalski obliczył, że w ciągu tego tygodnia wypłacił razem ☐ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Pani Jola, mieszkanka Warszawy, postanowiła zwiedzić kilka innych stolic. Najpierw poleciała do Tokio, a stamtąd do Pekinu. Przed powrotem do Warszawy zwiedziła jeszcze Kair. W informacji turystycznej dowiedziała się, że z Warszawy do Tokio jest 8 600 km, z Tokio do Pekinu – 2 100 km, z Pekinu do Kairu – 7 500 km, a z Kairu do Warszawy – 2 600 km. Jaką łączną długość miała trasa, którą pokonała pani Jola podczas tej wycieczki?

[ ] km

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ciekawostka

Łatwo możemy pomnożyć w pamięci dwie liczby dwucyfrowe trochę mniejsze od 100, na przykład 96 i 95.
Aby wykonać takie działanie, musimy najpierw znaleźć liczby, które są dopełnieniami czynników do 100, czyli w przypadku 96 jest to 4 (tyle brakuje do 100), a w przypadku 95 jest to 5 (tyle brakuje do 100).
Mamy następującą sytuację:

$$\overbrace{96}^{4} \bullet \overbrace{95}^{5} =$$

Zaczynamy zapisywać wynik tego mnożenia.

- Odejmujemy od dowolnego czynnika liczbę, która jest dopełnieniem drugiego czynnika. Otrzymujemy liczbę $91 (96 - 5$ lub $95 - 4)$, która jest początkiem wyniku mnożenia.
- Następnie do tej liczby dopisujemy iloczyn liczb, które są dopełnieniami, czyli $20 (4 \bullet 5)$. Gdy iloczyn dopełnień jest liczbą jednocyfrową , poprzedzamy go cyfrą 0.

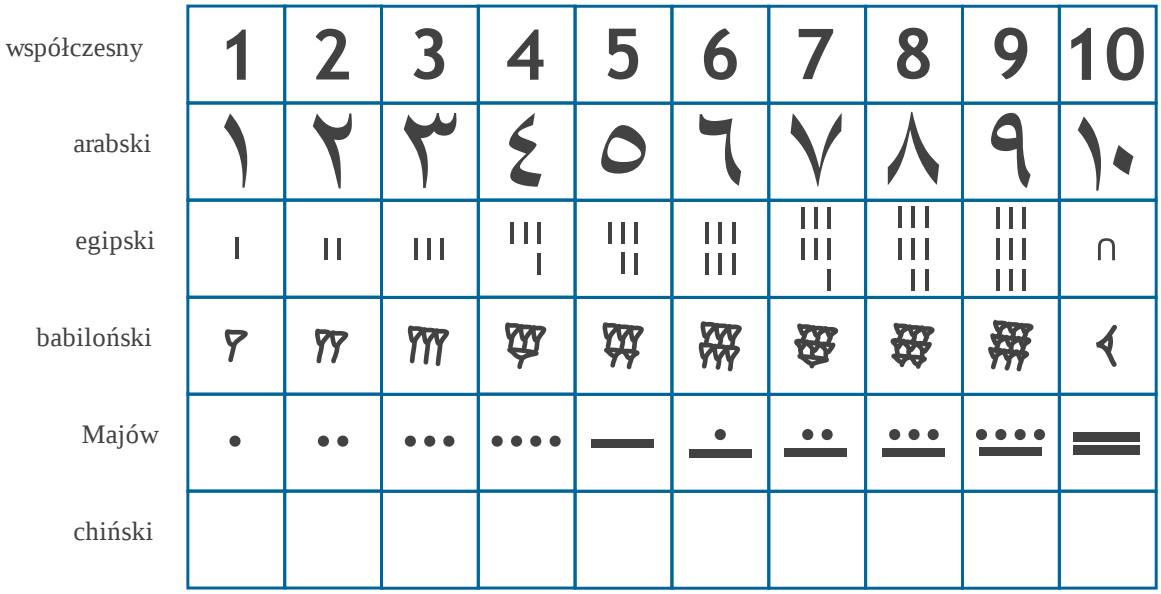
$$\overbrace{96}^{4} \bullet \overbrace{95}^{5} = 9120$$

W ten sposób można wprawdzie mnożyć dowolne liczby dwucyfrowe, ale gdy są one znacznie mniejsze niż 100, to rachunki pamięciowe są uciążliwe.
Spróbuj pomnożyć w ten sposób inne liczby.

Zapisywanie liczb w systemie rzymskim

W ciągu tysięcy lat ludzie zapisywali liczby na różne sposoby.

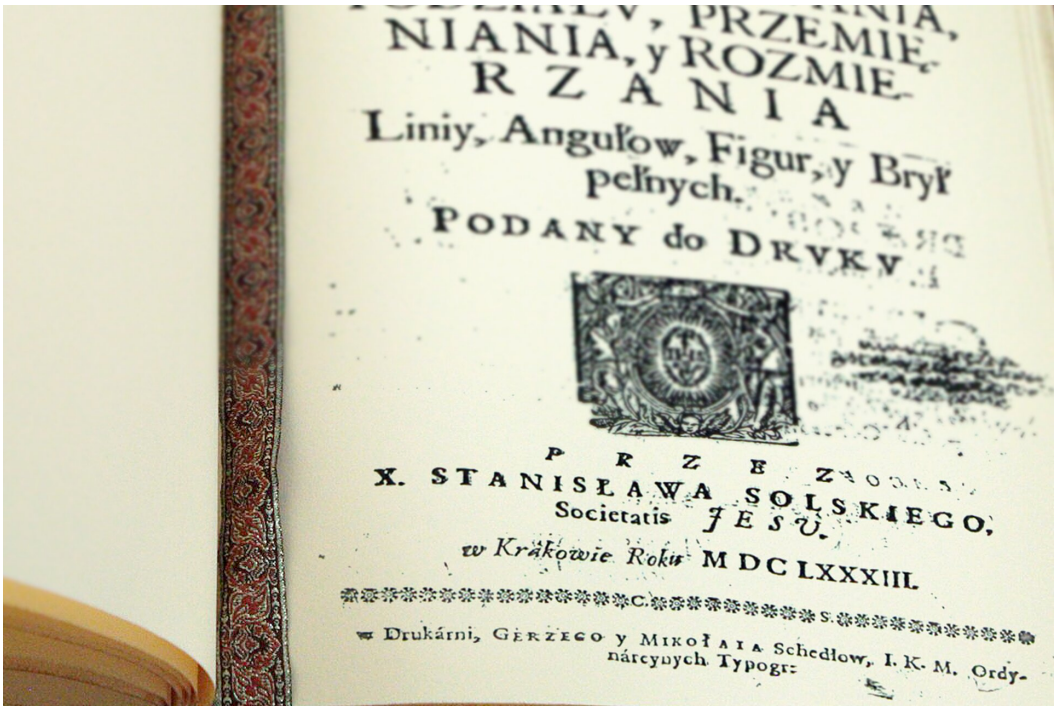
zapis liczbowy:



01 z historii cyfr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dawno temu w Europie powszechnie używano znaków, które można spotkać także obecnie. Są to **znaki rzymskie**. Warto umieć je odczytywać.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Oto najważniejsze reguły zapisywania liczb w systemie rzymskim za pomocą znaków I, V i X.

1. Nie piszemy więcej niż trzy jednakowe znaki I i X obok siebie.
2. Znak V możemy zapisać w liczbie tylko raz.
3. Zapisanie znaku I przed V lub X oznacza, że liczbę większą (V lub X) zmniejszamy o liczbę mniejszą (I).
4. Przed większą liczbą (V lub X) może stać tylko jeden znak I.
5. Zapisanie znaku I po V lub X oznacza, że większą liczbę (V lub X) zwiększamy o 1.

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zapisz wynik za pomocą znaków rzymskich.

1. $10 + 4$
2. $10 + 6$
3. $10 + 9$
4. $20 + 6$
5. $20 + 9$
6. $20 + 4$

Ćwiczenie 3

Wykonaj działania i zapisz wynik w systemie rzymskim.

1. $\mathrm{XIV} + \mathrm{IX}$
2. $\mathrm{XXX} - \mathrm{XXVI}$
3. $\mathrm{XXVIII} \ : \ \mathrm{IV}$
4. $\mathrm{VI} \bullet \mathrm{IV}$
5. $\mathrm{XXIX} \ : \ (\mathrm{XIV} + \mathrm{XV})$
6. $\mathrm{XII} \ : \ \mathrm{VI} \bullet \mathrm{XI}$

Ciekawostka

Stosując poznane reguły zapisywania liczb za pomocą znaków rzymskich, nie powinniśmy mieć problemu z zapisaniem liczb do XXXIX. W podobny sposób można zapisywać jeszcze większe liczby, ale trzeba znać kolejne cztery cyfry rzymskie.

cyfra w systemie rzymskim

Cyfra w systemie rzymskim	Liczba w systemie dziesiątkowym
L	50

C	100
D	500
M	1000

W systemie rzymskim mamy siedem znaków (cyfr) za pomocą których możemy zapisywać inne liczby. Są to znaki: $I,\ \mathrm{V},\ \mathrm{X},\ \mathrm{L},\ \mathrm{C},\ \mathrm{D},\ \mathrm{M}$.

Ciekawostka

Najważniejsze reguły zapisywania większych liczb w systemie rzymskim.

- Nie piszemy więcej niż trzy jednakowe znaki C i M obok siebie.
- Znaki L i D możemy zapisać w liczbie tylko raz.
- Zapisanie znaku X przed L lub C oznacza, że liczbę większą (L lub C) zmniejszamy o dziesięć.
- Zapisanie znaku C przed D lub M oznacza, że liczbę większą (D lub M) zmniejszamy o sto.
- Przed większą liczbą może być tylko jeden znak oznaczający mniejszą liczbę.
- Zapisanie znaku X po L lub C oznacza, że większą liczbę (L lub C) zwiększamy o dziesięć.
- Zapisanie znaku C po D lub M oznacza, że większą liczbę zwiększamy o sto.

Nie są to wszystkie reguły, ale dzięki nim możemy zapisywać i odczytywać wiele liczb. W systemie rzymskim nie można zapisać liczby zero. Bardzo trudno w tym systemie wykonuje się rachunki.

Ćwiczenie 4

Liczby zapisz w systemie rzymskim.

Tabela. Dane

Liczba w systemie rzymskim	Liczba w systemie dziesiątkowym
	40
	60
	90
	400
	600
	700
	800
	900

Ćwiczenie 5

Liczby zapisz w systemie dziesiątkowym.

Tabela. Dane

Liczba w systemie rzymskim	Liczba w systemie dziesiątkowym
XLVIII	
XCVI	
CDLXII	
MCCXII	
LXXXIX	

Ćwiczenie 6

Zapisz w systemie rzymskim

1. swój rok urodzenia
2. obecny rok
3. numer swojej szkoły

Ćwiczenie 7

Zagraj w grę o podanych regułach.

Przygotuj

- kostkę sześcienną do gry z liczbami $I,\ \mathrm{V},\ \mathrm{X},\ \mathrm{L},\ \mathrm{C},\ \mathrm{D}$ na jej ściankach,
- 20 pionków lub drobnych przedmiotów, które zmieszczą się na polach planszy i zakryją liczby zapisane na planszy,
- planszę.

Wzór planszy.

I cyfra \ II cyfra	I	V	X	L	C	D
I	2	4	9			
V	6					
X	11	15	20	40	90	
L	51	55	60			
C	101	105	110			400
D	501	505	510	550		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jak grać?

Gra przeznaczona jest dla $2-3$ osób. Gracze rozkładają wszystkie pionki na polach z liczbami zapisanymi systemem dziesiątkowym. W każdej kolejce każdy gracz rzuca dwa razy kostką z rzymskimi cyframi. Pierwszy rzut mówi, jaka jest pierwsza rzymska cyfra, drugi – jaka jest druga cyfra liczby, którą musi z tych cyfr ułożyć. Należy odszukać na planszy pole odpowiadające wyrzuconej rzymskiej liczbie dwucyfrowej. Jeżeli na tym polu leży pionek, gracz zdejmuje go. Jeżeli pionek tam nie leży lub gracz uzyskał liczbę niepoprawną (odpowiada jej szare pole), rzuca kostką kolejny gracz. Wygrywa ta osoba,

która uzbiera więcej pionków. Grę można zakończyć po dowolnej kolejce, ustalonej na początku gry, lub w innej sytuacji (na przykład wtedy, gdy na planszy zostaną 4 pionki).

Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem

Ćwiczenie 1

Wskaż cyfrę

a) setek w liczbie 42 785 ____

b) dziesiątek tysięcy w liczbie 8 342 951 ____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij.

a) $5 \cdot 10\,000 + 3 \cdot 1000 + 6 \cdot 100 + 7 \cdot 10 + 1 \cdot 1 =$ ____

b) $8 \cdot 10\,000 + 5 \cdot 1000 + 9 \cdot 10 + 2 \cdot 1 =$ ____

85 093 | 53 672 | 84 093 | 53 674 | 85 095 | 87 095 | 54 674 | 53 671 | 85 092

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Zapisz za pomocą cyfr.

a) czternaście tysięcy dziewięćset pięćdziesiąt trzy ____

b) pięćdziesiąt milionów sześć tysięcy dwieście osiem ____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Podaj liczbę

a) o 27 mniejszą od najmniejszej liczby trzycyfrowej ☐

b) 100 razy mniejszą od najmniejszej liczby sześciocyfrowej ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij jedną cyfrą.

a) 1 ☐ 34 > 1899

b) 3 ☐ 741 < 31328

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Zapisz

1. największą liczbę naturalną czterocyfrową zbudowaną z różnych cyfr
2. najmniejszą liczbę naturalną zbudowaną z siedmiu różnych cyfr

Ćwiczenie 8

Podaj zaokrąglenie liczby

a) 6 238 do dziesiątek ☐

b) 219 536 do tysięcy ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

a) 500 + 1 700 = ☐

b) 73 000 + 48 000 = ☐

121 000	22 000	220	12 100	1 210 000	2 200

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

a) 36 000 − 31 000 = ☐

b) 123 000 − 25 000 = ☐

980 000	5 000	50 000	500 000	9 800	9 800 000	98 000	500

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Przeciągnij i upuść.

a) 20 · 400 = ☐

b) 140 · 8 000 = ☐

800	11 200 000	112 000	1 120 000	11 200	8 000	80	80 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Przeciągnij i upuść.

a) 6 300 : 70 = ☐

b) 720 000 : 2 400 = ☐

300	900	93	30	3 000	301	9 000	90

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Przeciągnij i upuść.

a) (23 000 – 5 000) : 6 000 = ☐

b) (3 • 1 400 + 1 600) : 20 = ☐

30	291	31	300	290	3	29	2 900

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Zapisz w systemie rzymskim podane liczby.

1. 18
2. 29

Ćwiczenie 15

Ile to pieniędzy?

1. 20 banknotów po 100 zł
2. 74 banknoty po 200 zł

Ćwiczenie 16

Zapisz

1. liczbę czterocyfrową, której cyfrą tysięcy jest 8, cyfra setek jest dwa razy mniejsza od cyfry tysięcy, cyfra dziesiątek jest o 1 większa od cyfry setek, a cyfra jedności 5 razy mniejsza niż cyfra dziesiątek
2. liczbę pięciocyfrową, której cyfrą jedności jest 0, cyfrą dziesiątek 2, a cyfrą tysięcy 5. Cyfra setek tej liczby jest 3 razy większa od cyfry dziesiątek, a cyfra dziesiątek tysięcy jest o 2 mniejsza od cyfry setek.

Ćwiczenie 17

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe czy fałszywe.

Jeżeli liczbę dwucyfrową zwiększymy 10 razy, to otrzymamy zawsze liczbę

- [ ] równą co najwyżej 990
- [ ] mniejszą od 100
- [ ] większą niż 1000
- [ ] równą co najwyżej 999

Ćwiczenie 18

Podaj wszystkie liczby

1. trzycyfrowe, których suma cyfr wynosi 4
2. czterocyfrowe, których suma cyfr wynosi 3

Ćwiczenie 19

Ile jest liczb

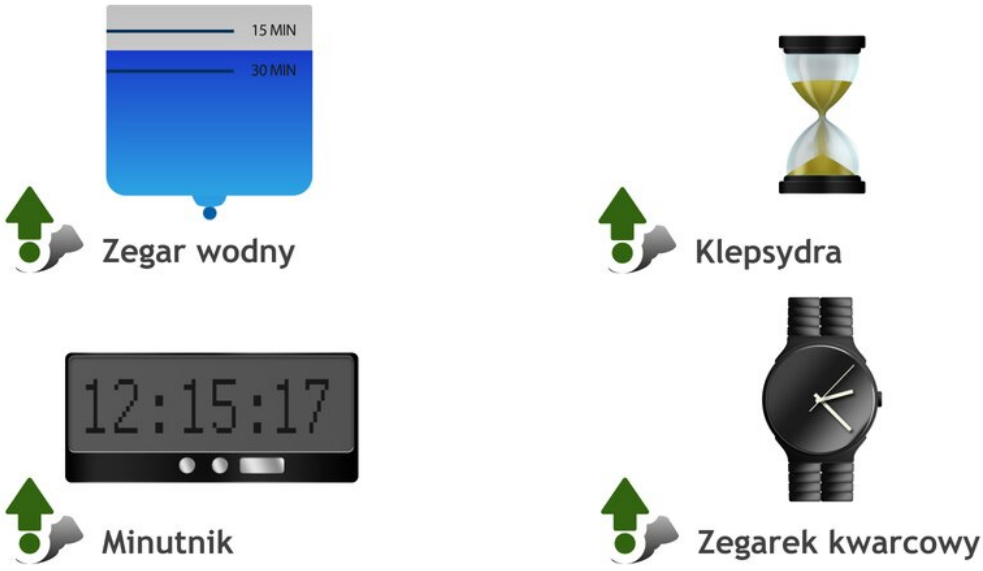
1. dwucyfrowych, w których cyfra jedności i cyfra dziesiątek są jednakowe?
2. trzycyfrowych, w których cyfra jedności i cyfra setek są jednakowe?

Ćwiczenie 20

Dwa banknoty po 200 zł rozmieniono na monety dziesięciogroszowe. Ile otrzymano monet dziesięciogroszowych?

Obliczenia związane z czasem – zegar

Podział doby na 24 godziny wymyślili starożytni Egipcjanie. Upływ czasu związany z pozornym ruchem Słońca po niebie odmierzano zegarami słonecznymi. Wskazówką w takim zegarze jest cień specjalnego patyczka. Starożytni Egipcjanie wynaleźli też klepsydrę – zegar wodny, w którym z czasem wodę zastąpiono piaskiem. Z takich klepsydr korzystamy do dziś. Często dołączane są one do różnych gier.
Najstarsze zegary mechaniczne pochodzą z XIII i XIV wieku. Niektóre z nich jeszcze działają. Do napędzania zegarowych mechanizmów używano specjalnych ciężarków zawieszonych na długich łańcuchach. Od XVIII wieku łańcuchy w zegarach zastępowano wahadłami. Dzięki wahadłom można było zmniejszać zegary. Później do mechanizmów wprowadzono sprężyny, a następnie do napędzania zegarków zastosowano kryształy kwarcu i prąd elektryczny. Z czasem zegary stawały się coraz bardziej dokładne i niezawodne. Dziś nie można już sobie wyobrazić życia bez zegarów.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

Zapis godziny $0:20$ oznacza, że od północy upłynęło 20 minut. Południe to godzina $12:00$. Godzina $12:00$ oznacza, że od północy do południa upłynęło 12 godzin. Możemy też nazywać godzinę $17:00$ godziną piątą po południu, bo od południa do $17:00$ upłynęło 5 godzin.

Ćwiczenie 1

Litera h oznacza godzinę, a min – to skrót od minuty.

Przeciągnij i upuść.

a) Ile czasu upłynęło między godziną $10{:}25$ a godziną $10{:}48$? ____ min

b) Ile czasu upłynęło między godziną $12{:}30$ a godziną $13{:}25$? ____ min

c) Ile czasu upłynęło między godziną $13{:}45$ a godziną $15{:}25$? ____ h ____ min

d) Ile czasu upłynęło między godziną $3{:}05$ a godziną $15{:}25$? ____ h ____ min

e) Ile czasu upłynęło między godziną $7{:}45$ a godziną $16{:}10$? ____ h ____ min

18 | 20 | 11 | 12 | 55 | 26 | 43 | 3 | 40 | 21 | 54 | 22 | 8 | 1 | 25 | 23

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Przeciągnij i upuść.

a) Od północy do godziny trzeciej po południu upłynęło ____ godzin.

b) Od północy do godziny szóstej po południu upłynęło ____ godzin.

c) Od północy do godziny ósmej po południu upłynęło ____ godzin.

d) Od północy do godziny dziesiątej po południu upłynęło ____ godzin.

24 | 20 | 26 | 18 | 15 | 16 | 22

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) Od godziny 0^{00} do godziny 0^{49} upłynęło ____ min.

b) Od godziny 0^{00} do godziny 3^{18} upłynęło ____ h ____ min, czyli ____ min.

c) Od godziny 0^{00} do godziny 6^{09} upłynęło ____ h ____ min, czyli ____ min.

d) Od godziny 0^{00} do godziny 12^{30} upłynęło ____ h ____ min, czyli ____ min.

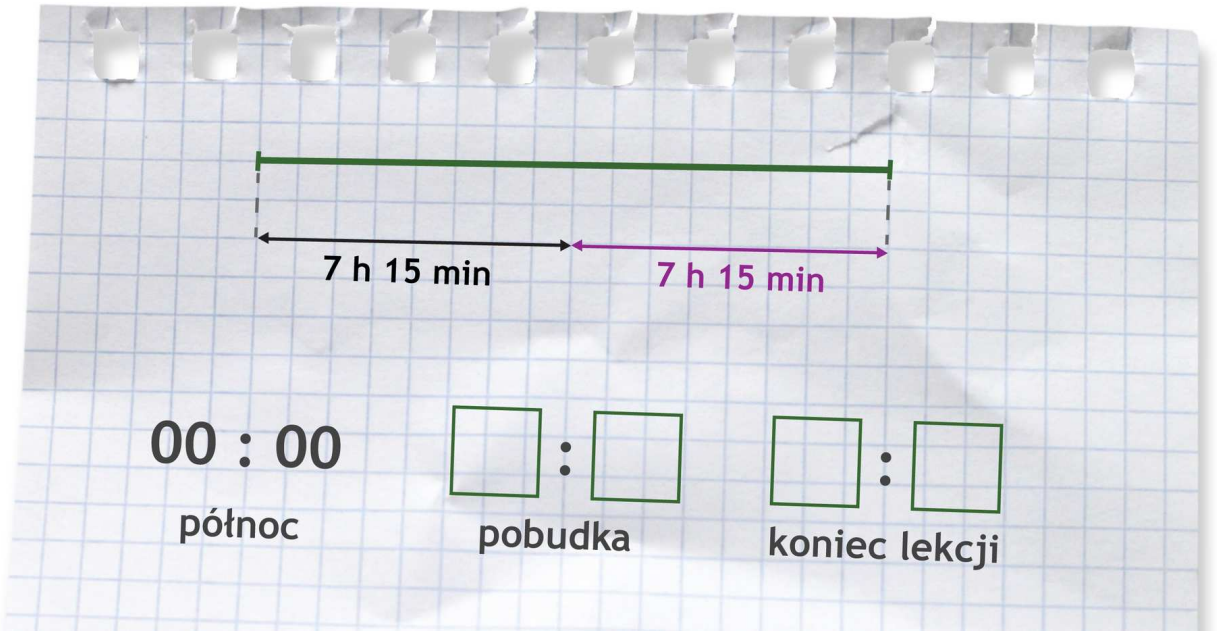
e) Od godziny 0^{00} do godziny 8^{59} upłynęło ____ h ____ min, czyli ____ min.

200	539	12	540	59	57	198	6	80	8	17	19	751
390	49	13	750	33	9	369	30	18	14	3	60	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

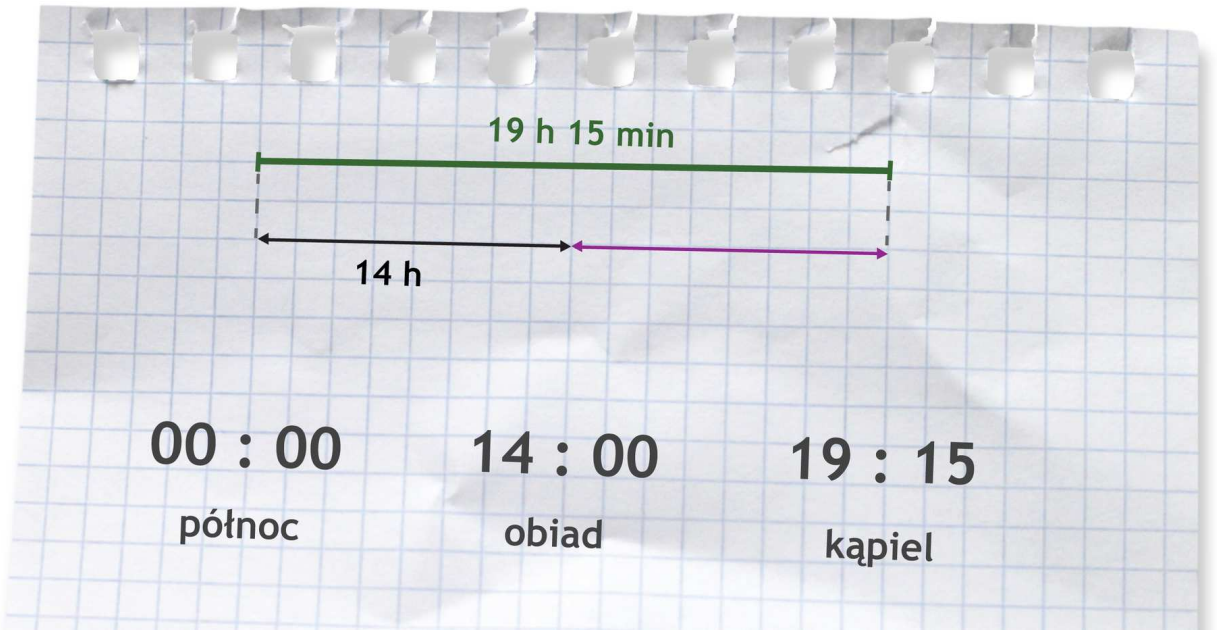
Od północy do porannej pobudki Hani upłynęło 7 godzin 15 minut. Od pobudki do końca ostatniej lekcji Hani w szkole upłynęło kolejne 7 godzin 15 minut. Pierwsza lekcja rozpoczęła się o $8:00$. O której godzinie Hania skończyła lekcje? Ile lekcji miała Hania tego dnia?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

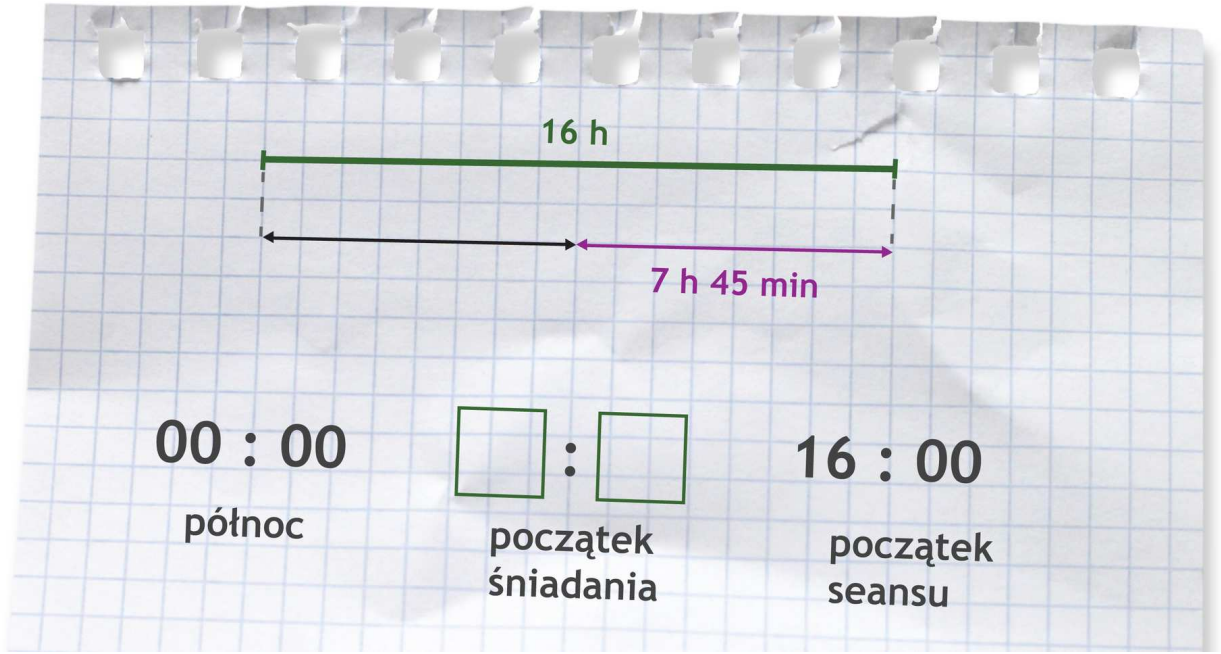
Od północy do obiadu upłynęło 14 godzin, a od północy do kąpieli 19 godzin 15 minut. Ile czasu upłynęło od obiadu do kąpieli?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

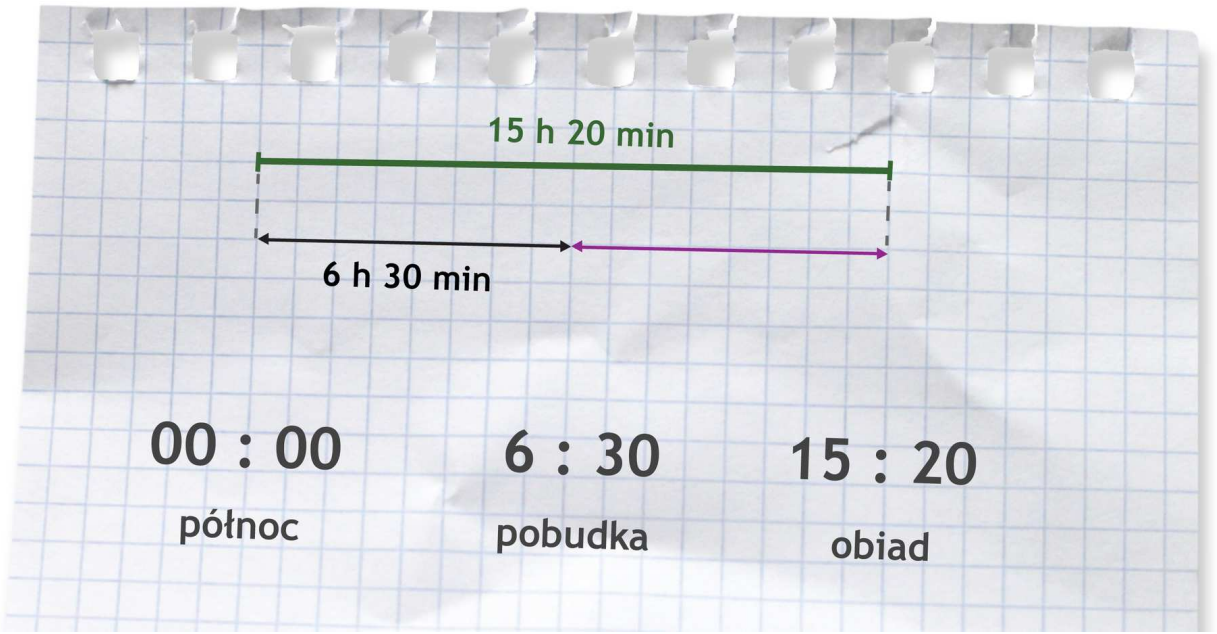
Od północy do rozpoczęcia seansu w kinie upłynęło 16 godzin, a od rozpoczęcia śniadania do rozpoczęcia filmu 7 godzin 45 minut. O której godzinie rozpoczęło się śniadanie?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Od północy do obiadu upłynęło 15 godzin 20 minut. Od północy do pobudki upłynęło 6 godzin 30 minut. Ile czasu upłynęło między pobudką a obiadem?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Na dworcach kolejowych w Polsce opóźnienia pociągów zwyczajowo podaje się w minutach. Jak będą brzmiały następujące komunikaty podane w godzinach i minutach?

Uzupełnij odpowiednią liczbą.

a) Pociąg ekspresowy *Zamek* z Łodzi do Olsztyna przybędzie z opóźnieniem około 85 minut, czyli około [ ] godziny [ ] minut.

b) Pociąg osobowy z Zakopanego do Poznania przybędzie z opóźnieniem około 210 minut, czyli około [ ] godzin [ ] minut.

c) Pociąg pośpieszny *Jaworzynka* z Bielska Białej do Siedlec przybędzie z opóźnieniem około 135 minut, czyli około [ ] godzin [ ] minut.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Oblicz, w ile minut pokonano podane odległości i uzupełnij.

a) Pan Krzysztof przejechał drogę z Łodzi do Warszawy w 1 godzinę i 35 minut, czyli przejechał tę drogę w [ ] minut.

b) Jagoda pokonuje zwykle drogę ze swego domu do babci w ciągu 2 godzin i 45 minut, czyli pokonuje tę drogę w [ ] minut.

c) Jadąc autostradą, można przejechać 350 kilometrów w 3 godziny i 17 minut, czyli można pokonać tę odległość w [ ] minut.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Gdy chcemy porównać czas trwania różnych zdarzeń, musimy go wyrazić w tych samych jednostkach. Porównaj czas trwania zdarzeń i uzupełnij.

a) Świeca na torcie urodzinowym Sebastianka paliła się przez 17 minut i 23 sekundy. Podobna świeca na torcie Danielka paliła się 1000 sekund. Która świeca paliła się dłużej: Sebastianka czy Danielka? Dłużej paliła się świeca [ ], która zgasła po [ ] sekundach.

b) Katarzyna potrzebowała 2 minut i 55 sekund na dotarcie do sklepu spożywczego. Barbarze ta sama droga zajęła 190 sekund. Która z nich potrzebowała więcej czasu na dotarcie do sklepu? Więcej czasu potrzebowała [ ], która dotarła do sklepu po [ ] minutach i [ ] sekundach.

c) Ziemia, poruszając się wokół Słońca, przebywa 30000 km w 1000 sekund. Na przebycie tej samej drogi planeta Wenus potrzebuje 14 minut i 17 sekund. Która planeta potrzebuje mniej czasu na pokonanie odległości 30000 km? Mniej czasu na przebycie tej odległości potrzebuje planeta [ ], która pokonuje ten dystans w ciągu [ ] sekund.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Uzupełnij tabelę. Możesz posłużyć się kalkulatorem.

Tabela. Dane

	1 doba	1 godzina	1 minuta
Ile to godzin?		--	--
Ile to minut?			--
Ile to sekund?			

Ćwiczenie 12



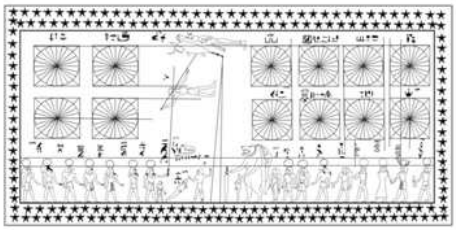
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Obliczenia związane z czasem – kalendarz

Z historii kalendarza



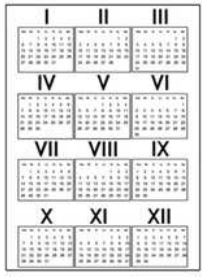
Kalendarz egipski



Kalendarz Majów



Kalendarz rzymski



Kalendarz współczesny

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Rok to czas, w którym Ziemia, nasza planeta, okrąża Słońce jeden raz. Trwa to 365 dni i około 6 godzin. Przez tysiące lat utrwalił się podział roku na tygodnie trwające siedem dni. W roku mamy 52 tygodnie i 1 dzień albo 52 tygodnie i 2 dni. W naszej kulturze siódmy dzień tygodnia to niedziela dzień, w którym większość ludzi nie chodzi do pracy i w którym uczniowie nie chodzą do szkoły.

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Daty i kwartały

Ważne!

Daty można zapisywać w różny sposób. Zwróć uwagę, kiedy między liczbami wstawiamy kropki, a kiedy nie.

- 29 czerwca 2015 r.
- 29 VI 2015
- 29. 06. 2015
- 2015 – 06 – 29

Ćwiczenie 7

Zapisz różnymi sposobami

1. datę swoich urodzin, wypadających w tym roku kalendarzowym
2. dzisiejszą datę

Ważne!

Miesiące

- styczeń, luty i marzec tworzą pierwszy kwartał roku,
- kwiecień, maj i czerwiec zaliczamy do drugiego kwartału,
- lipiec, sierpień i wrzesień – to kwartał trzeci,
- ostatni, czwarty kwartał, składa się z miesięcy: październik, listopad, grudzień.

Ćwiczenie 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wieki

Ćwiczenie 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Dowiedz się, jak można sprawdzić, czy dany rok jest przestępny.

Długość i jej jednostki

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Janek wybierał się wraz ze swoim tatą z Łodzi do Warszawy. Postanowił sprawdzić na jednej z internetowych map (lokalizatorów), ile kilometrów dzieli te miasta. Janek będzie jechał z tatą samochodem i dlatego sprawdził odległość drogową. Na monitorze komputera zobaczył

$$A2/E30 \ 129 \text{ km} \ - \ 1 \text{ godz. } 29 \text{ min}$$

$$E67, \ \text{DK}72 \ 138 \text{ km} \ - \ 2 \text{ godz. } 7 \text{ min}$$

Janek poprosił tatę o wytłumaczenie zapisów.
Tata wytłumaczył mu, że zapis

- $A2/E30$ to oznaczenia dróg, którymi będą jechać,
- 129 km to odległość między Łodzią a Warszawą,
- 1 godz. 29 min – tyle czasu może im zająć droga z Łodzi do Warszawy, jeśli nie będzie przeszkód na drodze.

Na tablicach przy autostradzie, sygnalizujących wjazd do miasta, obok nazwy miejscowości, znajdują się liczby oznaczające odległości od tablicy do centrum danej miejscowości. Gdy przy liczbie nie ma jednostek, to znaczy, że odległości są wyrażone w kilometrach.
Janek zauważył jeszcze słupki stojące przy drodze z zapisanymi na nich liczbami. Poprosił tatę o wyjaśnienie, co oznaczają napisy na słupkach.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

W życiu codziennym posługujemy się różnymi jednostkami długości.
Duże odległości podajemy w kilometrach, na przykład odległości między miastami.
Mniejsze w metrach, na przykład długość i szerokość szkolnego boiska.

Jeden kilometr to 1000 metrów.

$$1\ \mathrm{km} = 1000\ \mathrm{m}$$

Mierząc krótkie przedmioty lub odcinki, posługujemy się linijką.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ciekawostka

- Do określania wielkości różnych ekranów używamy też często angielskiej jednostki długości: cal.
- Za pomocą cali określamy wielkość ekranu: telewizora, monitora, tabletu, notebooka, telefonu komórkowego.
- Gdy mówimy, że telewizor ma 50 cali, to znaczy, że długość przekątnej ekranu tego telewizora wynosi 50 cali.
- 1 cal to około 25 milimetrów.
- $1\ \mathrm{cal} = 1'' = 1\ \mathrm{in} \approx 25\ \mathrm{mn}$

  Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Porównując długości lub odległości należy je zapisać używając jednakowej jednostki.
Przykłady zamiany jednostek.

$$3\ \text{km} = 3\ \cdot\ 1000\ \text{m} = 3000\ \text{m}$$

$$65\ 000\ \text{m} = (65\ 000\ :\ 1000)\text{km} = 65\ \text{km}$$

$$12\ \text{m} = 12\ \cdot\ 100\ \text{cm} = 1200\ \text{cm}$$

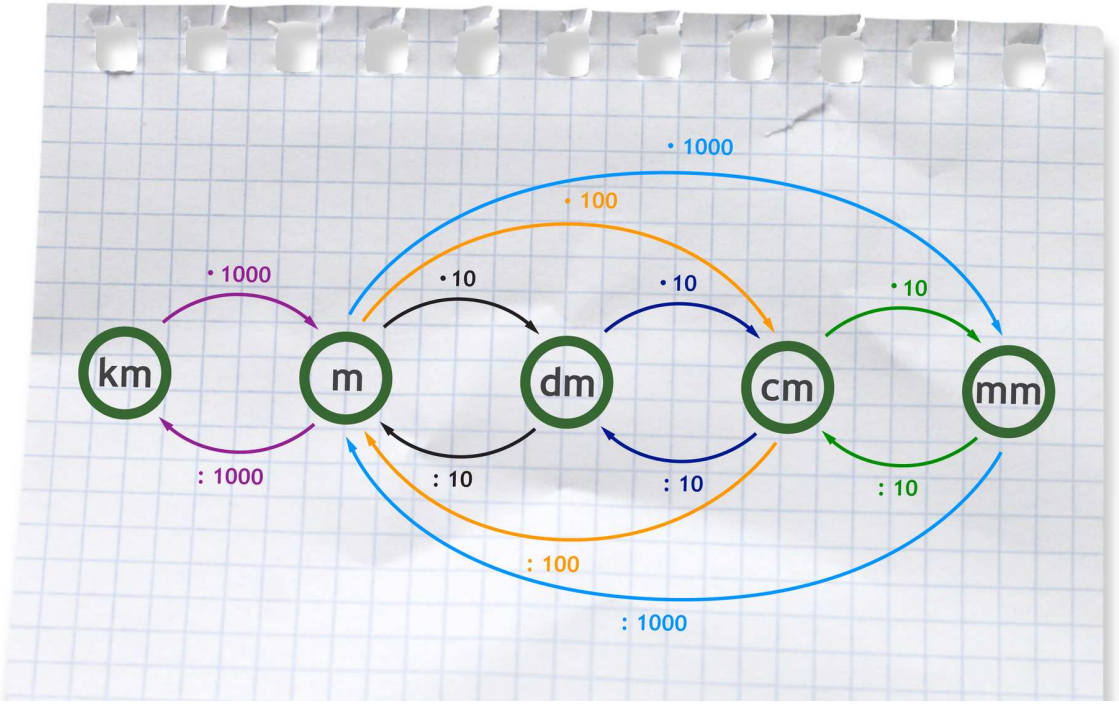
$$300\ \text{cm} = (300\ :\ 100)\ \text{m} = 3\ \text{m}$$

$$8\ \text{cm} = 8\ \bullet\ 10\ \text{mm} = 80\ \text{mm}$$

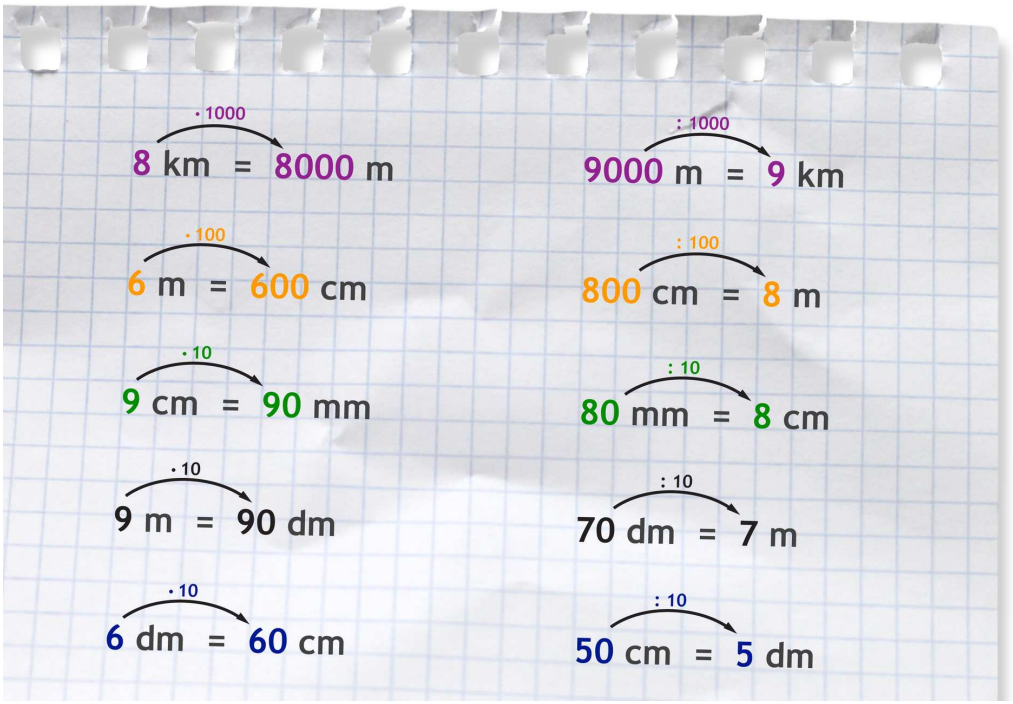
$$50\ \text{mm} = (50\ :10)\ \text{cm} = 5\ \text{cm}$$

$$2\ \text{km} = 2\ \cdot\ 1000\ \text{m} = 2000\ \text{m}$$

Wykonywanie obliczeń może ułatwić graf.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Podobnie można zamieniać inne jednostki. Na przykład kilometry na centymetry, czy metry na milimetry.

Ćwiczenie 2

Przeciągnij i upuść.

a) 7 km = ____ m

b) 90 m = ____ cm

c) 8 dm = ____ cm

d) 4 cm = ____ mm

e) 70 dm = ____ cm

f) 9 km = ____ dm

g) 140 m = ____ cm

h) 700 mm = ____ cm

i) 9 000 dm = ____ m

j) 9 000 mm ____ m

k) 2 000 cm = ____ m

l) 60 000 mm = ____ m

7	40	200	900	9	90	60	20	14 000	7 000	600	70	80
700	9 000	900 000	90 000									

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Gdy długość zapisujemy z użyciem dwóch jednostek (mian), to mówimy, że długość podana jest za pomocą wyrażenia dwumianowanego. Na przykład 8 m 12 cm.
Możemy to wyrażenie zapisać za pomocą jednej jednostki, na przykład w centymetrach.

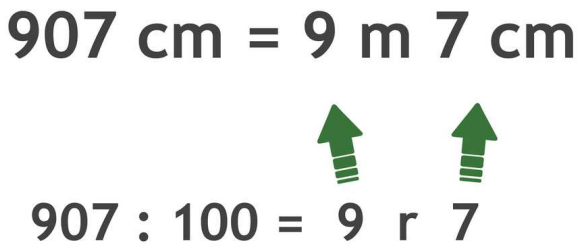
$$8\ \text{m}\ 12\ \text{cm} = 812\ \text{cm}$$

$$8 \cdot 100 + 12$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Możemy zamienić wyrażenie jednomianowane na dwumianowane.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

W kolejnych zadaniach wyraź długość za pomocą różnych jednostek.

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) 640 cm = 6 m [ ] cm

b) 59 mm = [ ] cm 9 mm

c) 4 589 m = [ ] km [ ] m

d) 3 km 946 m = [ ] m

e) 12 dm 9 cm = [ ] cm

f) 79 cm 3 mm = [ ] mm

g) 13 586 m = [ ] km [ ] m

h) 8 km 2 m = [ ] m

i) 6 km 4 m 5 dm = [ ] dm

793	58	60 025	4	40	3 946	13	8 012	8002	60 045	5
586	8 002	589	60 035	129	130					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Porównaj długości i uzupełnij wpisując tekst lub liczbę całkowitą.

a) Długość ulicy Marszałkowskiej w Warszawie wynosi 3 400 m, a Armii Krajowej 3 km 500 m. Która z tych ulic jest dłuższa? 3 km 500 m = [ ] m.
Dłuższa jest ulica [ ].

b) Zaskroniec ma długość 8 dm, a żmija zygzakowata ma długość 75 cm. Które zwierzę jest dłuższe? 8 dm = [ ] cm.
Dłuższe zwierzę to [ ].

c) Wisła - najdłuższa rzeka Polski - ma długość 1 047 km, zaś Loara - najdłuższa rzeka Francji - ma długość 1 012 000 m. Która rzeka jest dłuższa? 1 012 000 m = [ ] km.
Dłuższa rzeka to [ ].

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Poniżej podane są rekordy skoku wzwyż kobiet. Uporządkuj dane pod względem osiągniętej wysokości.

- Rok 1984 Tamara Bykowa 20 dm 7 cm
- Rok 1987 Stefka Kostadinowa 209 cm
- Rok 2009 Blanka Vlasic 2 m 8 cm
- Rok 1995 Inha Babakowa 2 m 50 mm

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Oblicz i uzupełnij odpowiedzi.

a) Pan Wojtek chce kupić listwę przypodłogową do jednego z pokoi swego mieszkania. W tym celu zmierzył dwa boki tego pokoju, ponieważ pokój miał kształt prostokąta. Jeden z nich miał długość 3 m, a drugi 250 cm. Zmierzył też szerokość drzwi. Wyniosła 90 cm. Jaka musi być całkowita długość listwy przypodłogowej, którą kupi pan Wojtek?

Długość listwy to ____ cm, czyli ____ m ____ cm.

b) Odległość z Pabianic do Łodzi wynosi około 16 km 900 m, z Łodzi do Zgierza około 11 km. Ile kilometrów i ile metrów przejedzie pan Nowak z Pabianic do Zgierza, jeśli wybierze drogę przez Łódź?

Przejedzie ____ km ____ m.

c) Pan Zbyszek zmierzył boki swojej działki, którą zamierza ogrodzić płotem. Boki działki mają długość 645 cm, 675 cm, 430 cm i 5 m. Szerokość bramy to 3 metry. Jakiej długości będzie płot wokół działki pana Zbyszka?

Długość płotu wyniesie ____ cm, czyli ____ m ____ cm.

d) Pan Marcin postanowił zrobić porządek ze swoimi książkami. Zamierza postawić na półce 100 książek, z których każda ma grubość 1 cm 1 mm. Jakiej minimalnej długości półkę powinien kupić, aby zmieściły się na niej wszystkie książki?

Półka powinna mieć długość minimum ____ cm, czyli ____ m ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uporządkuj rosnąco boiska pod względem ich długości. Boiska są ponumerowane.

1. Kort tenisowy do gry pojedynczej: długość 20 m 77 cm, szerokość 8 m 23 cm.
2. Boisko do piłki nożnej: długość boiska 120 m, szerokość 90 m.
3. Boisko do piłki siatkowej: długość 18 m, szerekość 9 m.
4. Boisko do koszykówki: długość 28 m, szerokość 15 m.
5. Boisko do piłki ręcznej: długość 40 m, szerokość 20 m.
6. Boisko do siatki plażowej: długość 16 m, szerokość 8 m.
7. Boisko do hokeja na trawie: długość 9140 cm, szerokość 55 m.
8. Boisko do hokeja na lodzie: długość 61 m, szerokość 30 m.

3

4

8

1

5

7

6

2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCHkL26P0

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 8

Zmierz długość swojej stopy. Zapisz jaki numer obuwia nosisz. Skorzystaj z numeracji metrycznej, angielskiej i francuskiej.

NUMERACJA OBUWIA

cm (METRYCZNA)

22,5	23	23,5	24	24,5	25	25,5	26	26,5	27	27,5	28	28,5	29	29,5	30

ANGIELSKA

3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	8	8,5	9	9,5	10	10,5	11

FRANCUSKA

35	36	36,5	37	38	39	39,5	40	41	42	42,5	43	44	45	45,5	46

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Znajdź informacje na temat jednostki cal.

Masa i jej jednostki

Już wiemy, że otaczające nas przedmioty różnią się długością. Ale czy tylko?



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Jak widać, przedmioty różnią się także masą. Do jej mierzenia służy waga. Niektóre jednostki masy, takie jak kilogram i dekagram poznaliście już wcześniej. Jeden kilogram to 100 dekagramów, co zapisujemy w skrócie

$$1\ \text{kg} = 100\ \text{dag}$$

- Do określenia masy bardzo lekkich przedmiotów używamy mniejszej jednostki – grama. Dziesięć gramów to dekagram.

$$10\ \text{g} = 1\ \text{dag}$$

- Do określania masy obiektów bardzo ciężkich używamy innej jednostki – tony. Jedna tona to tysiąc kilogramów.

$$1t = 1000\ \mathrm{kg}$$

Ćwiczenie 1

Ile waży bułka?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- ◯ $5\ \mathrm{dag}$
- ◯ $5\ g$
- ◯ $5\ \mathrm{kg}$
- ◯ $5\ t$

Ćwiczenie 2

Ile waży autobus?

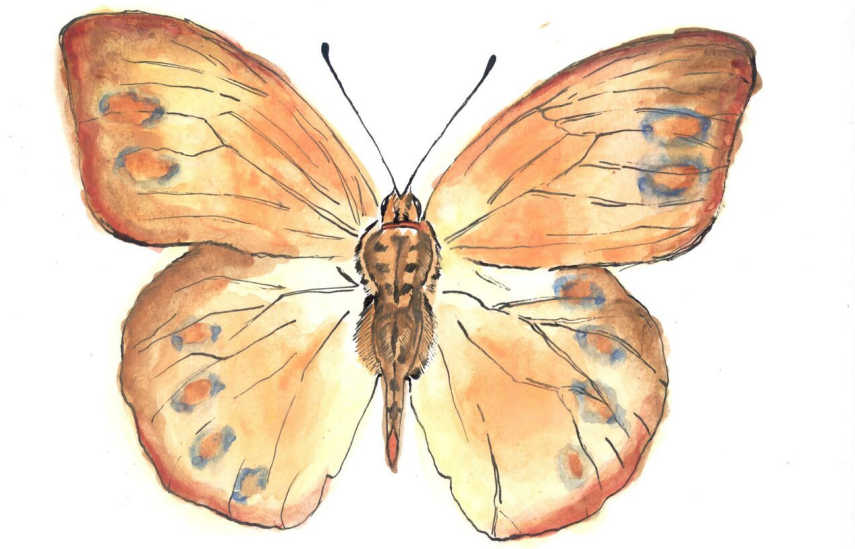


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- ◯ $8\ \mathrm{kg}$
- ◯ $8\ g$
- ◯ $8\ t$
- ◯ $8\ \mathrm{dag}$

Ćwiczenie 3

Ile waży motyl?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- $2\ \mathrm{kg}$
- $2\ \mathrm{dag}$
- $2\ g$
- $2\ t$

Ćwiczenie 4

Ile waży rower?

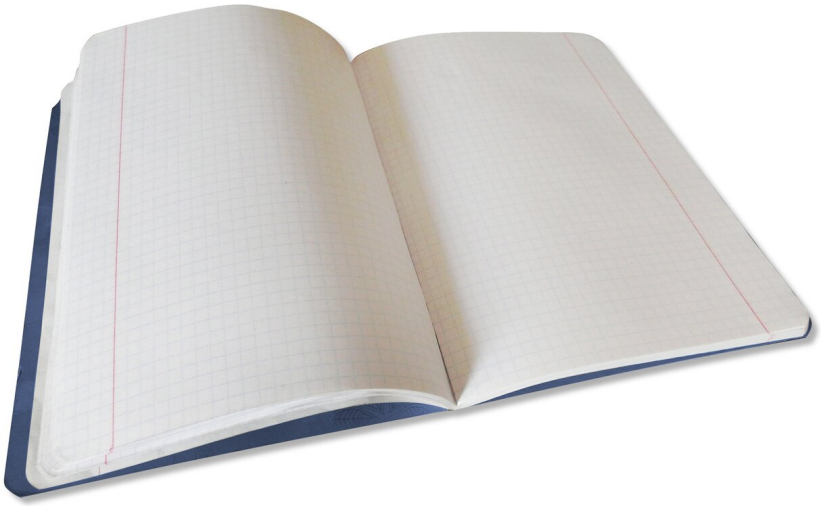


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- ◯ $8\ \mathrm{kg}$
- ◯ $8\ \mathrm{dag}$
- ◯ $8\ g$
- ◯ $8\ t$

Ćwiczenie 5

Ile waży 80-kartkowy zeszyt w twardej okładce?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- $25\ \mathrm{kg}$
- $25\ \mathrm{dag}$
- $25\ g$
- $25\ t$

Ćwiczenie 6

Ile waży piłka do gry w tenisa?

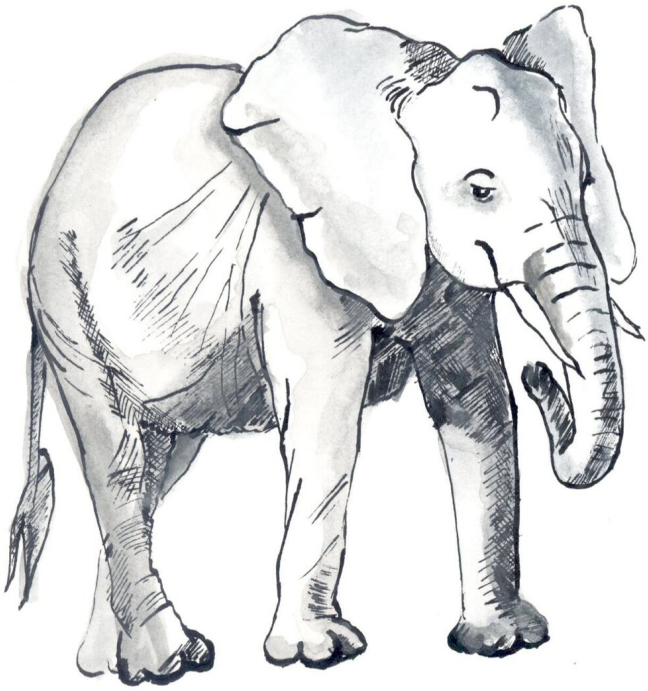


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- $58\ g$
- $58\ t$
- $58\ \mathrm{kg}$
- $58\ \mathrm{dag}$

Ćwiczenie 7

Ile waży słoń?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- ◯ $5\ \mathrm{dag}$
- ◯ $5\ t$
- ◯ $5\ g$
- ◯ $5\ \mathrm{kg}$

Ćwiczenie 8

Ile waży kot?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- $5\ \text{kg}$
- $5\ g$
- $5\ t$
- $5\ \text{dag}$

Ważne!

Są sytuacje, gdy masy przedmiotów czy obiektów wyrażone są za pomocą różnych jednostek, a chcemy je porównać lub wykonać inne działania. Wtedy zachodzi potrzeba ujednolicenia jednostek, to znaczy zapisania mas w tych samych jednostkach.

Przykłady zamiany jednostek.

$$5\ \text{kg} = \ 5\ \cdot\ 100\ \text{dag} = 500\ \text{dag}$$

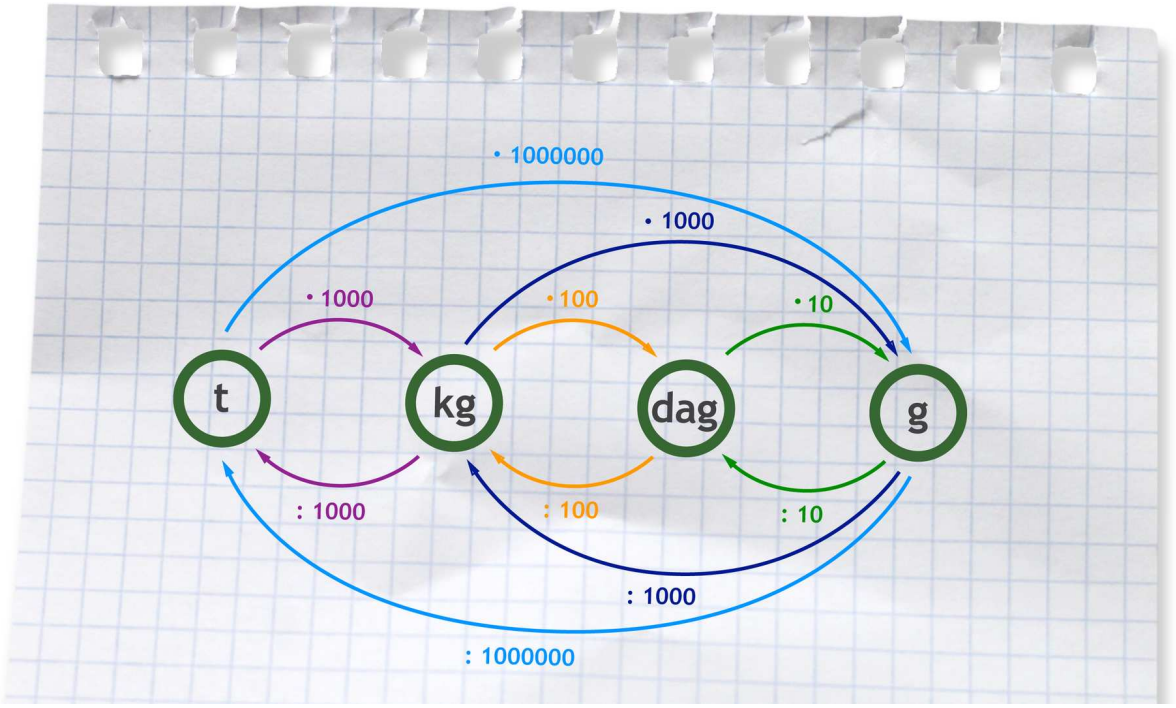
$$4500\ \text{dag} = (4500\ :\ 100)\ \text{kg} = 45\ \text{kg}$$

$$16\ \text{t} = 16\ \cdot\ 1000\ \text{kg} = 16\ 000\ \text{kg}$$

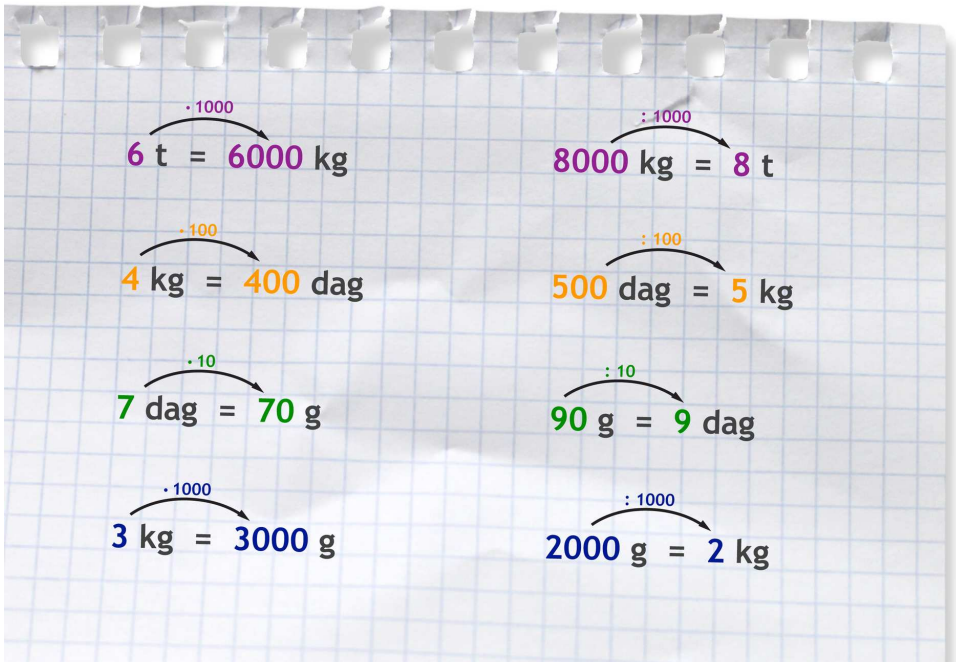
$$300\ \text{g} = (300\ :\ 10)\ \text{dag} = 30\ \text{dag}$$

$$2\ \text{kg} = 2\ \cdot\ 100\ \text{dag} = 200\ \text{dag} = 200\ \cdot\ 10\ \text{g} = 2000\ \text{g}$$

Wykonywanie takich obliczeń może ułatwić następujący graf.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

a) 4 t = ____ kg

b) 5 kg = ____ dag

c) 7 dag = ____ g

d) 6 kg = ____ g

e) 80 kg = ____ dag

f) 30 kg = ____ g

g) 20 t = ____ kg

h) 300 dag = ____ g

i) 5 000 kg = ____ t

j) 40 000 g = ____ kg

k) 200 g = ____ dag

l) 9 000 dag = ____ kg

90	8 000	3 000	30 000	5	500	6 000	45	900	70	4 000
2 000 000	20 000	20	15	40						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Wyraź podane masy we wskazanej jednostce.

Przeciągnij i upuść.

a) 56 dag = [ ] g

b) 67 kg = [ ] dag

c) 3 800 dag = [ ] kg

d) 800 000 dag = [ ] t

800 000	670	67	6 700	560	380	80	315	3 800	345	38
250	8	380	5 600	8 244	800					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Wyrażenia dwumianowane

Gdy masę danego przedmiotu podajemy z użyciem dwóch jednostek (mian), to mówimy, że zapisaliśmy masę za pomocą wyrażenia dwumianowanego, np. 2 kg 15 dag.

Przykład 1

Wyrażenie dwumianowane możemy zapisać używając jednej jednostki.

$$2\ \text{kg}\ 15\ \text{dag} = 215\ \text{dag}$$

$$2 \cdot 100 + 15$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą.

a) 240 dag = 2 kg ☐ dag

b) 57 g = ☐ dag 7 g

c) 4 089 kg = ☐ t ☐ kg

d) 3 kg 246 g = ☐ g

e) 12 kg 3 dag = ☐ dag

f) 78 dag 3 g = ☐ g

g) 13 579 kg = ☐ t ☐ kg

h) 7 kg 2 g = ☐ g

i) 2 kg 4 dag 5 g = ☐ g

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Przeciągnij i upuść.

a) Jola kupiła 365 g, a Dorota 37 dag tego samego sera. Która dziewczyna kupiła więcej sera?

37 dag = [ ] g

Więcej sera kupiła [ ].

b) Natalia i Monika obchodziły 10 urodziny. Monika kupiła tort, który ważył 2 kg 40 dag. Tort Natalii ważył 207 dag. Który tort był cięższy?

2 kg 40 dag = [ ] dag

Cięższy był tort [ ].

c) Pies Rysia waży 8 kg 24 g, a kot Lucynki waży 824 dag. Które zwierzątko jest cięższe?

8 kg 24 g = [ ] g

824 dag = [ ] g

Cięższy jest [ ].

Dorota | 240 | pies | 250 | kot | 8024 | Jola | Moniki | 8244 | Natalii | 8014 | 24 | 370 | 2400 | 8240 | Jola | 380

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Przeciągnij i upuść.

a) Tata kupił 15 dag szynki, 65 dag białego sera, 1 kg 30 dag pomidorów i 50 dag śliwek.
Zakupy ważyły ____ dag, czyli ____ kg ____ dag.

b) Franek kupił 3 kg ziemniaków, 80 dag marchwi, 1 kg 50 dag kapusty i 40 dag papryki.
Zakupy ważyły ____ dag, czyli ____ kg ____ dag.

c) Basia kupiła 2 kg 50 dag porzeczek, 1 kg 60 dag agrestu, 80 dag malin i 1 kg 30 dag wiśni.
Zakupy ważyły ____ dag, czyli ____ kg ____ dag.

d) Alek kupił 1 kg 40 dag jabłek, 90 dag gruszek, 1 kg 10 dag winogron i 70 dag mandarynek.
Zakupy ważyły ____ dag, czyli ____ kg ____ dag.

5	10	410	260	2	60	70	570	620	4	6	20

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Wykonaj obliczenia i odpowiedz na pytania.



chleb żytni
1 kg 15 dag



dżem
350 g



masło
250 g



ser żółty
200 g

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. Ile razem ważą te cztery artykuły?
2. O ile cięższy jest słoiczek dżemu od paczki masła?
3. O ile lżejsze są 3 kawałki sera od jednego bochenka chleba?
4. Ile i które artykuły zrównoważą masę czterech słoików dżemu?

Ważne!

Na opakowaniach produktów żywnościowych często podana jest waga netto i brutto produktu. Rzadziej używa się obecnie pojęcia tara. Czy wiesz co oznaczają te nazwy?

- netto – masa towaru bez opakowania
- brutto – masa towaru z opakowaniem
- tara – masa opakowania

Ćwiczenie 16

Odpowiedz na pytania.

1. Skrzynka z jabłkami waży $20\ \mathrm{kg}$. Pusta skrzynka waży $2\ \mathrm{kg}$. Ile ważą jabłka w tej skrzynce?
2. Pusty tornister waży $1\ \mathrm{kg}\ 10\ \mathrm{dag}$. Tornister z książkami waży $4\ \mathrm{kg}\ 60\ \mathrm{dag}$. Ile ważą książki?
3. Beczka z kapustą waży $42\ \mathrm{kg}$. Kapusta waży $39\ \mathrm{kg}$. Ile waży pusta beczka?
4. Na słoiku z ogórkami podano informację: masa netto $850\ \mathrm{g}$. Pusty słoik waży $20\ \mathrm{dag}$. Jaka jest masa brutto słoika z ogórkami?
5. Na pudełku z ciastkami podano informacje: masa netto $1650\ \mathrm{g}$, masa brutto $1900\ \mathrm{g}$. Ile waży puste pudełko?
6. Samochód ciężarowy waży $10\ \mathrm{t}$ i może przewozić ładunek o dopuszczalnej masie $15\ \mathrm{t}$. Jaka jest wówczas masa brutto samochodu z ładunkiem?

Ćwiczenie 17

Przyjrzyj się rysunkom, a następnie podaj masy wskazanych przedmiotów.

1.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18

Kamil przyniósł na lekcję wagę sprężynową, na której jego tata waży ryby. Uczniowie chcieli zważyć swoje plecaki z książkami. Pani poleciła, by ważyć plecaki po 2. Okazało się, że

- plecaki Kamila i Julki ważyły razem $5\ \mathrm{kg}\ 30\ \mathrm{dag}$,
- plecaki Kamila i Michała ważyły razem $850\ \mathrm{dag}$,
- plecaki Julki i Michała ważyły razem $7\ \mathrm{kg}$.

Oblicz, ile ważył plecak każdej z osób.

Obliczenia związane z pieniędzmi

W naszym kraju płacimy złotówkami, w Czechach płaci się koronami, w Anglii funtami, a na Słowacji euro. Euro to jednostka płatnicza obowiązująca w wielu krajach Europy, np. we Francji i w Niemczech. Bardzo popularną walutą jest też dolar. Używa się go przede wszystkim w Stanach Zjednoczonych Ameryki Północnej.
Możliwe, że pieniądze zostały wymyślone w Indiach i Chinach około X w. p. *n. e.* Na pewno używano ich w starożytnej Grecji od VII w. p. *n. e.* Początkowo były to monety ze złota, srebra i miedzi. Pierwsze pieniądze papierowe – banknoty – zaczęto stosować w Chinach w VII w. n. *e.*, a w Europie w XVII w. W Polsce już za panowania Mieszka I w X w. używano srebrnej monety, zwanej denarem. Natomiast polski złoty pojawił się za panowania króla Zygmunta Augusta w roku 1564. W przeciwieństwie do swojej nazwy nigdy nie był wytapiany ze złota, ale ze srebra. Pierwsze polskie banknoty pojawiły się w 1794 r.



Moneta ze starożytnej Grecji



Moneta z Chin



Banknot z Chin



Denar Mieszka I

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Jednostką monetarną Polski jest 1 złoty. Jeden złoty to 100 groszy

$$1 \text{ zł } = 100 \text{ gr}$$

Spójrz, jakie monety i banknoty sa obecne w obiegu w Polsce i w niektórych krajach europejskich.



50 euro

100 euro

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 1

W Polsce ceny podaje się: w złotych, w groszach lub w złotych i groszach.
Na przykład bilet do kina może kosztować 25 zł, pudełko zapałek 15 gr, a kilogram pomidorów 8 zł 50 gr.
W sklepach najczęściej widzimy ceny zapisane tak: 16,25 zł. Oznacza to, że dany towar kosztuje 16 zł 25 gr.
Spójrz, jak zamieniamy jednostki pieniędzy.

$$6 \text{ zł} = 6 \cdot 100 \text{ gr} = 600 \text{ gr}$$

$$7800 \text{ gr} = (7800 : 100) \text{ zł} = 78 \text{ zł}$$

$$15 \text{ zł } 5 \text{ gr} = (15 \cdot 100 + 5) \text{ gr} = 1505 \text{ gr}$$

$$260 \text{ gr} = 2 \text{ zł } 60 \text{ gr}$$

Ćwiczenie 1

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą.

a) 7 zł = ☐ gr

b) 15 zł = ☐ gr

c) 520 zł = ☐ gr

d) 1 234 zł = ☐ gr

e) 900 gr = ☐ zł

f) 5 000 gr = ☐ zł

g) 20 000 gr = ☐ zł

h) 800 000 gr = ☐ zł

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą.

a) 730 gr = 7 zł ☐ gr

b) 9 458 gr = ☐ zł 58 gr

c) 6 025 gr = ☐ zł ☐ gr

d) 207 gr = ☐ zł ☐ gr

e) 3 zł 15 gr = ☐ gr

f) 27 zł 45 gr = ☐ gr

g) 4 zł 3 gr = ☐ gr

h) 7 502 gr = ☐ zł ☐ gr

i) 200 zł 5 gr = ☐ gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Przeczytaj treść zadania i porównaj występujące w nim ceny. Odpowiedz na pytania.

1. Jacek kupił zeszyt za 1 zł 70 gr, a Jurek za 127 gr. Który z chłopców kupił droższy zeszyt?

$$1 \text{ zł } 70 \text{ gr} = \ldots \text{ gr}$$

Droższy zeszyt kupił...

1. Ola ma w skarbonce 125 zł 5 gr, a Małgosia 12510 monet jednogroszowych. Która z dziewczynek ma więcej pieniędzy?

$$125 \text{ zł } 5 \text{ gr} = \ldots \text{ gr}$$

Więcej pieniędzy ma ...

1. Adam i Kuba kupili batony z, wrzucając do automatu kwotę równą cenie batona. Adam wrzucił 4 monety po 50 gr, 2 monety po 20 gr i jedną pięciogroszówkę, a Kuba 2 zł 50 gr. Który z chłopców kupił droższy baton?

Adam wrzucił $\ldots$ zł $\ldots$ gr. Droższy był baton ...

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Oblicz na podstawie rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. O ile jest tańsze mleko od dżemu?
2. O ile jest droższe pudełko czekoladek od 1 kg bananów?
3. Ile trzeba razem zapłacić za pudełko czekoladek, kilogram bananów, litr mleka i dżem?
4. Ile trzeba zapłacić za 2 słoiczki dżemu, 1 kg bananów, jedno pudełko czekoladek i 4 butelki mleka?
5. Ile kosztują 2 kilogramy bananów?
6. Ile trzeba zapłacić za 7 butelek mleka? Trzeba zapłacić . . . euro . . . centów.
7. Za banany zapłacono 18 euro. Ile kilogramów bananów kupiono? Kupiono . . . kg bananów.

Ćwiczenie 8

Kasjerka ma w kasie banknoty dziesięciozłotowe, dwudziestozłotowe i pięćdziesięciozłotowe oraz monety wszystkich nominałów. Chce wypłacić podaną kwotę, używając jak najmniejszej liczby banknotów i jak najmniejszej liczby monet.

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą. Jeśli uważasz, że kasjerka nie użyje danych banknotów lub monet, wpisz 0.

84 zł 75 gr = [ ] · 50 zł + [ ] · 20 zł + [ ] · 10 zł +
[ ] · 5 zł + [ ] · 2 zł + [ ] · 1 zł +
[ ] · 50 gr + [ ] · 20 gr + [ ] · 10 gr +
[ ] · 5 gr + [ ] · 2 gr + [ ] · 1 gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Kasjerka ma w kasie banknoty dziesięciozłotowe, dwudziestozłotowe i pięćdziesięciozłotowe oraz monety wszystkich nominałów. Chce wypłacić podaną kwotę, używając jak najmniejszej liczby banknotów i jak najmniejszej liczby monet.

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą. Jeśli uważasz, że kasjerka nie użyje danych banknotów lub monet, wpisz 0.

166 zł 8 gr = [ ] · 50 zł + [ ] · 20 zł + [ ] · 10 zł +
[ ] · 5 zł + [ ] · 2 zł + [ ] · 1 zł +
[ ] · 50 gr + [ ] · 20 gr + [ ] · 10 gr +
[ ] · 5 gr + [ ] · 2 gr + [ ] · 1 gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Kasjerka ma w kasie banknoty dziesięciozłotowe, dwudziestozłotowe i pięćdziesięciozłotowe oraz monety wszystkich nominałów. Chce wypłacić podaną kwotę, używając jak najmniejszej liczby banknotów i jak najmniejszej liczby monet.

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą. Jeśli uważasz, że kasjerka nie użyje danych banknotów lub monet, wpisz 0.

358 zł 96 gr = ☐ · 50 zł + ☐ · 20 zł + ☐ · 10 zł + ☐ · 5 zł + ☐ · 2 zł + ☐ · 1 zł + ☐ · 50 gr + ☐ · 20 gr + ☐ · 10 gr + ☐ · 5 gr + ☐ · 2 gr + ☐ · 1 gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Kasjerka ma w kasie banknoty dziesięciozłotowe, dwudziestozłotowe i pięćdziesięciozłotowe oraz monety wszystkich nominałów. Chce wypłacić podaną kwotę, używając jak najmniejszej liczby banknotów i jak najmniejszej liczby monet.

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą. Jeśli uważasz, że kasjerka nie użyje danych banknotów lub monet, wpisz 0.

1 419 zł 13 gr = ☐ · 50 zł + ☐ · 20 zł + ☐ · 10 zł + ☐ · 5 zł + ☐ · 2 zł + ☐ · 1 zł + ☐ · 50 gr + ☐ · 20 gr + ☐ · 10 gr + ☐ · 5 gr + ☐ · 2 gr + ☐ · 1 gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Trening mistrza - ćwiczenia przed sprawdzianem

Ćwiczenie 1

Pani Kasia trenuje codziennie po południu – zawsze tyle samo czasu i o tej samej porze.

1. O której godzinie pani Kasia rozpoczyna trening, a o której godzinie kończy?
2. Ile minut trwa trening pani Kasi?
3. Ile czasu pani Kasia spędza na ćwiczeniach w ciągu tygodnia? Podaj wynik w godzinach i minutach.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Marysia w czasie wakacji wracała z Zakopanego do Warszawy przez Kraków. Przejazd autobusem z Zakopanego do Krakowa trwał 2 h 10 min. Tam Marysia czekała 40 min na pociąg do Warszawy. Pociągiem do stolicy jechała 3 h.

a) Ile minut łącznie zajęła Marysi podróż z Zakopanego do Warszawy? _____

b) O której godzinie Marysia dojechała do Warszawy, jeżeli wyjechała z Zakopanego o godzinie 9:35? _____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Małgosia, najstarsza z trzech przyjaciółek, urodziła się 14 września. Magda jest młodsza od Małgosi o 17 dni. Matylda jest najmłodsza i obchodzi urodziny 150 dni po Małgosi. Uzupełnij, wpisując np. 4 maja.

a) Magda obchodzi urodziny _____.

b) Matylda obchodzi urodziny _____.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Uzupełnij.

a) Jacek odwiedził ciocię we wtorek i obiecał przyjść do niej znowu za 20 dni. Który to będzie dzień tygodnia? _____

b) Lucyna uczęszcza na lekcje tańca we wtorki i czwartki. Ostatnio była na zajęciach we wtorek 29 lutego. Ile razy będzie miała zajęcia w marcu? _____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Odpowiedz na pytania.

1. Ile pełnych tygodni mieści się w II kwartale roku?
2. Marcel wyjechał na tygodniową zieloną szkołę dokładnie w połowie II kwartału roku. Podaj datę wyjazdu Marcela.

Ćwiczenie 6

Ile to centymetrów?

a) 2 300 mm _____

b) 3 m 4 dm _____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uzupełnij.

a) Oliwia ma $97\ \mathrm{cm}$ wzrostu, a jej starszy brat $1\ \mathrm{m}\ 54\ \mathrm{cm}$. Brat Oliwii jest od niej wyższy o ☐ cm.

b) Odległość od szkoły do domu Bartka wynosi $1\ \mathrm{km}\ 30\ \mathrm{m}$, a odległość od szkoły do domu Sylwii $2\ 150\ \mathrm{m}$. Kto ma dalej ze szkoły do domu - Bartek czy Sylwia? ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Ile to gramów?

a) 6 dag 5 g ☐

b) 1 kg 10 dag 3 g ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przed podróżą samolotem tata chciał zważyć swój bagaż, ale nie miał odpowiedniej wagi. Stanął więc na wadze łazienkowej, trzymając walizkę. Waga wskazała $101\ \mathrm{kg}\ 20\ \mathrm{dag}$. Później tata zważył się sam ważył $83\ \mathrm{kg}\ 40\ \mathrm{dag}$. Odpowiedz na pytanie, podając wynik w kg i dag.

1. Ile waży walizka?
2. O ile tata jest cięższy od walizki?

Ćwiczenie 10

W pewnym Ogrodzie Zoologicznym słoń waży 5 t, a lama jest lżejsza od słonia o 4750 kg.

a) Ile kilogramów waży lama? ☐

b) Ile razy lama jest lżejsza od słonia? ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Kilogram pomarańczy kosztuje 8 zł, a kilogram jabłek kosztuje 4 zł 50 gr.

1. Ile trzeba zapłacić za 2 kilogramy pomarańczy i 2 kilogramy jabłek?
2. Ile trzeba zapłacić za 1 kg 50 dag pomarańczy i pół kilograma jabłek?

Podaj wyniki w złotych lub w złotych i groszach.

Ćwiczenie 12

Konrad kupił na swoje urodziny 30 lizaków w cenie 35 gr za sztukę.

a) Ile Konrad zapłacił za lizaki? [ ] zł [ ] gr

b) Ile reszty otrzymał Konrad, jeżeli zapłacił banknotem pięćdziesięciozłotowym?

[ ] zł [ ] gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Jeden zeszyt kosztuje 3 zł 28 gr, a komplet pięciu takich samych zeszytów - 15 zł.

a) O ile tańszy jest zeszyt kupiony w komplecie? [ ] zł [ ] gr

b) Jaką kwotę można zaoszczędzić, kupując 20 zeszytów w kompletach, a nie na sztuki?

[ ] zł [ ] gr

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Justyna przez trzy dni jeździła na rowerze. Pierwszego dnia przejechała 25 km 400 m. Drugiego dnia pokonała dystans o 6 km 700 m dłuższy niż pierwszego dnia, a trzeciego dystans trzykrotnie krótszy niż w drugim dniu. Jaką łączną odległość przejechała Justyna na rowerze w ciągu tych trzech dni?

Ćwiczenie 15

Sto ziarenek kawy waży 15 g. Oblicz, ile ziarenek kawy jest w paczce ważącej netto 24 dag.

Ćwiczenie 16

Mama kupiła 20 dag cukierków w cenie 30 zł za kilogram i 25 dag ciastek w cenie 16 zł za kilogram.

1. Ile mama zapłaciła za te zakupy?
2. Za co zapłaciła więcej za cukierki czy ciastka?
3. Ile monet reszty otrzymałaby mama, gdyby zażyczyła sobie wydanie reszty z 15 zł w jednogroszówkach i ekspedientka spełniłaby tę prośbę?

Ćwiczenie 17

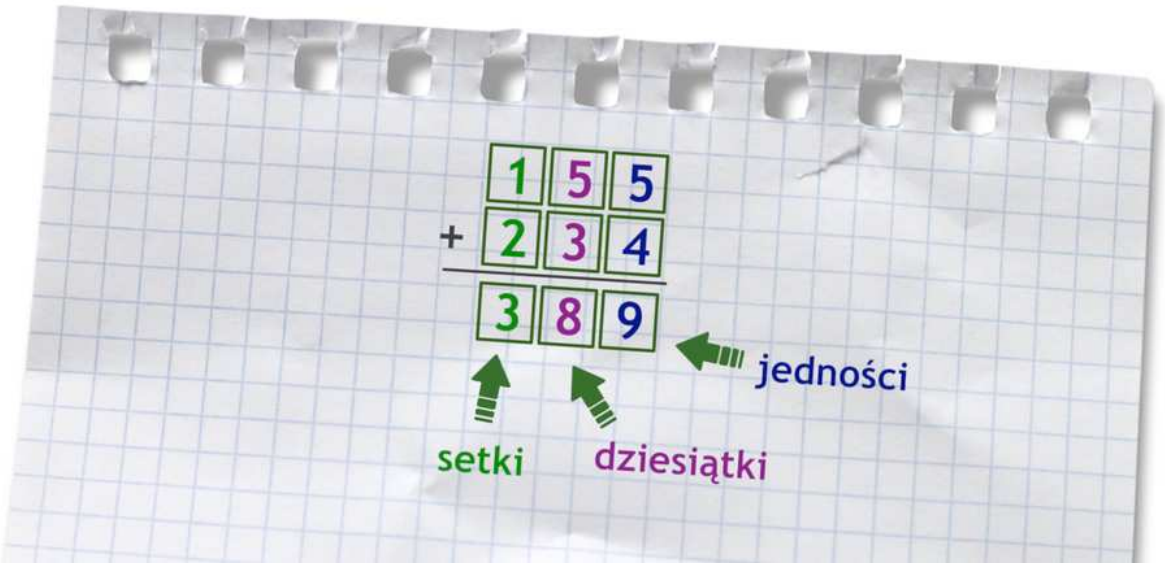
Adam, podczas choroby, zażywał dwa lekarstwa: jedno co 8 godzin, a drugie co 12 godzin.
Lekarz zalecił następujące dawkowanie leków: pierwszy lek po jednej tabletce, drugi po dwie tabletki. Przy czym trzeba zażyć wszystkie tabletki znajdujące się w obu opakowaniach. W każdym opakowaniu było 20 tabletek. Pierwszy raz Adam zażył oba lekarstwa razem o godzinie $7:00$ we wtorek. Które z lekarstw Adam skończy zażywać wcześniej? W jakim dniu tygodnia i o której godzinie weźmie ostatnią dawkę lekarstw? Rozwiązanie zadania może ułatwić ci wypełnienie poniższej tabeli.

Tabela. Dane

	$7:00$		
wtorek	$1,\ 2$	1	2
środa	.....	.....	.....
czwartek			

Dodawanie liczb naturalnych sposobem pisemnym

Przykład 1



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

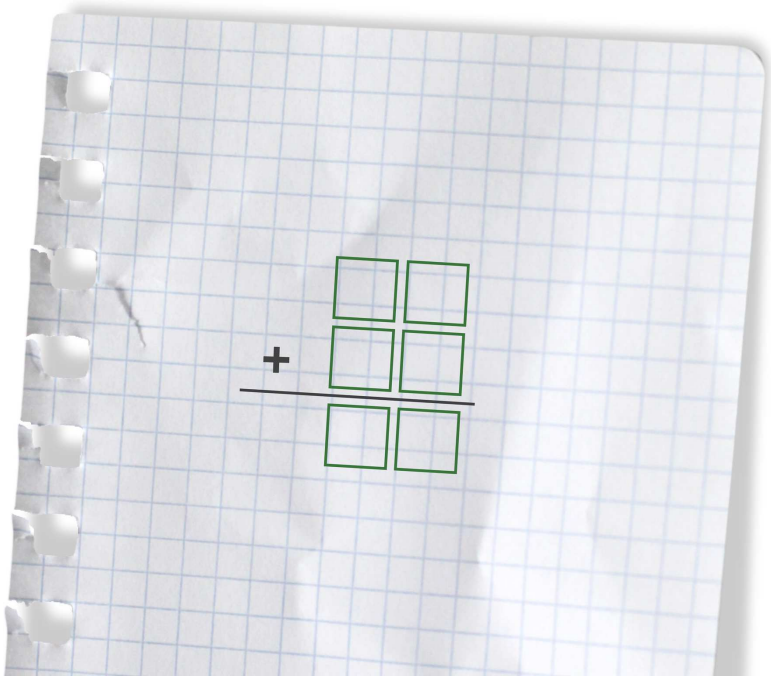
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

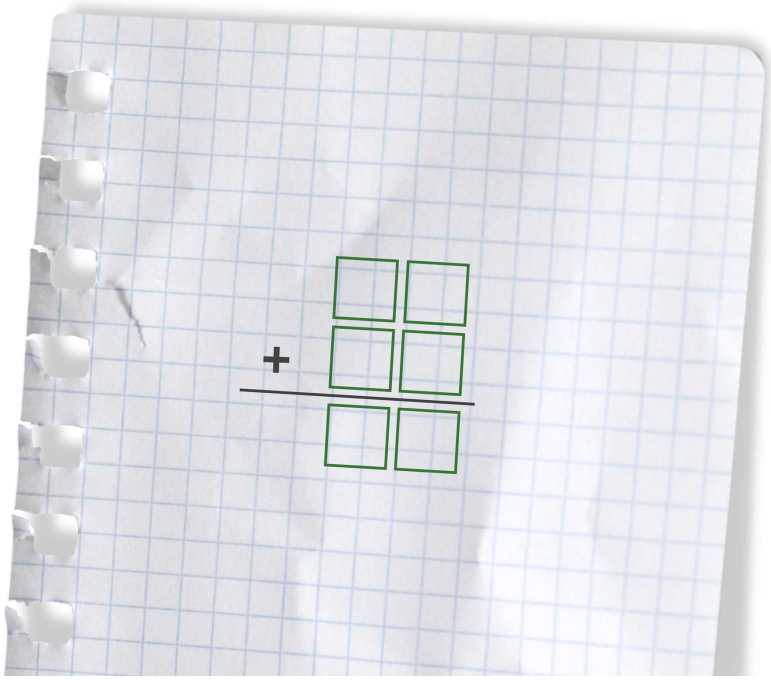
Wykonaj dodawanie sposobem pisemnym. Wpisz w kratki odpowiednie liczby.

1. $21 + 34$



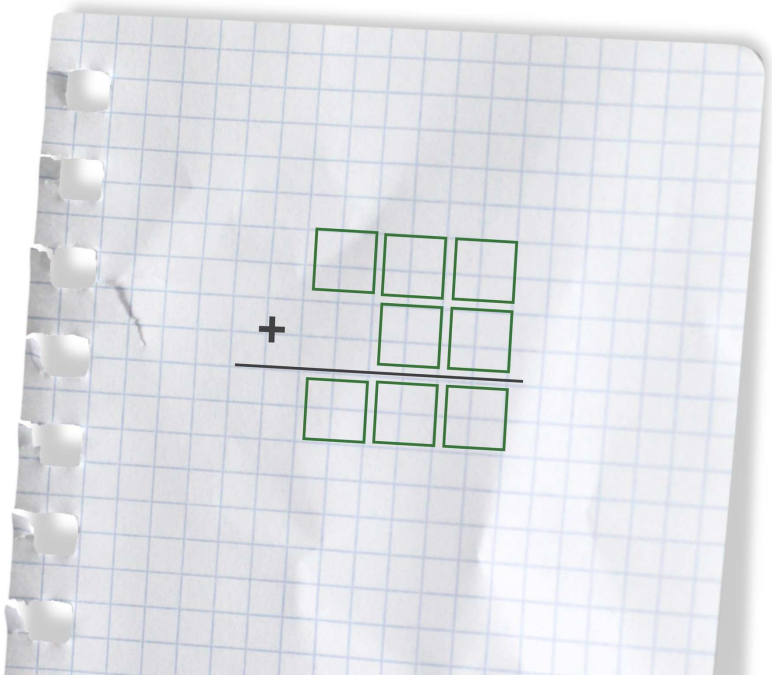
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $76 + 22$



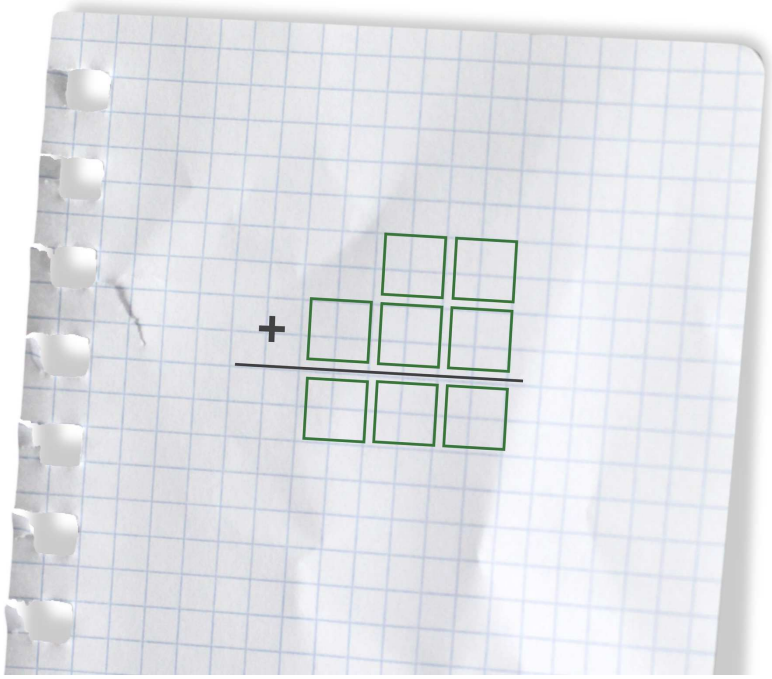
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $165 + 14$



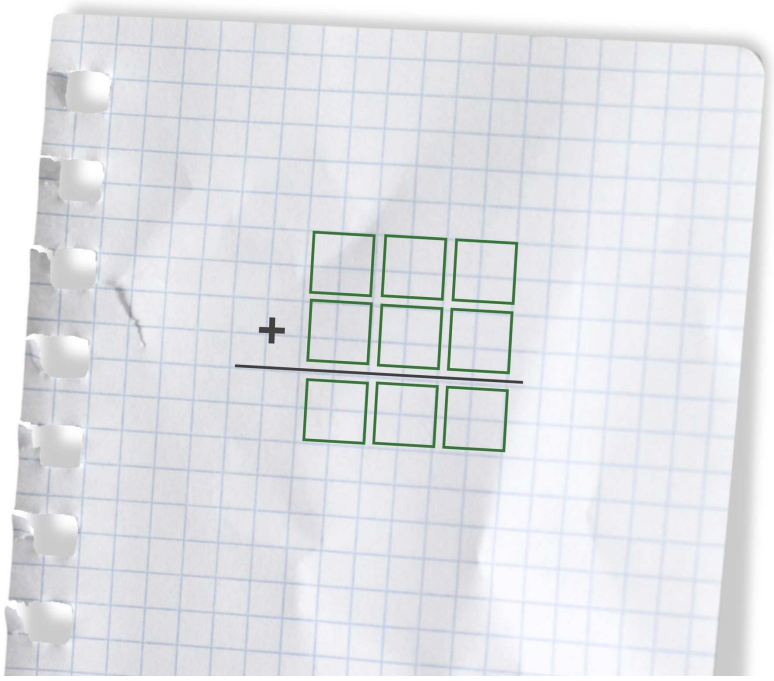
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $61 + 243$



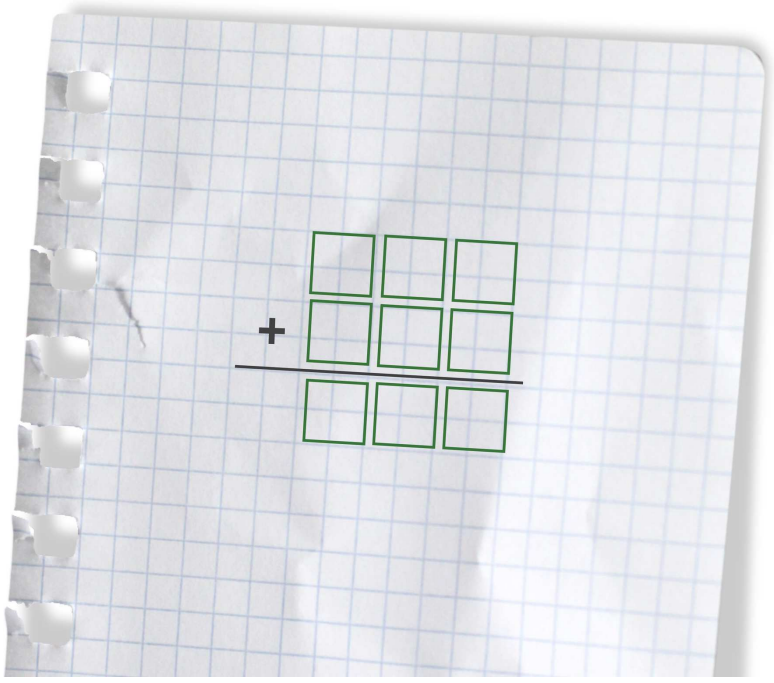
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. $232 + 667$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$6.\ 424\ +\ 374$

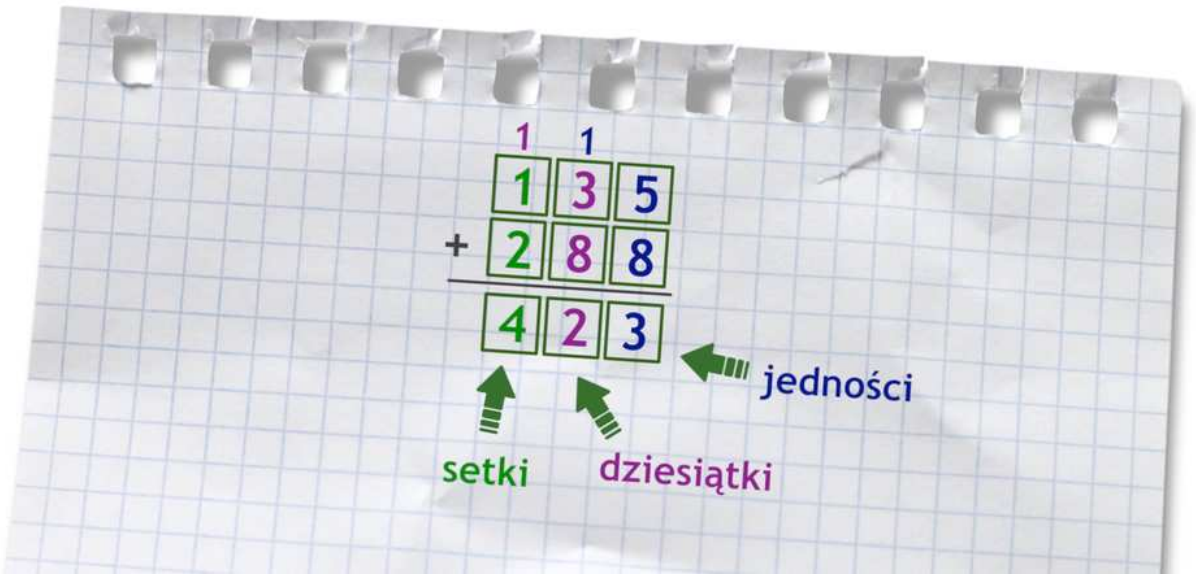


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

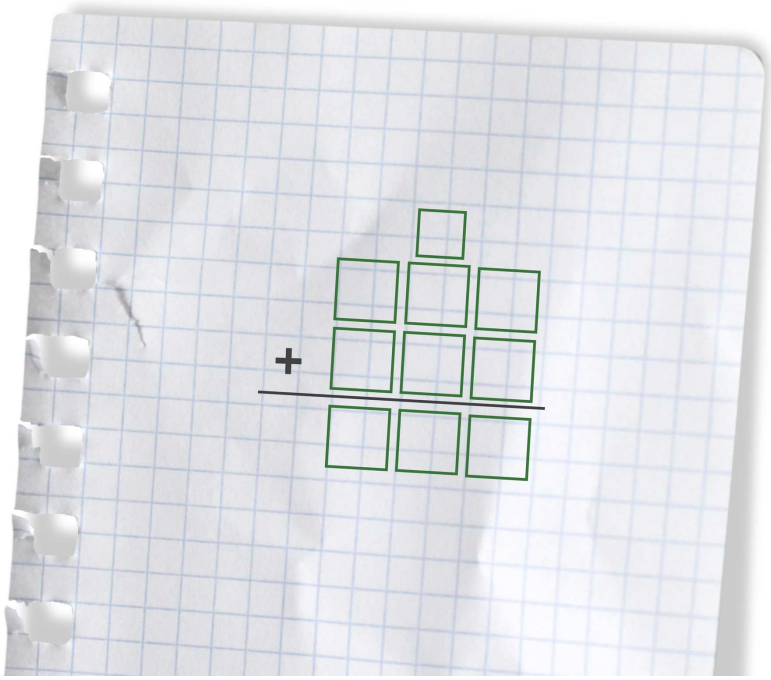
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 3

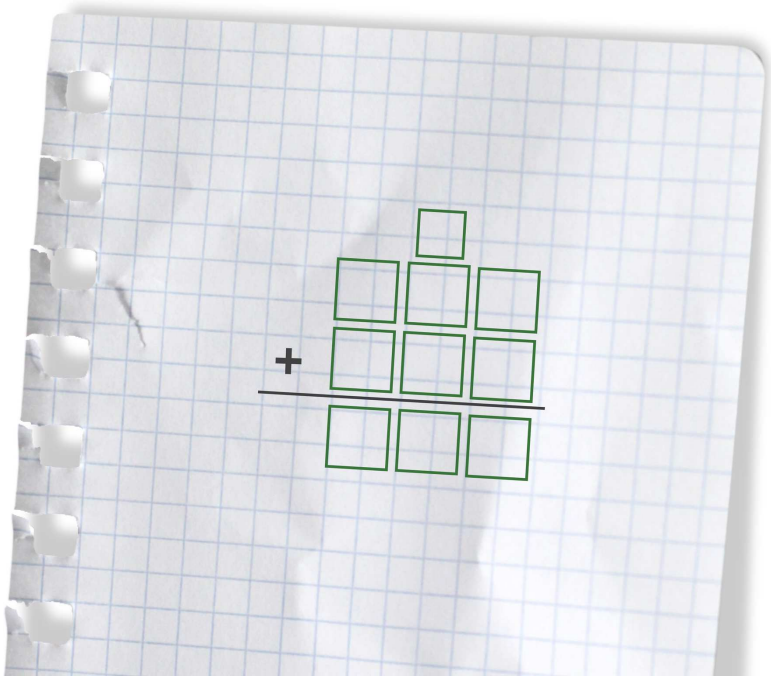
Oblicz, wpisując w kratki odpowiednie liczby.

1. $137 + 248$



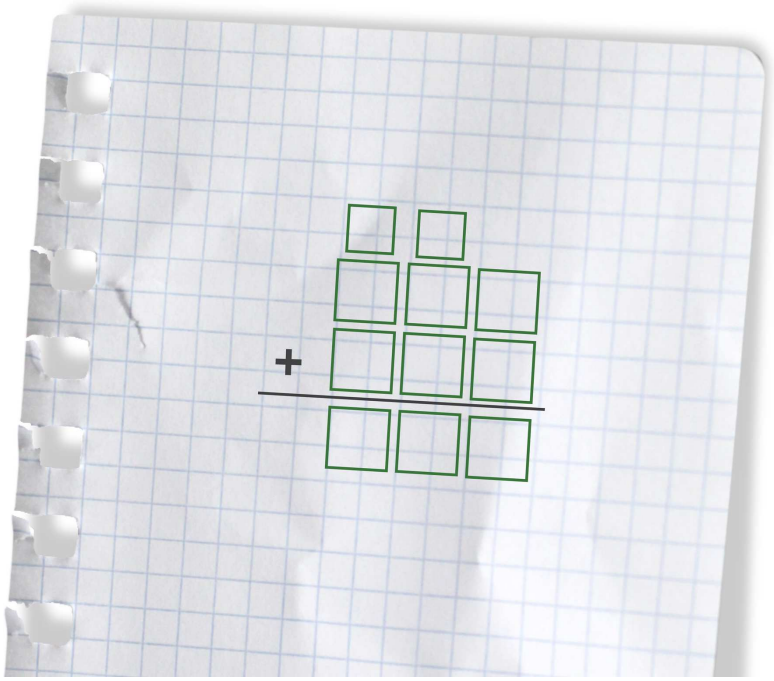
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $148 + 346$



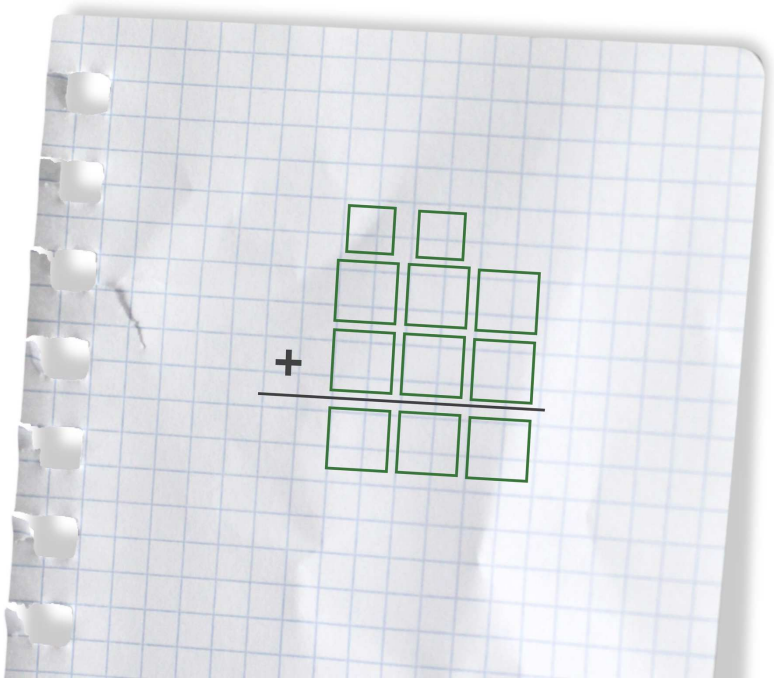
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $154 + 387$



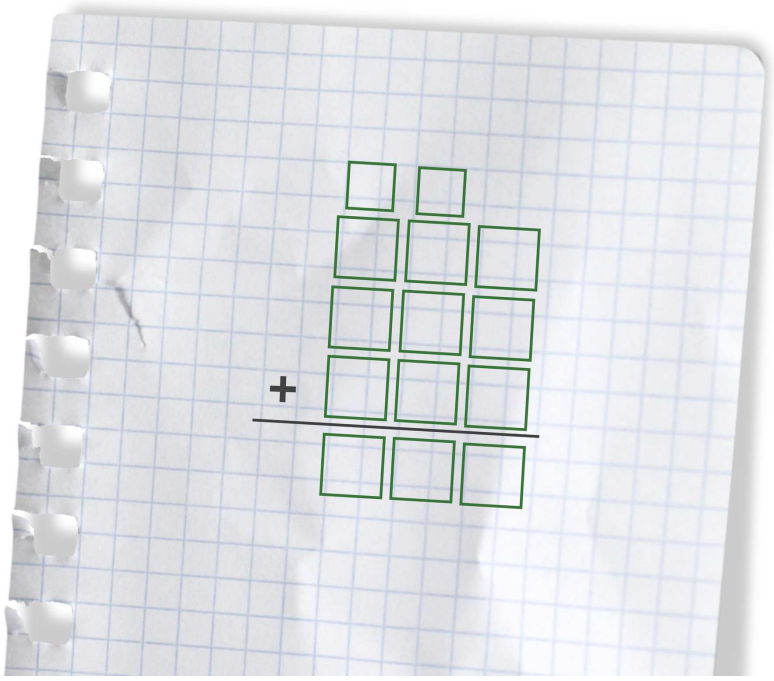
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $596 + 397$



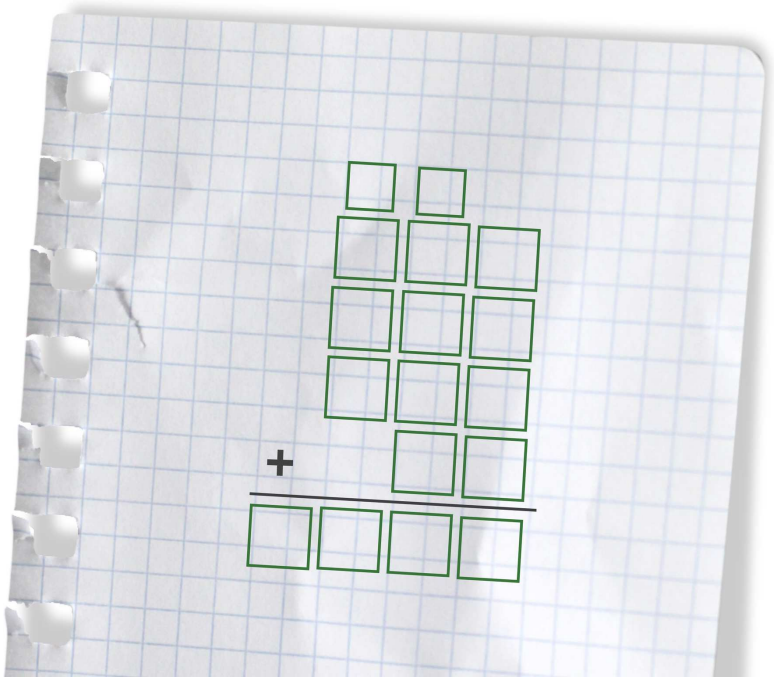
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. $348 + 276 + 193$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$6.\ 386\ +194\ +\ 678\ +\ 92$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Wykonaj dodawanie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 69 + 815 = ☐

b) 108 + 293 = ☐

c) 748 + 508 = ☐

d) 702 + 359 = ☐

e) 529 + 278 = ☐

f) 1 567 + 438 = ☐

g) 1 442 + 2 356 = ☐

h) 528 + 420 + 89 = ☐

i) 1 300 + 78 + 411 = ☐

j) 6 792 + 2 204 + 458 + 56 = ☐

3 708	884	1 790	3 798	1 789	401	807	1 061	9 510	1 007
9 511	2 015	2 005	1 037	1 256					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Kwadrat magiczny

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

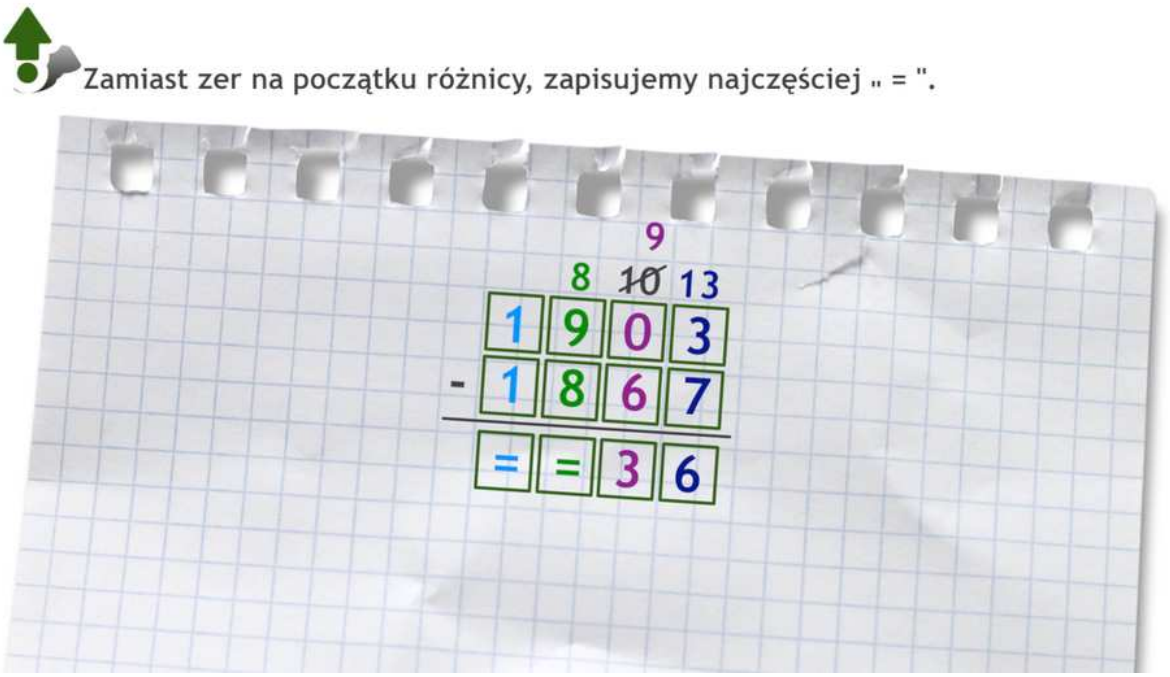
Ćwiczenie 6

Ile zapłacimy za zakup wszystkich produktów? Wykonaj obliczenia sposobem pisemnym.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

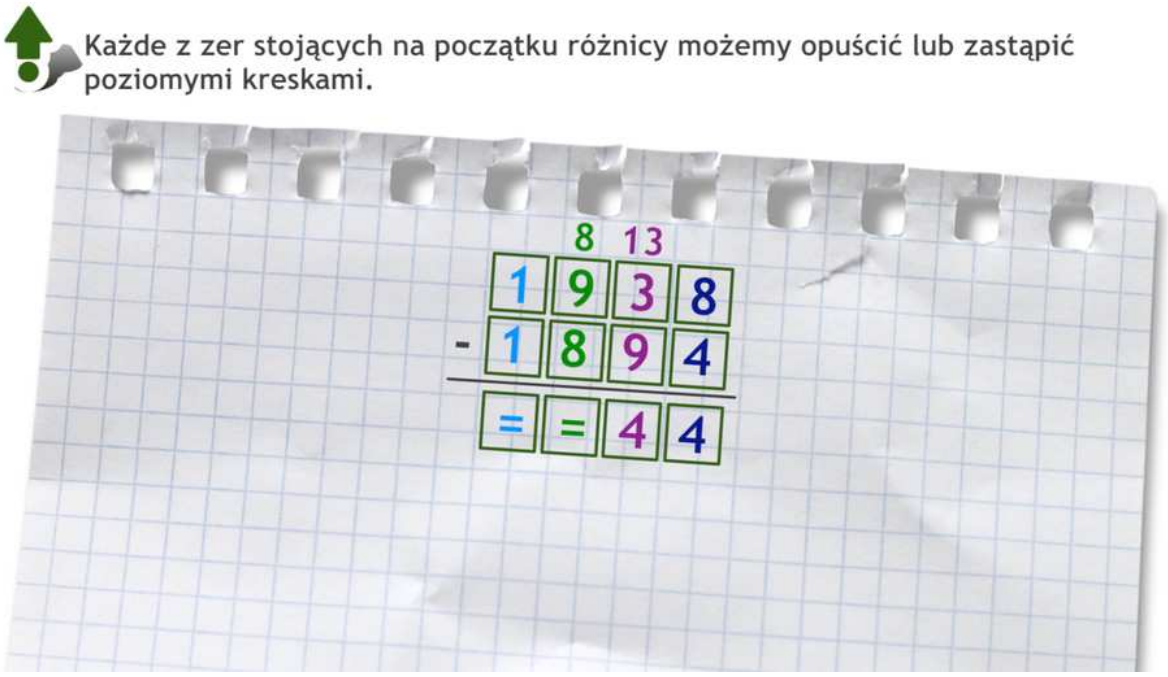
Odejmowanie liczb naturalnych sposobem pisemnym



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Animacja

Przykład 1



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

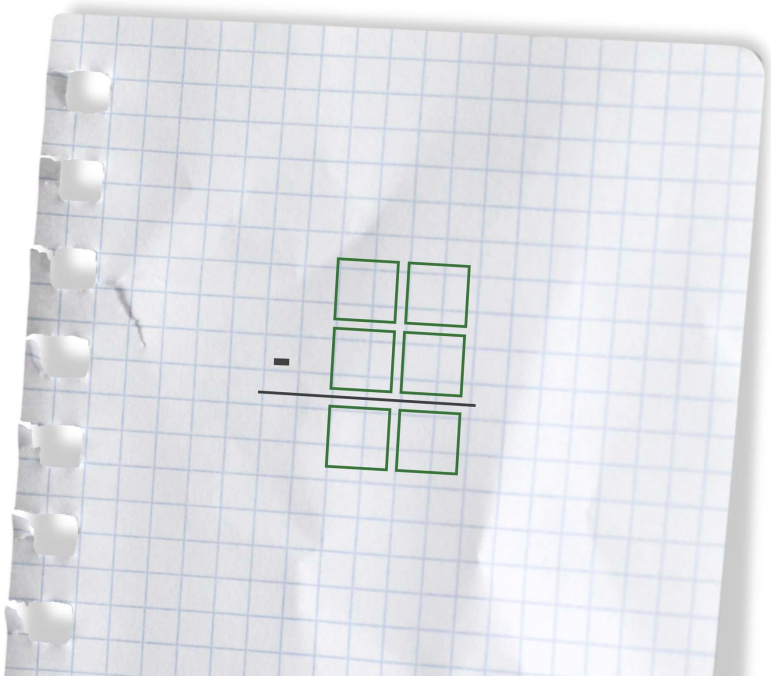
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

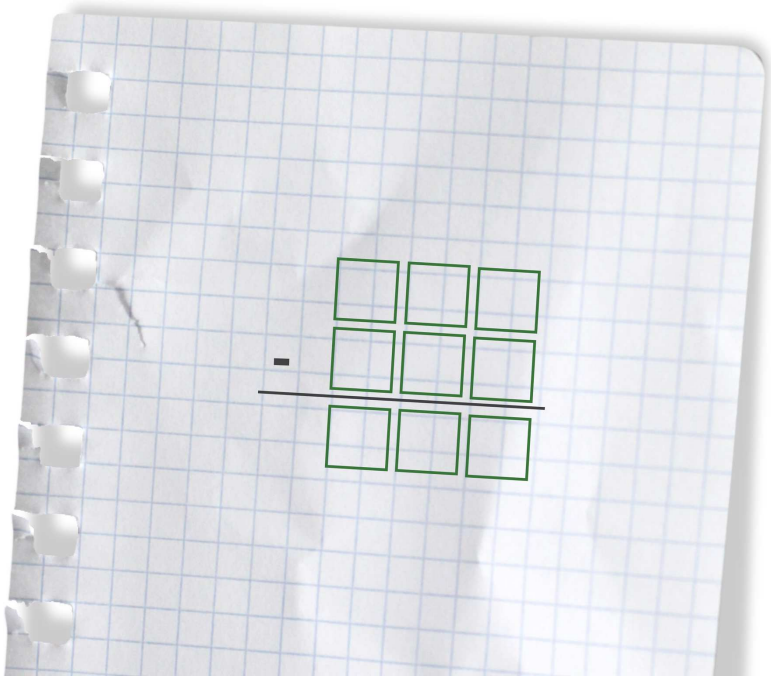
Oblicz sposobem pisemnym.

1. $78 - 64$



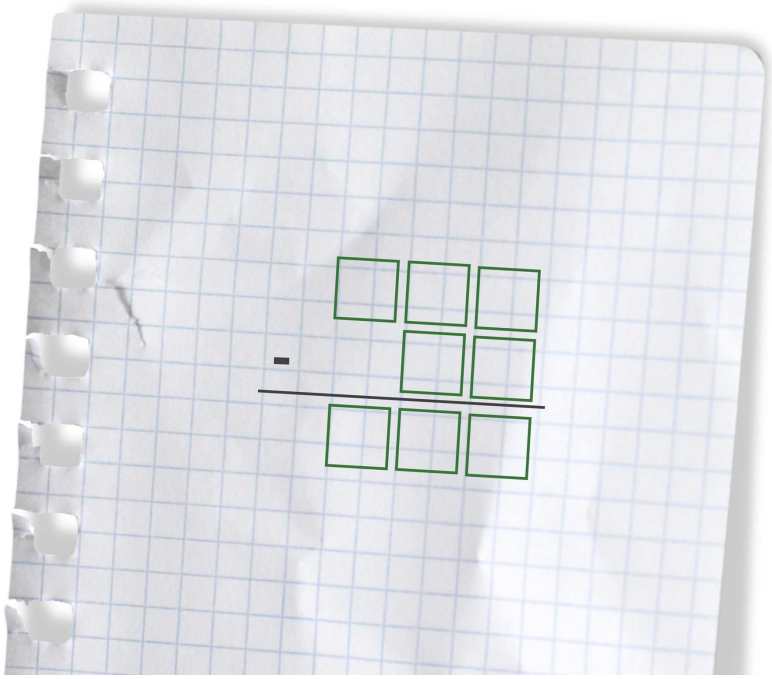
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $376 - 125$



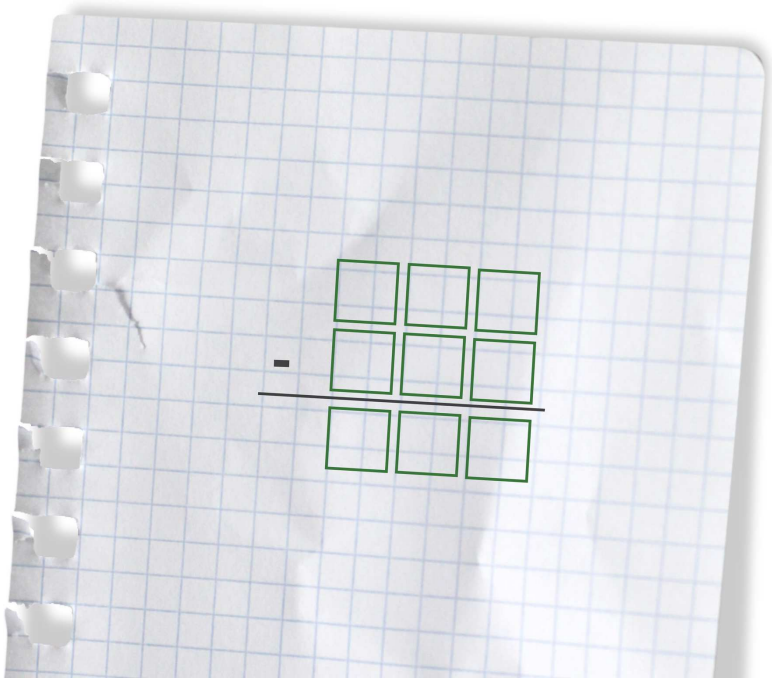
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $865 - 43$



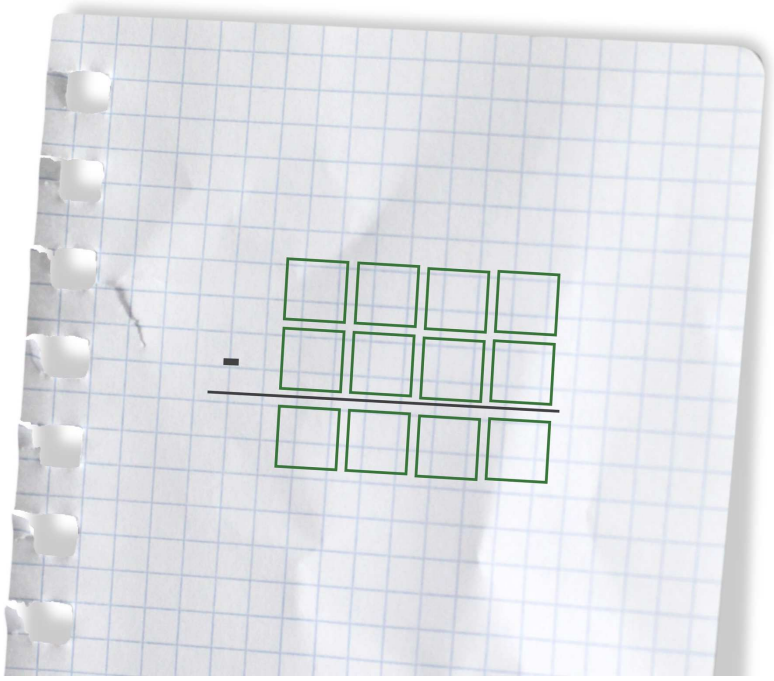
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $893 - 160$

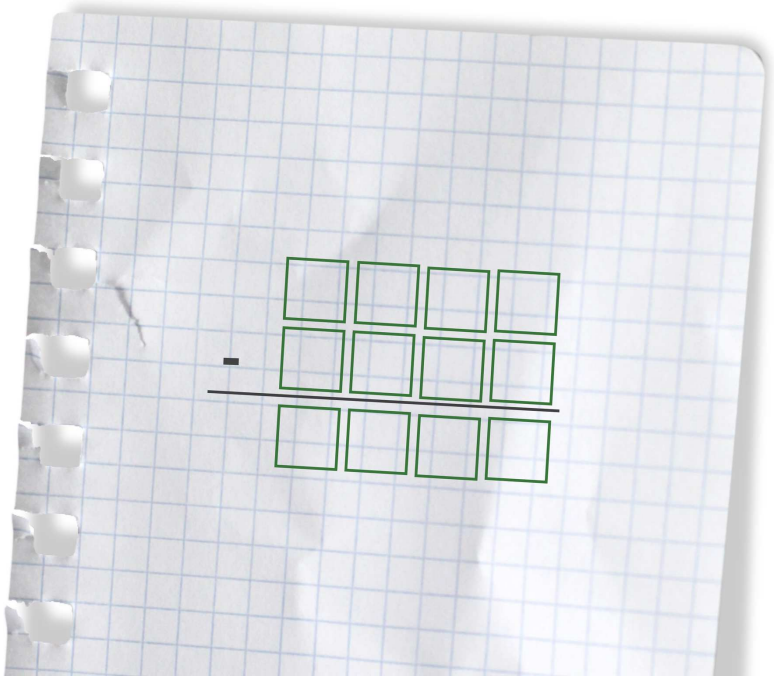


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. $2589 - 1467$



6. 4204 – 3103



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wykonaj odejmowanie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 168 - 35 = ☐

b) 688 - 510 = ☐

c) 748 - 507 = ☐

d) 782 - 252 = ☐

e) 589 - 270 = ☐

f) 1 567 - 432 = ☐

g) 2 442 - 331 = ☐

h) 3 528 - 2 420 = ☐

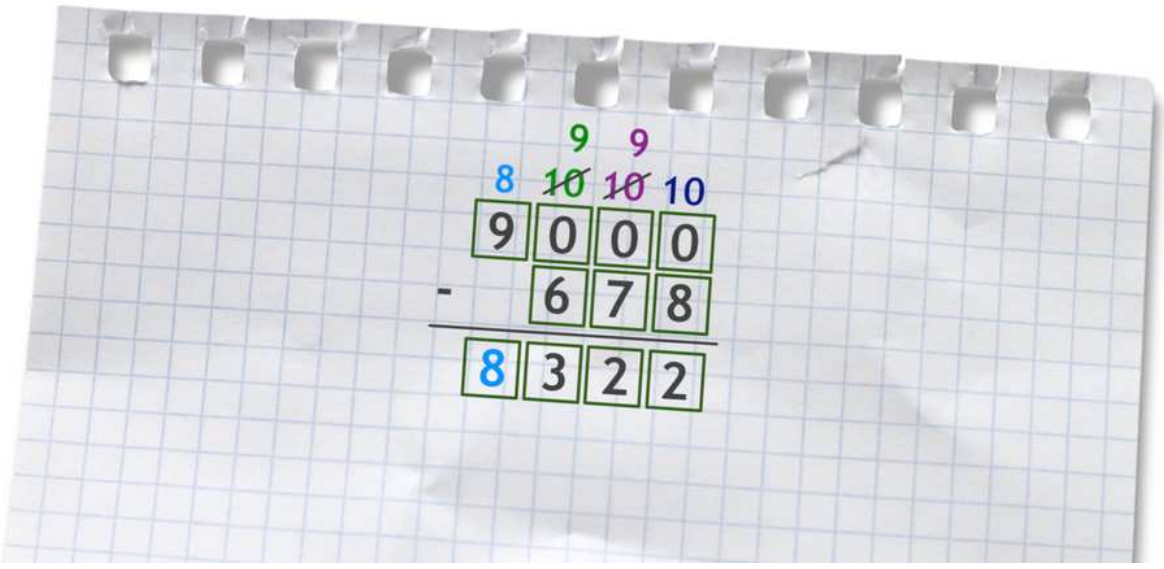
i) 8 835 - 4 115 = ☐

j) 6 679 - 2 204 = ☐

319	133	178	4 474	1 135	4 720	241	2 111	4 475	2 101
530	4 722	1 108	1 109						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2



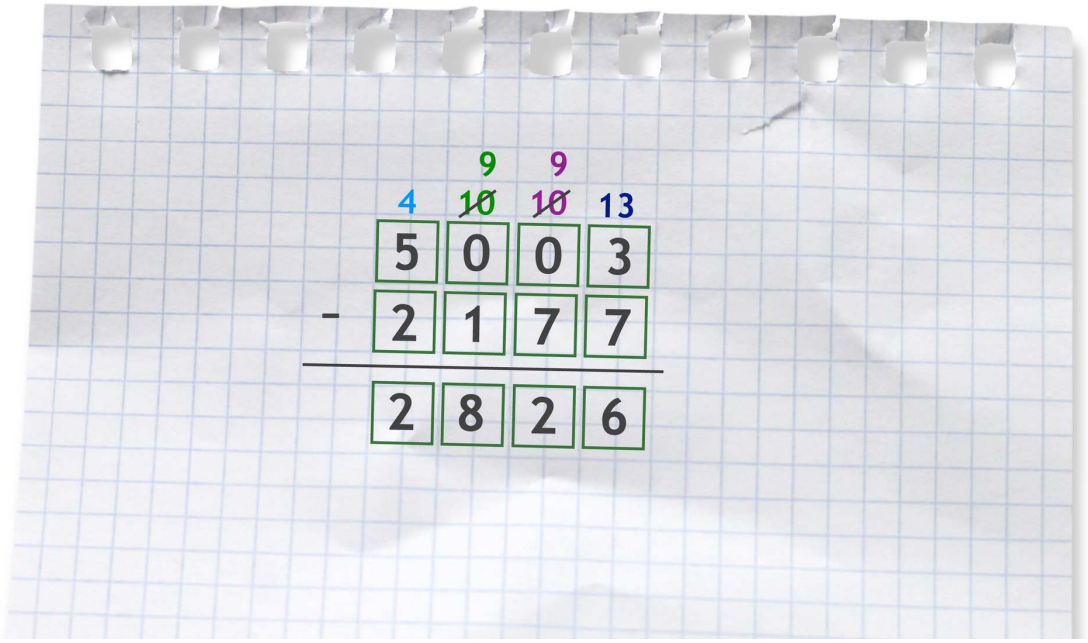
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 3

Poniżej zamieszczony jest przykład odejmowania z zerami w zapisie odjemnej. Przyjrzyj się kolejnym etapom odejmowania.

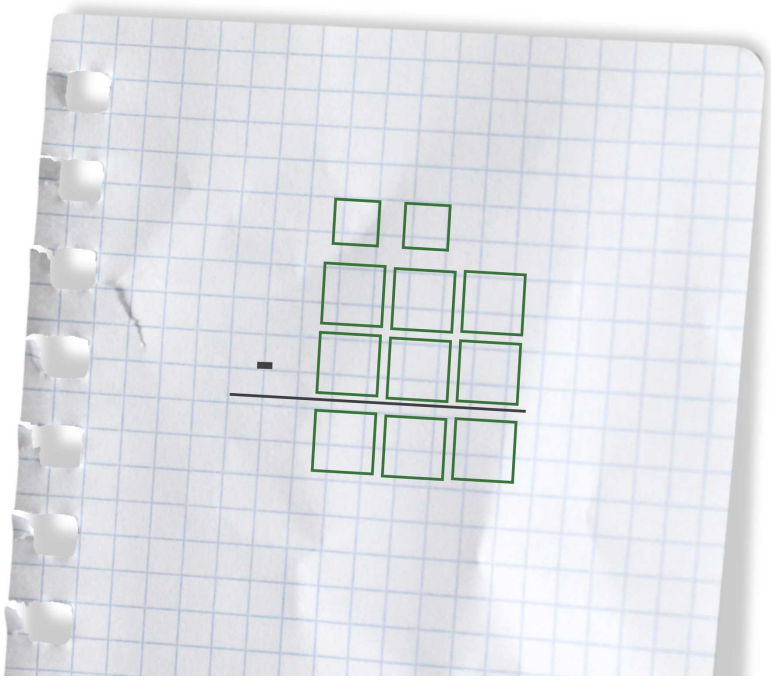


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

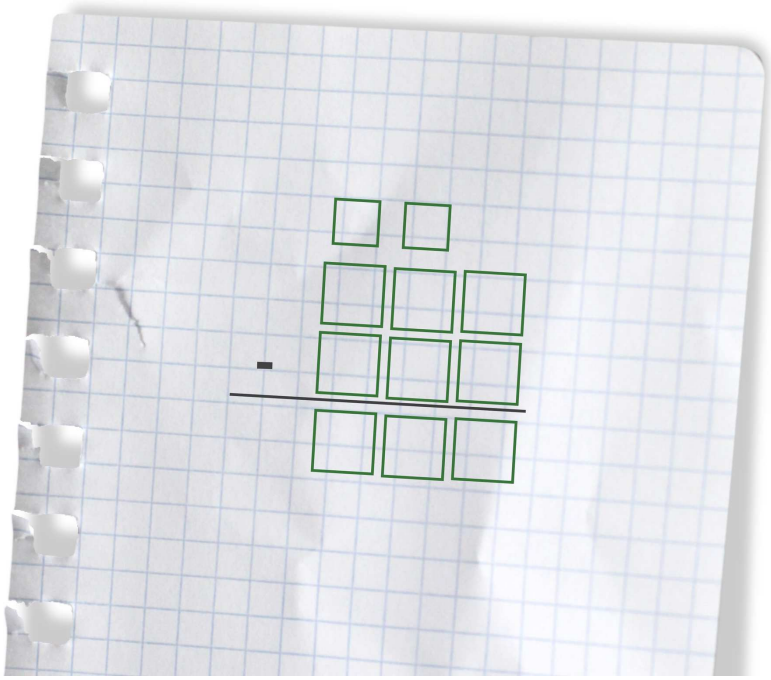
Oblicz sposobem pisemnym, wpisując w kartki odpowiednie liczby.

1. $437 - 245$



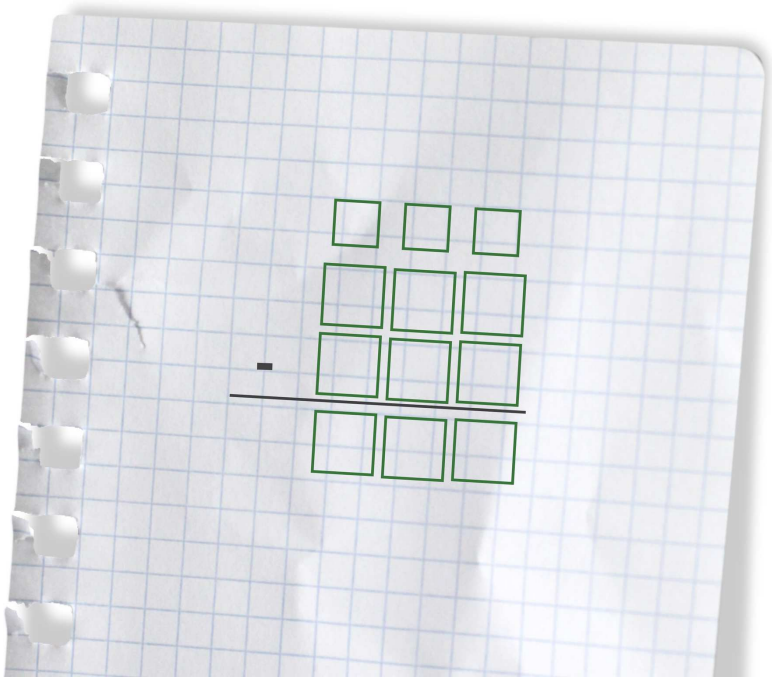
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $648 - 376$



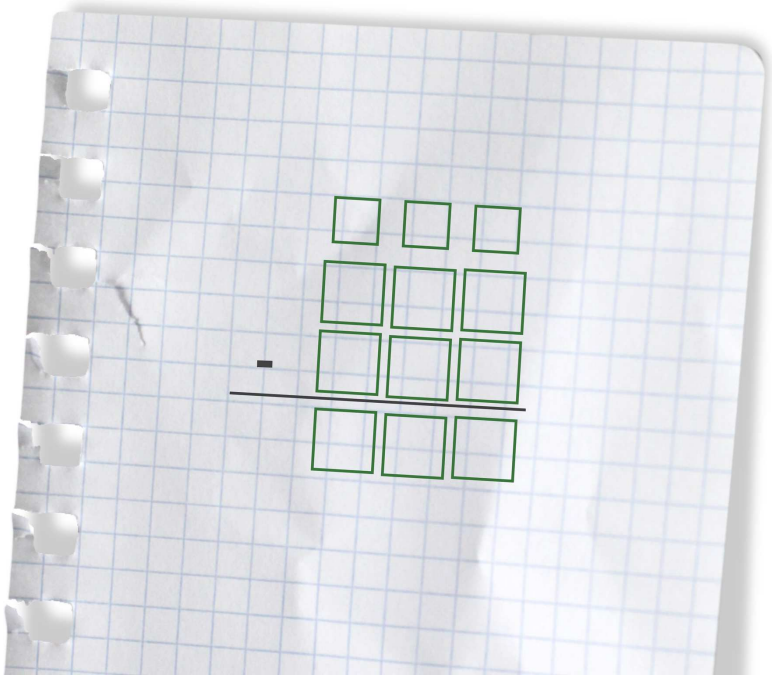
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. 954 – 387



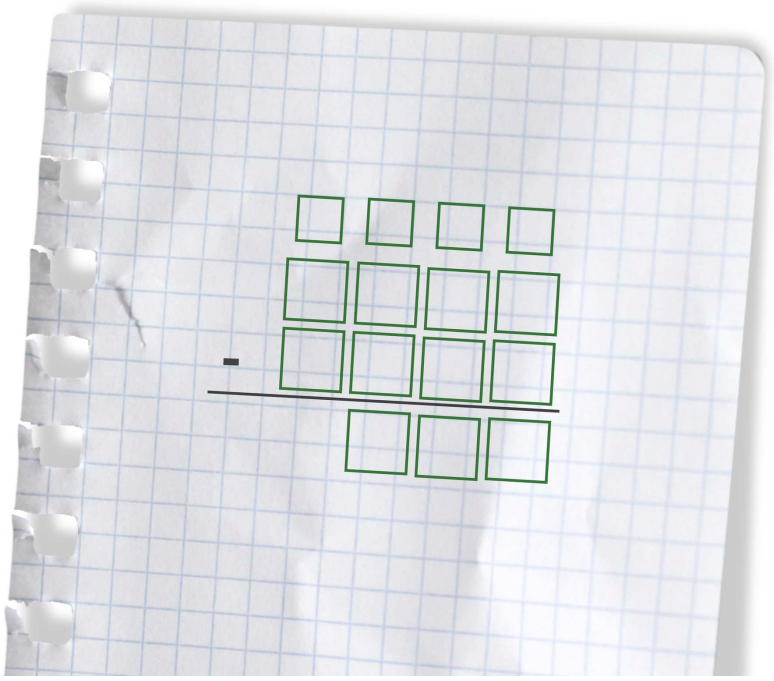
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. 596 – 397



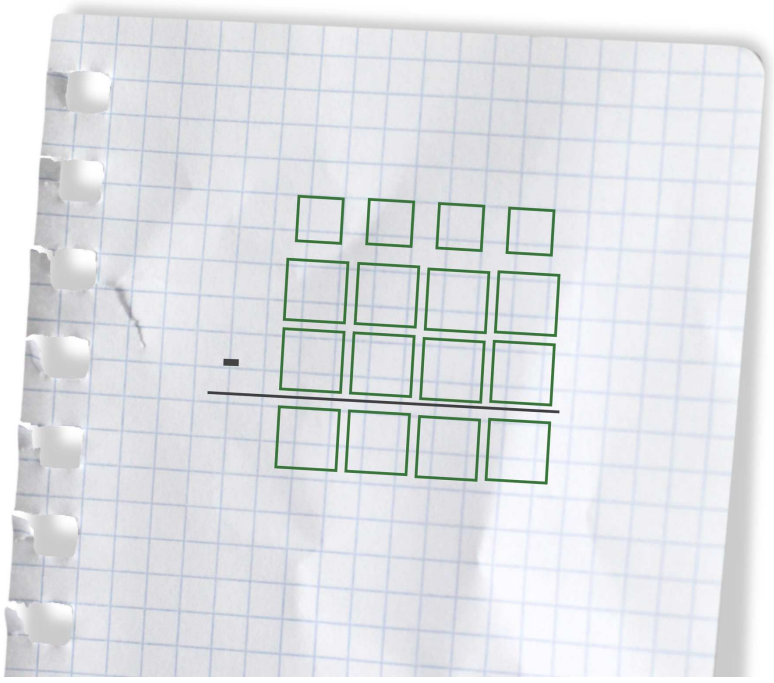
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. 3090 – 2701



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6. $3000 - 1887$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Wykonaj odejmowanie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) $165 - 87 =$ ____

b) $408 - 293 =$ ____

c) $748 - 578 =$ ____

d) $700 - 359 =$ ____

e) $525 - 278 =$ ____

f) $1\,527 - 438 =$ ____

g) $3\,442 - 2\,956 =$ ____

h) $10\,528 - 4\,299 =$ ____

i) $13\,000 - 8\,996 =$ ____

j) $6\,002 - 2\,662 =$ ____

6 220	486	115	4 003	341	3 341	1 089	488	78	4 004
3 340	170	6 229	247						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Połącz w pary.

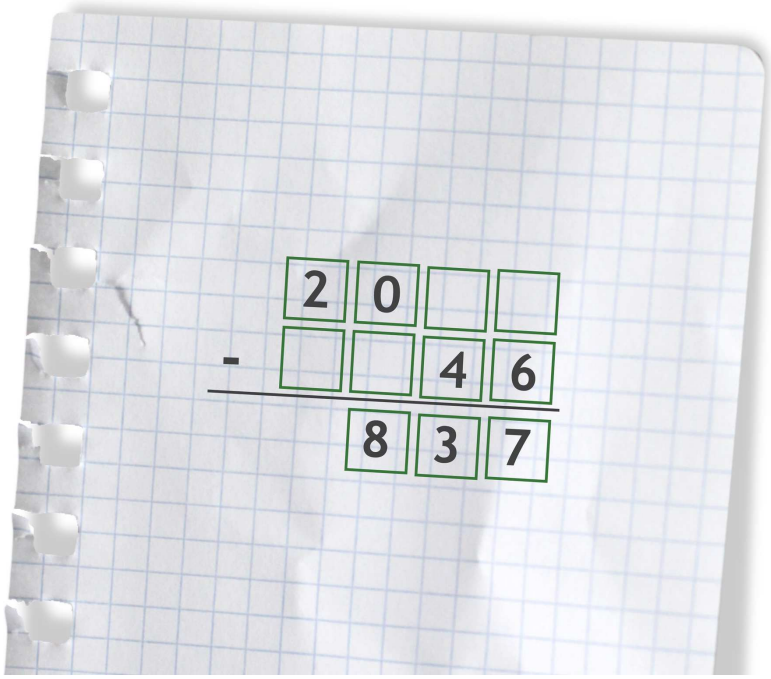
1016	2345 - 678
4889	1008 - 679
7411	25896 - 18963
osiemset cztery	5678 - 789
6933	10000 - 2589
siedemset czterdzieści osiem	1685 - 669
tysiąc sześćset sześćdziesiąt siedem	3698 - 2894
trzysta dwadzieścia dziewięć	1000 - 252

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

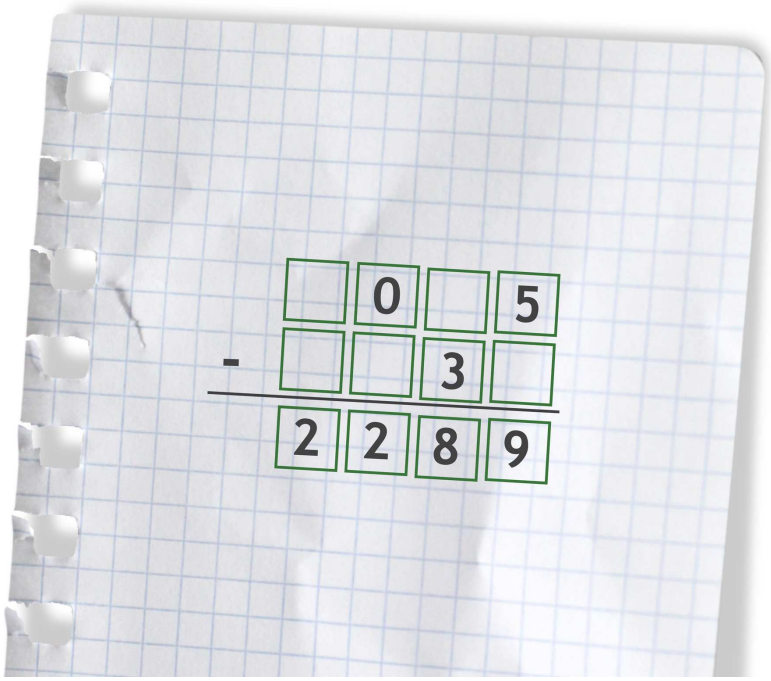
Uzupełnij brakujące cyfry.

1.



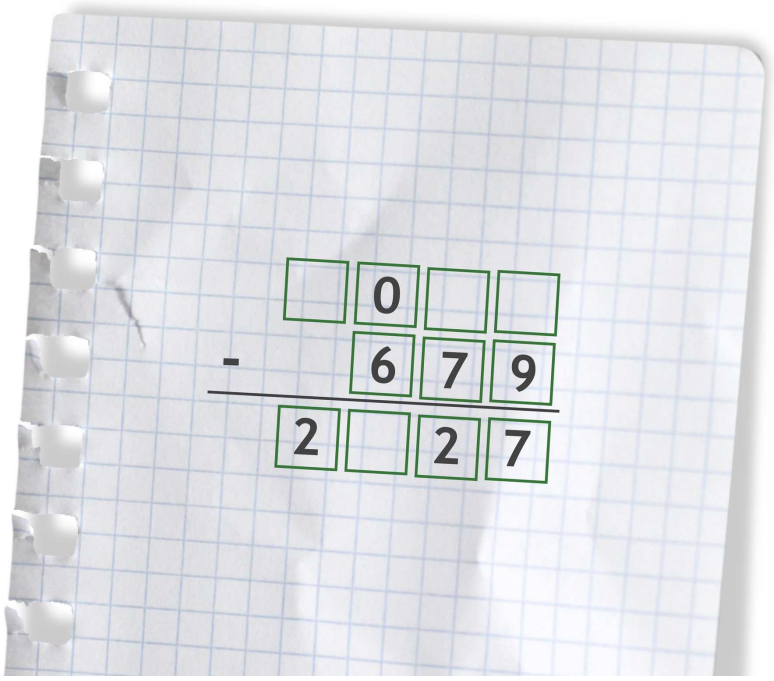
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.

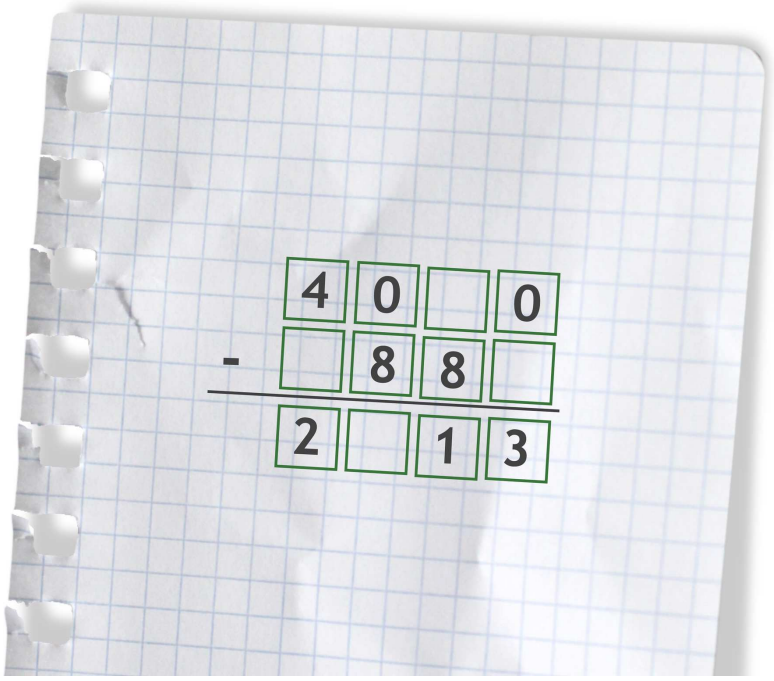


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Oblicz sposobem pisemnym.

1. $10101010 - 1010101$
2. $100100 - 9999$
3. $1000000 - 989898$
4. $800900 - 111111$

Zastosowanie pisemnego dodawania i odejmowania liczb do rozwiązywania zadań tekstowych

W poniższych zadaniach są wykorzystane różne informacje dotyczące Polski w roku 2013, opracowane przez Główny Urząd Statystyczny (GUS).



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Poniższa tabela przedstawia liczbę szkół podstawowych w wybranych latach (dane z „Rocznika statystycznego”).

LICZBA SZKÓŁ PODSTAWOWYCH

Rok szkolny	$2005/2006$	$2010/2011$	$2011/2012$	$2012/2013$
Liczba szkół	$14\,572$	$13\,922$	$13\,772$	$13\,550$

Wykorzystaj dane z tabeli i oblicz.

1. O ile zmniejszyła się liczba szkół podstawowych w Polsce od roku szkolnego $2005/2006$ do roku szkolnego $2012/2013$?
2. O ile zmniejszyła się liczba szkół podstawowych w Polsce od roku szkolnego $2010/2011$ do roku szkolnego $2012/2013$?

Ćwiczenie 2

Zapoznaj się z wysokościami siedmiu szczytów w polskich Tatrach (wzniesienie nad poziom morza podane jest w metrach).

1. Wielka Koszysta 2193 m n.p.m.
2. Żółta Turnia 2087 m n.p.m.
3. Kozi Wierch 2291 m n.p.m.
4. Świnica 2301 m n.p.m.
5. Kasprowy Wierch 1987 m n.p.m.
6. Giewont 1894 m n.p.m.
7. Małołączniak 2096 m n.p.m.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Wykorzystaj powyższe dane i oblicz.

8. O ile metrów Kozi Wierch jest wyższy od Kasprowego Wierchu?
9. O ile metrów Giewont jest niższy od Świnicy?
10. O ile metrów Małołączniak jest wyższy od Żółtej Turni?

11. O ile metrów niższa jest Wielka Koszysta od Gerlacha (2655 m n.p.m.) – najwyższego szczytu Tatr słowackich?

Ćwiczenie 3

W końcu 2012 r. w ewidencji Zarządu Głównego Polskiego Towarzystwa Turystyczno-Krajoznawczego znajdowało się $67\ 375\ \mathrm{km}$ szlaków turystycznych, w tym między innymi: pieszych na terenach nizinnych – $37\ 534\ \mathrm{km}$ i na terenach górskich – $10\ 827\ \mathrm{km}$, rowerowych – $13\ 927\ \mathrm{km}$, konnych – $3019\ \mathrm{km}$, kajakowych – $1113\ \mathrm{km}$, narciarskich – $349\ \mathrm{km}$.

Oblicz.

1. O ile kilometrów długość szlaków pieszych na terenach nizinnych była większa od długości szlaków pieszych na terenach górskich?
2. O ile kilometrów długość szlaków pieszych na terenach górskich była większa od długości szlaków narciarskich?
3. Jaką łączną długość miały pozostałe, niewymienione w treści zadania szlaki szlaki turystyczne?

Ćwiczenie 4

Tabela przedstawia liczbę wybranych sekcji i dyscyplin sportowych oraz liczbę osób trenujących w danych sekcjach (według danych z 2012).

wybrane dyscypliny sportowe

Dyscyplina	Liczba sekcji	Liczba osób trenujących
piłka nożna	4649	$274\,777$
piłka siatkowa	729	$26\,212$
koszykówka	333	$15\,857$
hokej na lodzie	49	2395

Wykorzystaj dane z tabeli i odpowiedz na pytania. Obliczenia wykonaj sposobem pisemnym.

1. Jaka była łączna liczba sekcji w wymienionych dyscyplinach sportowych?
2. Ile osób łącznie trenowało wymienione dyscypliny?
3. O ile więcej osób trenowało piłkę nożną niż razem: piłkę siatkową, koszykówkę i hokej na lodzie?
4. O ile mniej osób trenowało koszykówkę niż piłkę siatkową?
5. O ile więcej było sekcji piłki siatkowej niż koszykówki?

Ćwiczenie 5

Najdłuższe rzeki Polski to kolejno: Wisła, Odra, Warta, Bug i Narew.

Rozwiąż zadania, wykonując trudniejsze obliczenia sposobem pisemnym.

1. Łączna długość Wisły i Odry wynosi $1862\ \mathrm{km}$. Wisła jest o $182\ \mathrm{km}$ dłuższa od Odry. Oblicz długości Odry i Wisły.
2. Rzeka Bug ma długość $774\ \mathrm{km}$. Warta jest o $21\ \mathrm{km}$ dłuższa od Bugu, a Narew jest $275\ \mathrm{km}$ krótsza od Bugu. Oblicz długości Warty i Narwi.
3. Wpisz do tabeli obliczone długości rzek i sprawdź, czy zgadza się suma ich długości.

długości rzek

Nazwa rzeki	Długość rzeki (w km)
Wisła	
Odra	
Warta	
Bug	774
Narew	
Suma długości	3930

Ćwiczenie 6

W miejscowości Łososno są 4 szkoły podstawowe. Tabela przedstawia liczbę uczniów w poszczególnych szkołach.

numer szkoły

Numer szkoły	Liczba uczniów
SP nr 1	236
SP nr 2	375
SP nr 3	
SP nr 4	392
Razem	1417

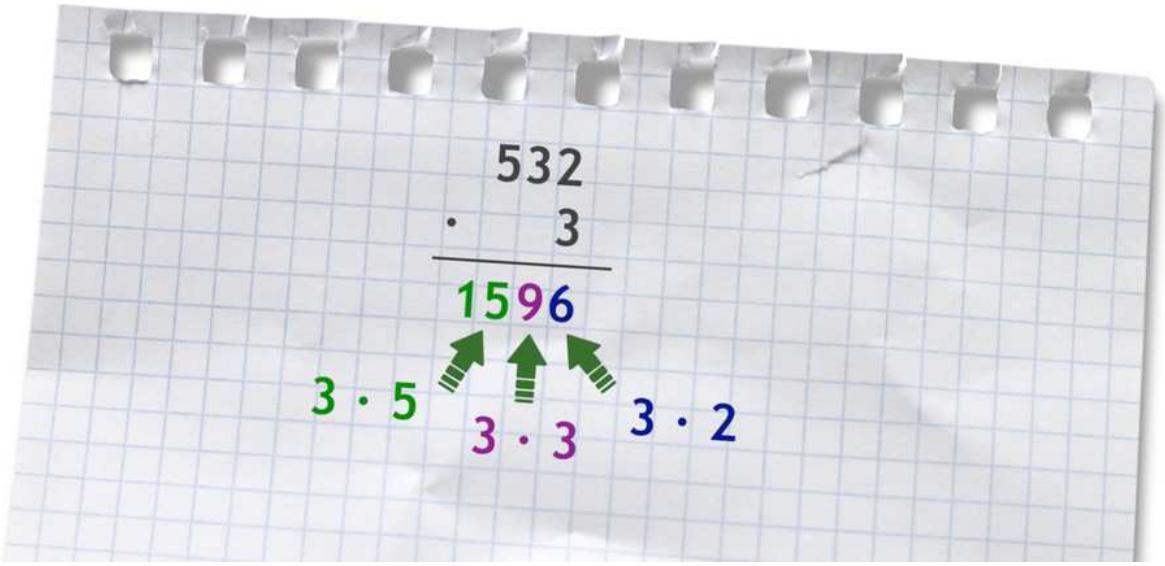
1. Wykonaj obliczenia i uzupełnij liczbę uczniów w SP nr 3.
2. Oblicz różnicę liczby uczniów: w najliczniejszej szkole i w najmniej licznej.
3. W sąsiedniej miejscowości Sarno w szkołach podstawowych uczy się o 799 uczniów więcej niż w Łososnie. Oblicz liczbę uczniów szkół podstawowych w Sarnie.

Ćwiczenie 7

Na podstawie najnowszego „Rocznika statystycznego” oblicz, jaki jest przyrost naturalny w ostatnim roku.

Mnożenie pisemne przez liczby jednocyfrowe

Jak mnożymy sposobem pisemnym



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

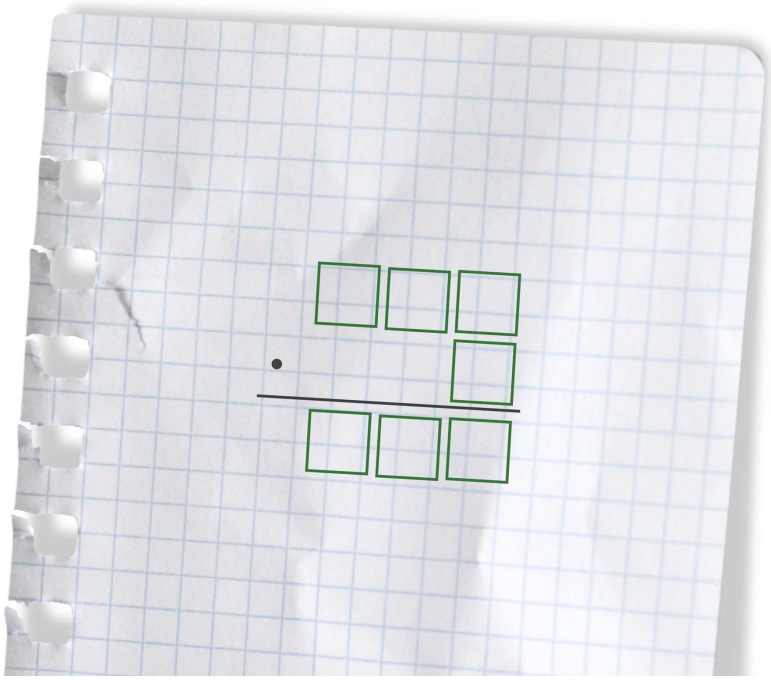
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

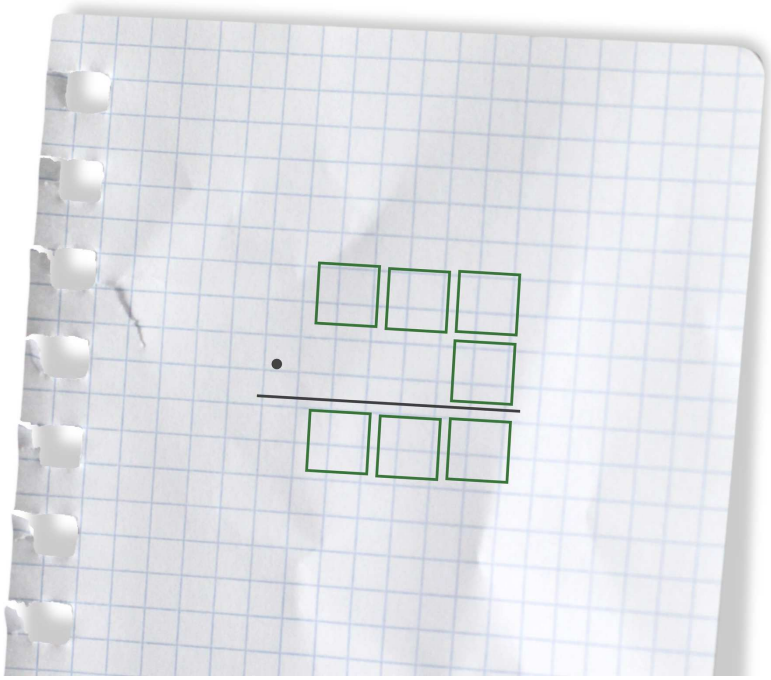
Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, wpisując w kratki odpowiednie cyfry.

1. $423 \cdot 2$



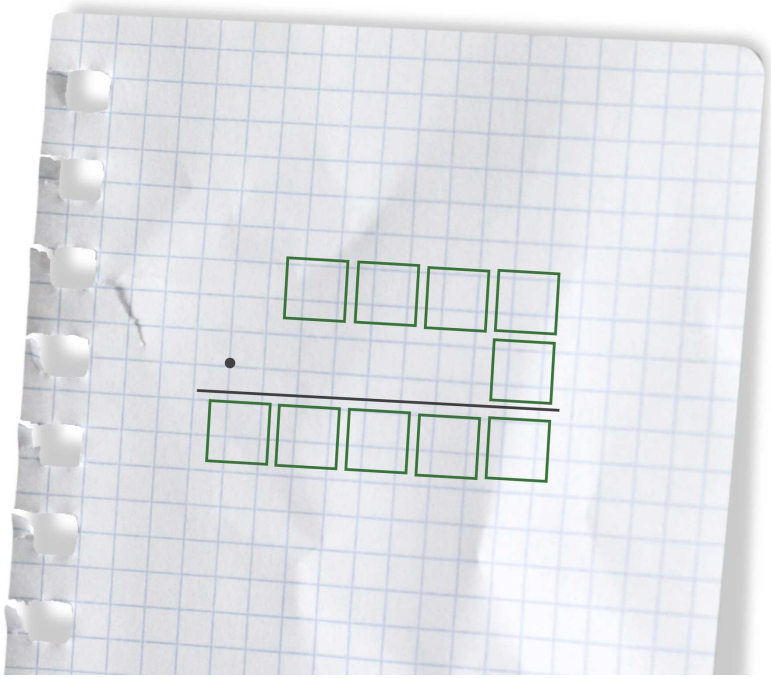
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $321 \cdot 3$



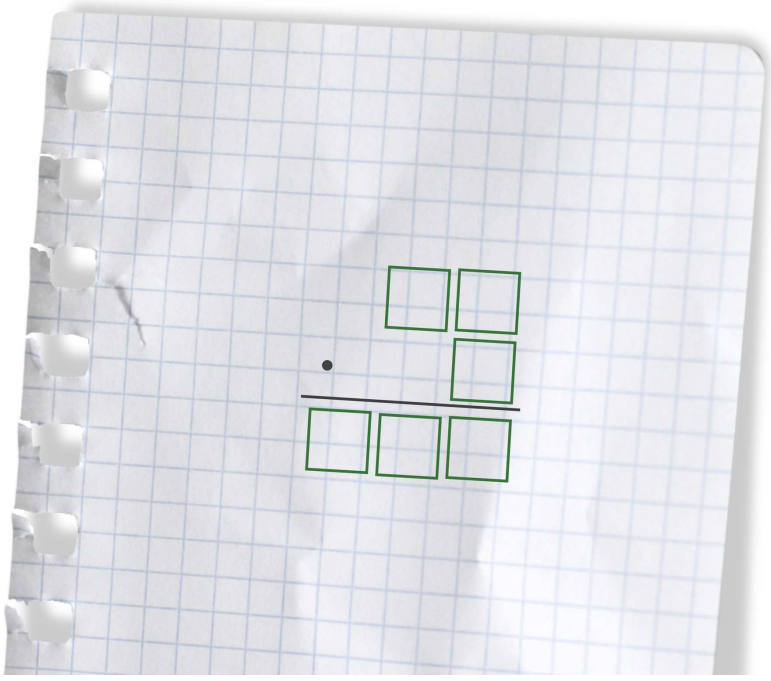
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $4122 \bullet 3$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

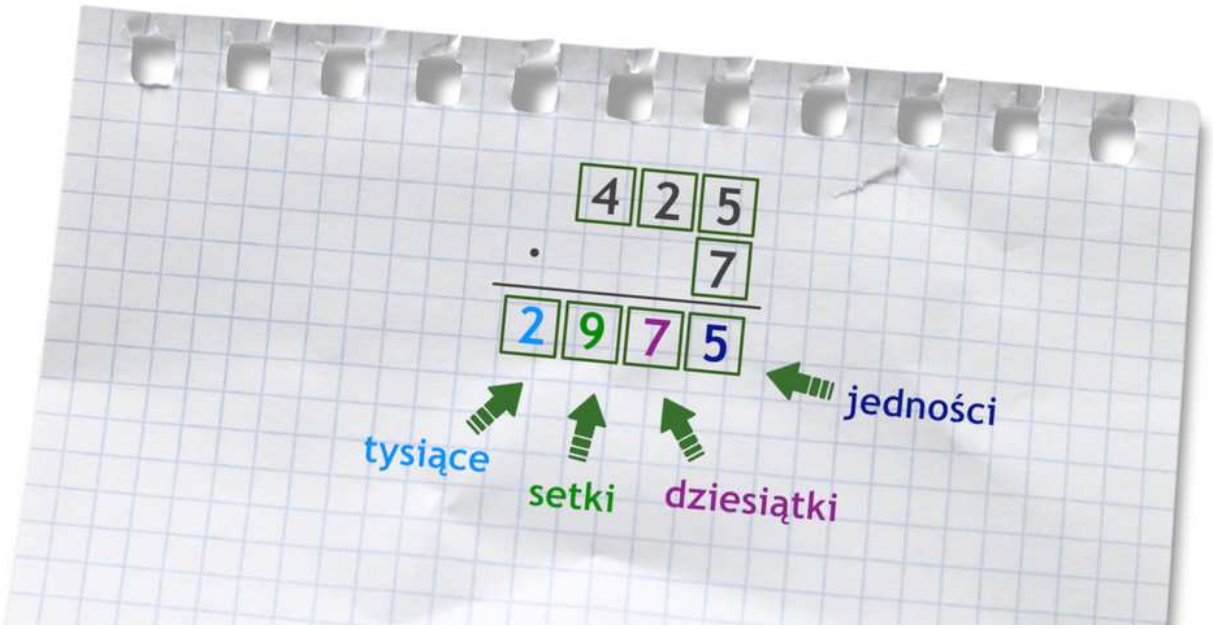
4. $62 \bullet 4$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

W przypadku mnożenia przez większe liczby jednocyfrowe, zapis nieco się komplikuje.
Pomnóżmy 425 przez 7.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

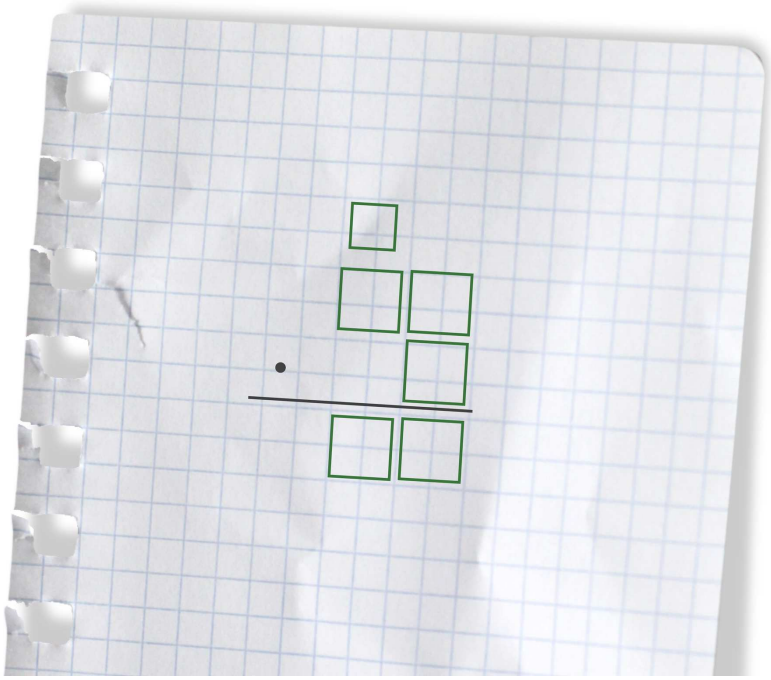
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 2

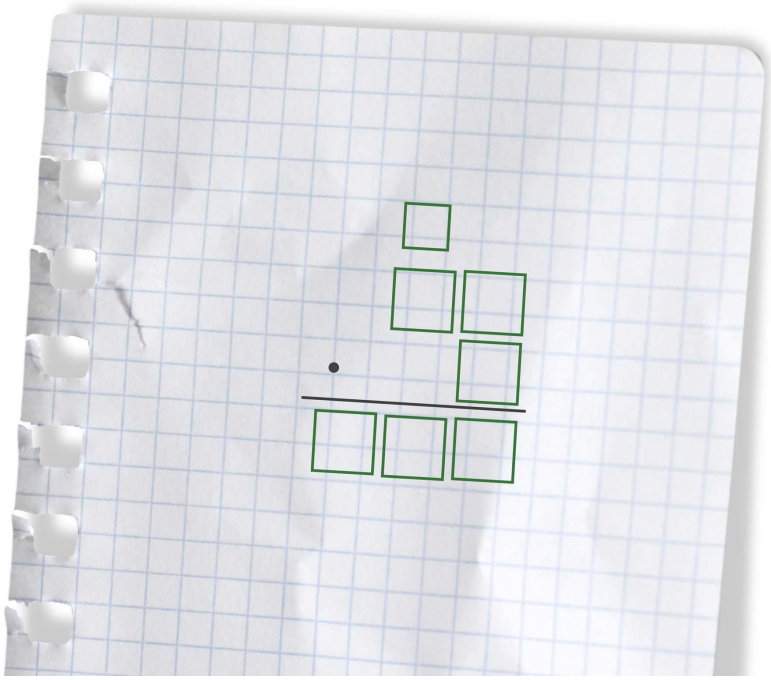
Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, wpisując w kratki odpowiednie cyfry.

1. $46 \cdot 2$



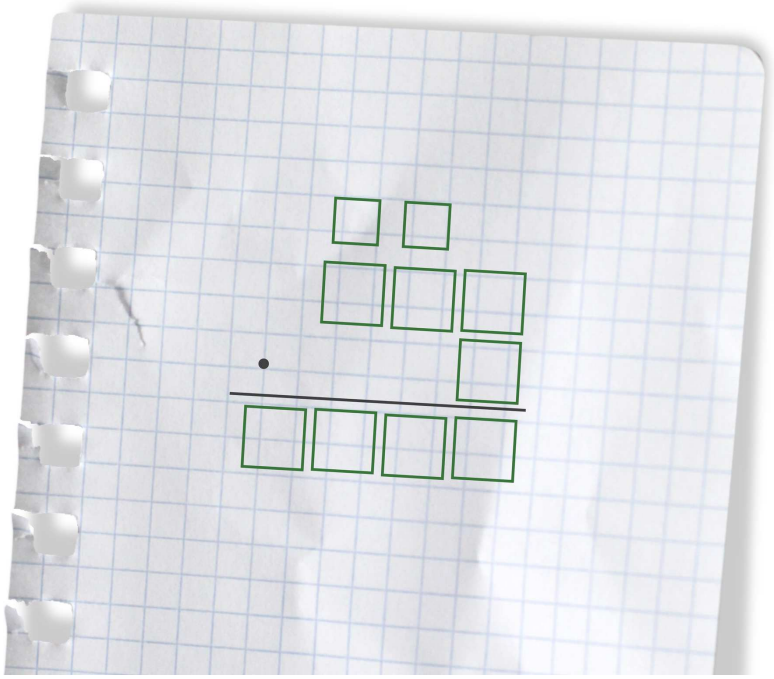
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $28 \cdot 9$



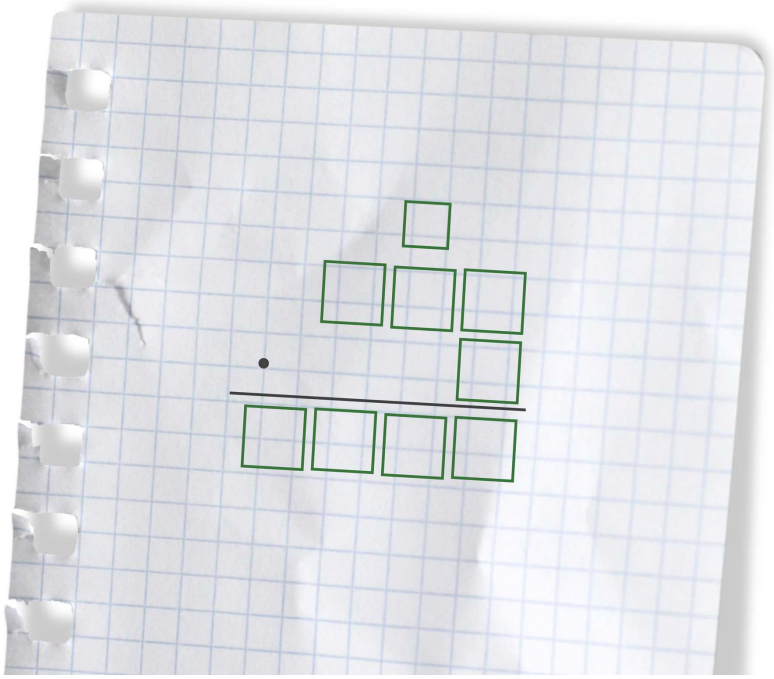
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $528 \bullet 5$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $709 \bullet 3$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) $38 \cdot 4 =$ ____

b) $66 \cdot 7 =$ ____

c) $128 \cdot 5 =$ ____

d) $359 \cdot 3 =$ ____

e) $455 \cdot 8 =$ ____

f) $908 \cdot 6 =$ ____

g) $1\,457 \cdot 4 =$ ____

h) $20\,063 \cdot 9 =$ ____

640	3 640	180 569	5 448	5 828	3 641	152	1 077	5 449
1 078	462	180 567	5 829					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Na kartkówce z działań pisemnych można było uzyskać maksymalnie 8 punktów. Tabela przedstawia uczniów ze wszystkich klas $4-6$, którzy uzyskali daną liczbę punktów.

ILOŚĆ UCZNIÓW

Liczba punktów	Liczba uczniów	Iloczyn
0	13	
1	13	
2	27	
3	34	
4	22	
5	45	
6	76	
7	58	
8	32	
Suma		

Uzupełnij puste pola tabeli. Jako iloczyn wpisz wynik mnożenia liczby punktów przez liczbę uczniów. Suma to wynik dodawania wszystkich liczb zapisanych powyżej, w danej kolumnie.

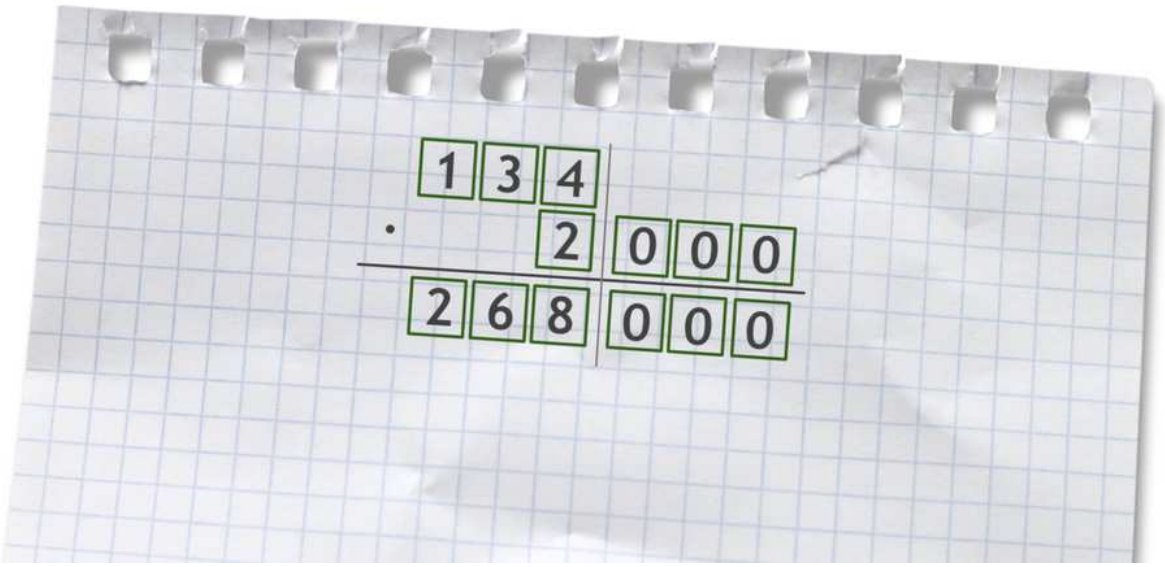
Średni wynik punktowy obliczysz, dzieląc łączną liczbę punktów przez liczbę osób piszących tę kartkówkę

Uzupełnij odpowiedzi na pytania.

1. Ile punktów łącznie uzyskali z tej kartkówki wszyscy piszący ją uczniowie?
2. Jaki był średni wynik punktowy uzyskany na tej kartkówce?

Mnożenie pisemne przez liczby zakończone zerami

Przykład 1



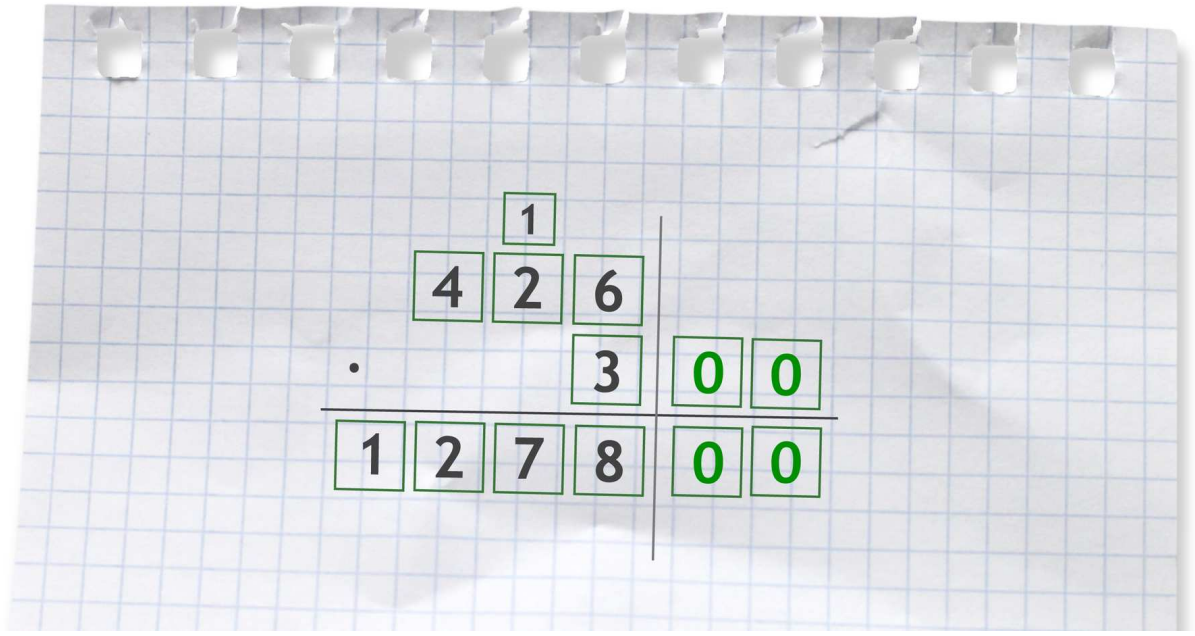
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 2

Mnożąc 426 przez 300 postępujemy podobnie jak w poprzednim przykładzie.

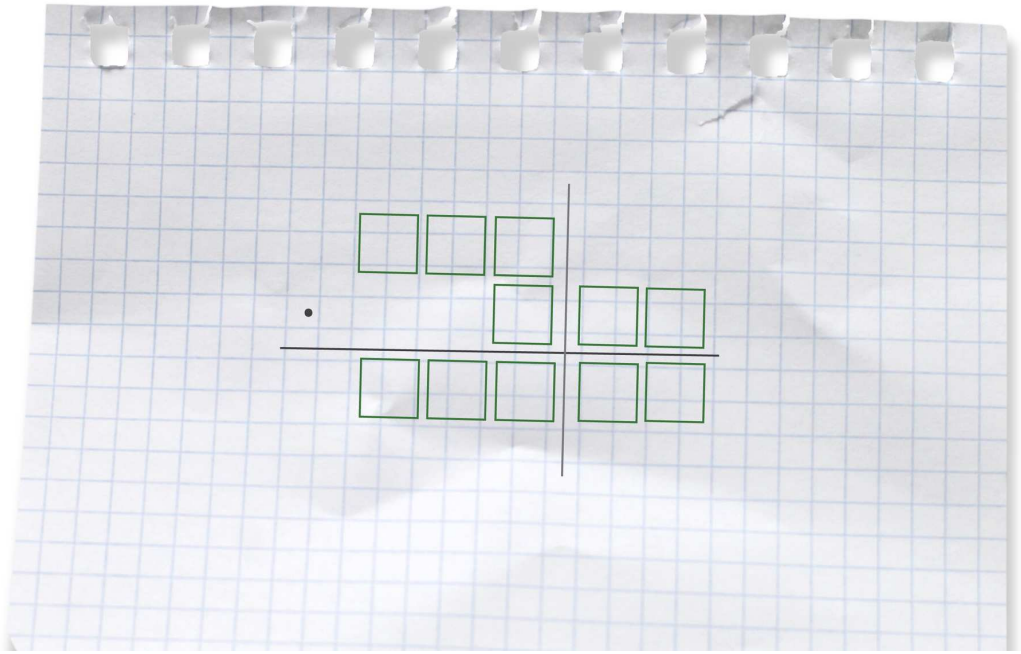


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

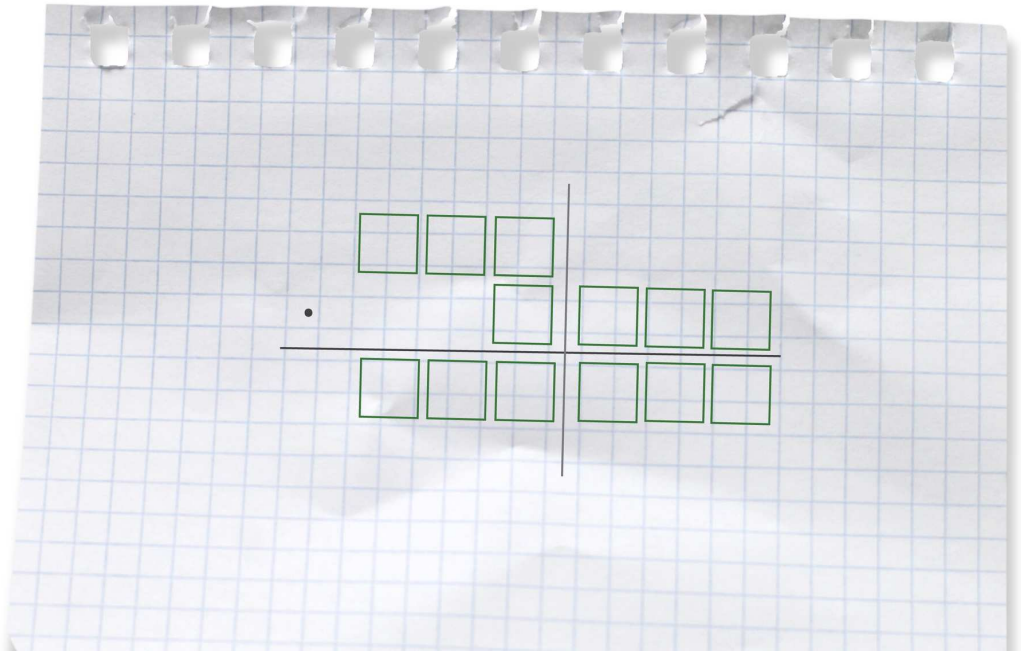
Oblicz podobnie jak w Przykładach 1 i 2, wpisując odpowiednie liczby w kratki diagramu.

1. $231 \bullet 300$



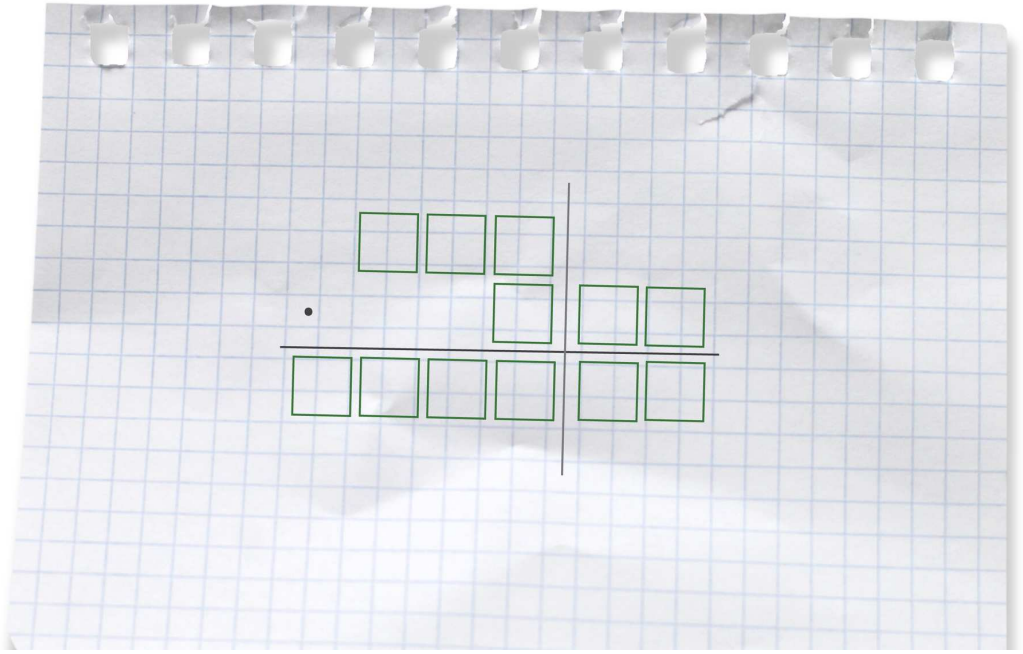
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $324 \bullet 2000$



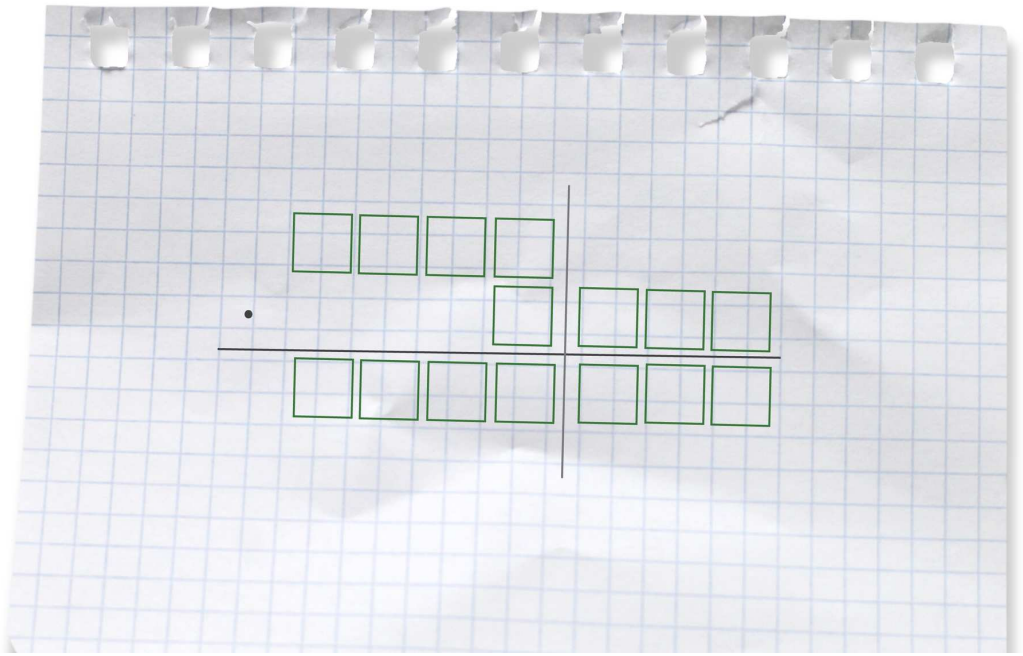
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $623 \bullet 400$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $1476 \bullet 5000$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

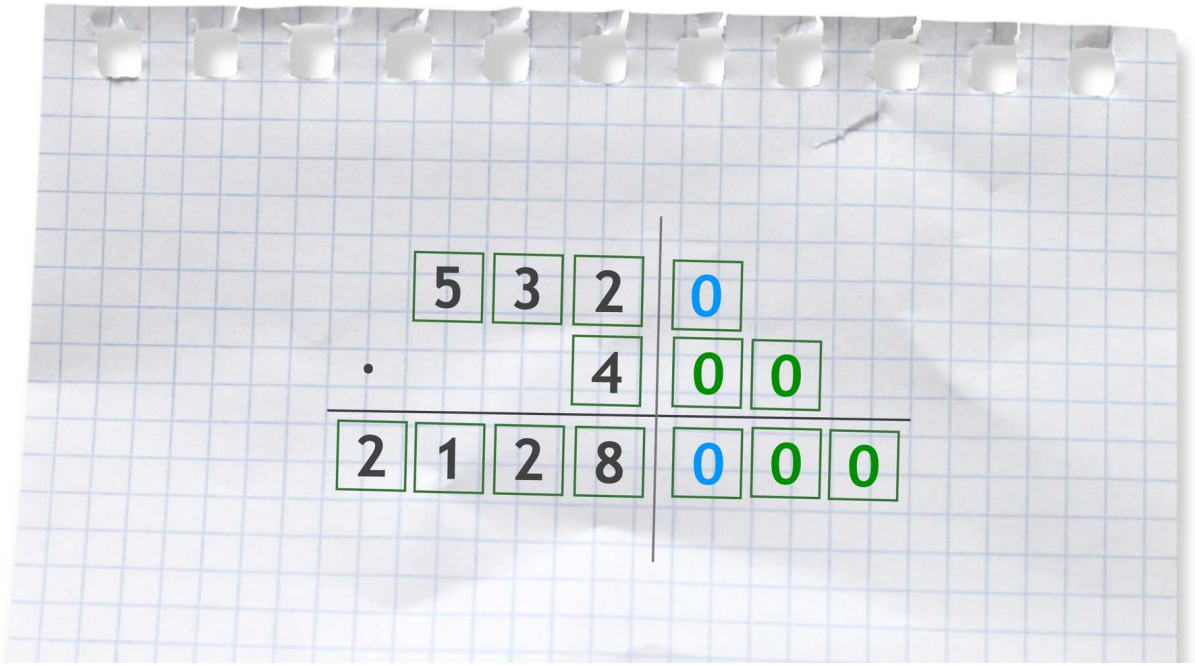
Ważne!

Mnożąc sposobem pisemnym dwa czynniki zakończone zerami postępujemy podobnie, to znaczy.

- podpisujemy liczby, wysuwając w prawo wszystkie zera obu liczb
- mnożymy liczby bez zer
- dopisujemy do wyniku tyle zer, ile jest ich razem w obu czynnikach.

Przykład 3

Spójrz, jak wykonujemy sposobem pisemnym mnożenie $5320 \bullet 400$.



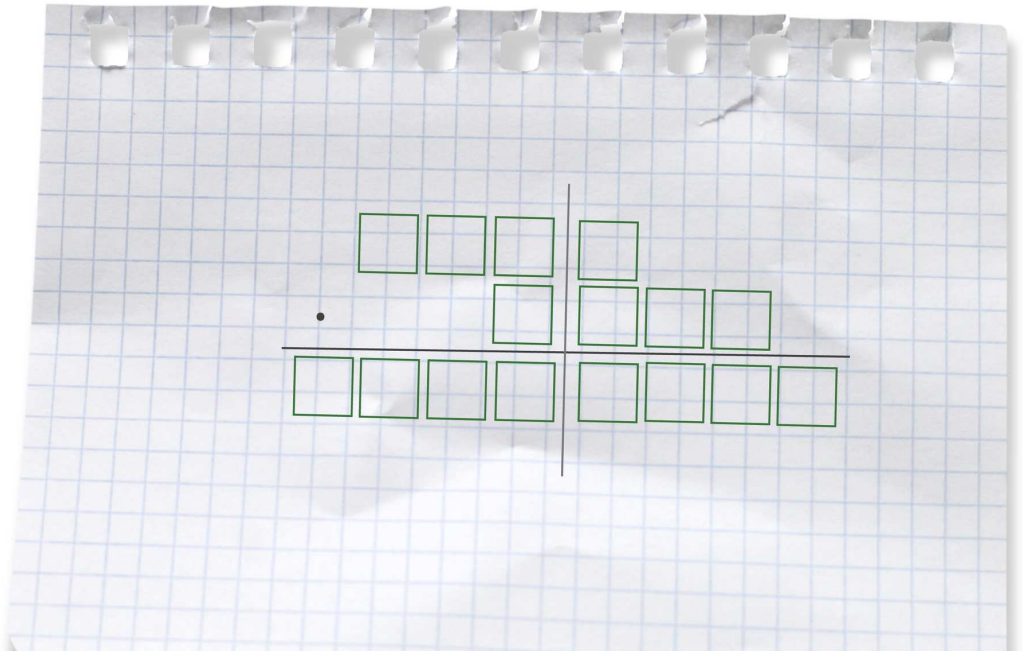
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$5320 \bullet 400 = 2\,128\,000$$

Ćwiczenie 2

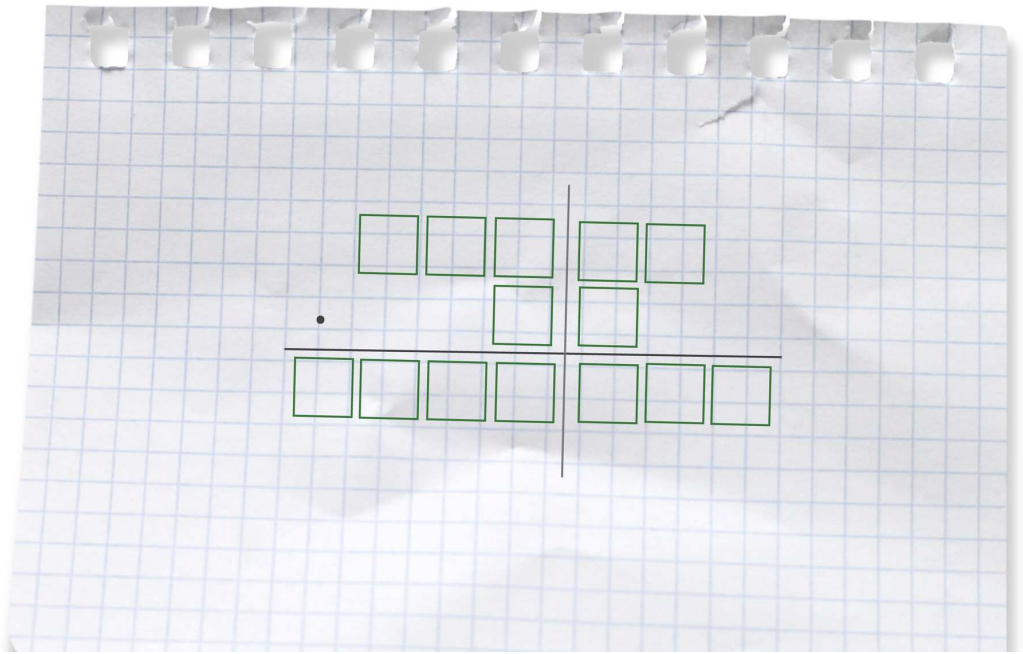
Oblicz podobnie jak w Przykładzie 3., wpisując odpowiednie liczby w kratki diagramu.

1. $7250 \bullet 2000$



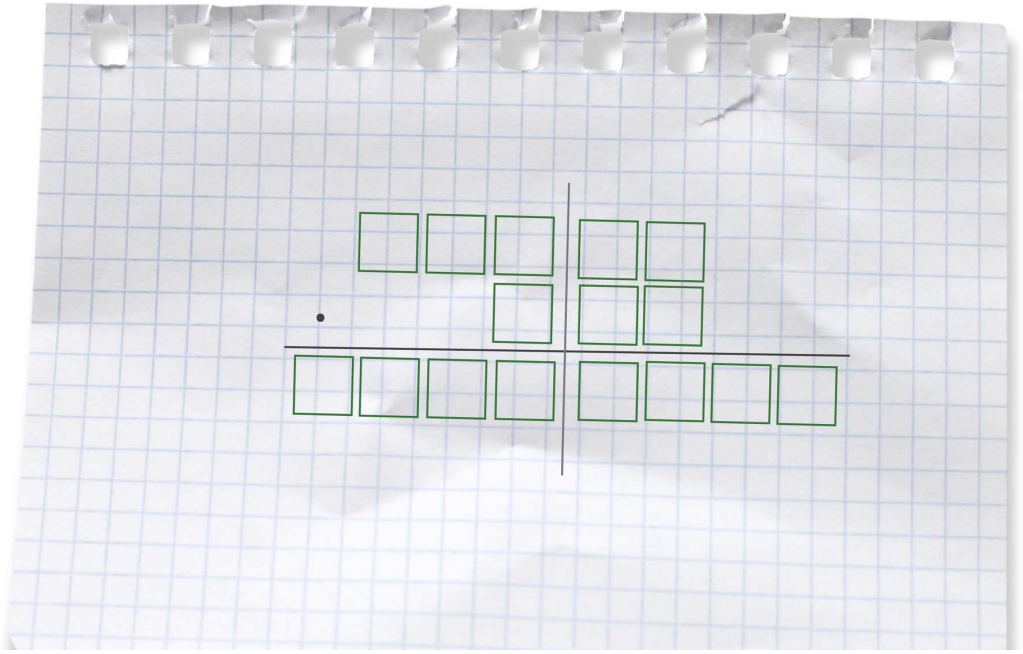
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $18500 \bullet 60$



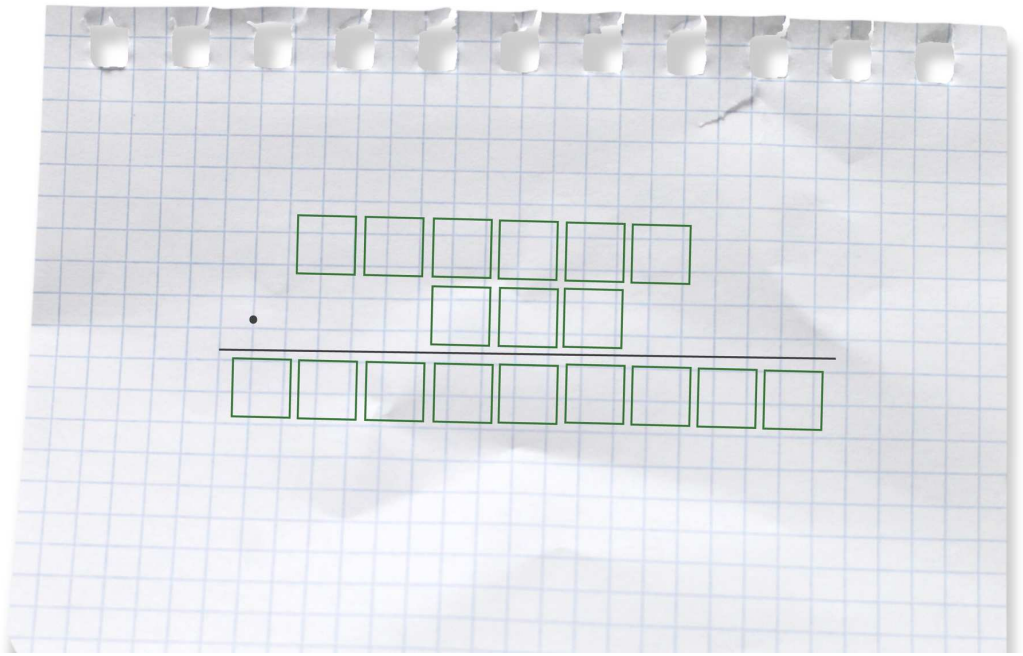
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. 79500 ● 300



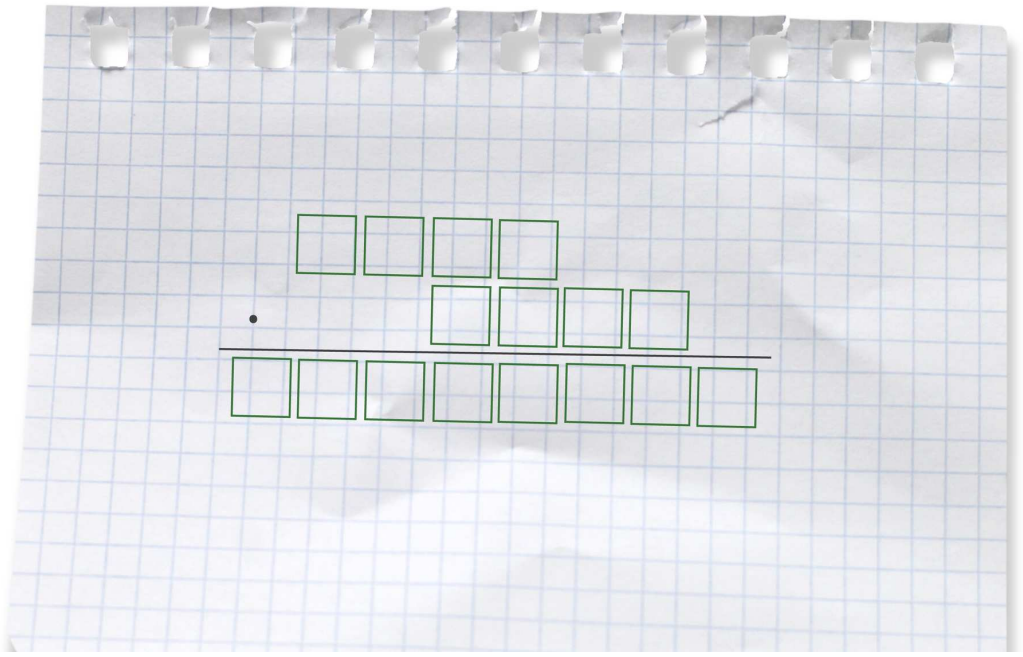
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. 218000 ● 500



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

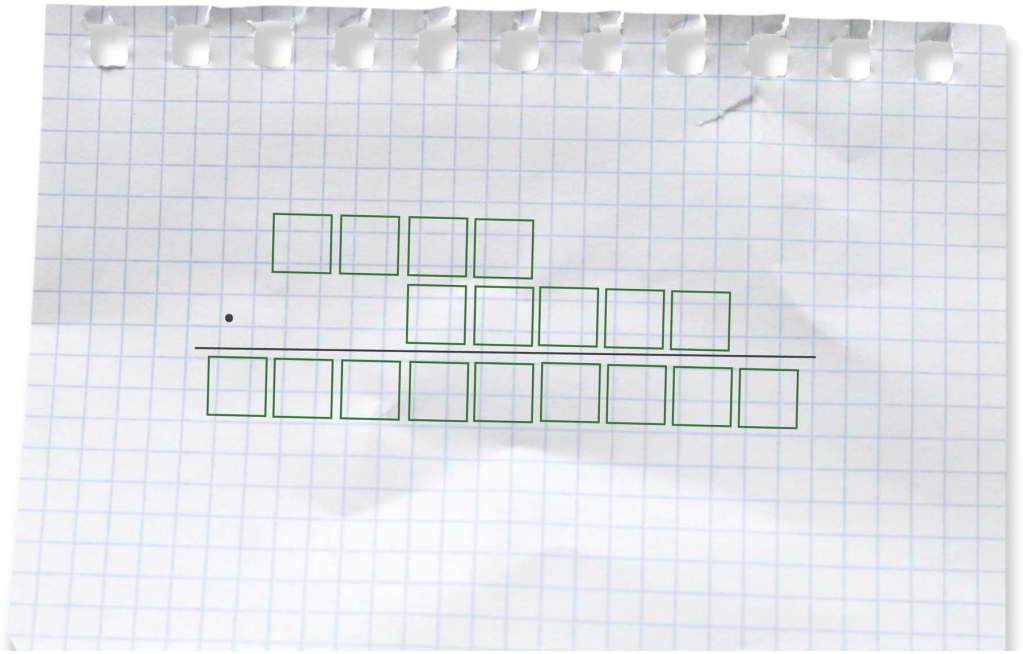
5. 9630 ● 7000



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6. $80000 \bullet 4720$

(wskazówka: pamiętaj, że w mnożeniu można zmieniać kolejność czynników)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 8 500 · 300 = ____

b) 12 300 · 70 = ____

c) 178 · 6 000 = ____

d) 38 050 · 400 = ____

e) 500 · 62 400 = ____

f) 800 · 45 060 = ____

g) 1 122 000 · 900 = ____

h) 10 005 · 200 = ____

15 220 000 | 20 010 000 | 106 800 | 100 980 000 | 8 610 000 | 1 068 000

312 000 000 | 1 522 000 | 2 001 000 | 1 009 800 000 | 25 500 000 | 2 550 000

36 048 000 | 861 000 | 360 480 000 | 31 200 000

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Czy wiesz, że ...?

Przeczytaj ciekawostki i uzupełnij zdania, wpisując brakujące liczby.

1. Człowiek oddycha przeciętnie 12 razy na minutę. W ciągu godziny człowiek oddycha...razy.
2. Ludzkie oko mruga przeciętnie 25 razy w ciągu minuty. Podczas oglądania filmu trwającego 200 minut, człowiek mrugnie ... razy.
3. W ciągu doby każdy człowiek traci około 80 włosów. W ciągu roku każdemu człowiekowi wypada około ... włosów.
4. W ciągu dnia przez płuca przechodzi około $90\ 000$ litrów powietrza. W ciągu roku płuca przefiltrują ... litrów powietrza.
5. Serce dorosłego człowieka uderza $37\ 000\ 000$ razy w ciągu roku. Przez 80 lat serce człowieka uderza ... razy.

Ćwiczenie 6

Do pracowni komputerowej zakupiono sprzęt elektroniczny. Oblicz, ile zapłacono za całą dostawę. Uzupełnij tabelkę.

nazwa towaru

Nazwa towaru	Liczba [szt.]	Cena jednostkowa[zł/szt.]	Wartość[zł]
Komputery	20	2750	
Myszki	60	29	
Słuchawki	70	164	
Pendrive	573	40	
Razem			

Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe

Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe to cenna umiejętność, którą stosujemy wtedy, gdy nie możemy skorzystać z kalkulatora, a chcemy szybko wykonać obliczenia. Wykorzystamy do tych obliczeń: mnożenie pamięciowe, mnożenie pisemne przez liczby jednocyfrowe i dodawanie sposobem pisemnym.

Gdy obliczaliśmy $4 \bullet 23$, mnożyliśmy 4 przez 20 oraz 4 przez 3, a następnie dodawaliśmy otrzymane wyniki.

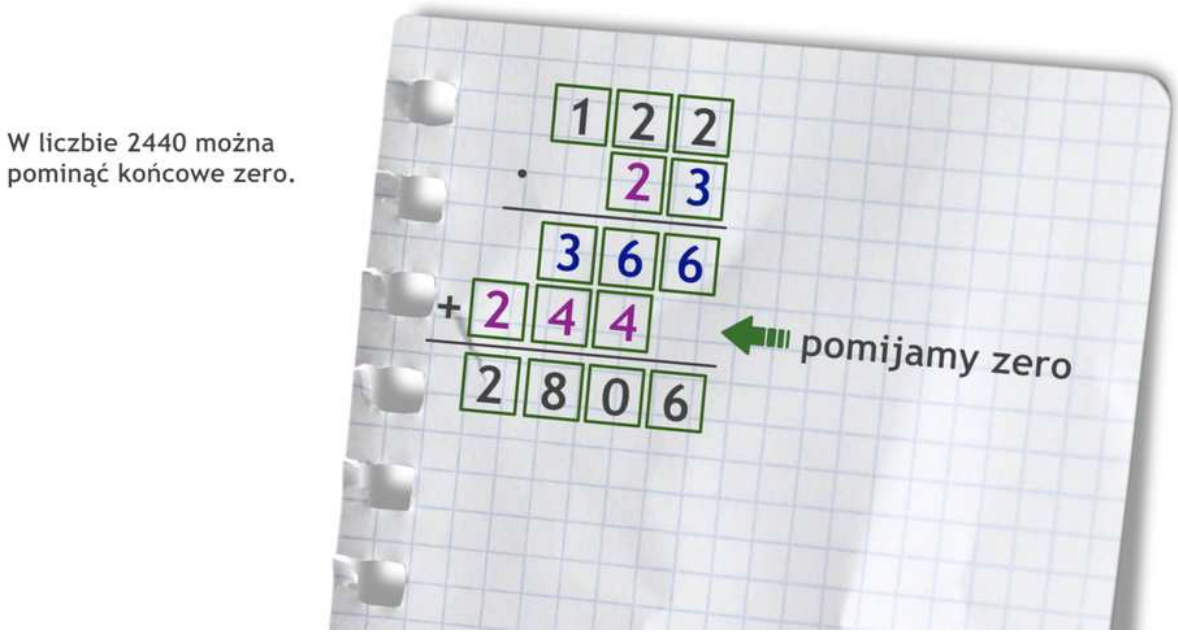
$$4 \bullet 23 = 4 \bullet 20 + 4 \bullet 3 = 80 + 12 = 92$$

Podobnie moglibyśmy obliczyć w pamięci mnożenie większych liczb, np. 122 i 23.

$$122 \bullet 23 = 122 \bullet 20 + 122 \bullet 3 = 2440 + 366 = 2806$$

Takie rachunki pamięciowe byłyby jednak trudne. O wiele łatwiej można wykonać działanie $122 \bullet 23$ sposobem pisemnym. Zobacz, jak to zrobić.

Przykład 1



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

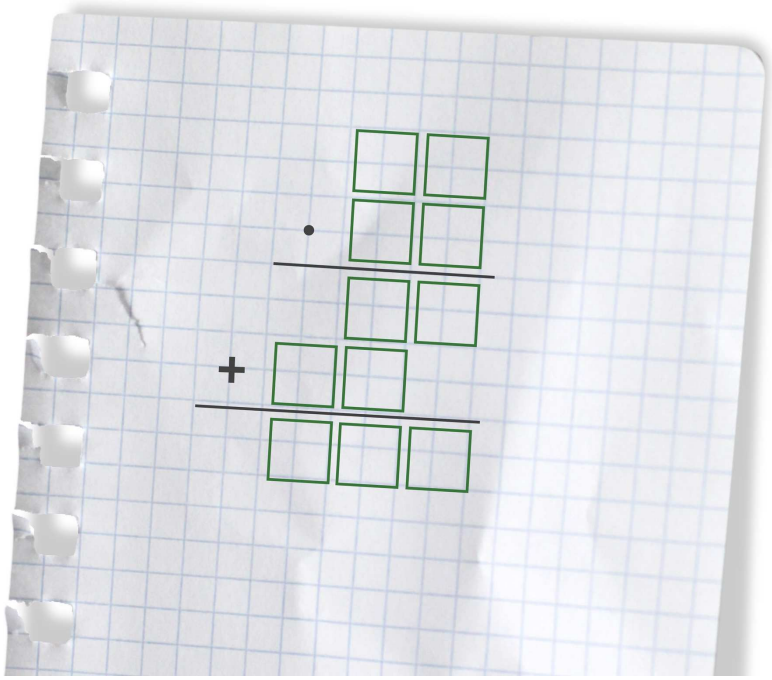
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

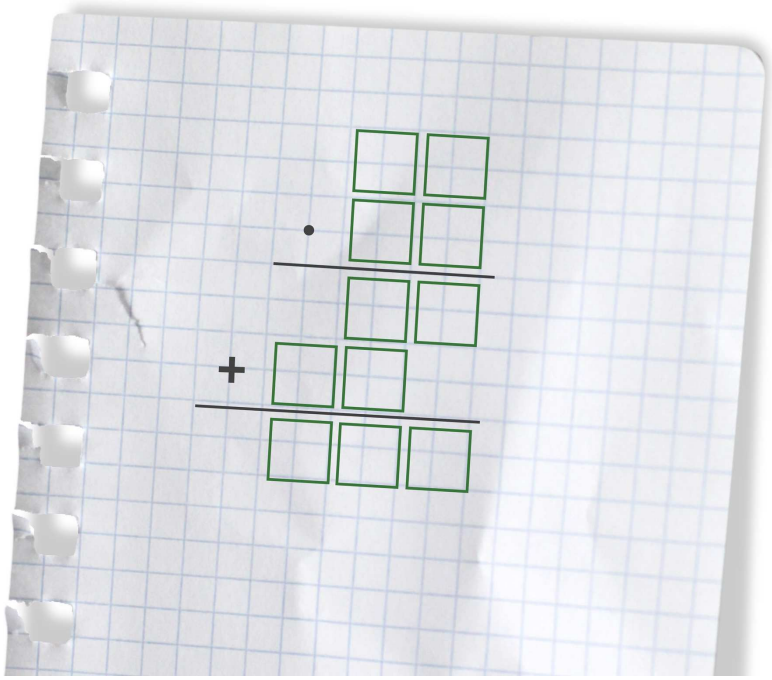
Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym.

1. $21 \cdot 14$



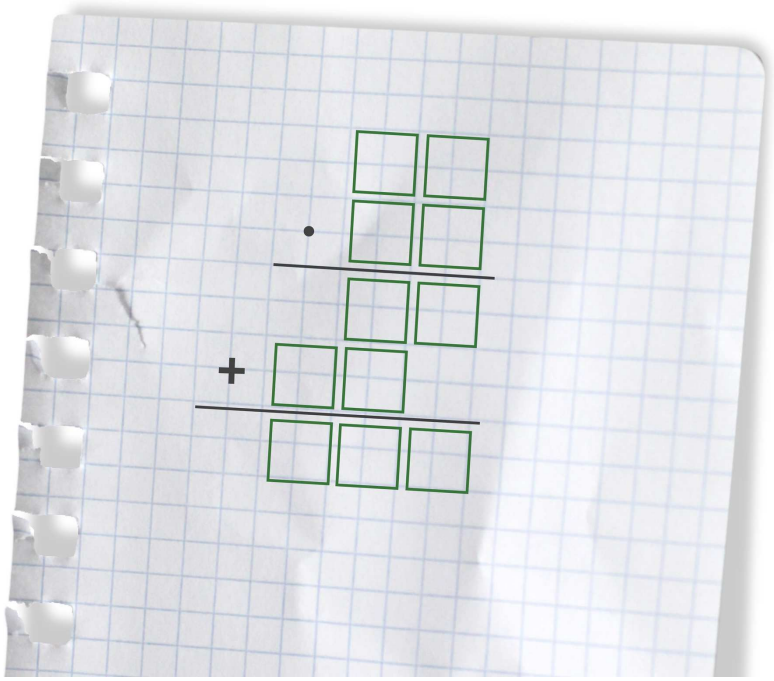
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $23 \cdot 12$



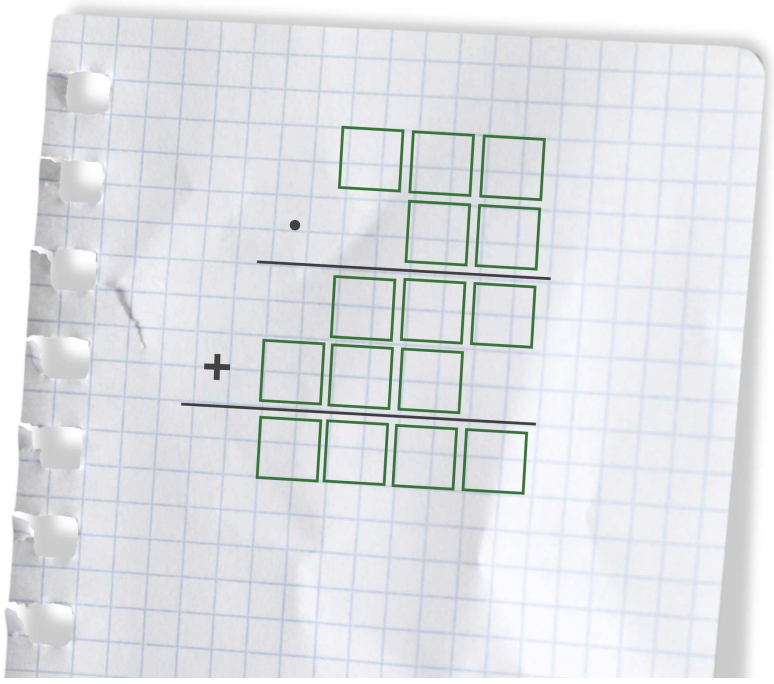
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $44 \cdot 21$



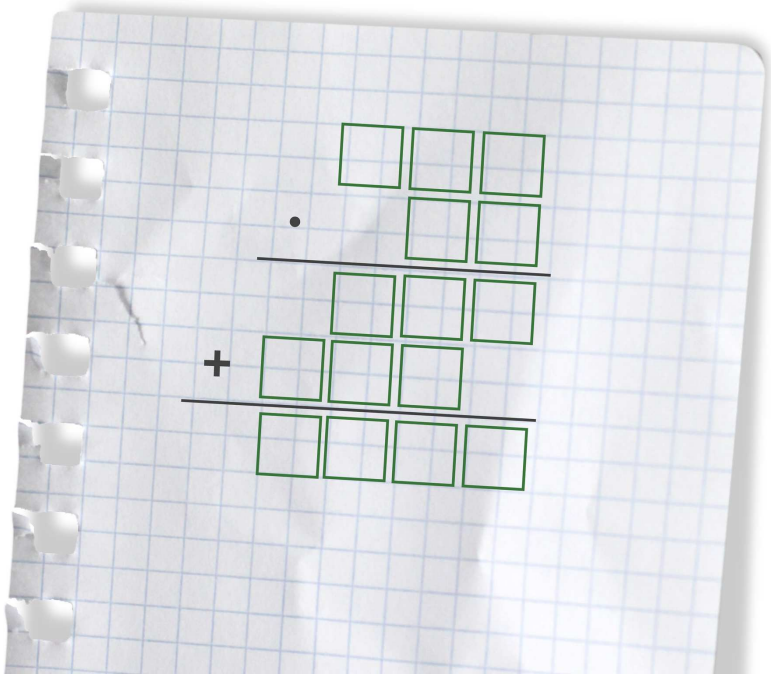
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $133 \cdot 32$



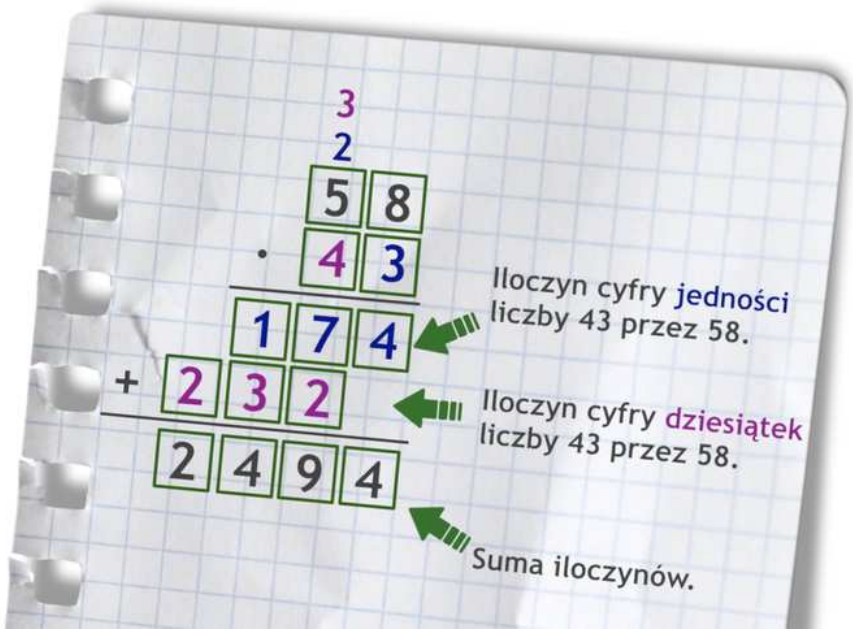
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. $213 \cdot 33$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

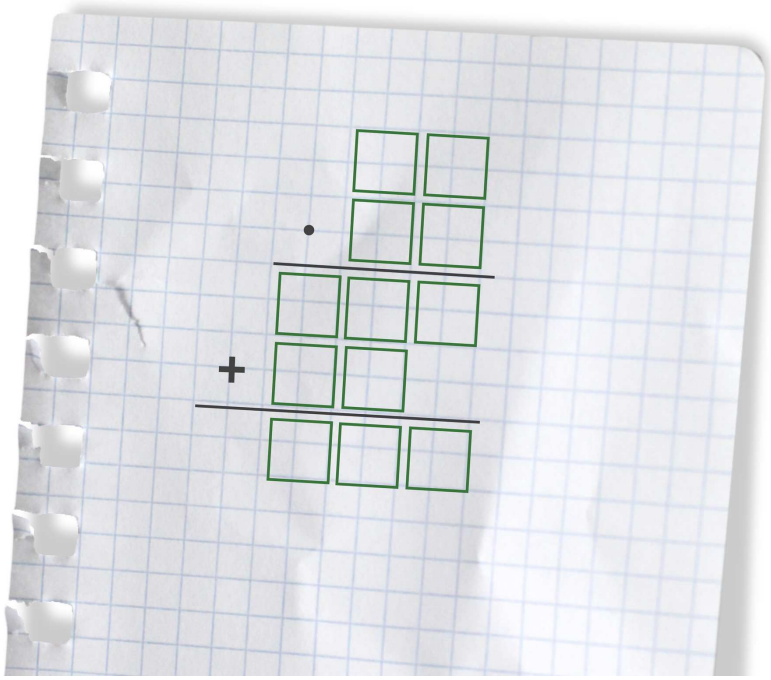
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 2

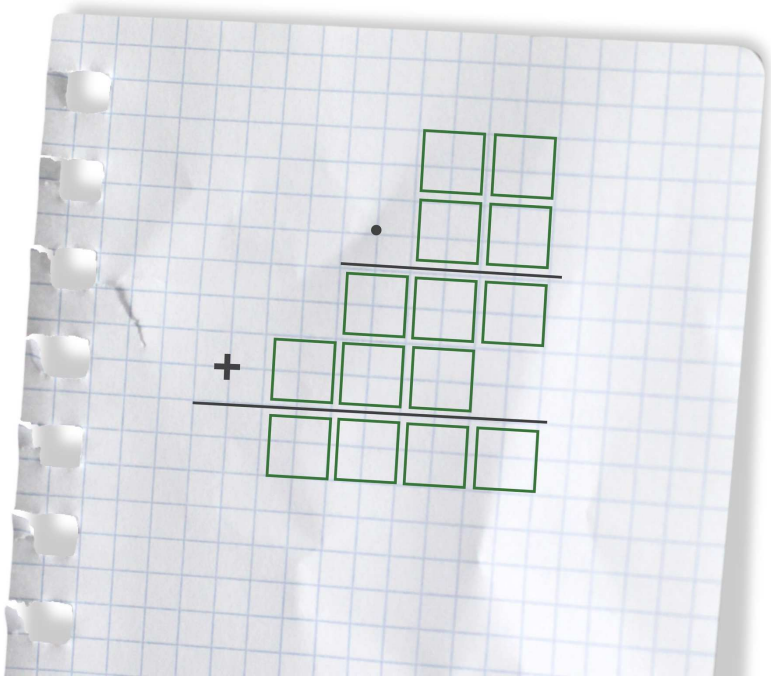
Oblicz.

1. $69 \bullet 12$



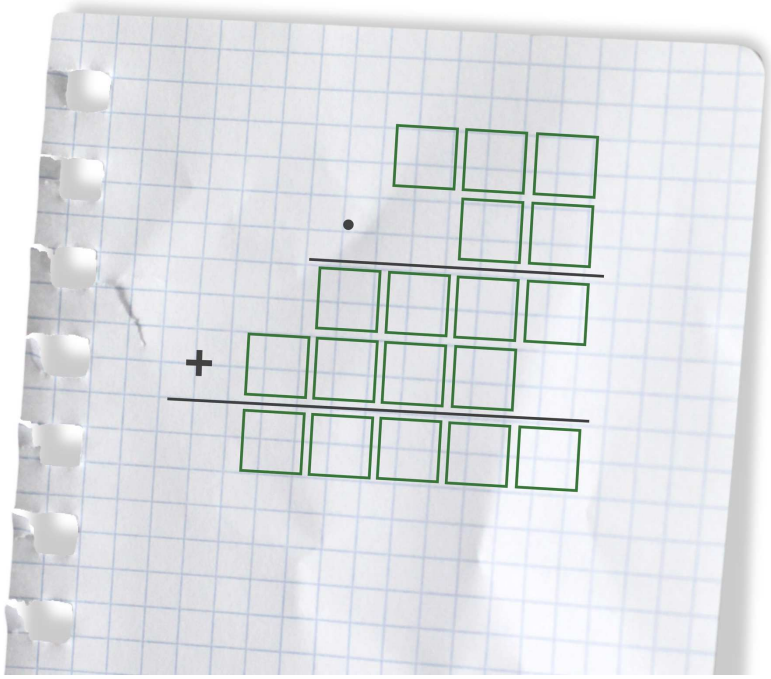
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $78 \bullet 56$



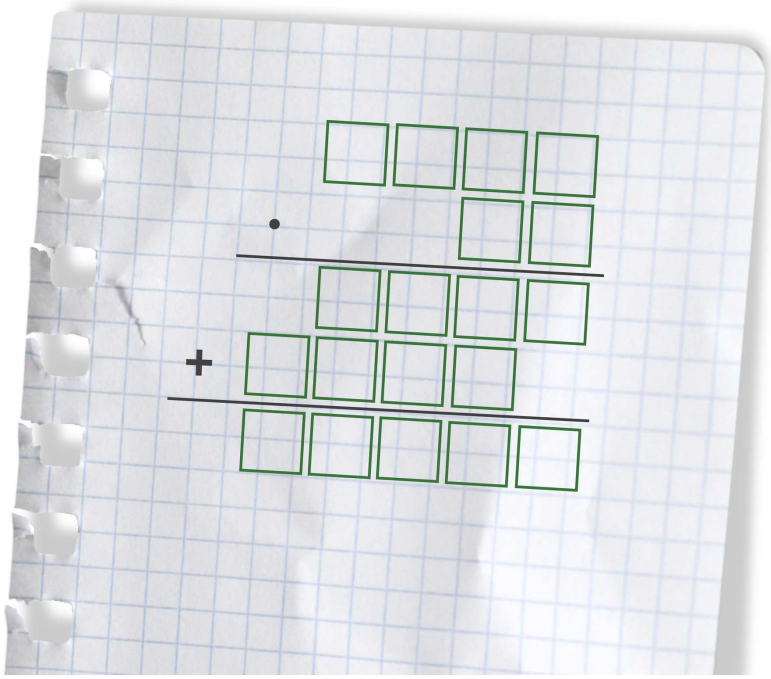
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $653 \bullet 42$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

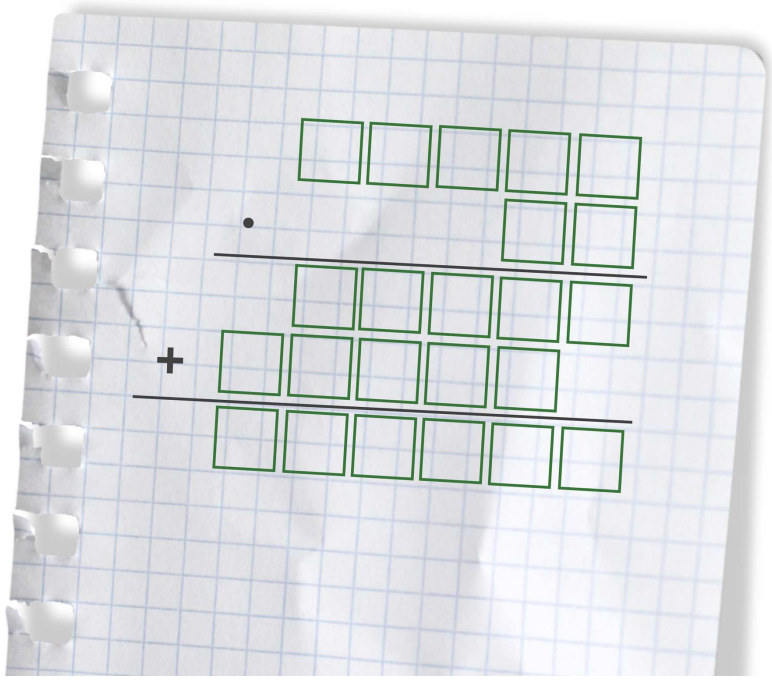
4. $1285 \bullet 64$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5. $38 \bullet 12341$

Wskazówka: pamiętaj, że w mnożeniu można zmieniać kolejność czynników.



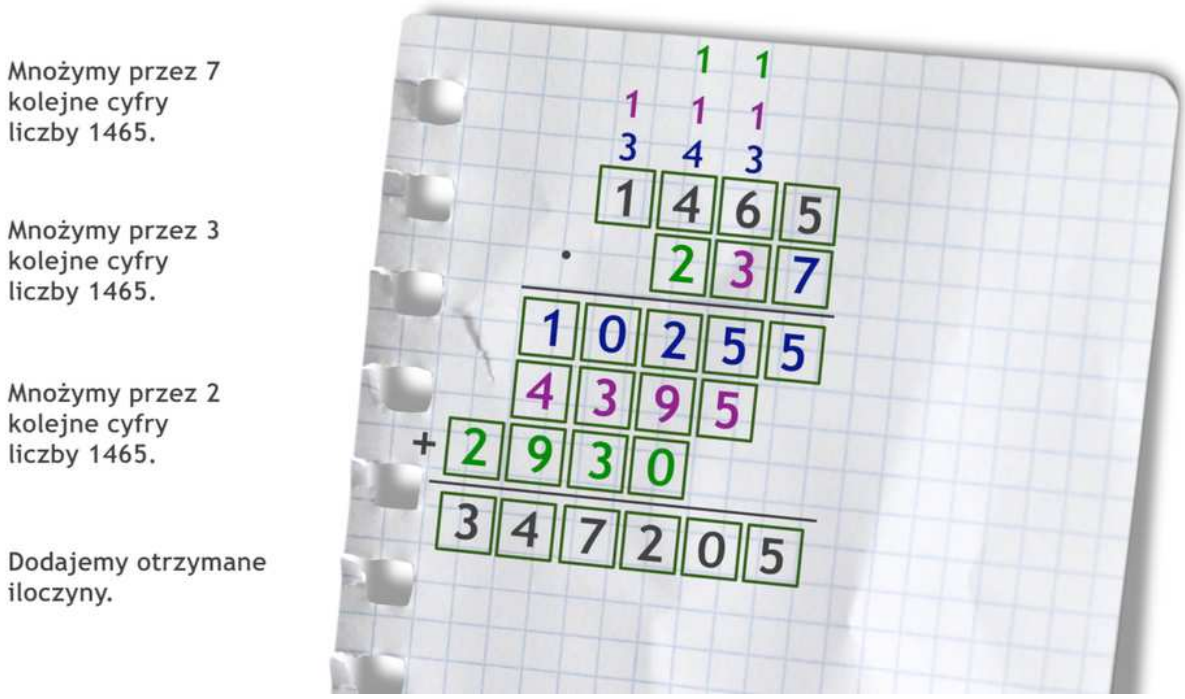
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożenie pisemne przez liczby trzycyfrowe i większe odbywa się według takiego samego schematu, jak mnożenie przez liczby dwucyfrowe. Trzeba tylko trzykrotnie (lub więcej razy) pomnożyć pierwszy czynnik przez liczby jednocyfrowe.

Przykład 3

Aby pomnożyć sposobem pisemnym $1465 \bullet 237$ należy prawidłowo podpisać liczby (odpowiednie rzędy dolnej liczby pod odpowiednimi rzędami liczby górnej), pomnożyć górną liczbę kolejno przez wszystkie cyfry dolnej liczby (zaczynając od rzędu najniższego), a następnie dodać otrzymane wyniki

$$1465 \bullet 237 = 296010$$



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

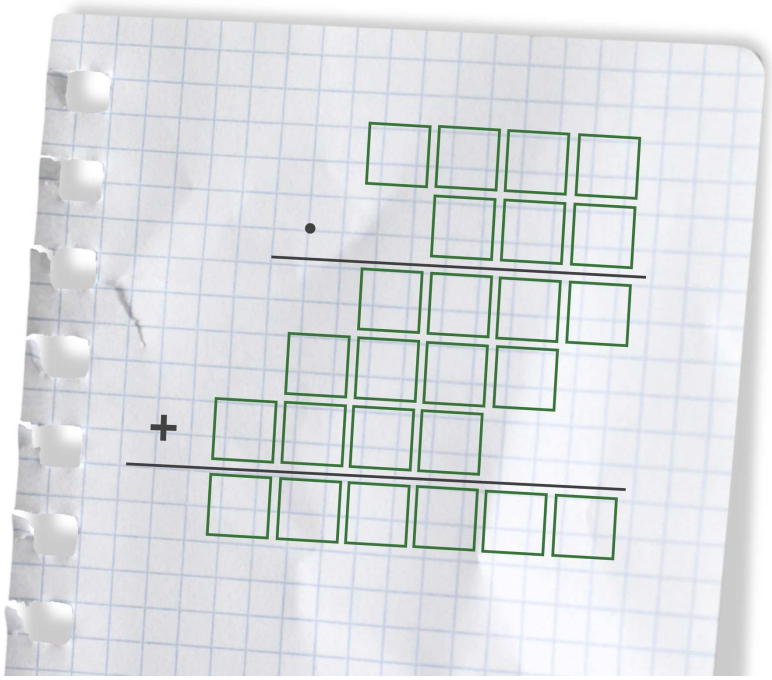
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 5

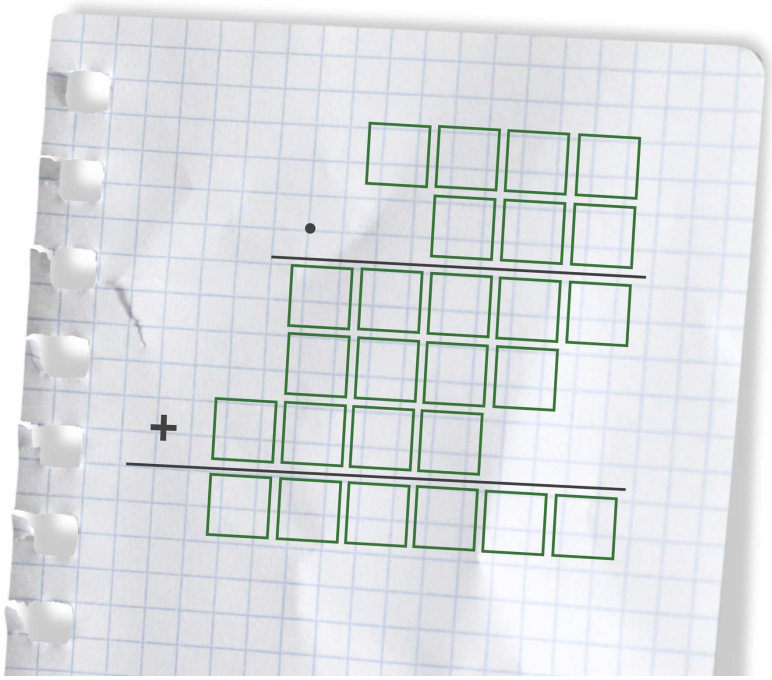
Oblicz.

1. $3456 \cdot 111$



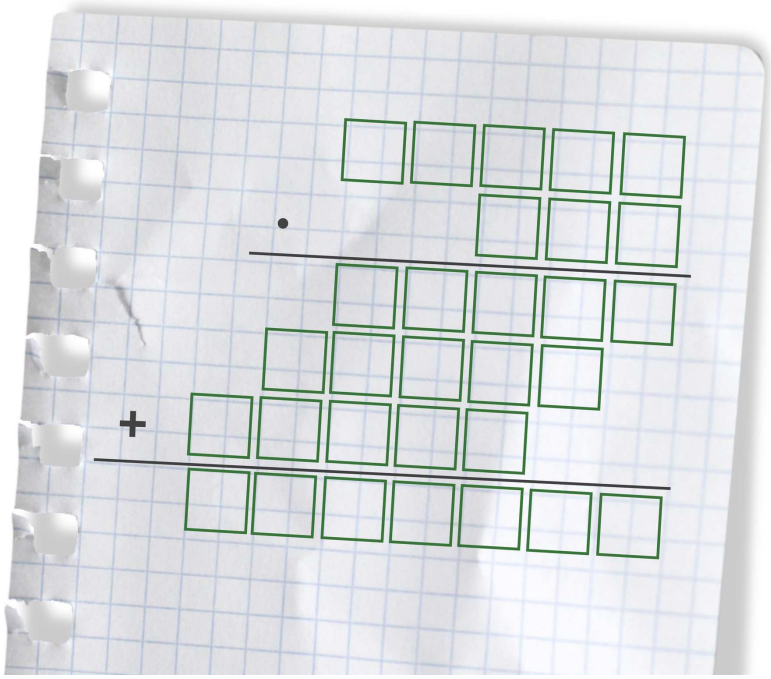
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $2113 \cdot 145$



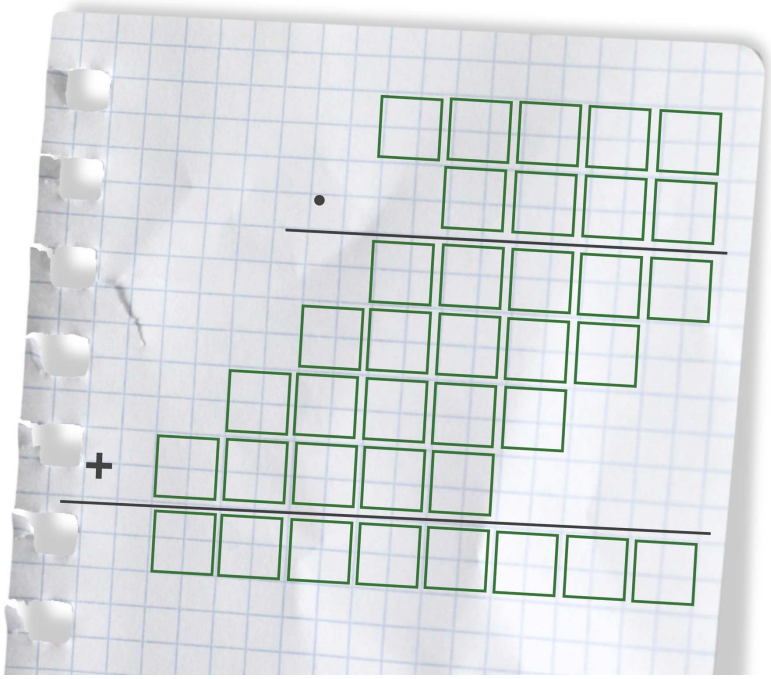
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $12143 \bullet 215$



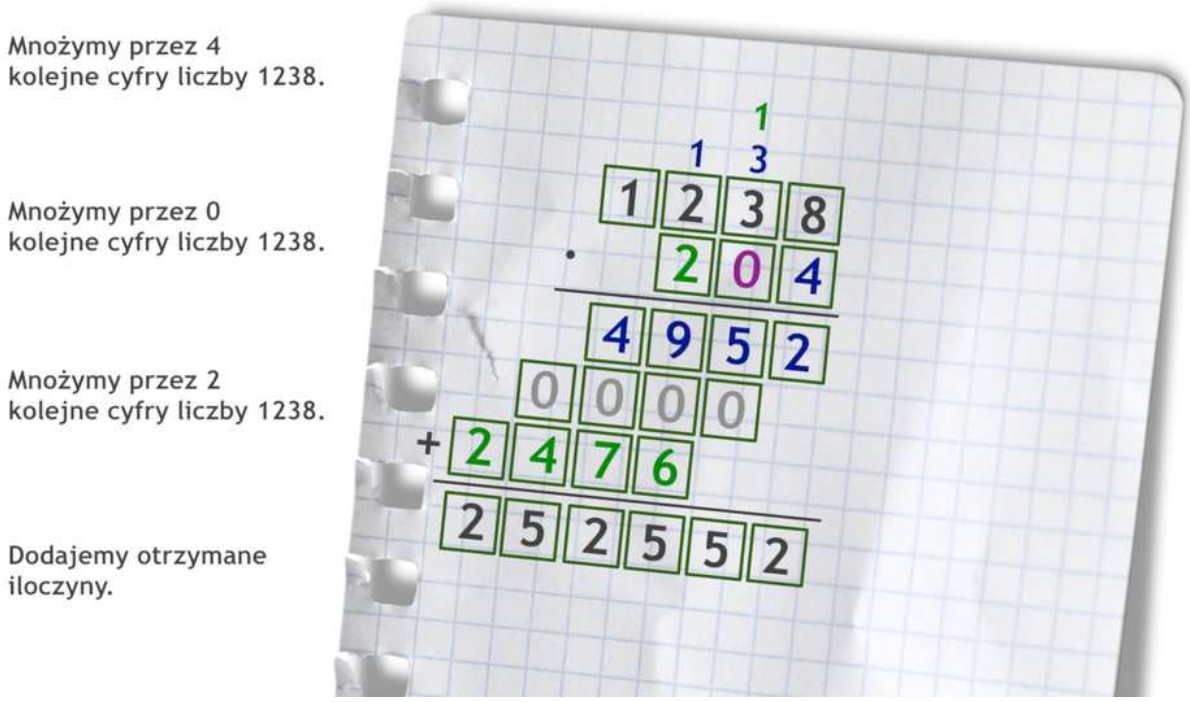
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $23123 \bullet 2121$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

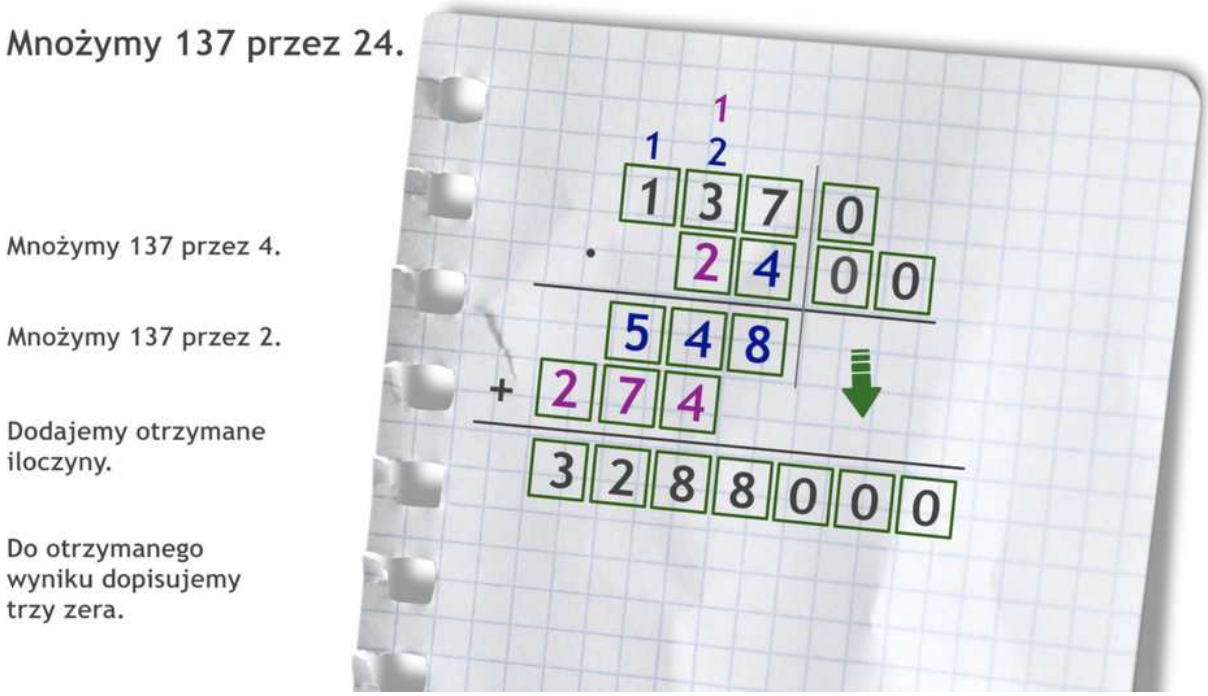


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 5



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 6

Wykonaj mnożenie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) $253 \cdot 216 =$ ⬚

b) $1\,245 \cdot 162 =$ ⬚

c) $812 \cdot 109 =$ ⬚

d) $1\,242 \cdot 205 =$ ⬚

e) $2\,135 \cdot 1\,004 =$ ⬚

f) $4\,120 \cdot 3\,060 =$ ⬚

g) $1\,520 \cdot 2\,100 =$ ⬚

h) $12\,300 \cdot 1\,500 =$ ⬚

$254\,610$	$2\,143\,541$	$1\,260\,720\,000$	$12\,607\,200$	$154\,611$	$88\,508$
$18\,450\,000$	$201\,691$	$3\,192\,000$	$201\,690$	$54\,648$	$184\,500\,000$
$319\,200\,000$	$2\,143\,540$	$88\,509$	$54\,649$		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Obliczono, że każdy Polak wyrzuca rocznie około: 82 kg odpadów produktów spożywczych, 47 kg papieru, 21 kg szkła, 9 kg metalu.

Przeciągnij i upuść.

a) Mieszkańcy jednego wieżowca (115 osób) wyrzucają rocznie [ ] kg odpadów produktów spożywczych.

b) Mieszkańcy jednej wioski (160 osób) wyrzucają rocznie [ ] kg szkła.

c) Mieszkańcy jednego małego miasteczka (2500 osób) wyrzucają rocznie [ ] kg papieru.

d) Mieszkańcy dużego miasta (120000 osób) wyrzucają rocznie [ ] kg metalu.

e) Wszyscy mieszkańcy (około 40 milionów) naszego kraju wyrzucają rocznie: [ ] ton odpadów produktów spożywczych, [ ] t papieru, [ ] t szkła oraz [ ] t metalu.

32 800 000	360 000 000	360 000	8 400 000 000	9 430	94 300	
117 500	18 800 000	10 800 000	840 000	1 080 000	3 360	33 600
1 175 000	1 880 000	3 280 000				

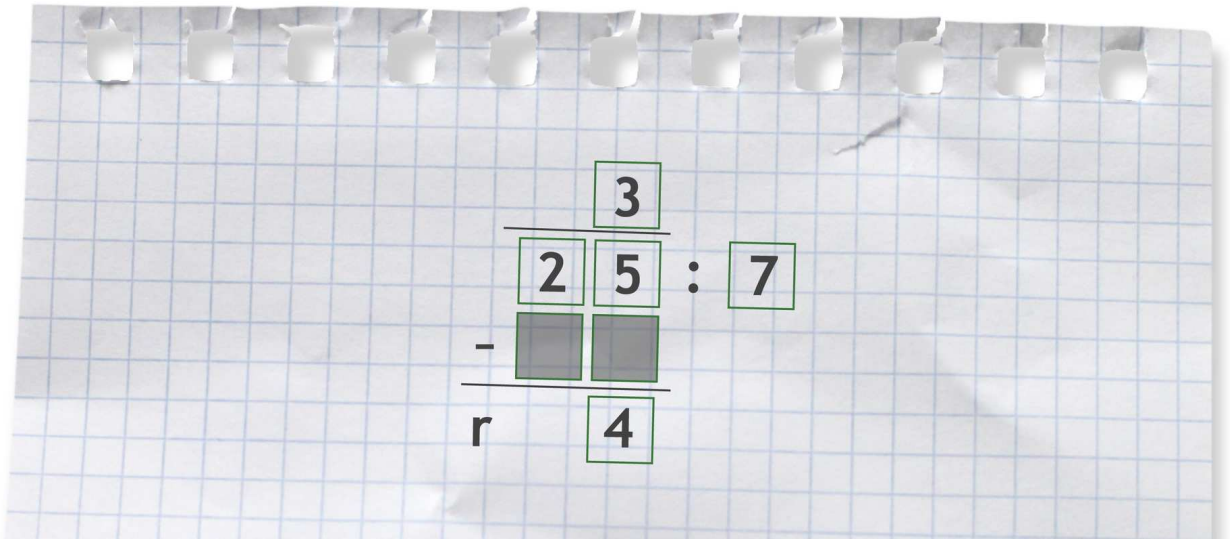
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dzielenie pisemne przez liczby jednocyfrowe

Ciekawy sposób obliczeń pisemnych opracowano dla dzielenia. Przy dzieleniu sposobem pisemnym musimy umieć odejmować niewielkie liczby, znać tabliczkę mnożenia i w prostych przykładach – dzielić z resztą. Bardzo ważny jest schemat zapisywania liczb pojawiających się podczas dzielenia. Sposób pisemnego dzielenia, którego się nauczysz, stosowany jest w wielu krajach świata, ale nie we wszystkich.

Przykład 1

$25 : 7 = 3\ r\ 4$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Wykonaj dzielenie i uzupełnij.

$16 : 3 =$ ☐ r ☐, ponieważ ☐ $\cdot$ ☐ $+$ ☐ $=$ ☐

$37 : 5 =$ ☐ r ☐, ponieważ ☐ $\cdot$ ☐ $+$ ☐ $=$ ☐

$59 : 7 =$ ☐ r ☐, ponieważ ☐ $\cdot$ ☐ $+$ ☐ $=$ ☐

$77 : 8 =$ ☐ r ☐, ponieważ ☐ $\cdot$ ☐ $+$ ☐ $=$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wykonaj dzielenie i uzupełnij.

a) 59 : 7 = ☐ r ☐ ponieważ 8 · ☐ + 3 = ☐

a) 77 : 4 = ☐ r ☐ ponieważ 4 · ☐ + 1 = ☐

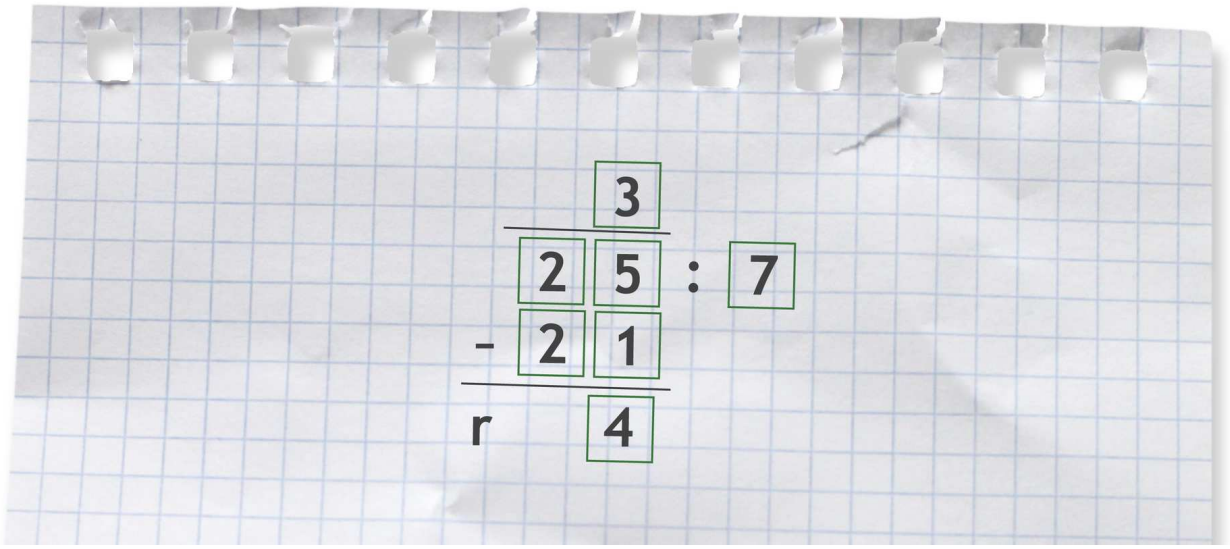
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

$$25 \ : \ 7 \ = \ 3 \, r \, 4$$

ponieważ

$$3 \bullet 7 + 4 = 25$$



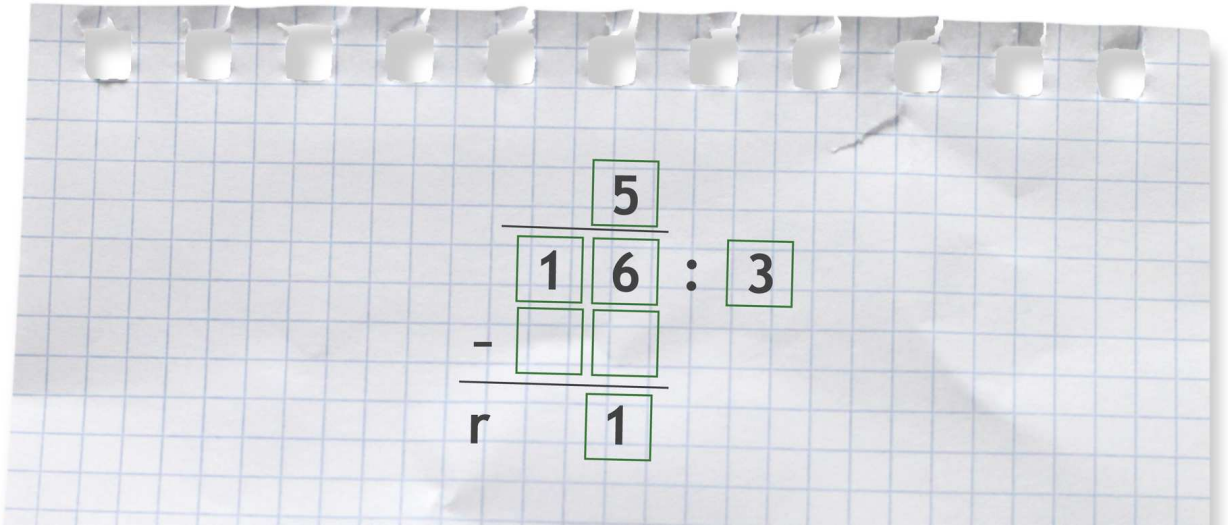
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Uzupełnij.

$1.\ 16\ :\ 3\ =\ 5\ r\ 1$

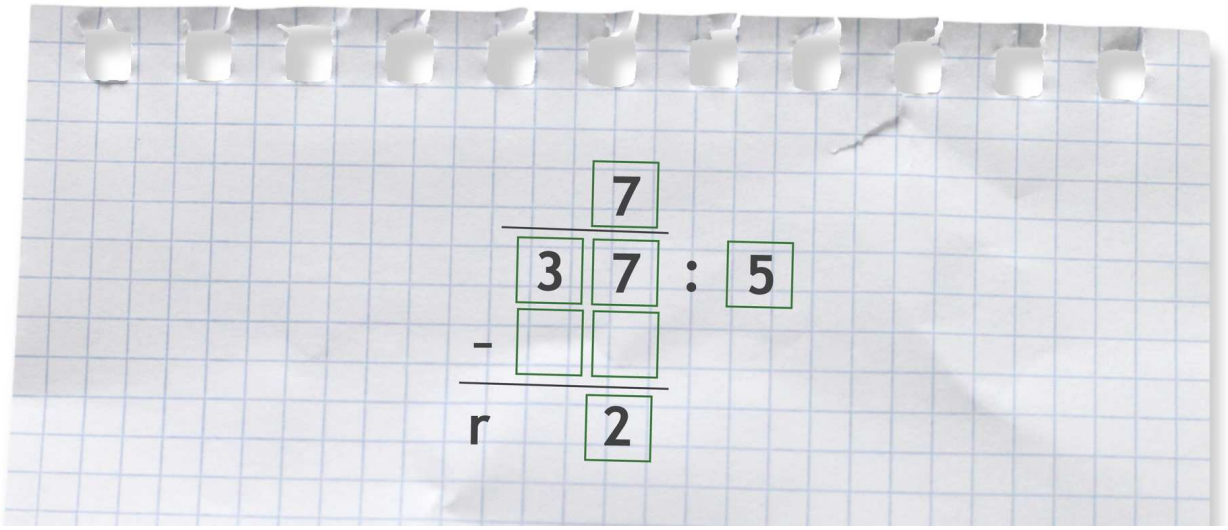
ponieważ $5\ \bullet\ 3\ +\ 1\ =\ 16$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$1.\ 37\ :\ 5\ =\ 7\ r\ 2$

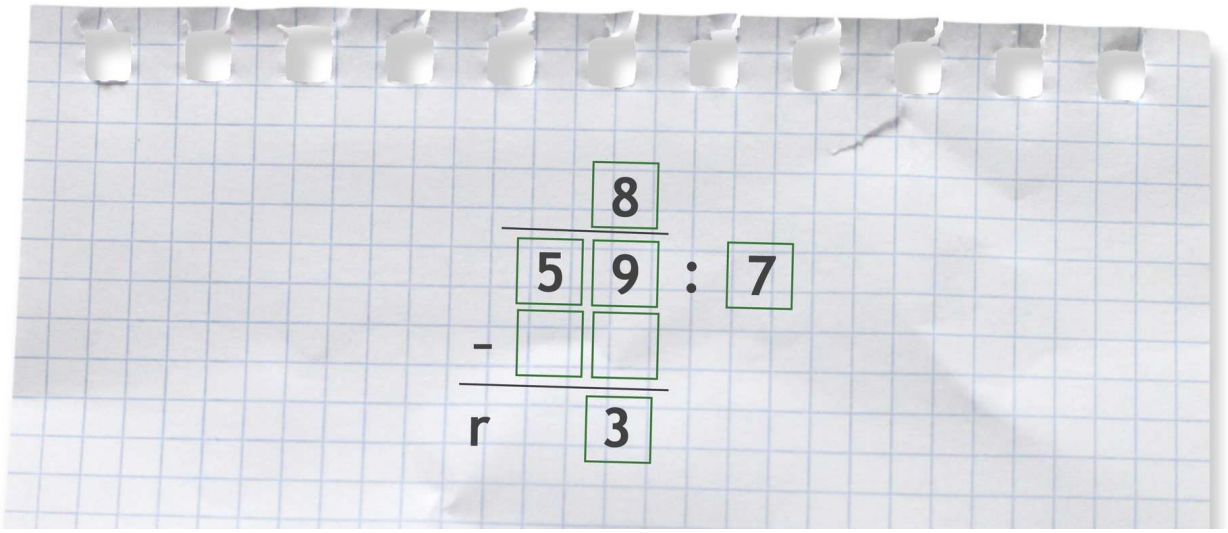
ponieważ $7\ \bullet\ 5\ +\ 2\ =\ 37$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$1.\ 59\ :\ 7\ =\ 8\ r\ 3$

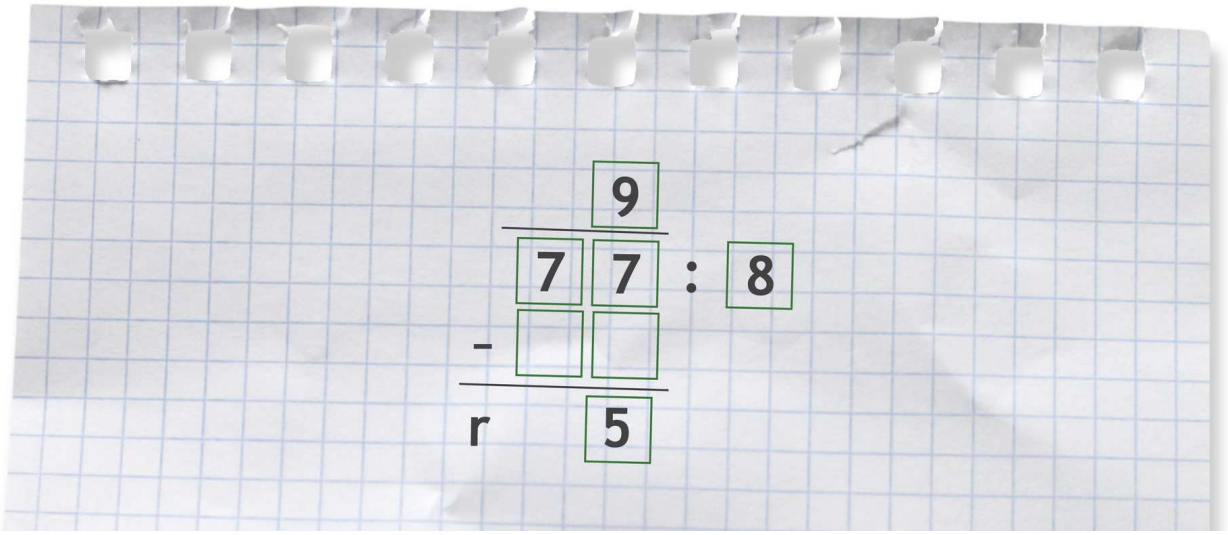
ponieważ $8\ \bullet\ 7\ +\ 3\ =\ 59$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$1.\ 77\ :\ 8\ =\ 9\ r\ 5$

ponieważ $9\ \bullet\ 8\ +\ 5\ =\ 77$

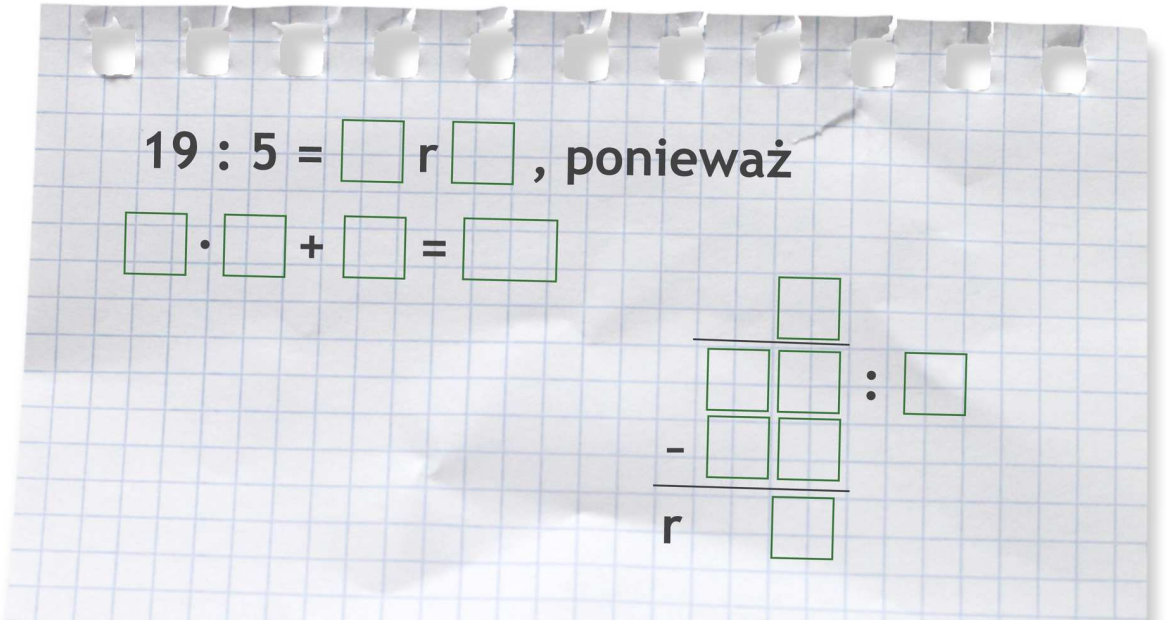


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

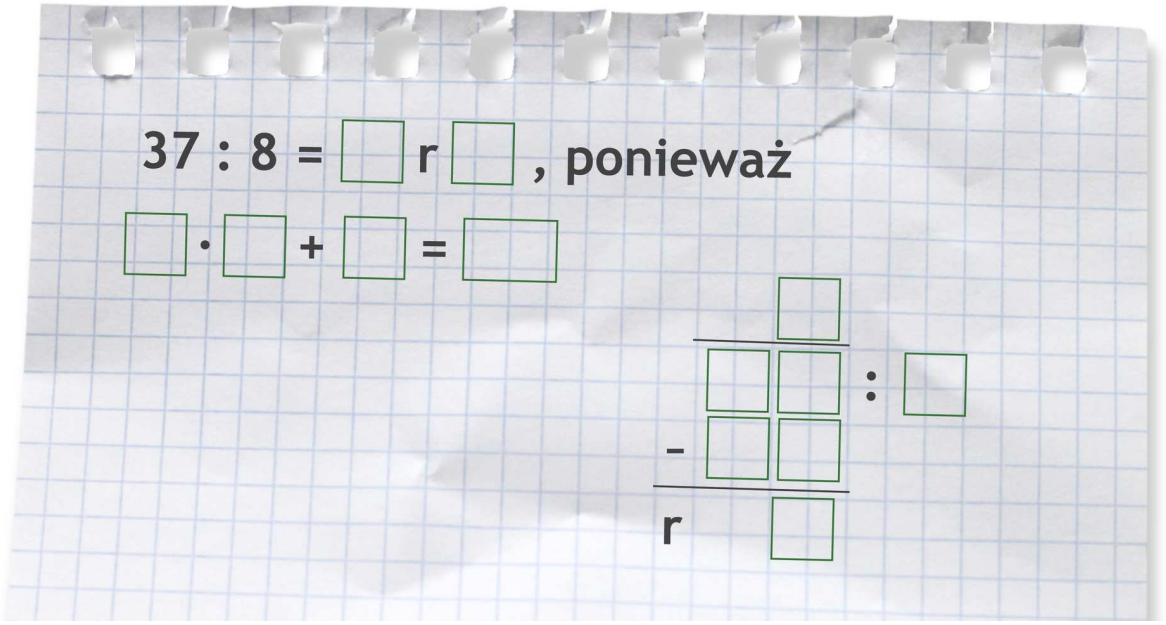
Uzupełnij.

1.



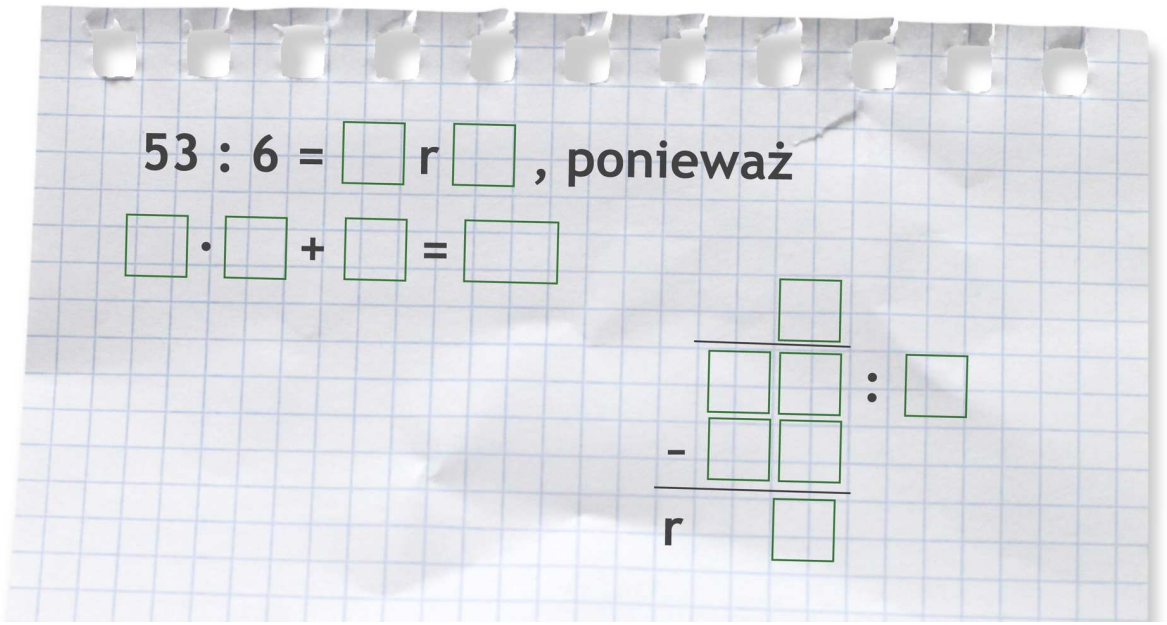
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



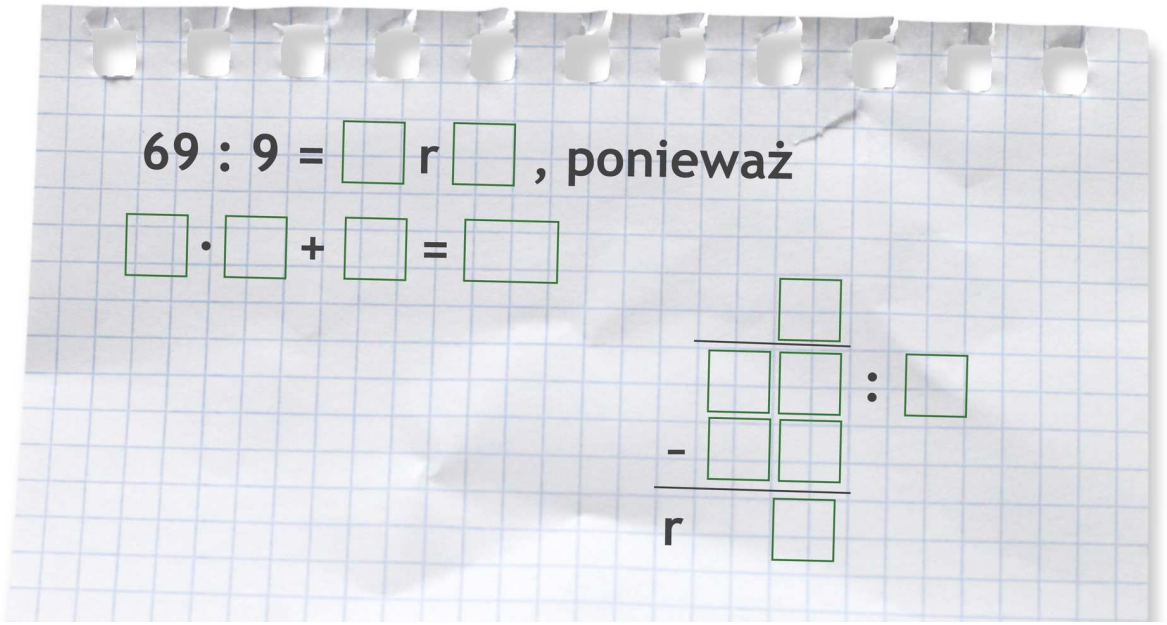
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



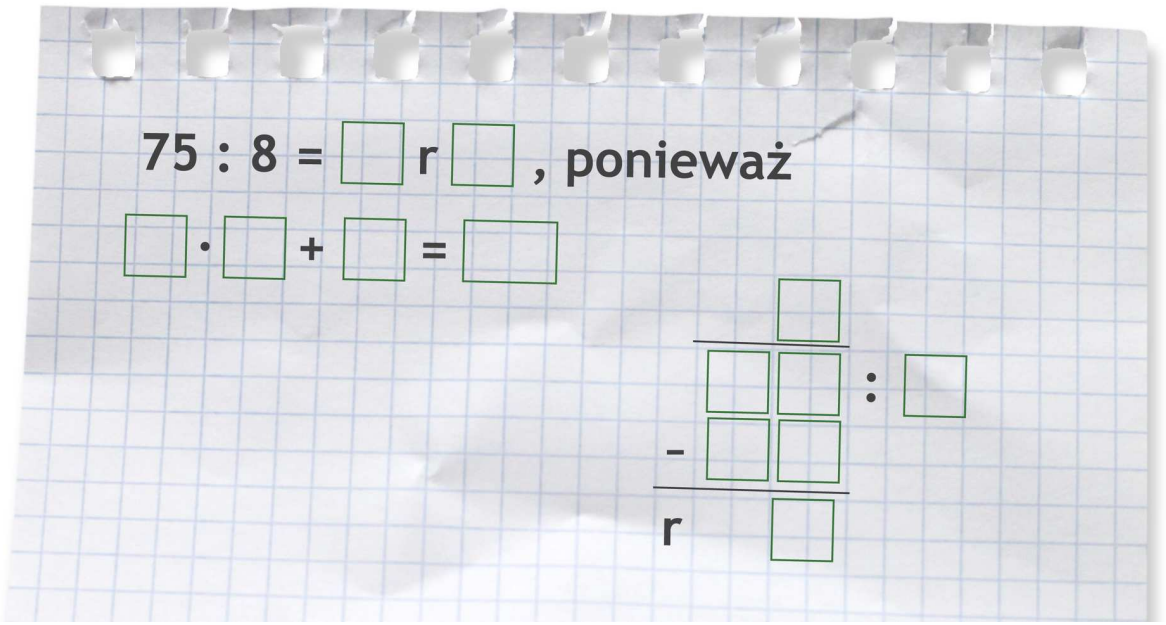
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5.

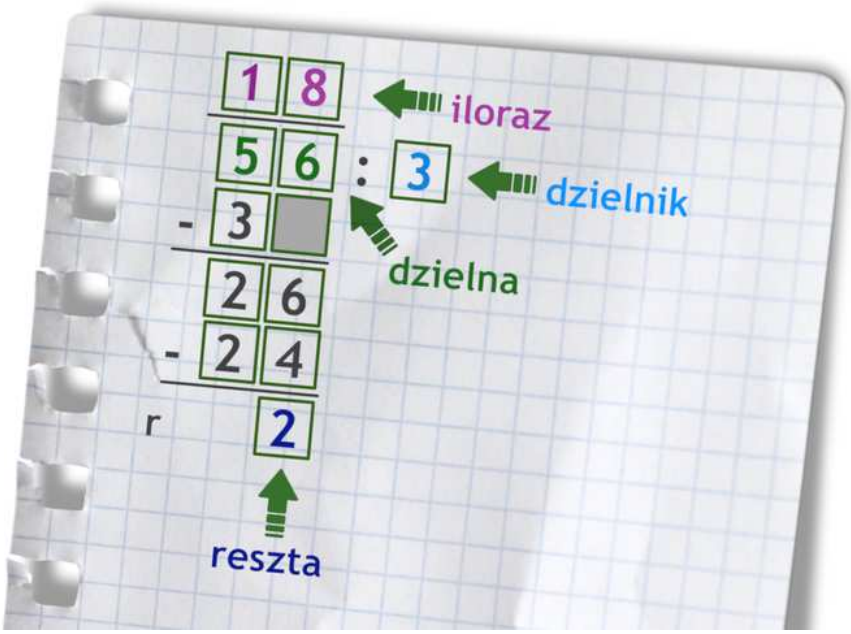


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

5 : 3 = 1 r 2
spr. 1 · 3 + 2 = 5

26 : 3 = 8 r 2
spr. 8 · 3 + 2 = 26



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

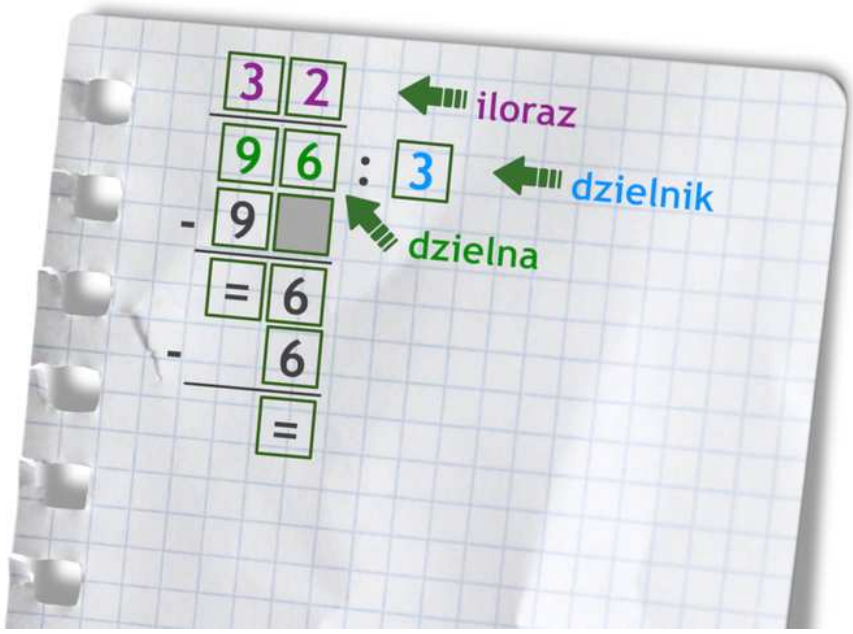
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 4

9 : 3 = 3 r 0
spr. 3 · 3 = 9

6 : 3 = 2 r 0
spr. 2 · 3 = 6



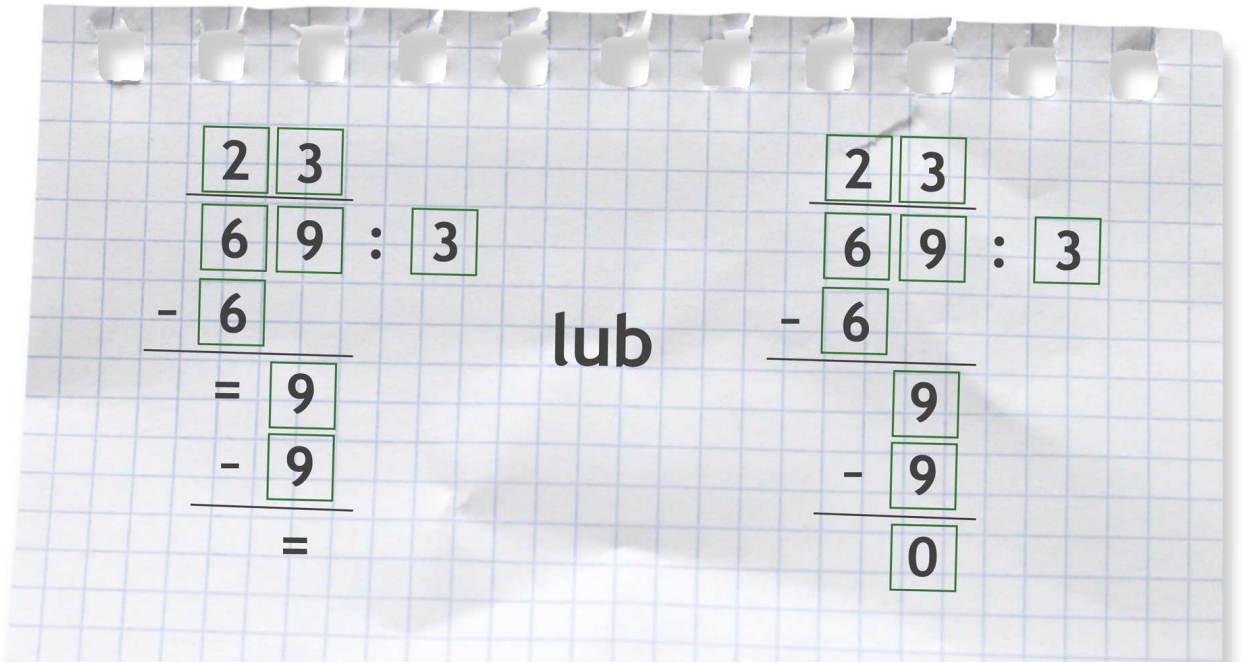
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

Jeżeli w dzieleniu sposobem pisemnym w wyniku odejmowania otrzymamy zero, to na ogół go nie zapisujemy. Często zamiast zera wpisuje się znak =. Spójrz, jak może wyglądać zapis.

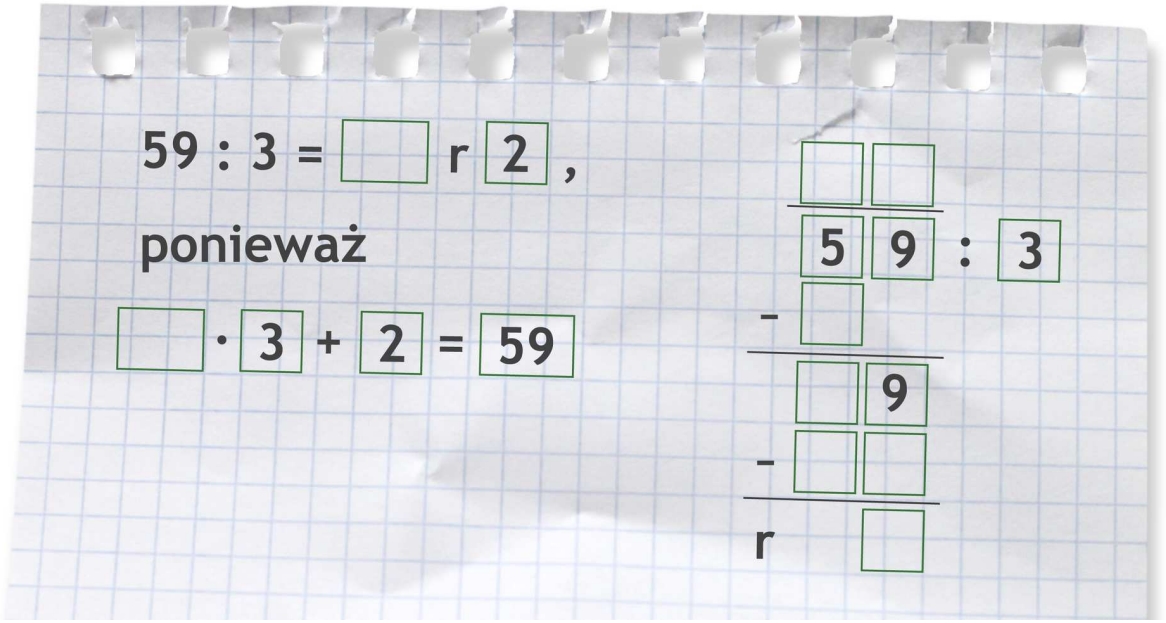


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

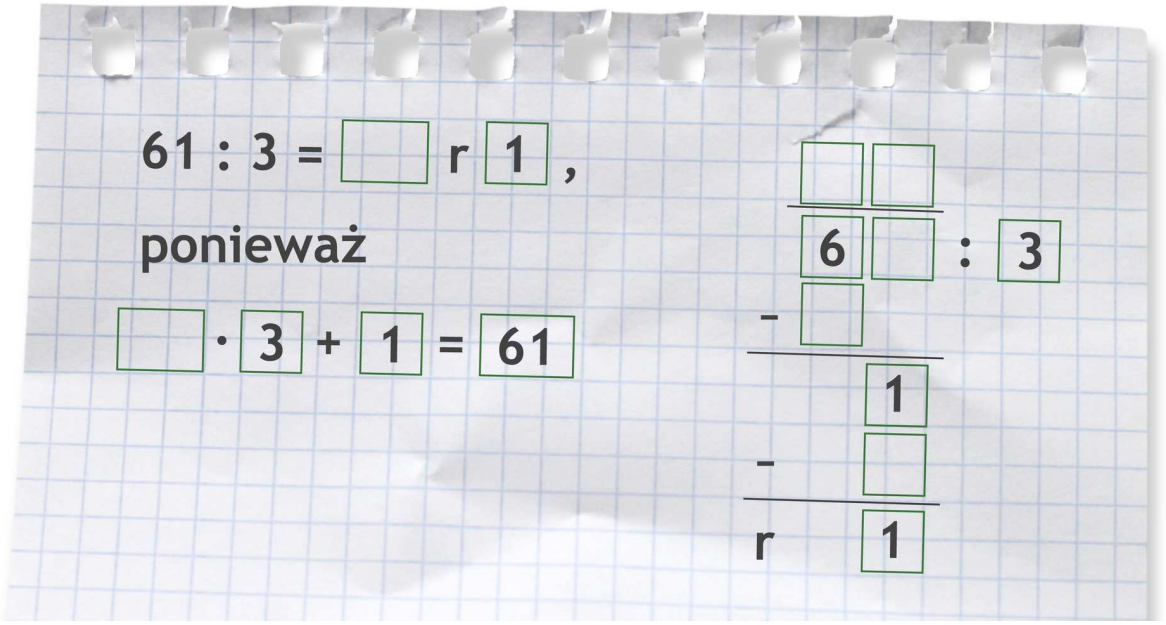
W puste kratki wpisz liczby, tak jak w powyższych przykładach.

1.



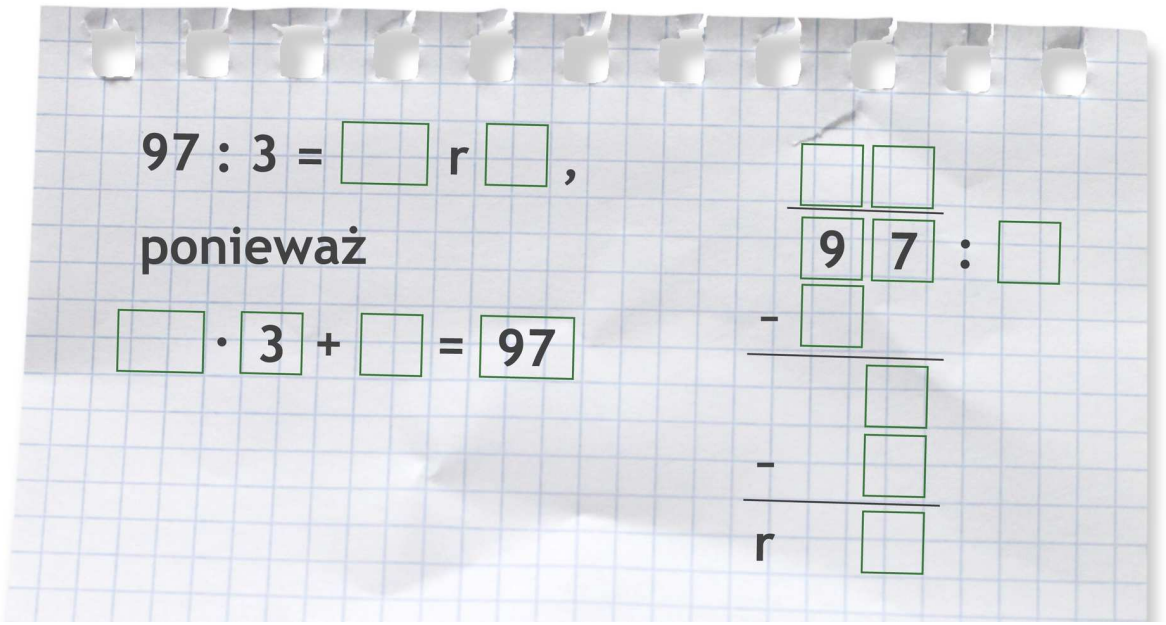
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



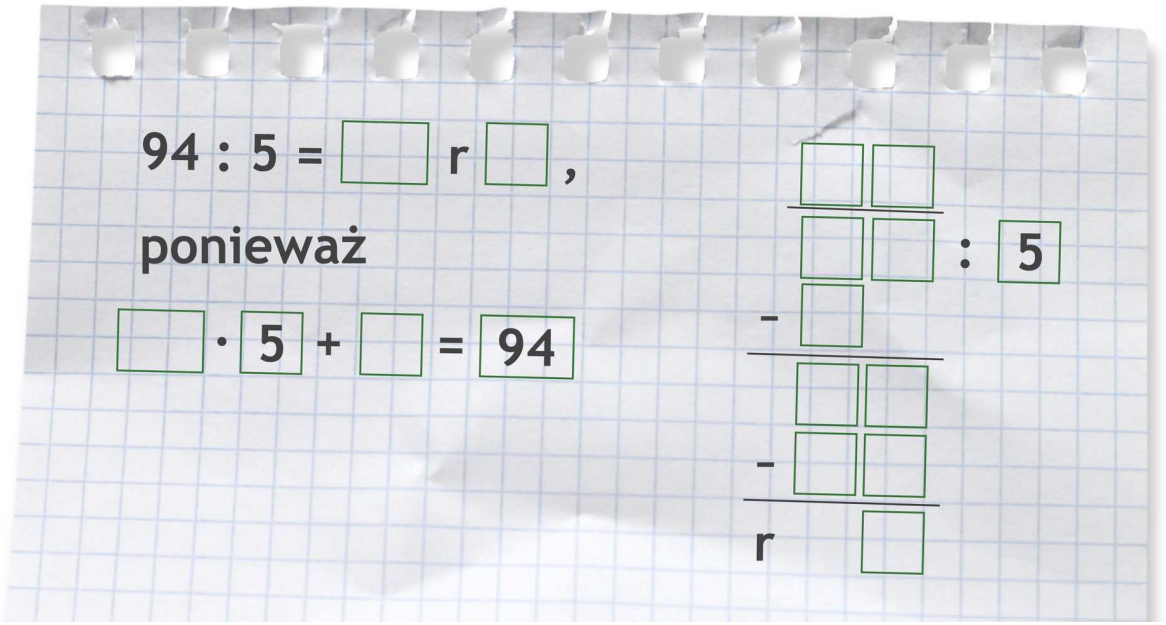
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Wykonaj dzielenie i uzupełnij.

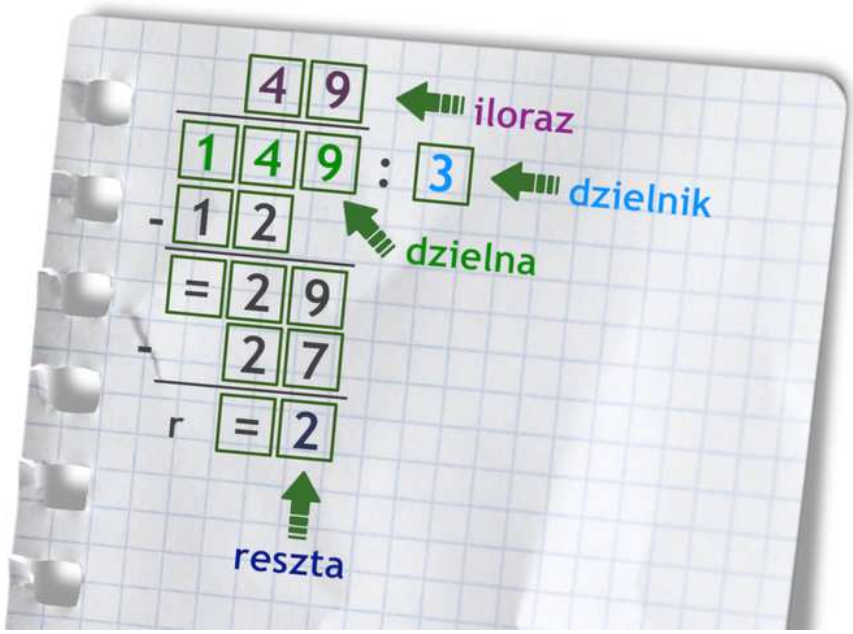
86:2= ☐ r ☐
48:4= ☐ r ☐
57:5= ☐ r ☐
74:7= ☐ r ☐
43:2= ☐ r ☐
54:3= ☐ r ☐
69:4= ☐ r ☐
73:5= ☐ r ☐
57:2= ☐ r ☐
64:3= ☐ r ☐
74:3= ☐ r ☐
97:3= ☐ r ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 5

14 : 3 = 4 r 2
spr. 3 · 4 + 2 = 14

29 : 3 = 9 r 2
spr. 9 · 3 + 2 = 29



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

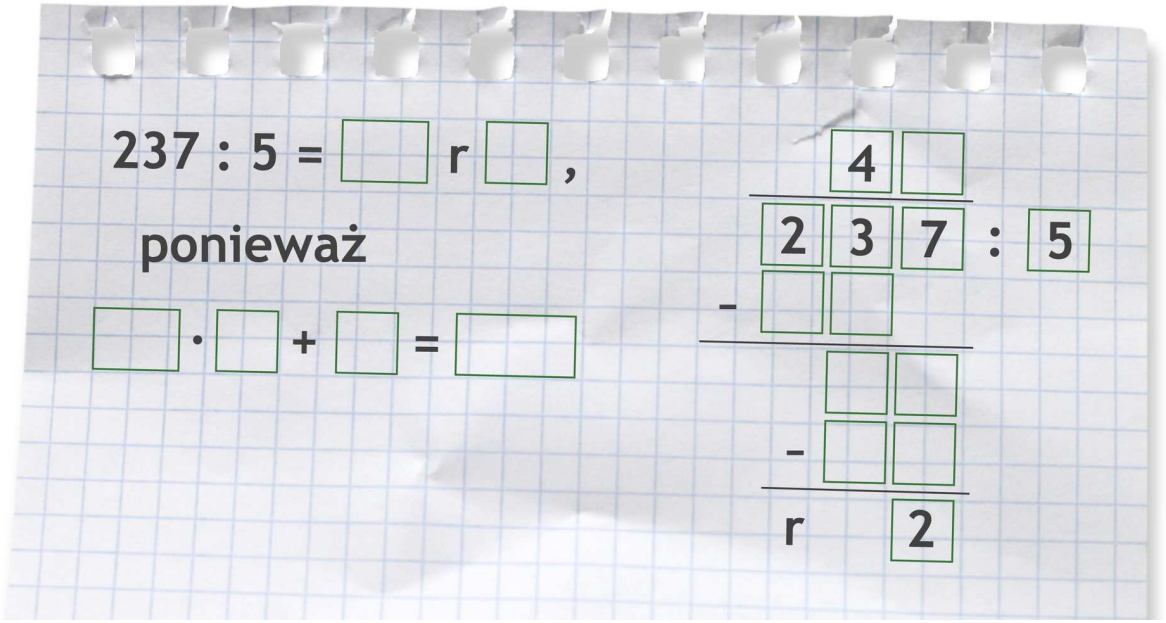
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 7

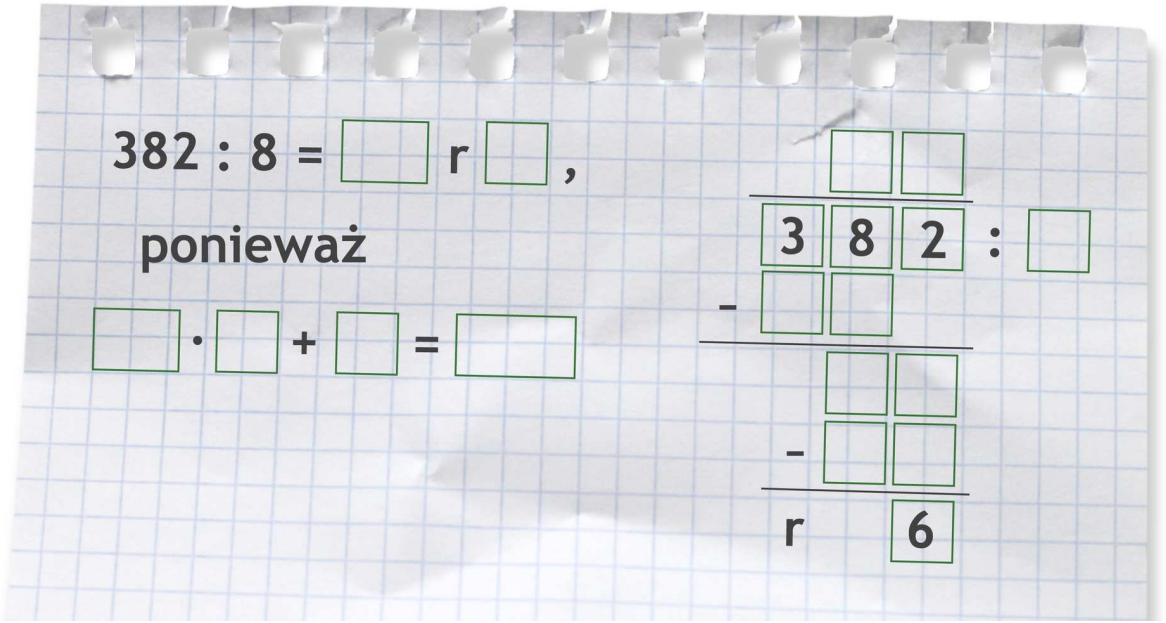
W puste kratki wpisz liczby, tak jak w animowanym przykładzie.

1.



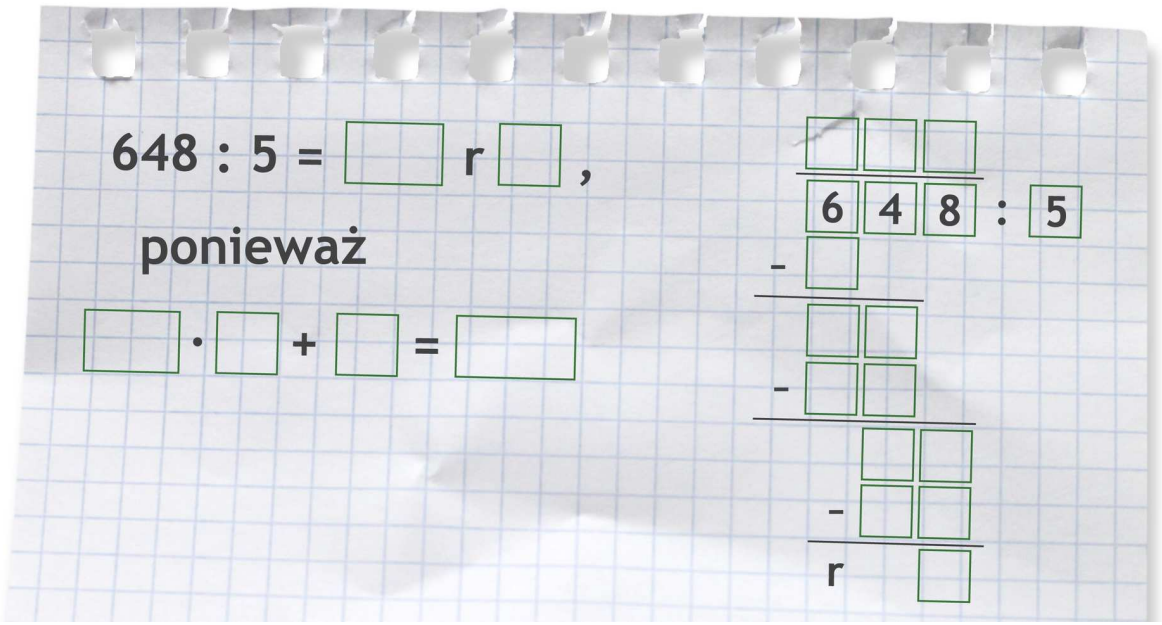
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



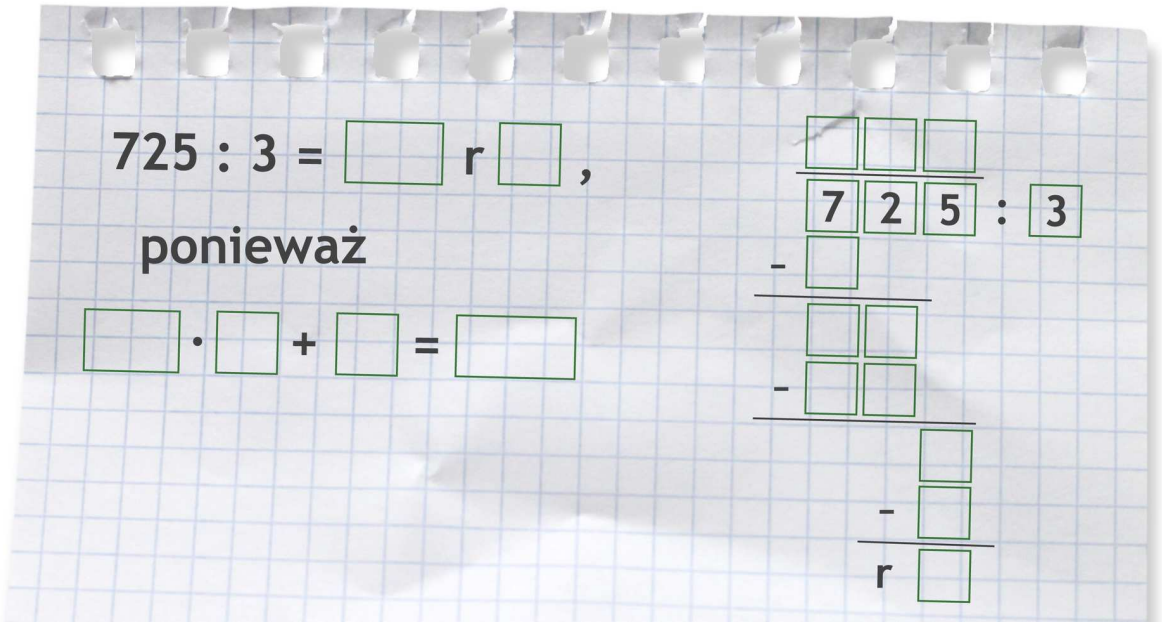
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

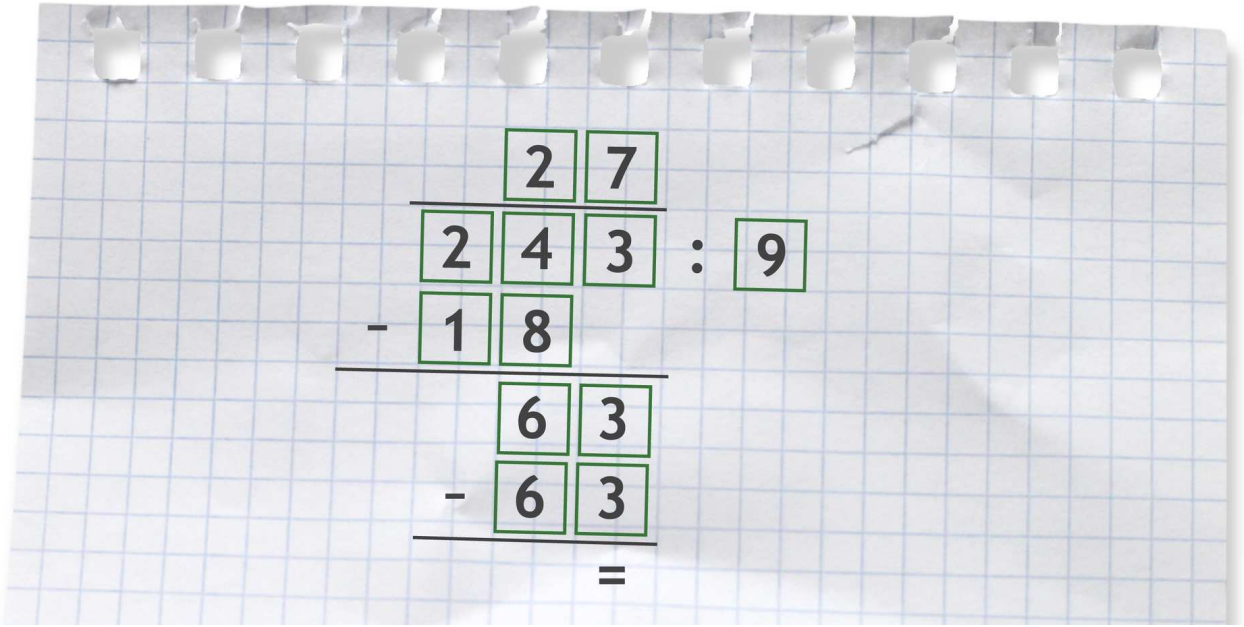
4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 6

Oblicz sposobem pisemnym.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Wykonaj dzielenie i uzupełnij.

232:7= r

387:3= r

433:5= r

444:3= r

529:6= r

789:4= r

798:8= r

670:4= r

708:9= r

500:3= r

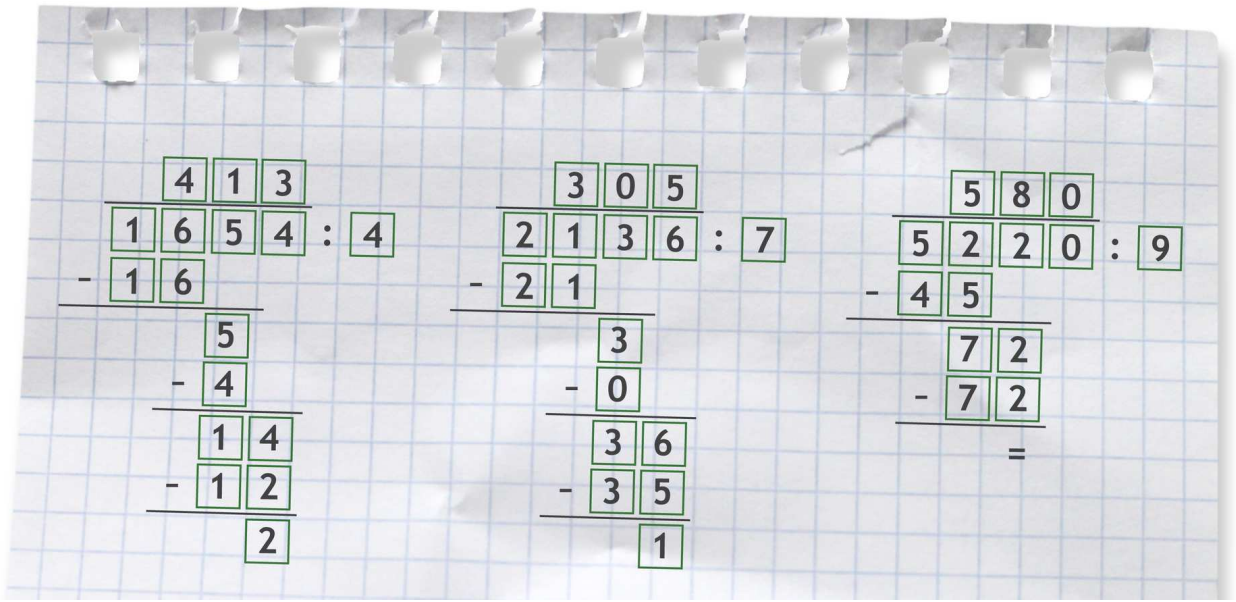
499:7= r

555:2= r

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 7

Sposób zapisywania kolejnych obliczeń jest taki sam jak przy mniejszych dzielnych, tylko zapis się nieco wydłuży.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Oblicz.

1. $3480 : 5$
2. $1809 : 3$
3. $8192 : 8$
4. $24777 : 9$
5. $10505 : 5$
6. $35812 : 4$
7. $111111 : 3$
8. $3653 : 2$
9. $5788 : 7$
10. $41239 : 6$
11. $1000000 : 8$

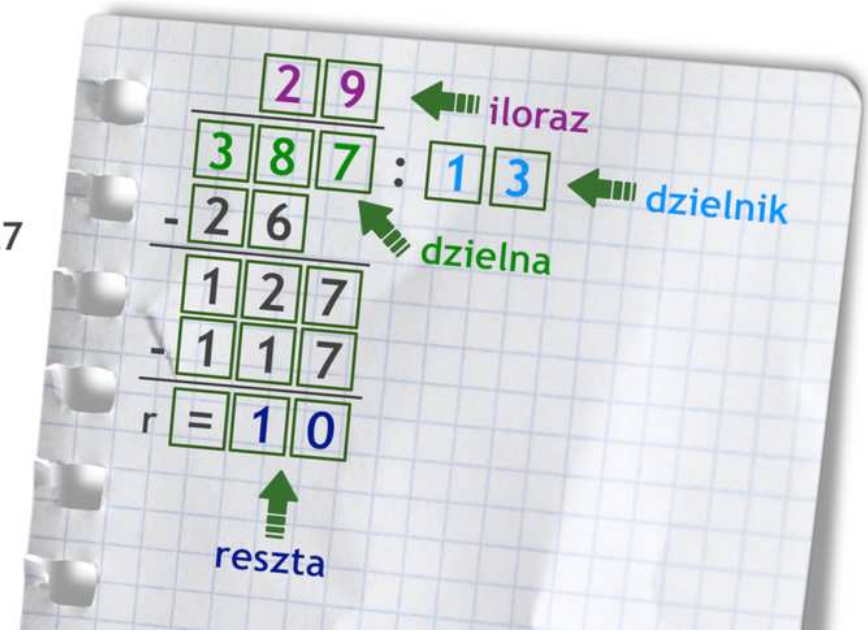
Dzielenie pisemne przez liczby wielocyfrowe

Dzielenie sposobem pisemnym przez liczby dwucyfrowe, trzycyfrowe itd. wykonuje się według tego samego schematu, co dzielenie przez liczby jednocyfrowe. Takie dzielenie może się okazać trochę trudniejsze, bo nie wystarczy znajomość tabliczki mnożenia.

Przykład 1

38 : 13 = 2 r 12
spr. 2 · 13 + 12 = 38

127 : 13 = 9 r 10
spr. 9 · 13 + 10 = 127



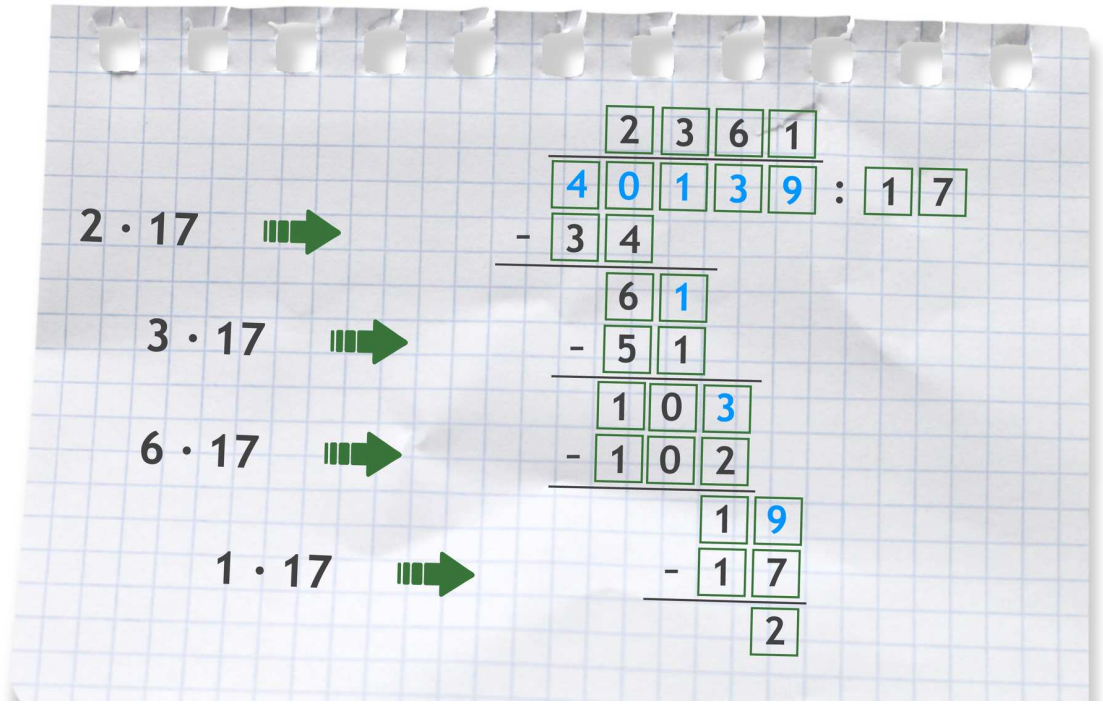
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 2

Spójrz, jak wykonano dzielenie liczby 40139 przez 17.

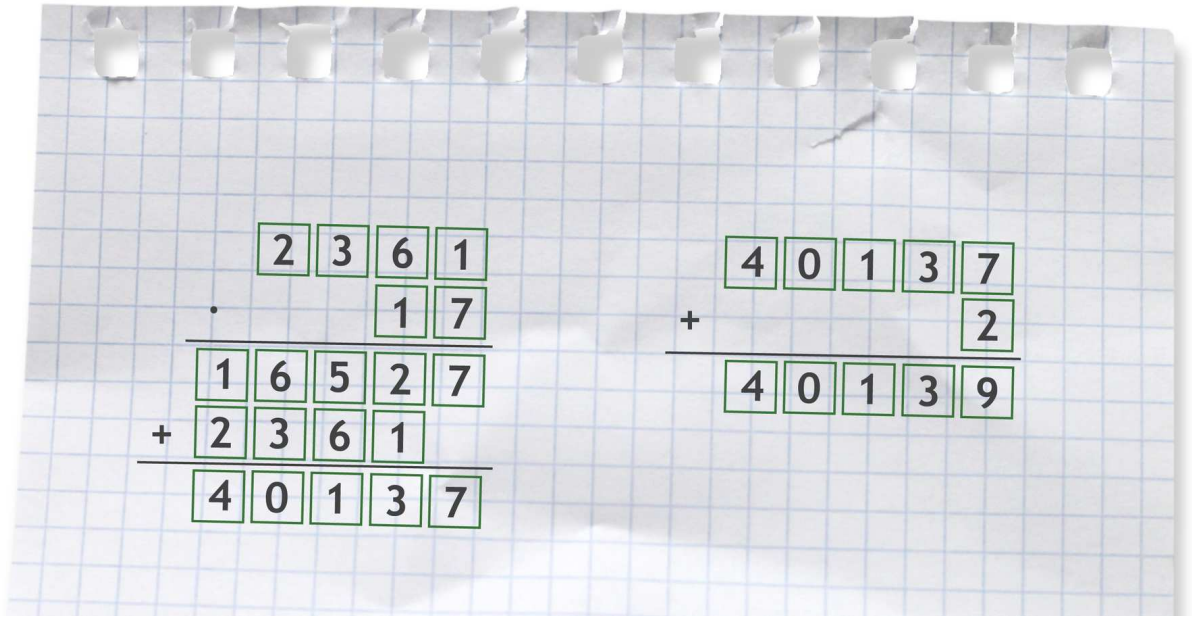


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Okazało się, że

$$40139 \ : \ 17 \ = \ 2361 \text{ r } 2.$$

Poprawność wykonania obliczeń najlepiej sprawdzić sposobem pisemnym.

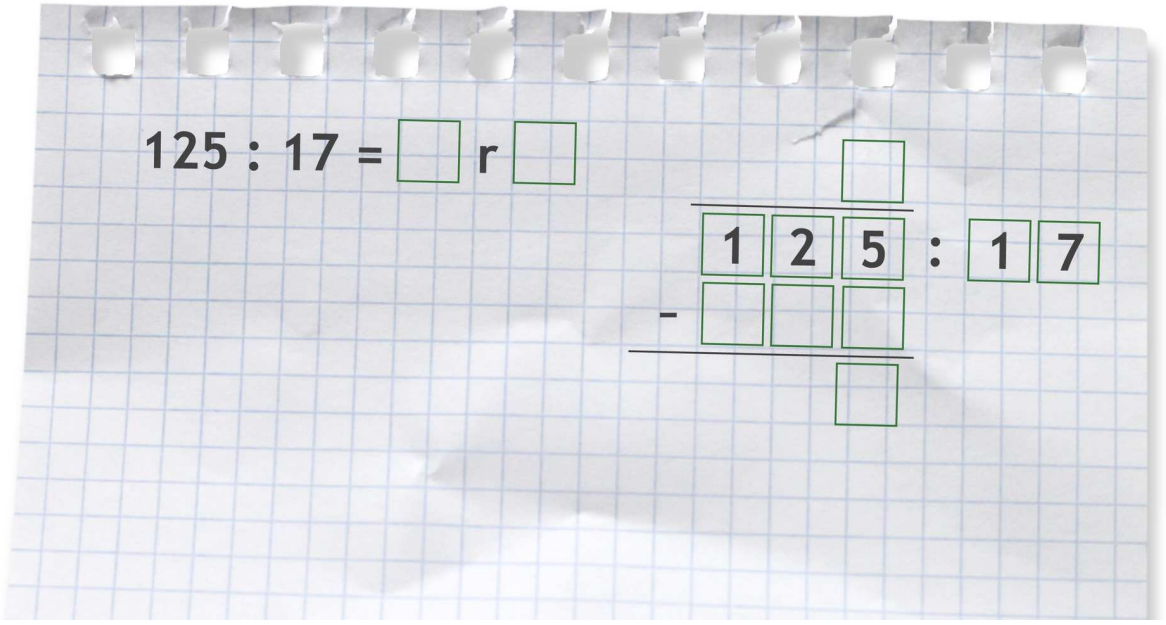


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

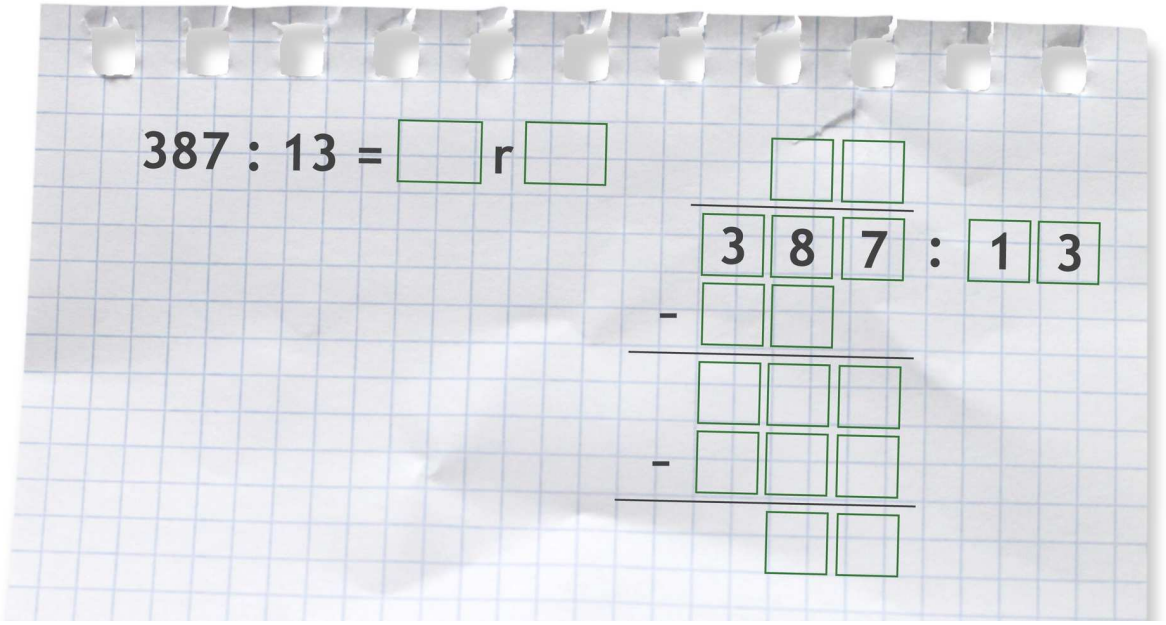
Uzupełnij.

1.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

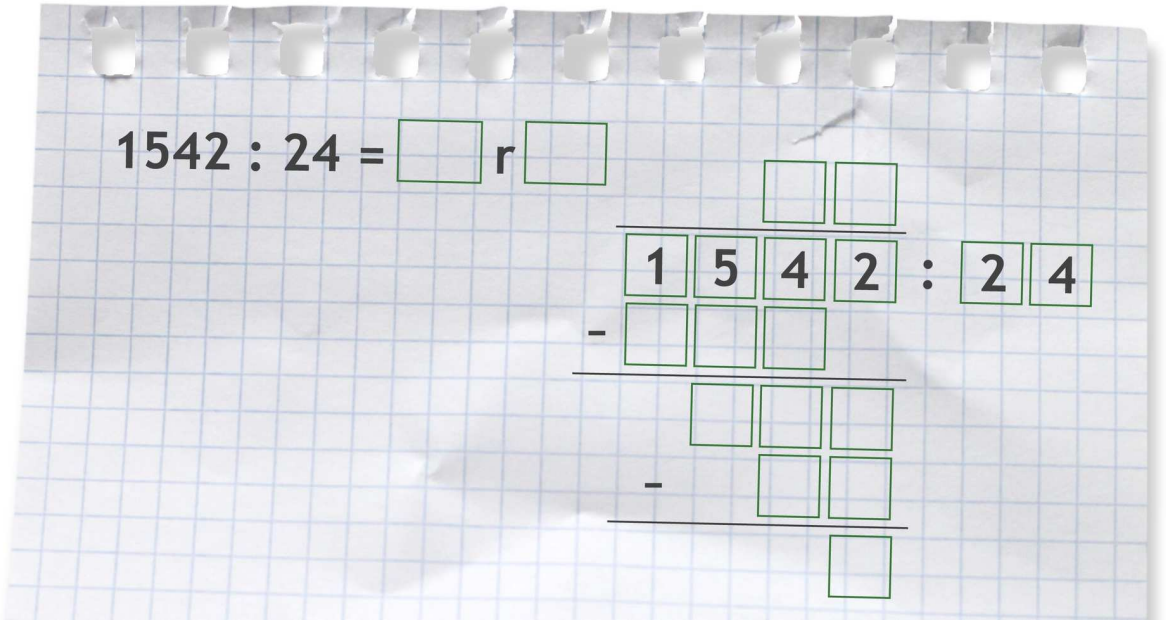
Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

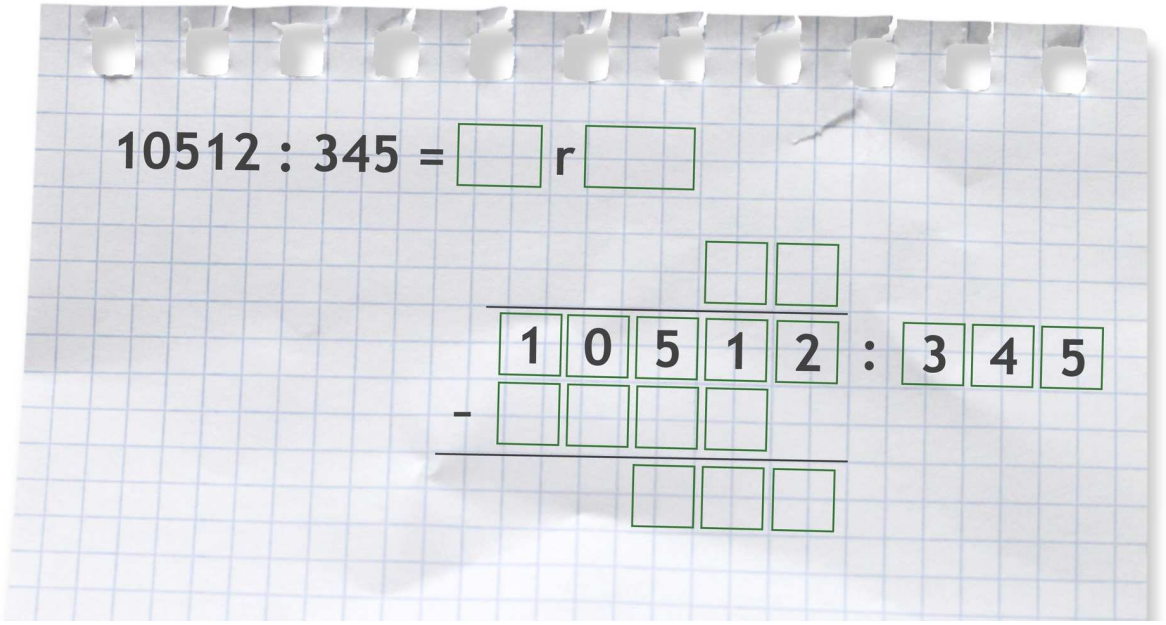
Wykonaj dzielenie. Wpisz w kratki brakujące liczby.

1.



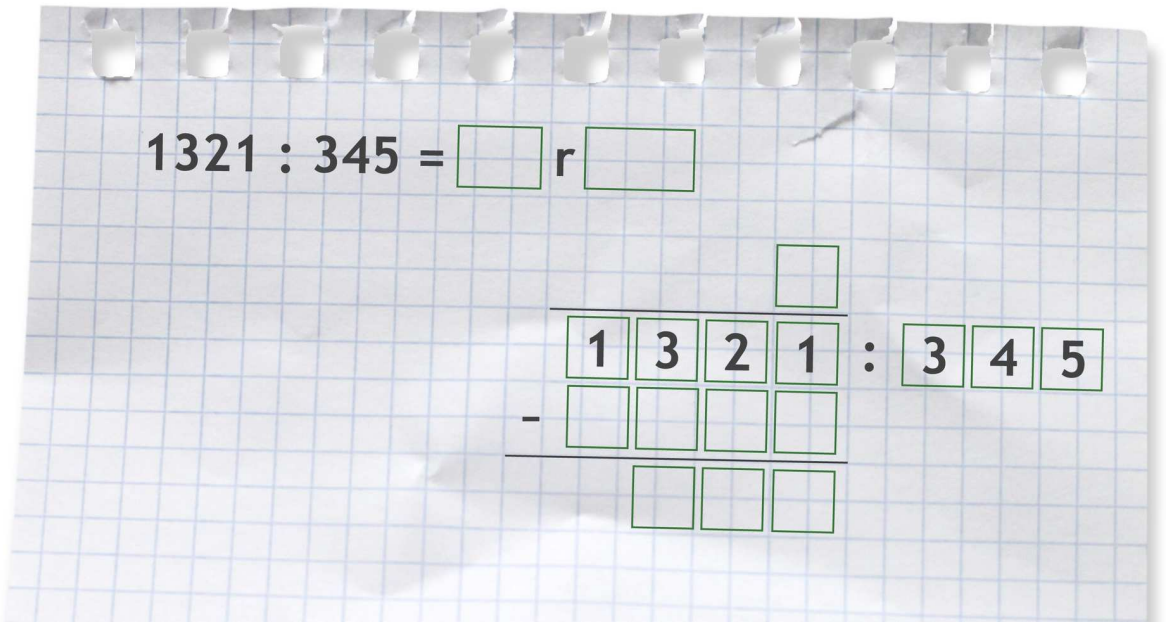
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

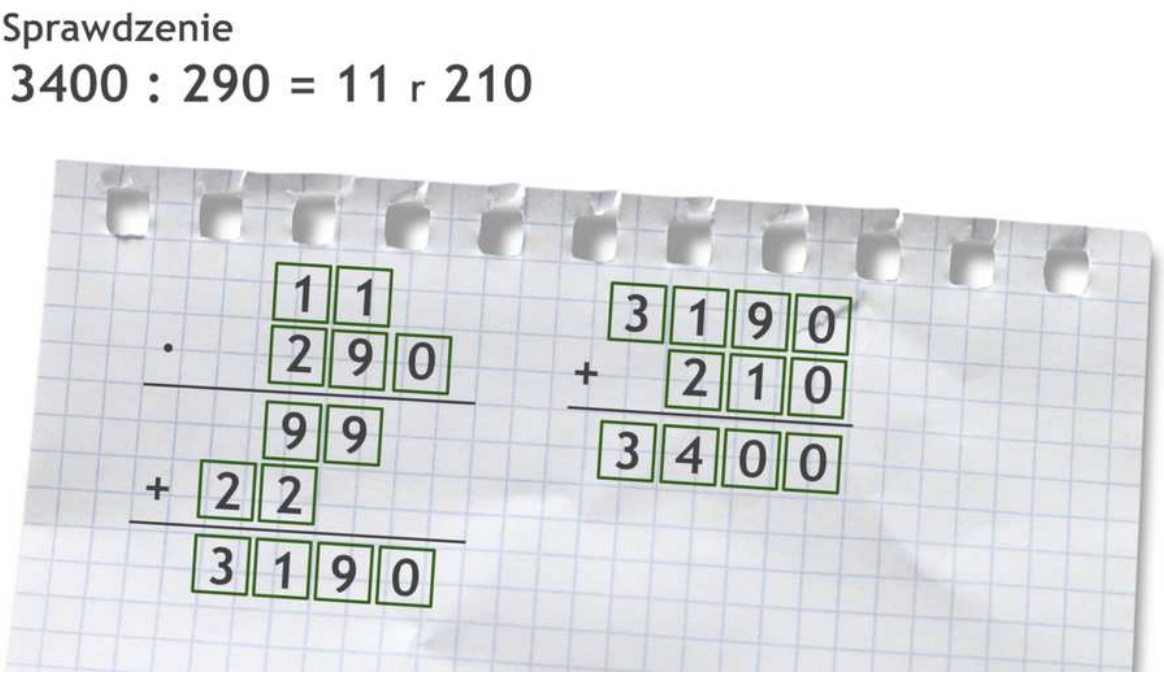
Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Jeżeli dzielna i dzielnik są liczbami zakończonymi zerami, to podczas dzielenia sposobem pisemnym można skreślić w obu liczbach tę samą liczbę końcowych zer, a wynik dzielenia się nie zmieni.
- Jeśli wynik dzielenia jest z resztą, to do otrzymanej reszty trzeba dopisać skreślone zera dzielnej.

Przykład 3



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zastosowanie pisemnego mnożenia i dzielenia do rozwiązywania zadań tekstowych



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

W ciągu roku szkolnego każdy uczeń pewnej szkoły wpłaca po 50 groszy miesięcznie na ważny cel. Pieniądze zebrane podczas tej zbiórki przekazywane są na specjalne konto pomocy afrykańskim dzieciom. Szkoła liczy 796 uczniów.
Wszystkie potrzebne rachunki wykonaj sposobem pisemnym i odpowiedz na pytania. Obliczenia zapisz w zeszycie, a potem sprawdź swoje wyniki.

1. Jaka kwota zbierana jest w szkole w każdym miesiącu?
2. Ile złotych zbiorą uczniowie tej szkoły w ciągu trzech lat nauki?

Ćwiczenie 2

W akcji pomocy afrykańskim dzieciom bierze też udział inna szkoła, która uzbierała w ciągu roku kwotę $4\ 680$ zł. Przyjmuje się, że tygodniowe minimalne utrzymanie dziecka w Afryce wynosi 45 zł. Oblicz, na ile tygodni zebrana kwota wystarczy na utrzymanie jednego afrykańskiego dziecka. Ile to lat?

.

Ćwiczenie 3

Oblicz, ile pieniędzy mogłaby przekazać na konto pomocy dzieciom z Afryki w ciągu trzech lat twoja szkoła , gdyby dołączyła do akcji pomocy. Rozważ dwa przypadki, gdy kwota wpłacana miesięcznie przez ucznia miesięcznie wynosi 50 gr oraz 2 zł.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Pewien pracownik postanowił codziennie dojeżdżać tramwajem do pracy i z powrotem, kupując bilety jednorazowe. Bilet jednorazowy kosztuje 4 zł. Oblicz, ile dni w roku ten pracownik dojeżdżał do pracy, jeżeli wydał na dojazdy 1784 zł?

Ćwiczenie 5

Stołówka studencka wydaje dziennie 120 obiadów. Każdy obiad kosztuje 13 zł. Ile pieniędzy wpłacono do kasy za obiady w ciągu roku, jeżeli stołówka była czynna przez 185 dni?

Wypłacono [ ] zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

.

Ćwiczenie 6

Projektor przesuwa 24 klatki filmu w ciągu jednej sekundy.

a) Ile klatek filmu przesunie projektor w ciągu jednej minuty, a ile w ciągu jednej godziny?

W ciągu jednej minuty projektor przesunie [ ] klatek, a w ciągu godziny [ ] klatek.

b) Na nakręcenie pewnego filmu wykorzystano 21600 klatek taśmy filmowej. Ile minut trwa ten film? Film trwa [ ] minut.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Ile razy liczba o 3981 większa od liczby 6635 jest większa od liczby o 3981 mniejszej od liczby 6635?

Ćwiczenie 8

Gazeta „Codzienna” ukazuje się przez 6 dni w tygodniu i kosztuje 2 zł 50 gr. Pan Sylwester kupował ją systematycznie i wydał w ciągu roku 760 zł. Rok ten miał 52 niedziele i jeszcze 10 dodatkowych dni wolnych, w których gazety się nie ukazywały. Czy rok, o którym mowa był rokiem przestępnym?

Nie Tak

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kwadraty i sześciany liczb naturalnych

Tradycyjne szachy lub warcaby rozgrywane są na kwadratowych planszach o 64 polach.



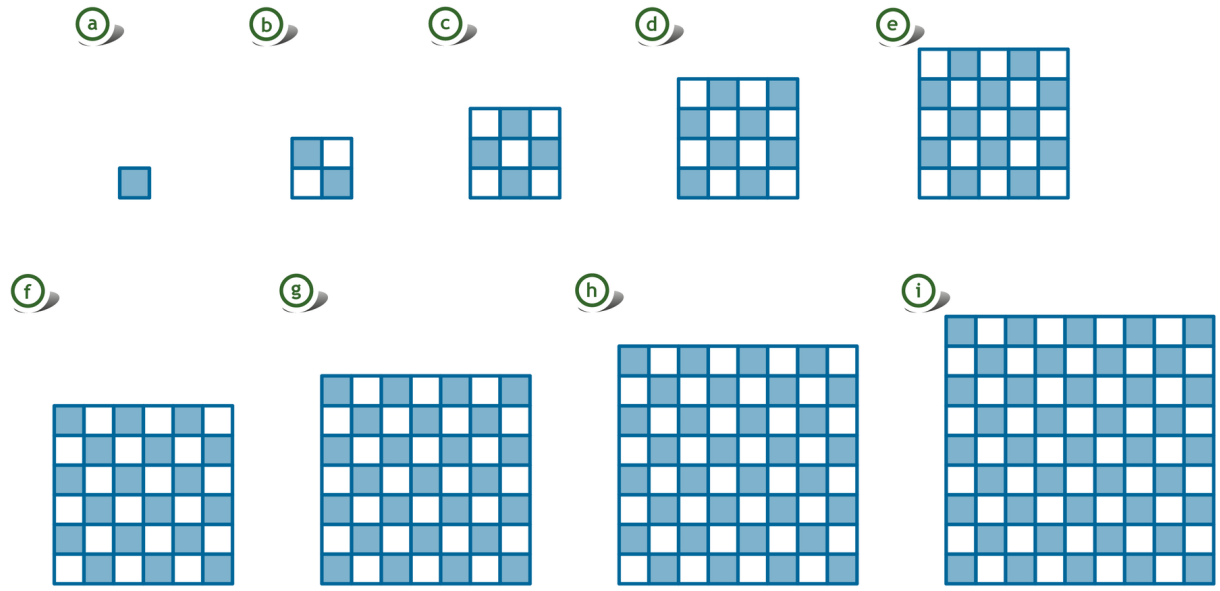
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

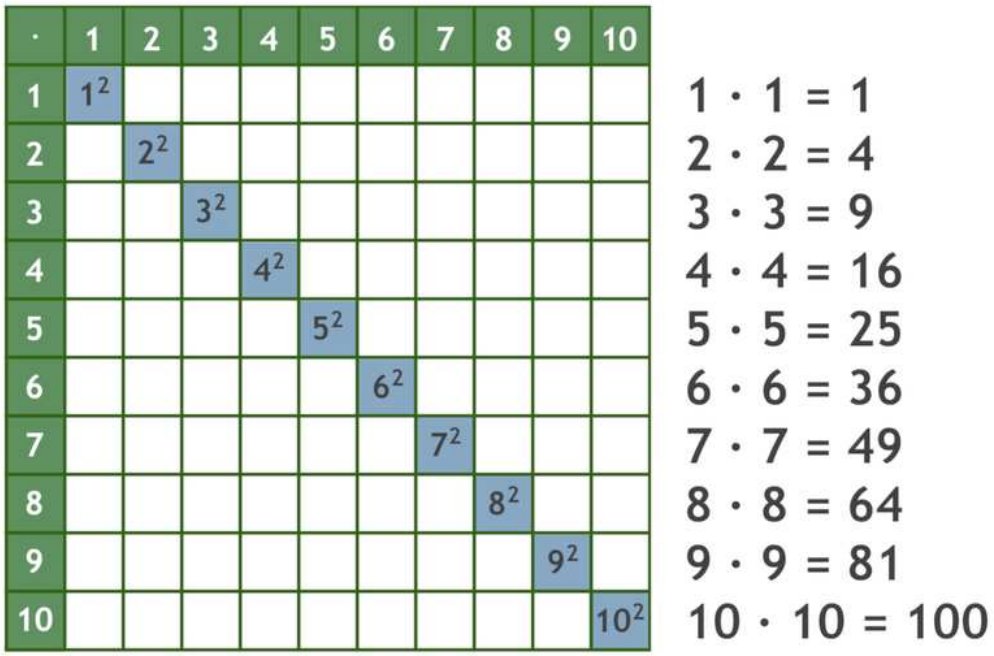
Animacja

Ćwiczenie 1

Określ liczbę pól w każdym kwadracie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 2

Tabela przedstawia fragment tabliczki mnożenia, gdy czynnikami są liczby większe od 10. Wykonaj odpowiednie mnożenia i uzupełnij wyniki w polach zaznaczonych niebieskim kolorem.

•	11	12	13	14	15
11					
12					
13					
14					
15					

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Iloczyn dwóch jednakowych liczb można zapisać w innej postaci. Spójrz na zapisy w tabeli, która znajduje się w odpowiedzi.

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) 1^2 = ____

b) 2^2 = ____

c) 3^2 = ____

d) 4^2 = ____

e) 5^2 = ____

f) 6^2 = ____

g) 7^2 = ____

h) 8^2 = ____

49 | 25 | 26 | 11 | 13 | 64 | 14 | 4 | 63 | 16 | 35 | 12 | 50 | 1 | 36 | 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Przeciągnij i upuść.

a) 9^2 = ____

b) 10^2 = ____

c) 11^2 = ____

d) 12^2 = ____

e) 13^2 = ____

f) 14^2 = ____

g) 15^2 = ____

100 | 227 | 170 | 80 | 144 | 197 | 81 | 121 | 145 | 196 | 122 | 101 | 225 | 169

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Liczby, takie jak: $1,\ 4,\ 16,\ 25$, pozostałe liczby, które trzeba było wpisać w poprzednim zadaniu oraz wiele innych, otrzymanych przez mnożenie dwóch równych liczb, noszą nazwę kwadratów tych liczb.
- Zapis 4^2 czytamy: cztery do kwadratu lub kwadrat liczby cztery.
- Mówimy: 16 jest kwadratem liczby cztery, ponieważ

$$4^2 = 4 \bullet 4 = 16.$$

Ćwiczenie 5

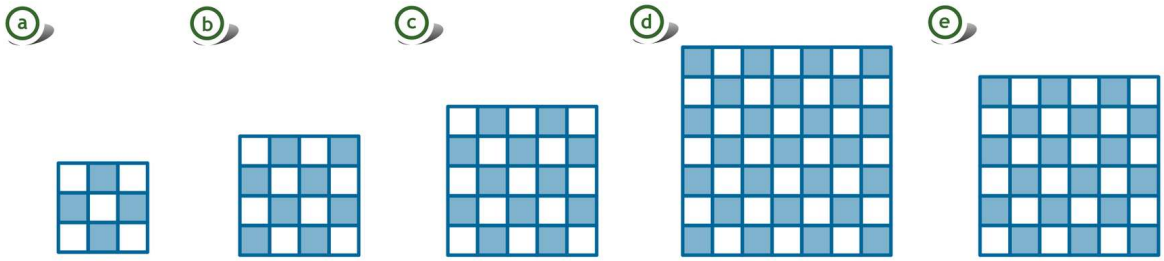
Połącz w pary.

6^2	$4 \cdot 4$
$2 \cdot 6$	$4 + 4$
$2 \cdot 3$	$6 + 6$
4^2	$5 \cdot 5$
5^2	$3 + 3$
3^2	$5 + 5$
$2 \cdot 4$	$6 \cdot 6$
$2 \cdot 5$	$3 \cdot 3$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Określ liczbę pól w każdym kwadracie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uzupełnij.

a) Siedem do kwadratu równa się ____.

b) ____ do kwadratu to jeden.

c) Kwadrat liczby sześć równa się ____.

d) Dziesięć do kwadratu to ____.

e) 81 równa się ____ do kwadratu.

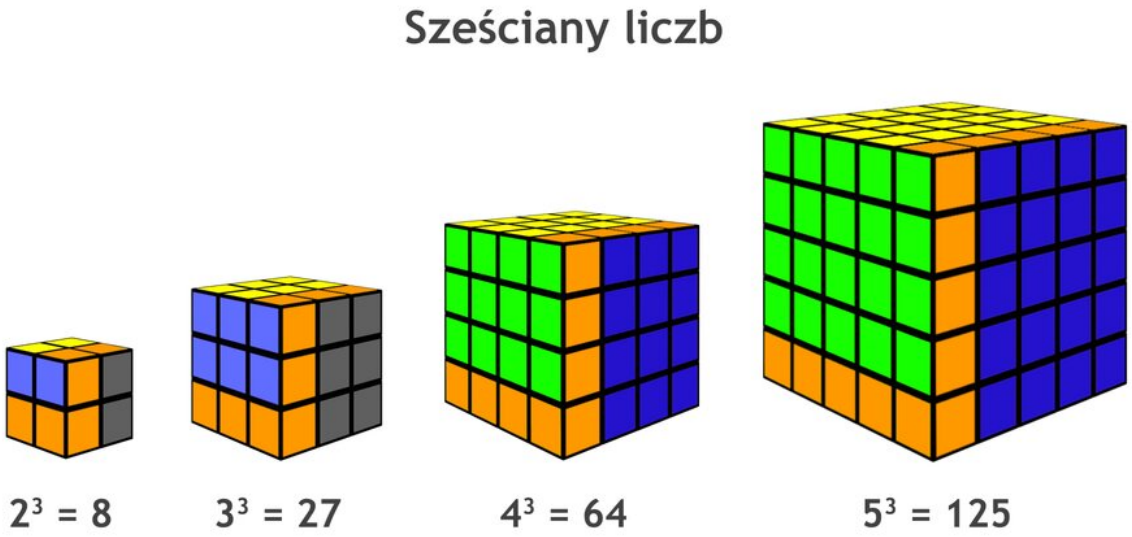
e) Jedenaście do kwadratu wynosi ____.

g) ____ do kwadratu równa się zero.

h) Sześćdziesiąt cztery to kwadrat liczby ____.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Każda z tych kostek Rubika składa się z małych części, które wyglądają tak jak cała kostka, ale są mniejsze. Te małe klocki, z których składają się kostki Rubika i wszystkie kostki Rubika widoczne na zdjęciu to sześciany.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 8

Odpowiedz na pytania.

Z ilu małych sześcianów składa się kostka Rubika?

1. Pierwsza składa się z $2 \bullet 2 \bullet 2 =$... sześcianów.
2. Druga składa się z $3 \bullet 3 \bullet 3 =$... sześcianów.
3. Trzecia składa się z $4 \bullet 4 \bullet 4 =$ ... sześcianów.
4. Czwarta składa się z $5 \bullet 5 \bullet 5 =$ ... sześcianów.

Z ilu sześcianów składałaby się kolejne kostki Rubika?

1. Kolejna kostka Rubika składałaby się z ... $=$ ... sześcianów.
2. Następna kostka Rubika składałaby się z ... $=$ ... sześcianów.

Ważne!

- Zamiast pisać $8 \bullet 8 \bullet 8$ możemy zapisać krócej 8^3.
- Zapis 8^3 czytamy: sześcian liczby osiem albo osiem do sześcianu.
- Mówimy też, że 512 jest sześcianem liczby 8, ponieważ $8^3 = 8 \bullet 8 \bullet 8 = 512$.

Ćwiczenie 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

a) 1^3 = ☐
b) 2^3 = ☐
c) 3^3 = ☐
d) 4^3 = ☐
e) 5^3 = ☐
e) 6^3 = ☐
g) 7^3 = ☐
h) 9^3 = ☐
g) 10^3 = ☐
h) 12^3 = ☐

256	125	121	36	729	700	169	9	900	64	343	4	1
2 900	8	27	1 000	144	1 728	216						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Połącz w pary.

3^3	$6+6+6$
$3 \cdot 5$	$4+4+4$
5^3	$6 \cdot 6 \cdot 6$
$3 \cdot 3$	$3 \cdot 3 \cdot 3$
$3 \cdot 6$	$5 \cdot 5 \cdot 5$
4^3	$4 \cdot 4 \cdot 4$
$3 \cdot 4$	$3+3+3$
6^3	$5+5+5$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Połącz w pary.

5^3	osiem do kwadratu
7^2	sześcian liczby jeden
kwadrat liczby cztery	liczba 3 pomnożona przez samą siebie 12 razy
6^3	sześcian liczby sześć
13^3	10^2
dziesięć do kwadratu	49
2^3	cztery do kwadratu
1^2	8
4^3	jeden do kwadratu
1^3	trzynaście do sześcianu
3^{12}	$4 \cdot 4 \cdot 4$
8^2	pięć do sześcianu

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

.

Ćwiczenie 13

Uzupełnij zadania. Do wykonania obliczeń możesz użyć kalkulatora.

Liczba 2 197 – to sześcian liczby ____.

Liczba 4 096 – to ____ do sześcianu.

Liczba 2 704 – to ____ do kwadratu.

Liczba 22 500 – to kwadrat liczby ____.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczanie wartości wyrażeń arytmetycznych

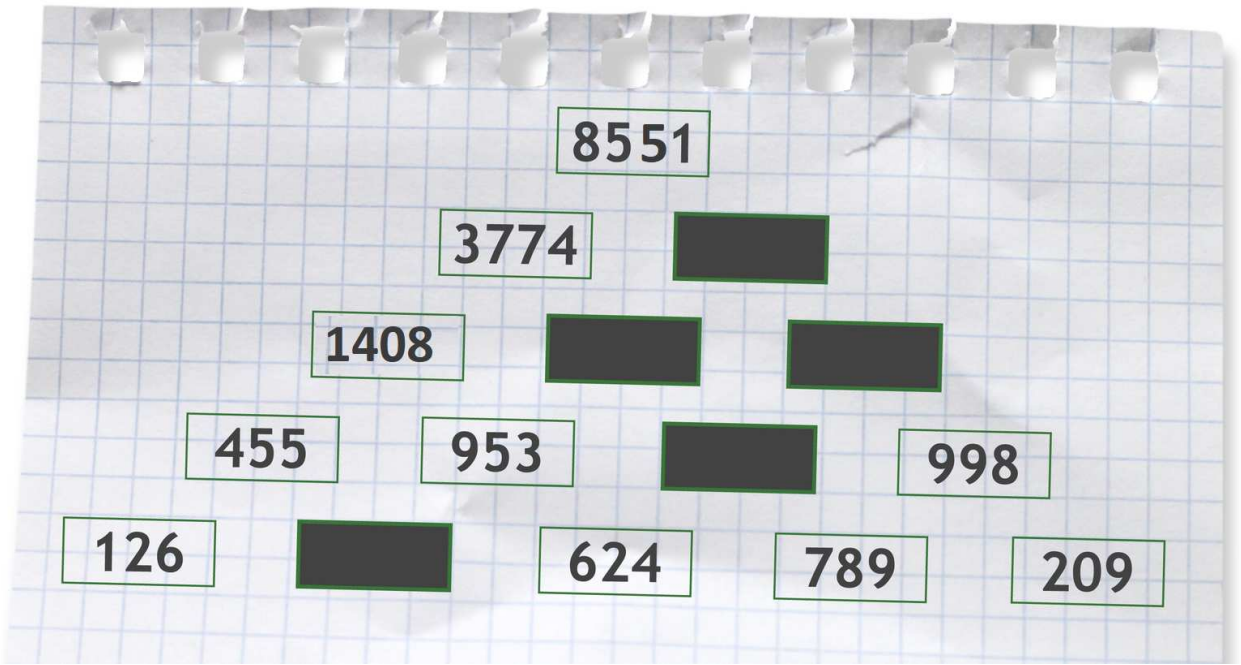
Ćwiczenie 1

W prostokąty wpisano liczby będące sumą liczb z dwóch prostokątów leżących bezpośrednio pod nimi.

Na przykład

$$998 = 789 + 209$$

Uzupełnij brakujące liczby. Obliczenia wykonaj sposobem pisemnym.



01 Zadanie 36.1, 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wykonaj działania sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 163 + 357 − 247 = ☐

b) 1 097 − 567 + 678 = ☐

c) 998 − 566 − 177 = ☐

d) 488 − (246 − 182) = ☐

e) 805 − (230 + 179) = ☐

f) (1 000 − 82) − (467 + 278) = ☐

423 | 256 | 172 | 173 | 274 | 1 208 | 273 | 395 | 255 | 424 | 396 | 1 207

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Wykonaj działania sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 165 · 7 : 15 = ☐

b) 784 : 14 · 4 = ☐

c) 9 960 : 4 : 15 = ☐

d) 468 : (144 : 4) = ☐

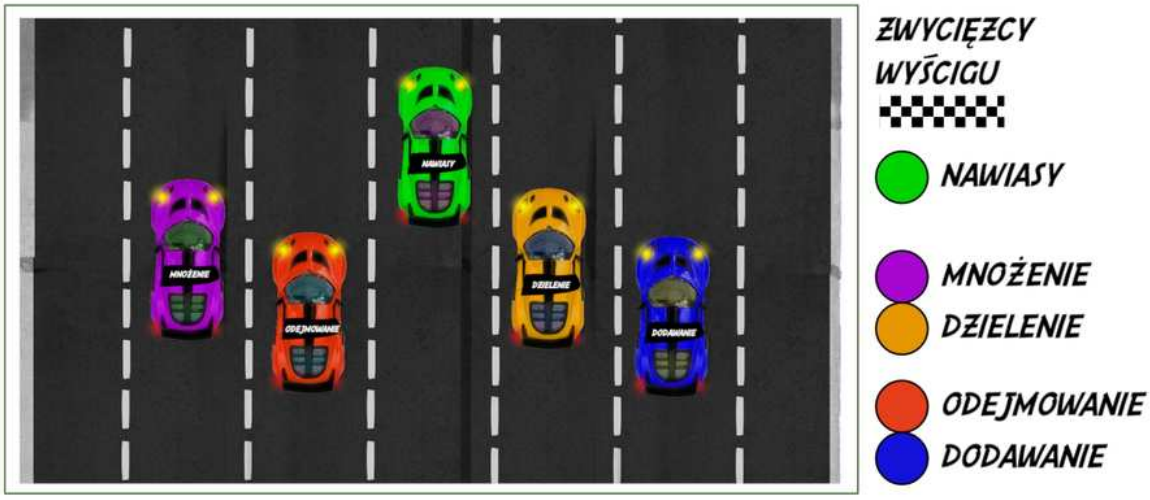
e) 805 : (5 · 7) = ☐

f) (8 400 : 15) : (35 · 8) = ☐

167 | 225 | 14 | 24 | 3 | 13 | 2 | 77 | 23 | 78 | 224 | 166

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Już wiesz

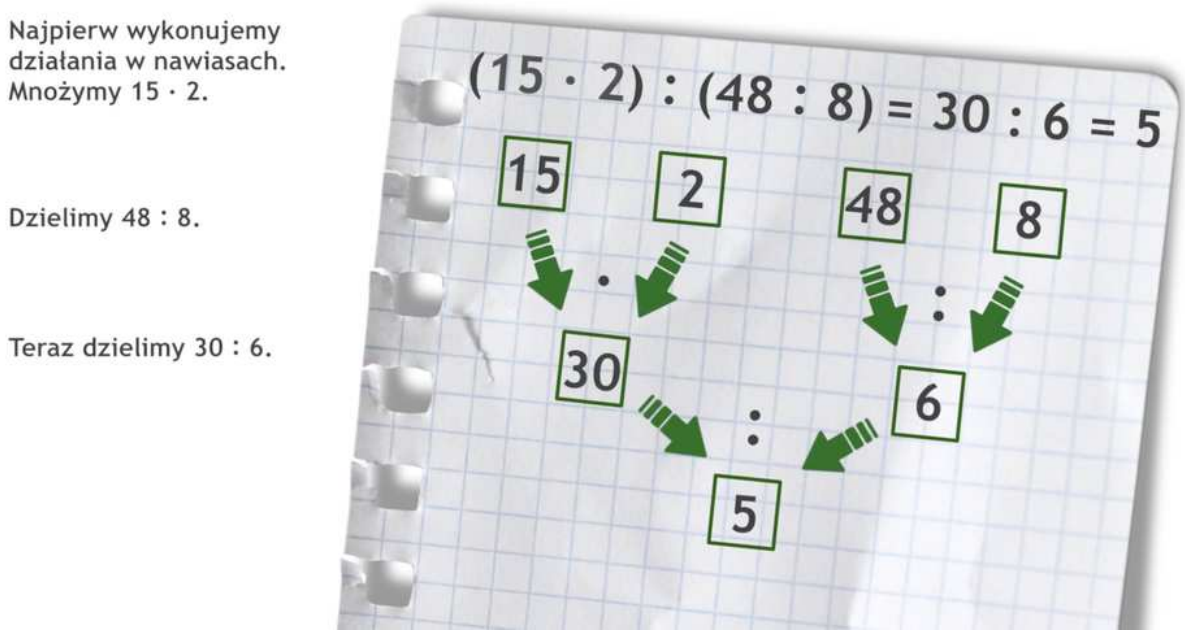


[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Już wiesz



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

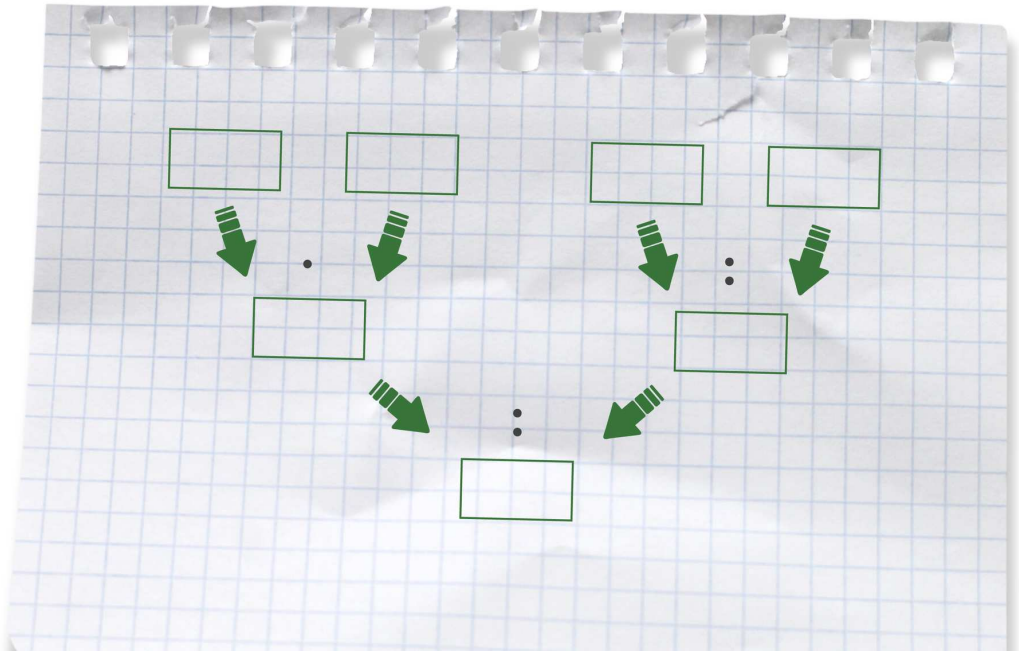
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 4

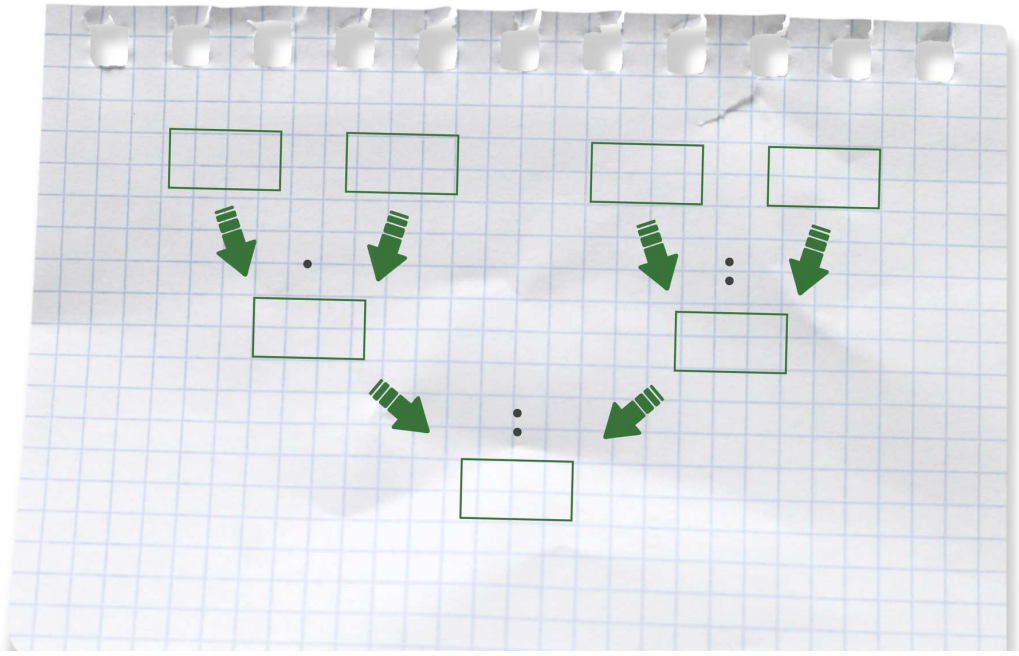
Oblicz, pamiętając o kolejności wykonywania działań. Wykonaj działania pisemne, a następnie uzupełnij drzewka.

1. $68 \cdot 16 : (160 : 5)$



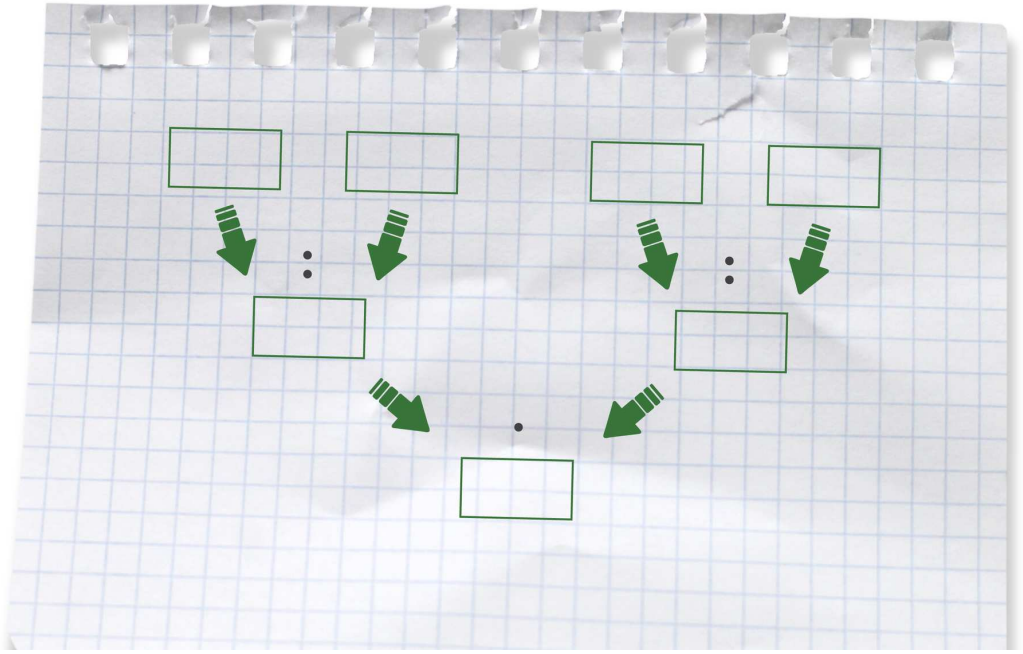
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $(125 \cdot 15) : (350 : 14)$



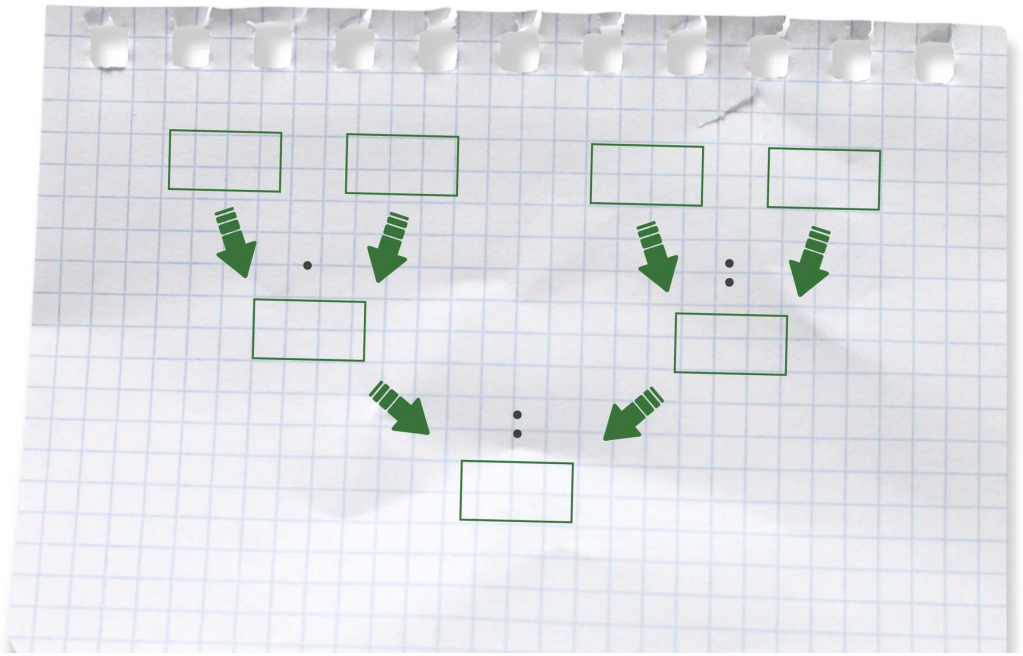
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $121 \ : \ 11 \bullet (135 \ : \ 15)$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $450 \bullet 8 \ : \ (560 \ : \ 14)$

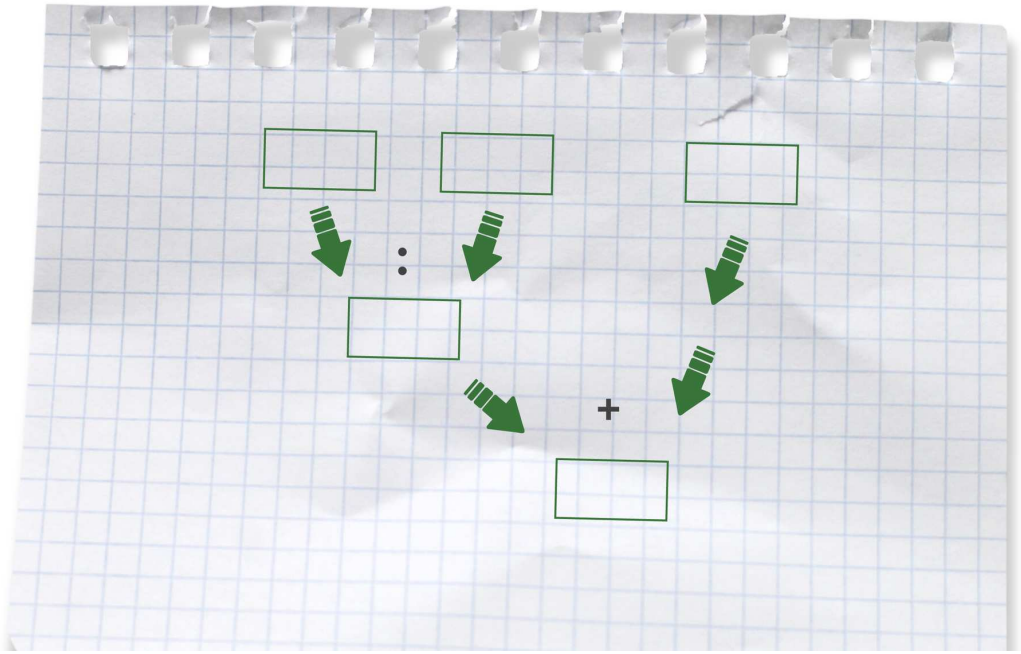


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

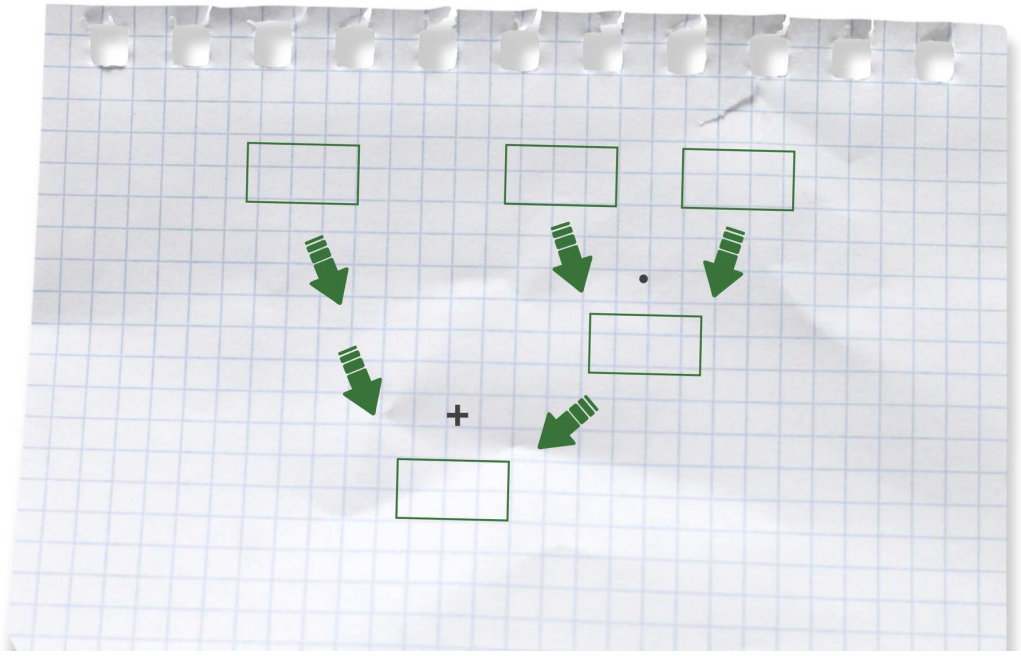
Oblicz, pamiętając o kolejności wykonywania działań. Wykonaj w zeszycie działania pisemne, a następnie uzupełnij drzewka.

1. $165 \ : \ 11 \ + \ 600$



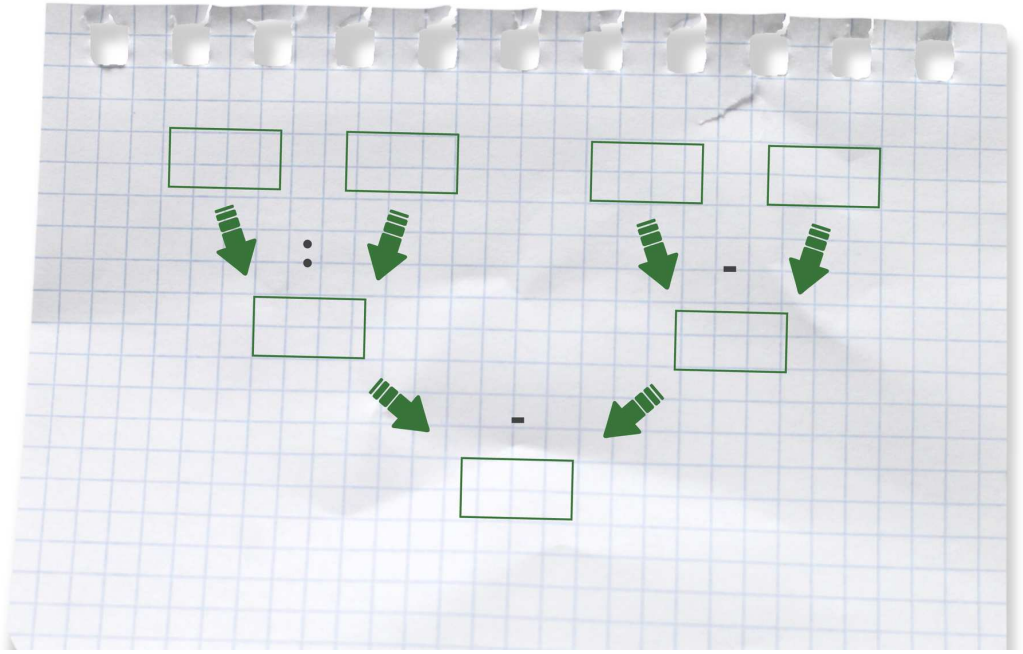
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $1452 \ + \ 33 \ \bullet \ 7$



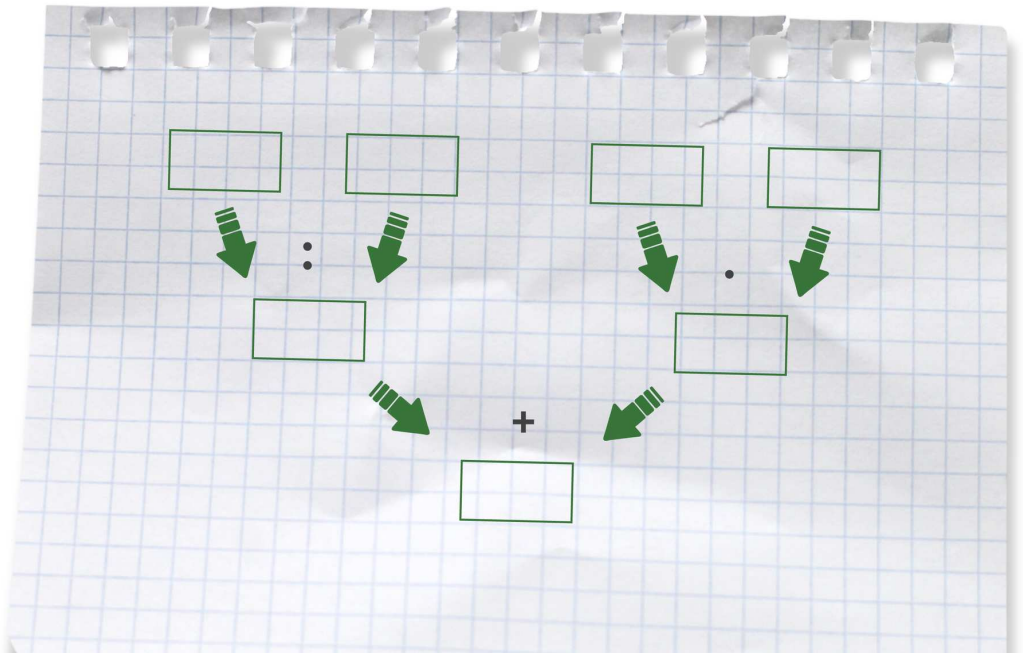
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $6699 \ : \ 11 - (3567 - 2968)$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. $165 \ : \ 15 \ + \ 34 \bullet 8$

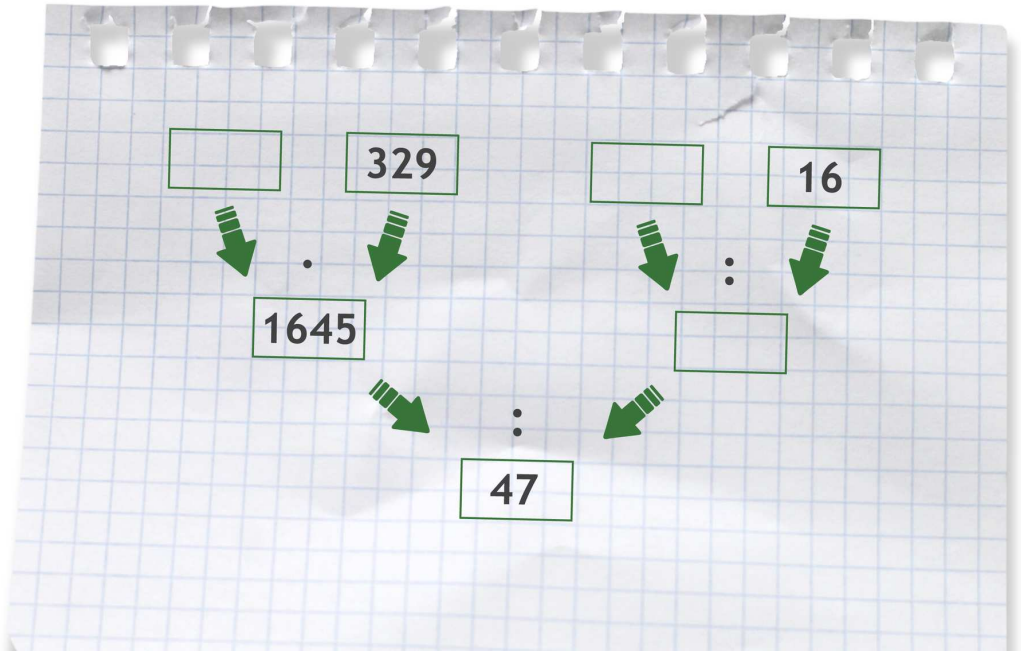


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

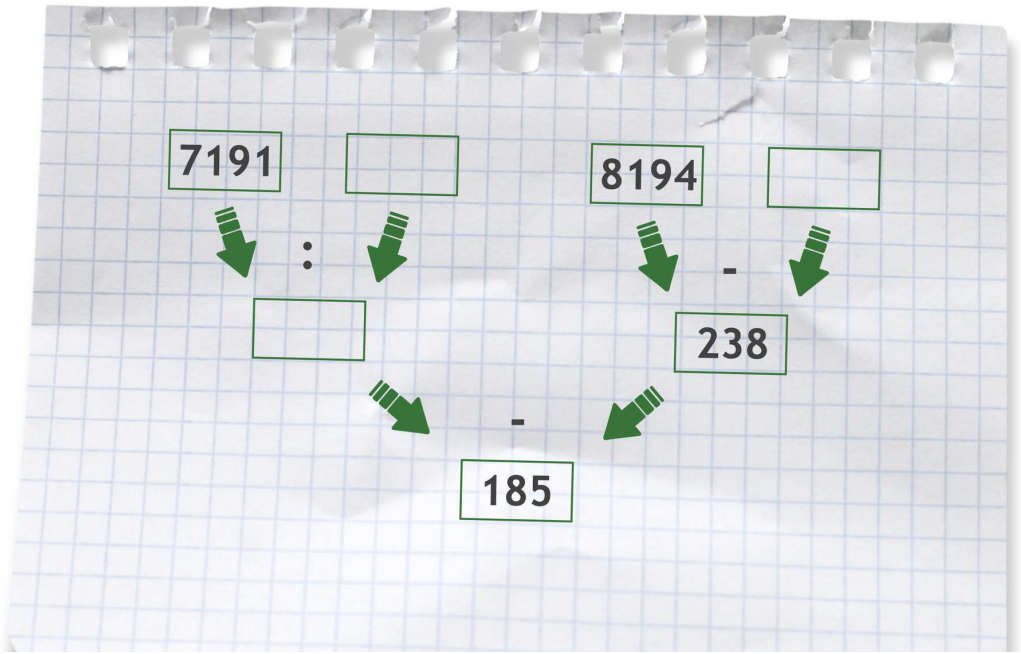
Uzupełnij.

1. $(5 \bullet 329) : (560 : 16)$



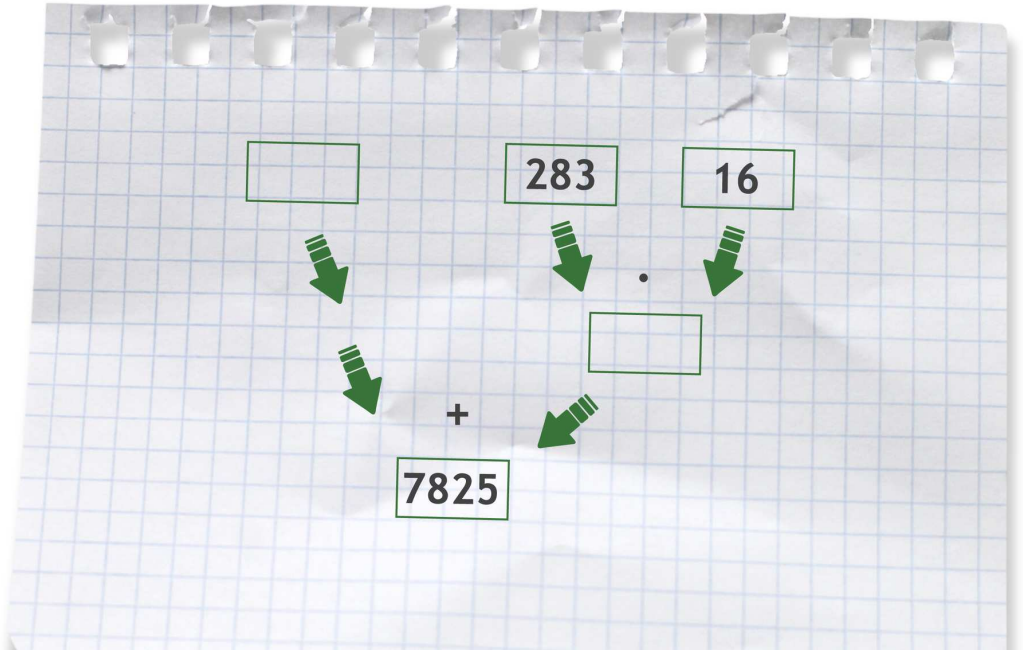
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. $(7191 : 17) - (8194 - 7956)$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. $3297 + (283 \bullet 16)$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Poznaliśmy już kwadraty i sześciany liczb. Nie obliczaliśmy jednak wartości wyrażeń, w których one występują, np.

$$5^2 + 4,6 \cdot 2^3, \left(19 - 3^2\right) : 2$$

Ważne!

Kwadraty i sześciany liczb obliczamy zawsze przed mnożeniem i dzieleniem oraz przed dodawaniem i odejmowaniem. Jeżeli w wyrażeniu występują nawiasy, to działania w nawiasach wykonujemy w pierwszej kolejności.

- $5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$
- $6 \cdot 2^3 = 6 \cdot 8 = 48$
- $\left(19 - 3^2\right) : 2 = \left(19 - 9\right) : 2 = 10 : 2 = 5$

Ćwiczenie 7

Wykonaj działania, a następnie przeciągnij i upuść.

a) $7^2 - 5^2$ =

b) $2^3 + 10$ =

c) $(38 - 28)^2$

d) $6^2 : 4$ =

e) $3^3 + 2^2$ =

f) $\left(80 - 4^3\right) : 8$=

23	2	30	100	99	19	31	3	18	9	24	8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Wykonaj działania i uzupełnij.

a) $12^2 : 4 + 13^2 \cdot 6$ =

b) $4^3 \cdot 10^3 - 20^2 \cdot 2$ =

c) $13^2 \cdot 5 - \left(29 - 3^3\right)$ =

d) $6^2 \cdot (56 - 4 \cdot 11)$ =

e) $15^2 - 12^2 : 4$ =

f) $10^2 \cdot 13 - 12 \cdot 8^2$=

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Oblicz.

1. $235 \bullet 456 + 765 \bullet 456$
2. $1245 \bullet 67 - 245 \bullet 67$
3. $89^2 - 89 \bullet 88 + 211$
4. $10^3 \bullet 56 - 56 \bullet 30$

Ćwiczenie 10

Oblicz.

1. do liczby 1964 dodaj różnicę liczb 5678 i 4989
2. do liczby 1678 dodaj sumę liczb 457 i 2789
3. do sumy liczb 1567 i 2699 dodaj sumę liczb 2467 i 1769
4. od sumy liczb 3789 i 1211 odejmij różnicę liczb 2786 i 2470

Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem działań pisemnych

Ćwiczenie 1

Bitwa pod Grunwaldem w 1410 r. zakończyła się zwycięstwem wojsk polsko-litewskich nad zakonem krzyżackim. Powieść historyczna Henryka Sienkiewicza „Krzyżacy” ukazała się po raz pierwszy w roku 1897 w czasopiśmie „Tygodnik Ilustrowany”. Ile lat minęło od Bitwy pod Grunwaldem do pierwszej publikacji „Krzyżaków? Wykonaj obliczenia sposobem pisemnym i uzupełnij, aby sprawdzić swój wynik.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Firma transportowa przeznaczyła na zakup samochodów $80\,000$ zł. Kupiono jeden samochód ciężarowy za $49\,300$ zł i jeden samochód osobowy za $17\,800$ zł.

Uzupełnij, wpisując odpowiednią liczbę całkowitą. Kwota pozostała jeszcze do wykorzystania to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Bociany białe przelatując między kontynentami pokonują średnio $200\ \mathrm{km}$ dziennie. Ich lot z Polski do Afryki trwa około 60 dni, tak samo lot powrotny . Oblicz, jak długą trasę przebywa co roku bocian biały na trasie z Polski do Afryki i z powrotem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Zosia przychodzi do szkoły o godzinie ósmej, a wychodzi o godzinie czternastej. Ile godzin Zosia przebywa w szkole? Ile to minut i ile sekund?

Ćwiczenie 5

Na kiermaszu szkolnym sprzedano 235 temperówek, 106 piórników i 278 długopisów. Temperówka kosztowała 2 zł, piórnik 12 zł, a długopis 4 zł. Oblicz, ile pieniędzy uzyskano ze sprzedaży każdego z wymienionych artykułów oraz za wszystkie artykuły razem?

Kwota za temperówki to ____ zł.

Kwota za piórniki to ____ zł.

Kwota za długopisy to ____ zł.

Kwota za wszystkie artykuły razem ____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Na opakowaniu proszku do prania znajduje się informacja, że do pralki należy wsypać $180 <\mathrm{mo}g$ proszku. Ile razy można zrobić pranie, jeśli w całym opakowaniu jest $3060\ g$ proszku?

Pranie można zrobić [ ] razy.

33 | 19 | 21 | 17 | 41 | 20

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Do hipermarketu przywieziono jabłka i gruszki w takich samych skrzynkach. Jest 35 skrzynek jabłek i 18 skrzynek gruszek. Skrzynka z jabłkami waży 17 kg, a z gruszkami 19 kg. Pusta skrzynka waży 2 kg. Wykonaj potrzebne obliczenia i uzupełnij.

a) Ile ważyły skrzynki ze wszystkimi owocami? [ ] kg

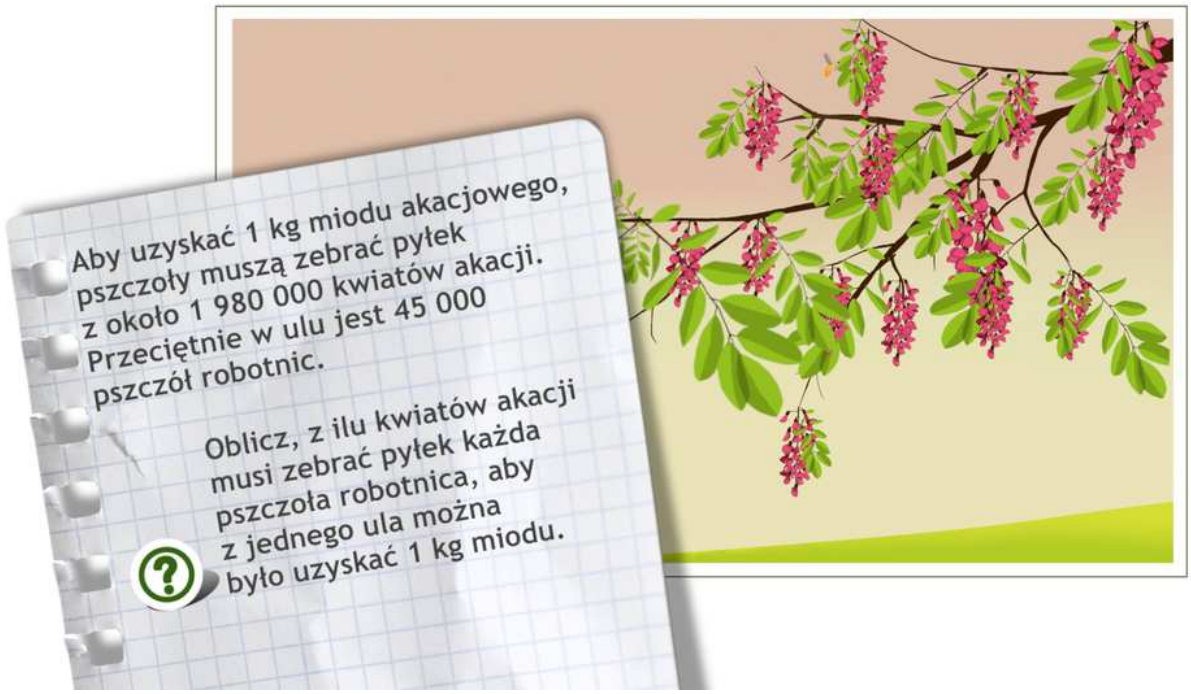
b) Ile ważyły przywiezione owoce? [ ] kg

c) Ile ważyły wszystkie puste skrzynki? [ ] kg

d) O ile więcej ważyły przywiezione jabłka niż gruszki? O [ ] kg więcej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

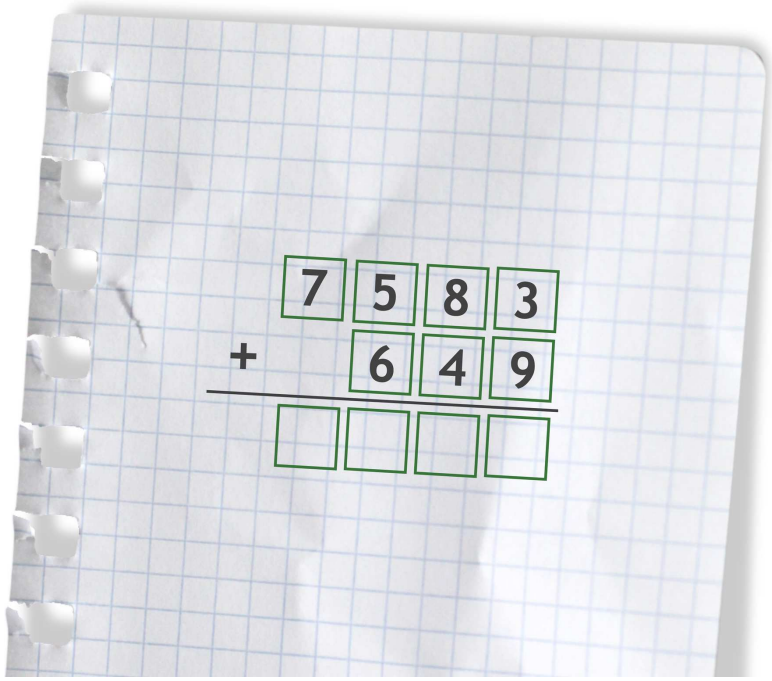
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Trening mistrza. Część I – ćwiczenia przed sprawdzianem

Ćwiczenie 1

Oblicz sposobem pisemnym. Wynik wpisz w odpowiednie kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij wpisując odpowiednią liczbę całkowitą.

1 476 + 3 924 = ☐

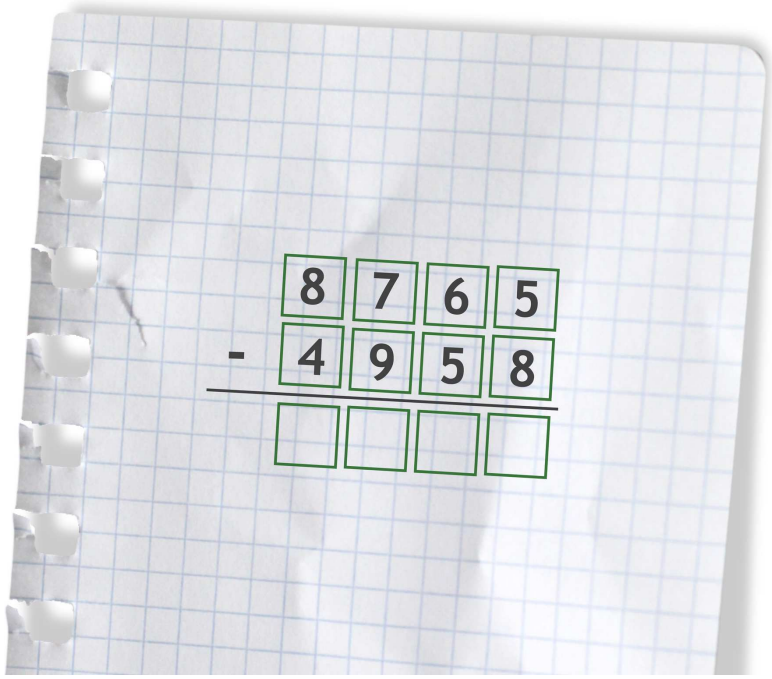
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Sumę liczb 2509 i 1762 powiększ o 964. Wykonaj obliczenia sposobem pisemnym, a otrzymany wynik wpisz w wyznaczone pole.

Ćwiczenie 4

Oblicz sposobem pisemnym. Wynik wpisz w odpowiednie kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij wpisują odpowiednią liczbę calkowitą.

7 068 – 4 179 = ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Różnicę liczb 749 i 197 zmniejsz o 164.

Wykonaj obliczenia sposobem pisemnym i uzupełnij.

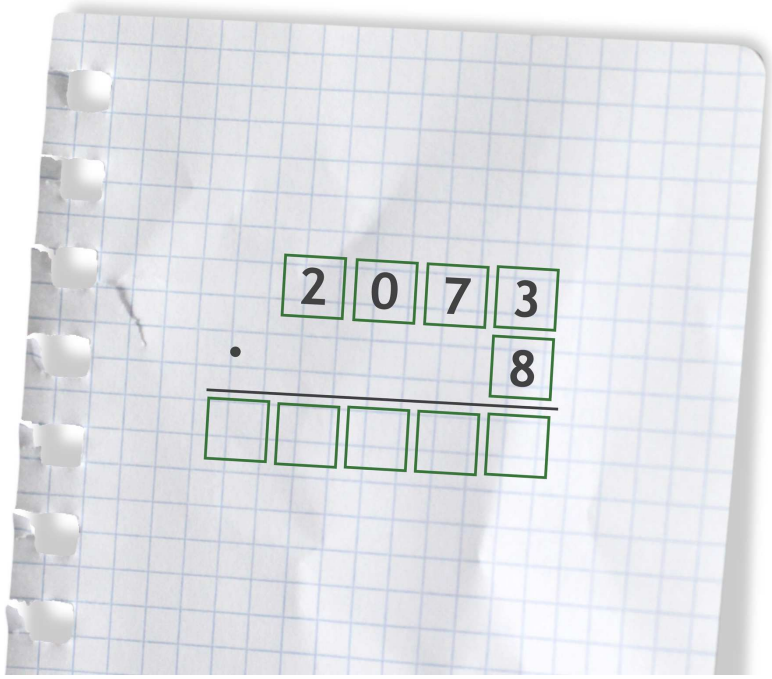
☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

.

Ćwiczenie 7

Oblicz sposobem pisemnym. Wynik wpisz w odpowiednie kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Oblicz sposobem pisemnym.

$346 \bullet 5080$

Ćwiczenie 9

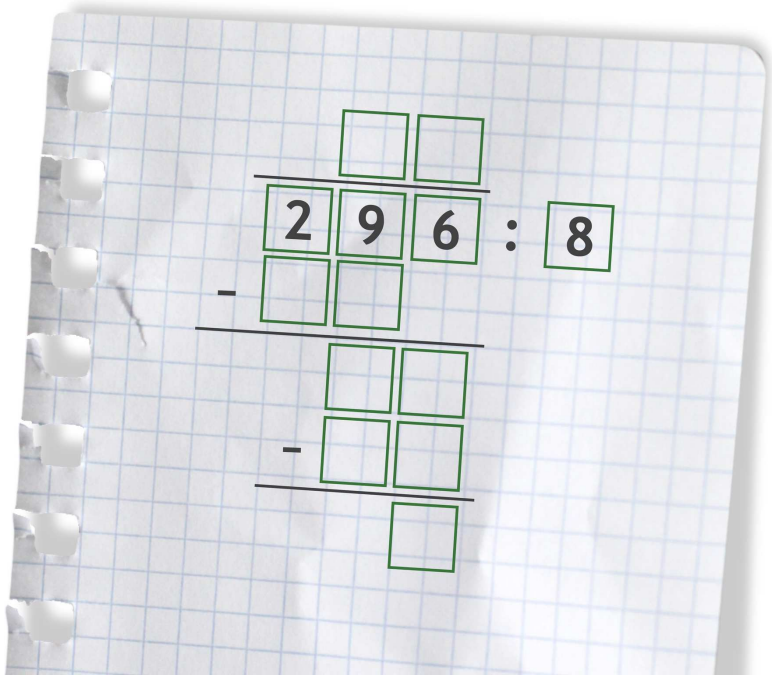
Wykonaj działania sposobem pisemnym i uzupełnij.

$9^3 =$ ☐

$25^2 =$ ☐

Ćwiczenie 10

Oblicz sposobem pisemnym. Wszystkie liczby i znaki wpisz w odpowiednie kratki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij.

8 706 : 3 =

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij.

2 460 : 12 =

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij wpisując odpowiednią liczbę calkowitą.

$(1\,357 + 2\,043) \cdot 24 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij wpisując odpowiednią liczbę calkowitą.

$3\,676 : 4 + 3\,672 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Różnicę liczb $7\,591$ i $1\,864$ zmniejsz o iloczyn liczb 405 i 14.

Oblicz sposobem pisemnym i uzupełnij.

☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Na stadionie w sektorze A jest 695 miejsc, w sektorze B jest 786 miejsc, a w sektorze C o 389 miejsc więcej niż w sektorze A. Ile jest razem wszystkich miejsc na stadionie?

Oblicz sposobem pisemnym i uzupełnij.

Na stadionie razem jest ☐ miejsc.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Do sklepu przywieziono 58 pudełek z groszkiem, po 30 puszek w każdym pudełku i 25 pudełek z kukurydzą, po 22 puszki w każdym pudełku. Ile łącznie puszek groszku i kukurydzy dostarczono do sklepu?

Oblicz sposobem pisemnym i uzupełnij.

Do sklepu dostarczono łącznie [ ] puszek groszku i kukurydzy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18

W zbiorniku na stacji benzynowej mieści się 5 180 litrów benzyny. Ilu klientów mogłoby zatankować samochody, jeśli każdy zakupiłby 35 litrów benzyny?

Oblicz sposobem pisemnym i uzupełnij.

Samochody mogłoby zatankować [ ] klientów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Trening mistrza. Część II– ćwiczenia przed sprawdzianem

Ćwiczenie 1

Uzupełnij.

a) 1 586 + 398 = ☐

b) 4 572 + 485 + 19 = ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij.

a) 6 790 – 5 483 = ☐

b) 12 020 – 1 592 = ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Uzupełnij.

a) Sumę liczb 1 278 i 2 543 zmniejsz o 923 ☐

b) Różnicę liczb 10 245 i 1 657 zmniejsz o 1 799 ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

W szkole podstawowej jest 736 uczniów, a w gimnazjum o 248 uczniów mniej.

Uzupełnij.

a) Ile uczniów jest w gimnazjum? ☐

b) Ilu uczniów jest w obu szkołach razem? ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij.

a) $2076 \cdot 9 =$ ☐

b) $2058 \cdot 23 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij.

a) Iloczyn liczb 24500 i 70 to ☐.

b) Liczba 120 razy większa od 40800 to ☐.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uzupełnij.

a) $2346 : 3 =$ ☐

b) $42980 : 14 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Uzupełnij.

a) Ile wynosi reszta z dzielenia liczby 3864 przez 60?

b) Ile wynosi reszta z dzielenia liczby 775200 przez 1 500?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Jędrzej trenuje pływanie. Każdego dnia pokonuje dystans długości 115 basenów. Basen ma długość 50 m.

a) Ile metrów przepływa dziennie Jędrzej?

b) Ile metrów przepływa Jędrzej w ciągu tygodnia?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Kasia przeczytała 228 stron książki „Matylda” w ciągu 12 dni. Codziennie czytała tyle samo stron.

a) Ile stron czytała Kasia codziennie?

b) Ile dni czytałaby Kasia książkę o 76 stron dłuższą, gdyby czytała ją w takim samym tempie jak „Matyldę”?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Uzupełnij.

a) $2\,289 - 209 \cdot 7 =$

b) $(110 - 107 \cdot 3) \cdot 11 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Uzupełnij.

a) $180 : 12 \cdot 5 =$ ☐

b) $2\ 700 : 15^2 =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Rodzice Jurka kupili samochód, który kosztuje 56400 zł. Przy kupnie wpłacili kwotę 26000 zł.

a) Ile złotych muszą jeszcze dopłacić? ☐

b) Resztę należności muszą spłacić w 4 równych ratach. Ile złotych wynosi rata?

☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Pan Konrad kupił trzy telewizory po 1250 zł każdy i cztery laptopy po 2740 zł każdy.

a) Ile złotych zapłacił pan Konrad za swoje zakupy? ☐

b) Ile złotych reszty otrzymał pan Konrad, płacąc siedemdziesięcioma czterema banknotami dwustuzłotowymi? ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Średnio jednym samolotem leci 160 pasażerów. Każdy pasażer może zabrać 20 kg bagażu głównego i bagaż podręczny o masie 5 kg. Połowa pasażerów miała bagaż główny o 7 kg cięższy niż dopuszczalny, a 75 pasażerów miało bagaż podręczny lżejszy o 2 kg. Pozostali pasażerowie zabrali bagaż o maksymalnej dopuszczalnej masie.

Oblicz i uzupełnij.

Łączna masa bagaży pasażerów w tym samolocie to [ ] kg.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

W 2008 r. w Polsce pociągami podróżowało 961 654 000 osób, samochodami 664 670 000, a samolotami 5 463 000 osób.

a) Ile osób podróżowało łącznie w 2008 roku pociągami, samochodami i samolotami?

[ ]

b) O ile osób więcej podróżowało pociągami niż samochodami i samolotami łącznie?

[ ]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

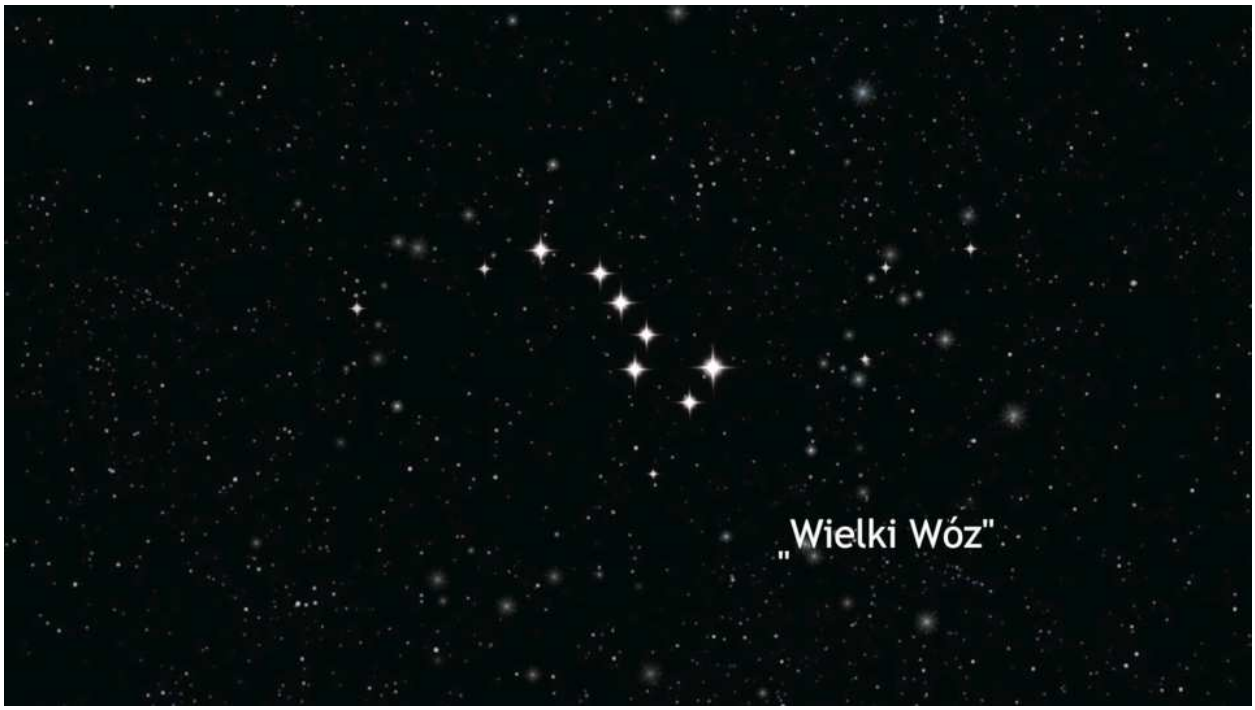
Podstawowe figury geometryczne



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja



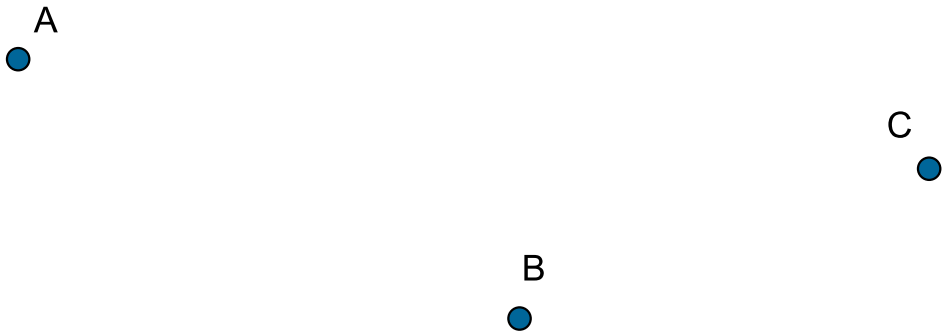
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Gdy patrzymy nocą na rozgwieżdżone niebo, postrzegamy gwiazdy jako punkty.

> **Ważne!**
>
> Jednym z podstawowych pojęć w geometrii jest punkt. Zwykle zaznaczamy go kropką i oznaczamy wielką literą.

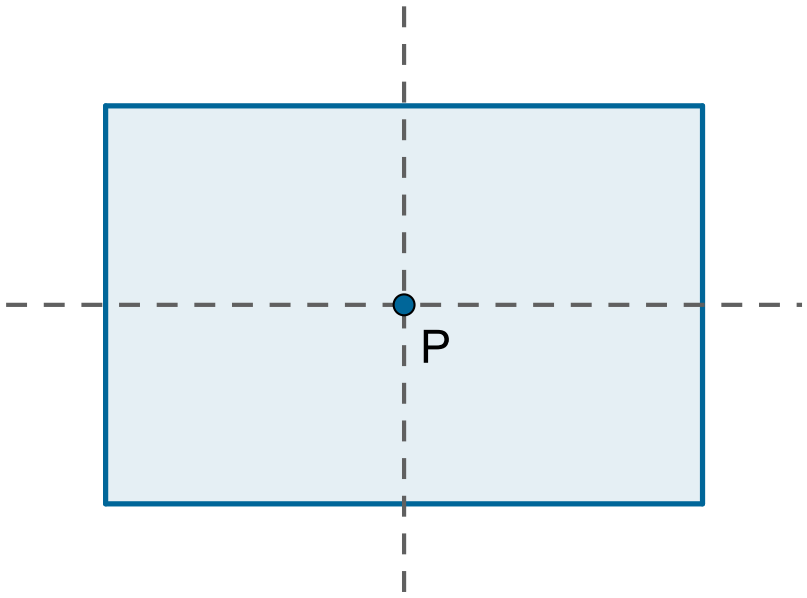


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

.

Ćwiczenie 1

Przygotuj małą kartkę papieru. Zegnij ją dwukrotnie, jak na poniższym rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

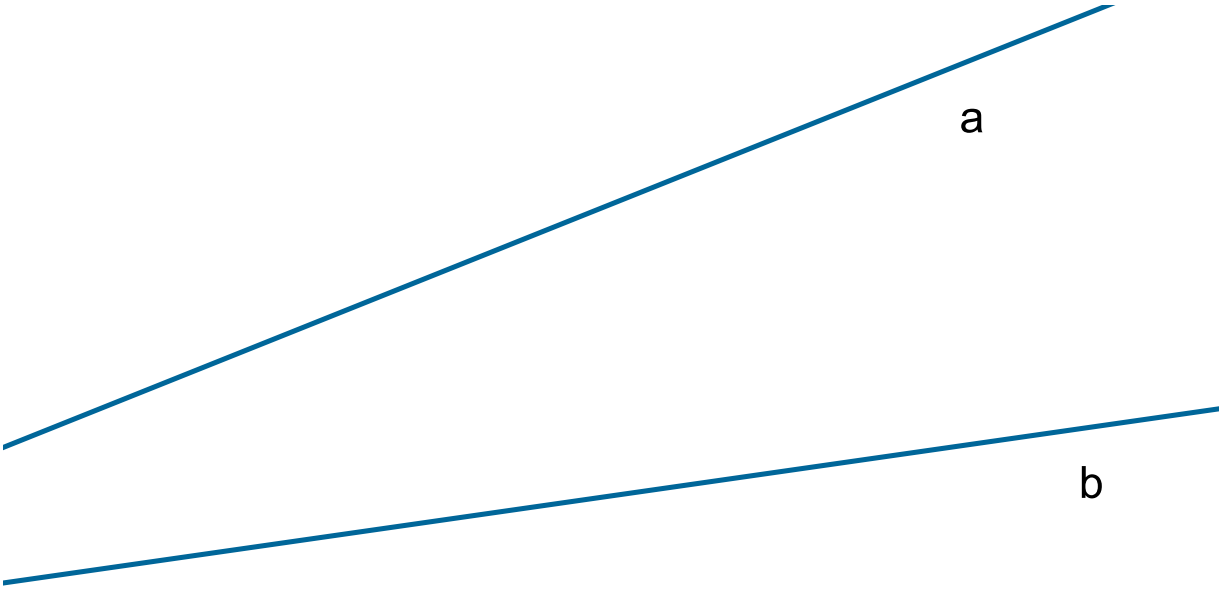
Rozłóż kartkę i popatrz, gdzie się przecinają linie zgięcia. Zaznacz kropką punkt przecięcia linii i nazwij go P. Wklej kartkę do zeszytu.

Proste, półproste, odcinki

Ważne!

Kolejnym podstawowym pojęciem w geometrii jest prosta.

- Prosta nie ma początku ani końca.
- Prostą oznaczamy małą literą.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zaznacz w zeszycie dwa dowolne punkty. Oznacz je literami J i K. Narysuj prostą przechodzącą przez te punkty. Czy możesz narysować więcej takich prostych? Ile prostych przechodzi przez punkty J i K ? Wybierz odpowiedź.

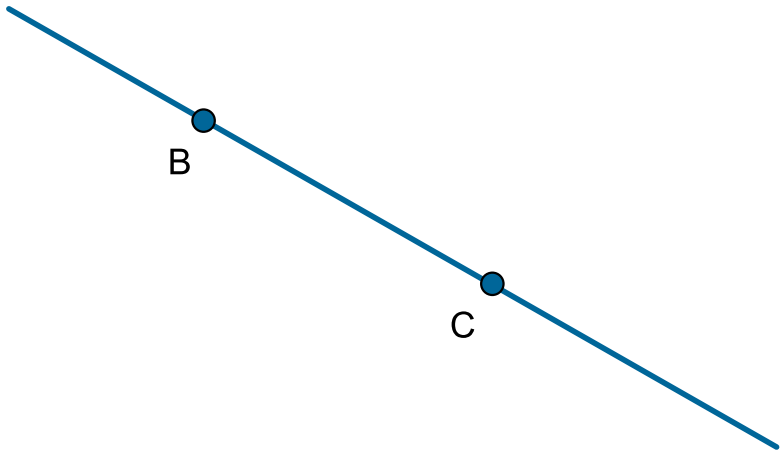
Przez dwa dowolne punkty przechodzi [ ].

nieskończenie wiele prostych | jedna prosta | dwie proste | trzy proste

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Na rysunku prosta przechodzi przez punkty B i C, zatem można ją nazwać prostą BC lub prostą CB.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

To jest prosta BC (lub prosta CB).

Ćwiczenie 3

Zaznacz w zeszycie dowolny punkt. Oznacz go literą S . Narysuj prostą przechodzącą przez ten punkt. Czy możesz narysować więcej takich prostych? Ile prostych może przechodzić przez jeden dowolny punkt? Wybierz odpowiedź.

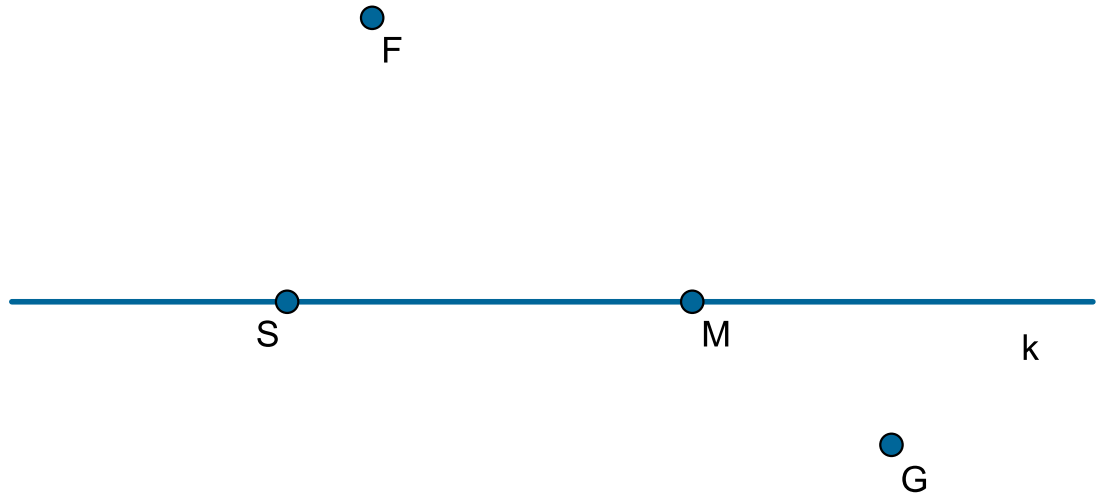
Przez jeden dowolny punkt może przechodzić [ ].

dokładnie trzy proste | dokładnie dwie proste | nieskończenie wiele prostych | dokładnie jedna prosta

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Popatrzmy, jak są położone punkty S, M, F, G względem prostej k.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mówimy, że

- punkty S i M należą do prostej k lub punkty S i M leżą na prostej k
- punkty F i G nie należą do prostej k lub punkty F i G leżą poza prostą k

Ćwiczenie 4

Rysunek prostej c z zaznaczonymi na niej punktami U i K. Punkty D i L nie leżą na prostej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Spójrz na rysunek i rozstrzygnij, czy zdania są prawdziwe, czy fałszywe.

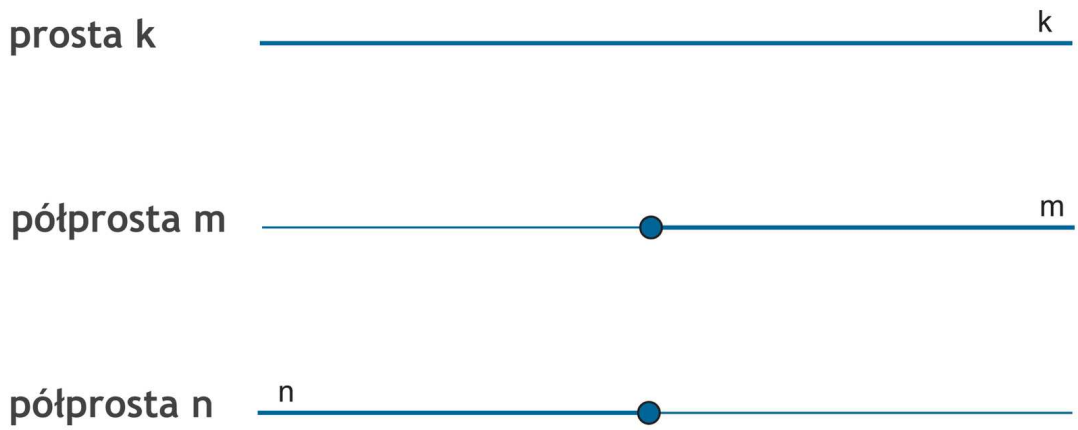
- [ ] Punkt K należy do prostej c.
- [ ] Punkt D należy do prostej c.
- [ ] Punkt U nie należy do prostej c.
- [ ] Punkt L nie należy do prostej c.

Ćwiczenie 5

Narysuj prostą b. Zaznacz na niej punkt S. Punkt S podzielił prostą b na dwie części. Pokoloruj jedną z nich.

Definicja: Półprosta

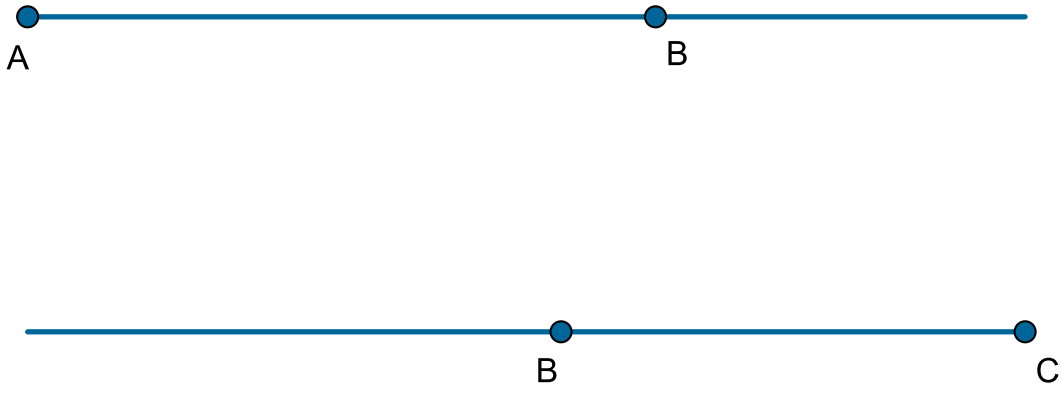
Dowolny punkt leżący na prostej dzieli tę prostą na dwie części. Każdą z tych części nazywamy **półprostą**. Każda półprosta ma początek, ale nie ma końca. Początkiem półprostej jest punkt dzielący prostą.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Najczęściej półprostą oznaczamy za pomocą dwóch wielkich liter, przy czym pierwsza litera zawsze oznacza początek półprostej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Półprostą można też oznaczyć małą literą.



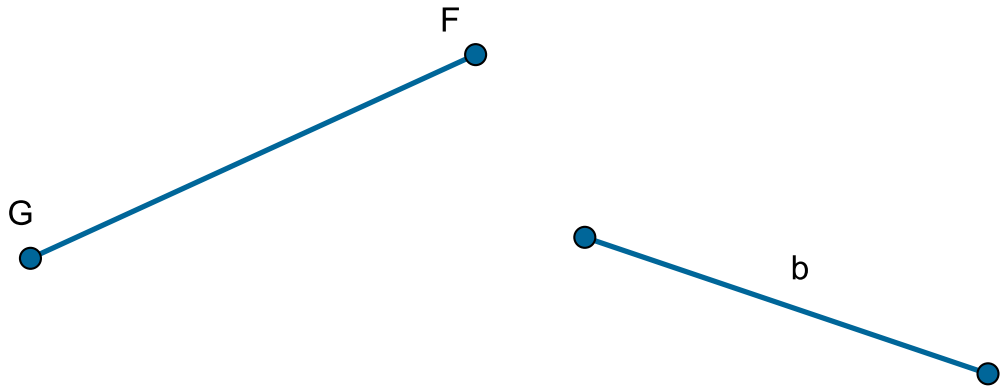
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Zaznacz w zeszycie dwa punkty G i F. Połącz te punkty linią, rysowaną za pomocą linijki.
Narysowana figura to odcinek.

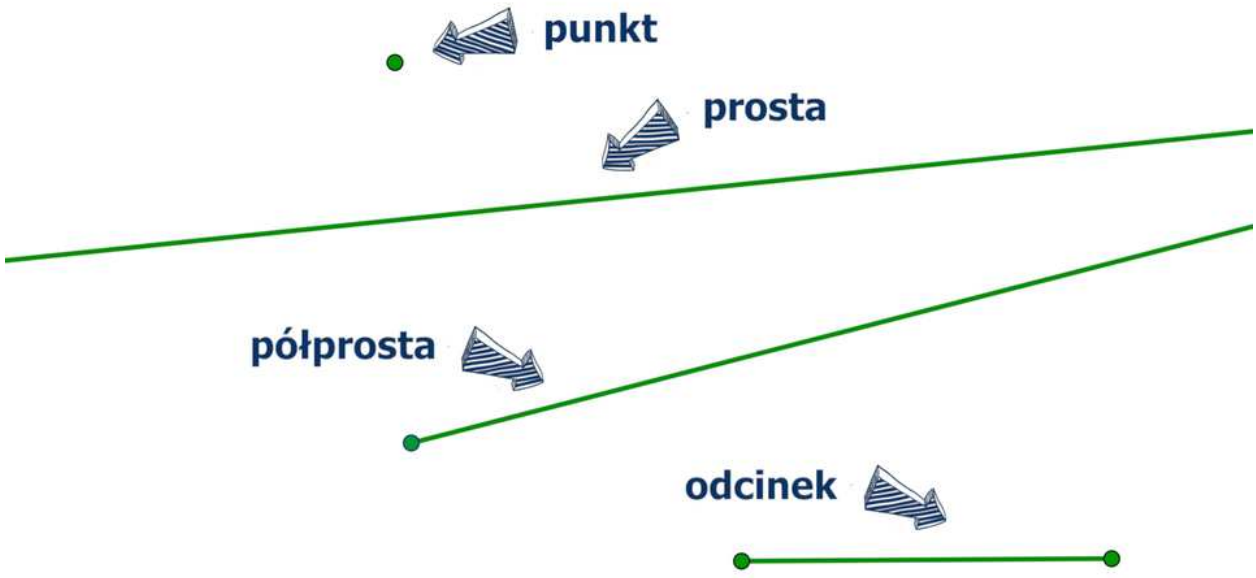
Ważne!

- Każdy odcinek ma dwa końce.
- Końce odcinka oznaczamy wielkimi literami. Odcinek możemy też oznaczyć jedną małą literą.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapamiętaj!



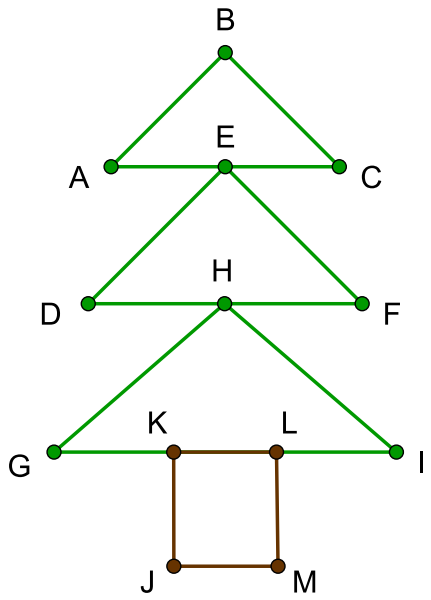
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 7

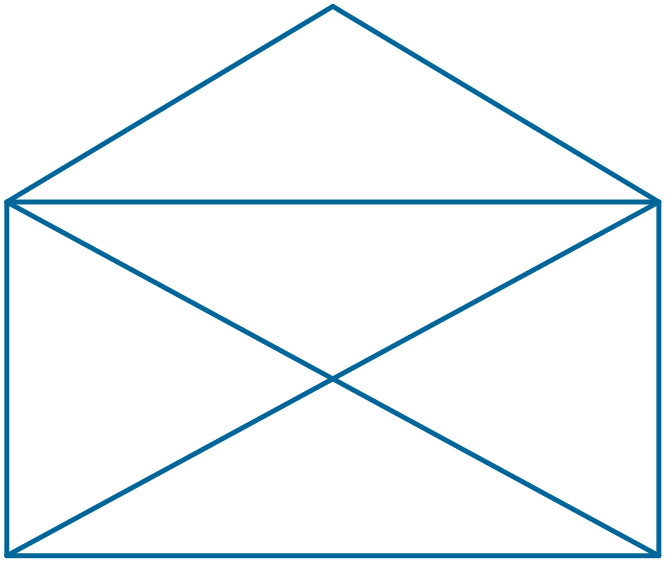
Wypisz odcinki, które widzisz na rysunku. Policz, ile jest wszystkich odcinków.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Narysuj otwartą kopertę. Nie odrywaj ołówka od papieru i nie prowadź go dwa razy po tym samym odcinku (oprócz początku i końca odcinka).



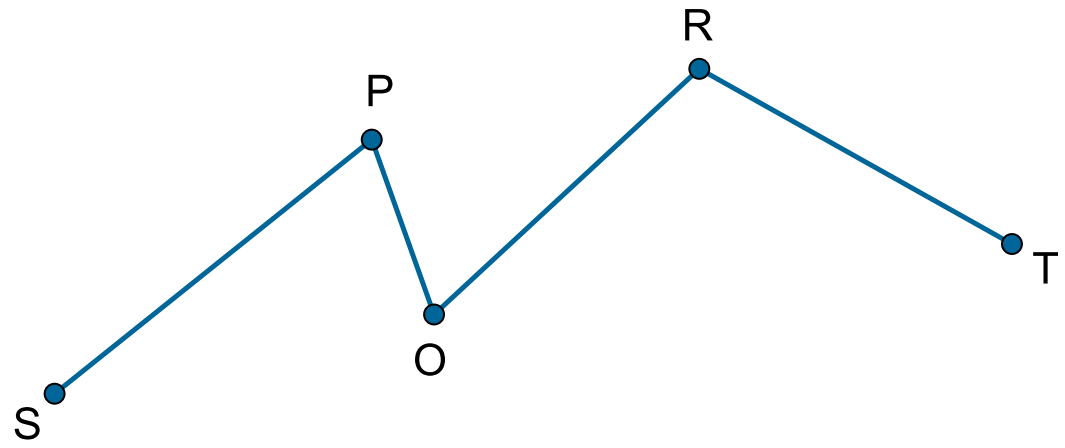
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Na ile sposobów można narysować otwartą kopertę bez odrywania ołówka od kartki papieru?

Ważne!

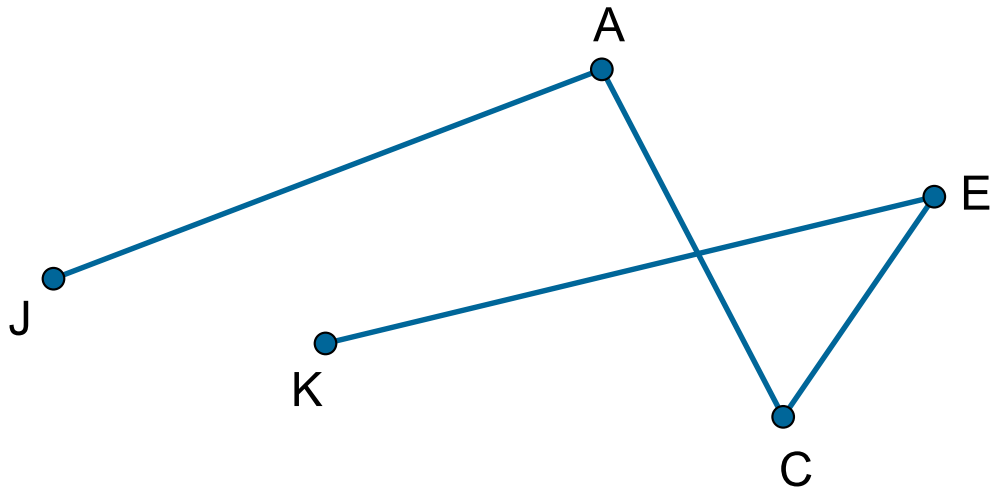
- **Łamana** to figura zbudowana z odcinków. Koniec jednego odcinka może być początkiem drugiego odcinka, koniec drugiego odcinka jest początkiem trzeciego, itd.
- Odcinki, z których zbudowana jest łamana, to boki łamanej.
- Końce odcinków – to **wierzchołki łamanej**.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

To jest łamana zwyczajna otwarta SPORT. Ma ona 5 wierzchołków. Boki tej łamanej nie przecinają się.

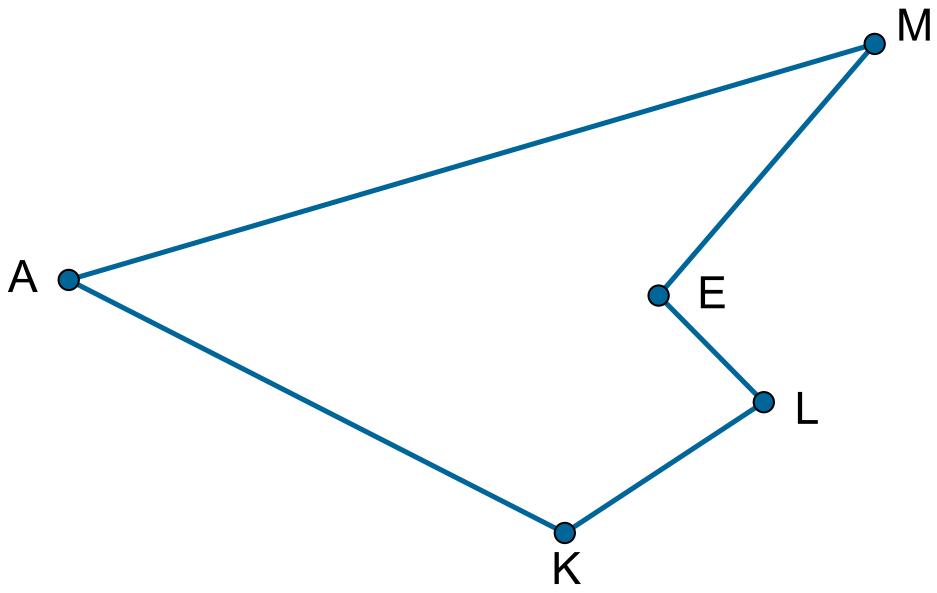
Ważne!



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

To jest łamana wiązana. Boki tej łamanej przecinają się.

Ważne!

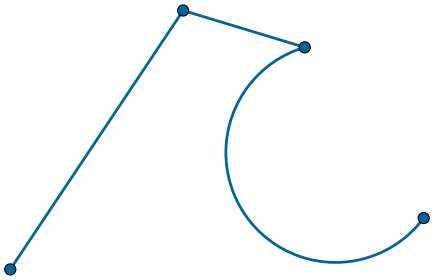


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

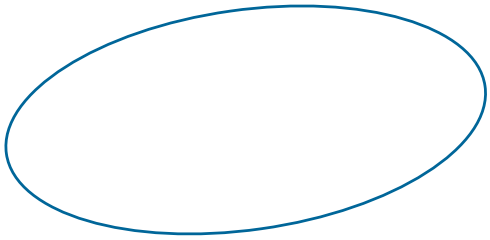
To jest łamana zwyczajna zamknięta $AKLEM$.

Ćwiczenie 10

Która z figur to łamana?



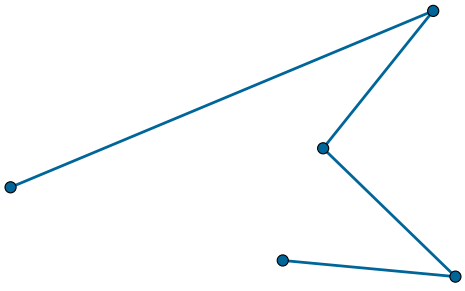
☐

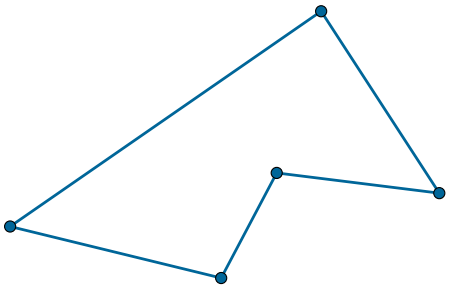


☐



☐





Ćwiczenie 11

Narysuj dowolne łamane: zamkniętą i otwartą. Niech każda z nich składa się z 5 odcinków.

Ćwiczenie 12

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Łamane mogą być otwarte lub zamknięte.
- [ ] Odcinek ma początek, ale nie ma końca.
- [ ] Punkty oznaczamy małymi literami.
- [ ] Prosta nie ma początku ani końca.
- [ ] Półprosta nie ma początku, ale ma koniec.

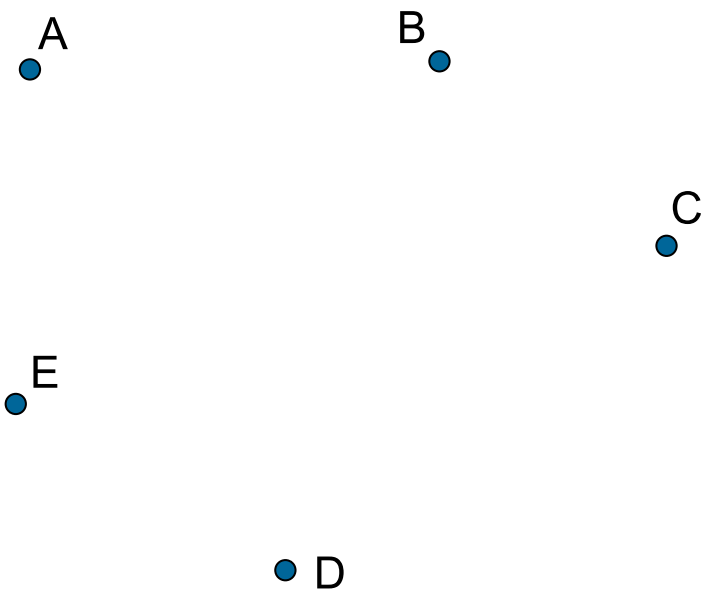
Ćwiczenie 13

Na rysunku zaznaczono pięć punktów: A, B, C, D i E.

Narysuj

1. odcinek AC
2. półproste DB i AE
3. proste CE i AD

Przyjrzyj się teraz rysunkowi i znajdź na nim wszystkie łamane, których wierzchołkami są nazwane punkty. Ile jest takich łamanych? Podaj ich nazwy i napisz, czy są to łamane otwarte, czy zamknięte.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

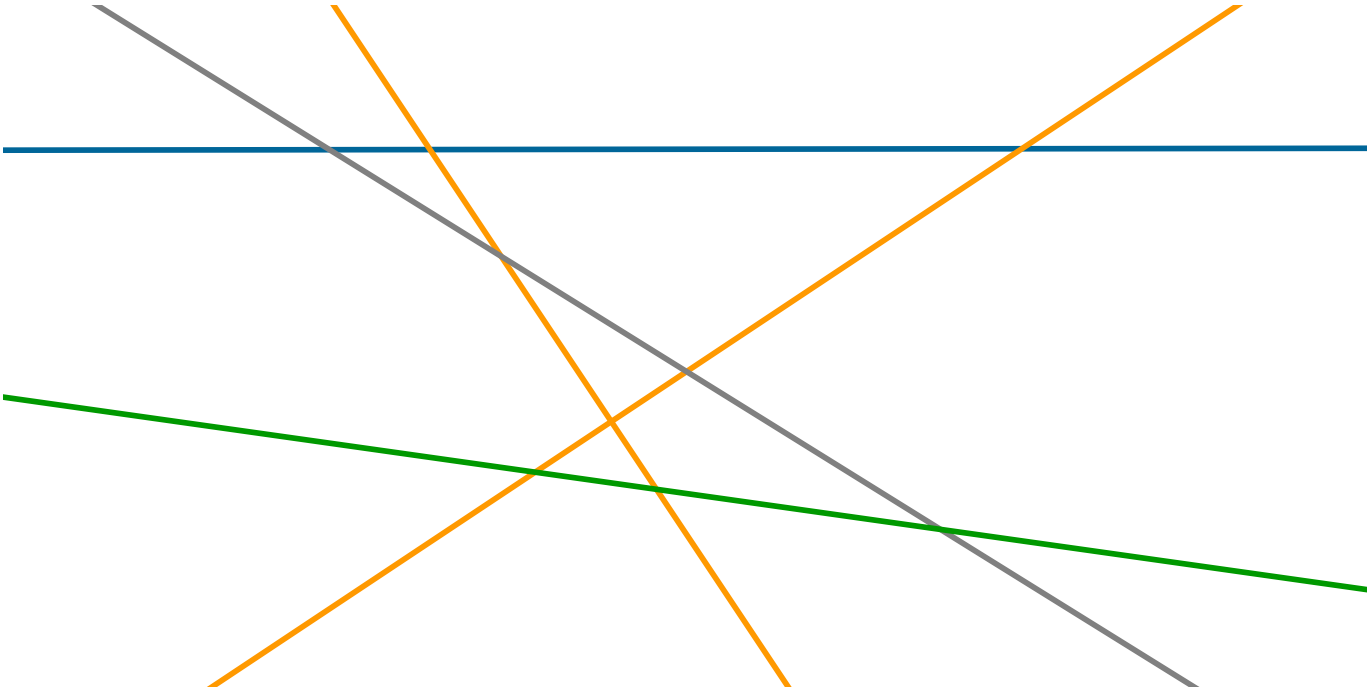
Proste i odcinki prostopadłe

Na co dzień bardzo często posługujemy się nazwami kierunków. Mówimy: idź prosto, skręć w lewo, spójrz w górę, zobacz, co się dzieje na dole. Im bardziej precyzyjnie wyrażamy nasze myśli, tym jesteśmy lepiej rozumiani i tym mniej nieprzewidzianych przeszkód do pokonania staje na naszej drodze. Matematyka uczy nas między innymi określania kierunków oraz precyzyjnego wysławiania się.

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

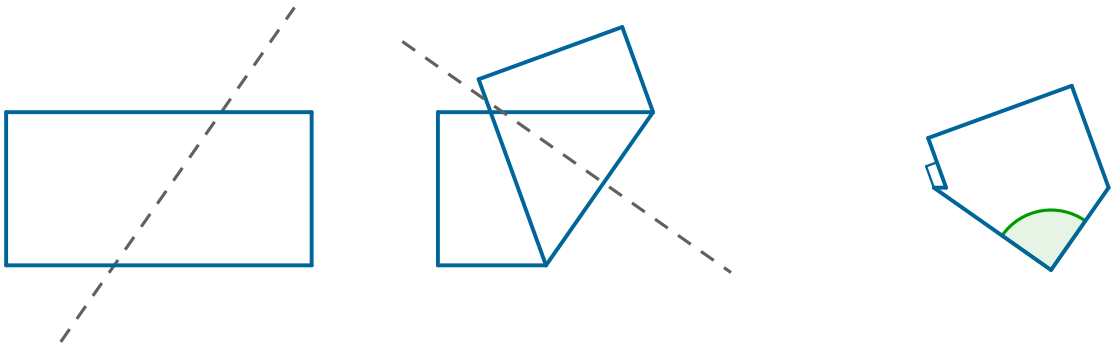


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Spróbuj opisać wzajemne położenie prostych przedstawionych na rysunku.

Ćwiczenie 1

Przygotuj kartkę papieru. Zegnij ją w dowolnym miejscu. Następnie zegnij ją drugi raz, tak jak na rysunku.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

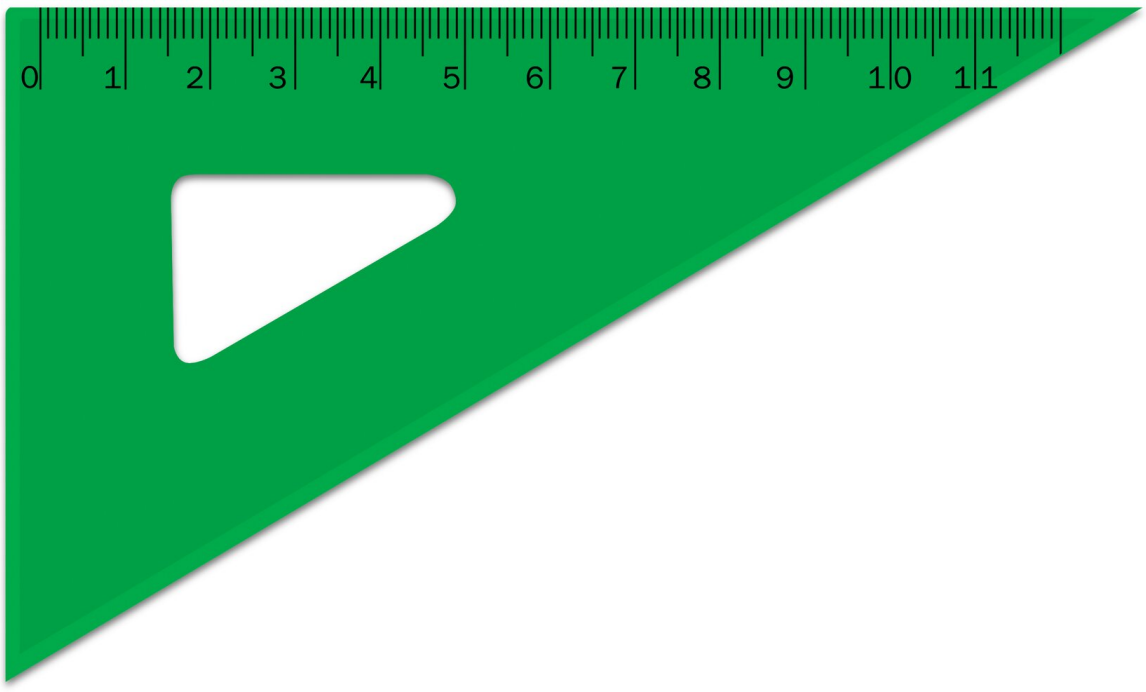
Zaznacz kolorem róg kartki.
Przyłóż zaznaczony róg do linii widocznych na rysunku zamieszczonym wyżej tak, aby jedna z linii układała się wzdłuż jednego brzegu, a druga wzdłuż drugiego brzegu pomalowanego rogu kartki. W ilu miejscach możesz przyłożyć kartkę? W jednym? W dwóch? W trzech? A może w czterech?

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Rysując proste, często posługujemy się ekierką.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rysujemy proste prostopadłe

Przykład 1

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 2

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFZKUoW66

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Przykład 3

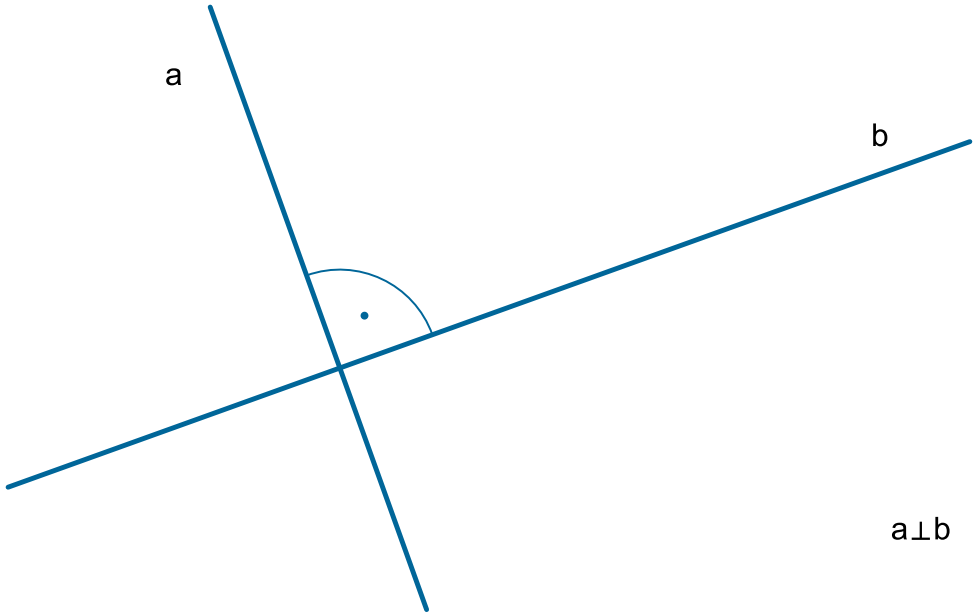
Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFZKUoW66

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ważne!

Na rysunku prosta a jest prostopadła do prostej b.
Możemy zapisać

$$a \perp b.$$



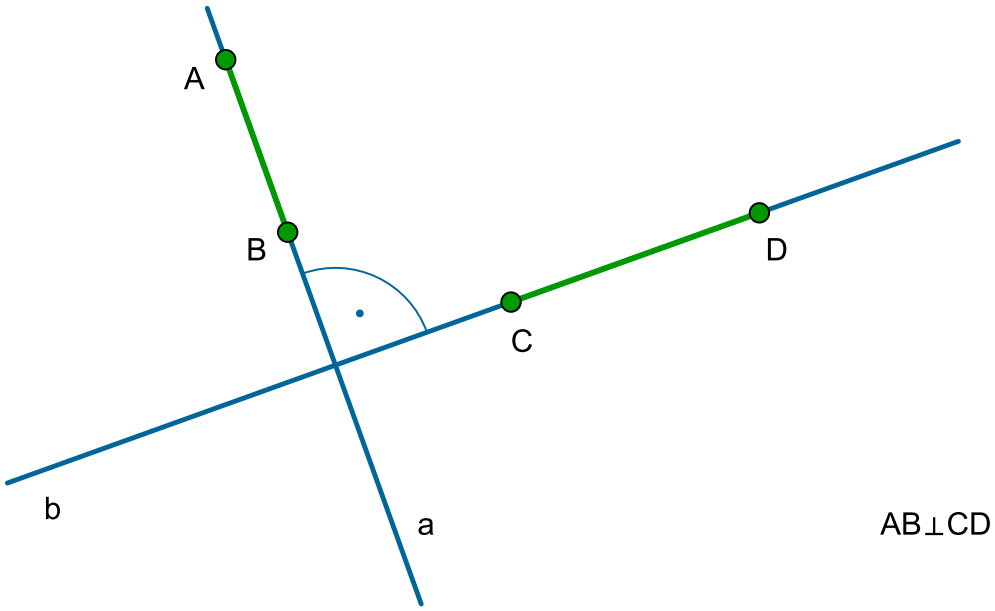
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Narysuj dwie proste prostopadłe.

Ważne!

O odcinkach leżących na prostych prostopadłych mówimy także, że są prostopadłe.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Narysuj dwa odcinki prostopadłe, które się przecinają. Oznacz ich końce literami. Zapisz symbolami, że są one prostopadłe.

Ćwiczenie 4

Narysuj dowolną prostą a i dowolny punkt P tak, aby

1. punkt P leżał na prostej a
2. punkt P leżał poza prostą a

Narysuj prostą prostopadłą do prostej a przechodzącą przez punkt P.

Ćwiczenie 5



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij opowiadanie.

Szymon szedł ulicą Zachodnią od ulicy Zielonej. Na najbliższym skrzyżowaniu skręcił w prawo, w prostopadłą ulicę …, którą wkrótce przecinała prostopadle ulica …. Chłopiec skręcił w nią w lewo. Nie dochodząc do ronda, skręcił w prawo w ulicę …. Minął synagogę Reicherów i doszedł do kolejnej prostopadłej ulicy. Była to ulica … w którą skręcił w lewo. Szedł nią dość długo, minął skrzyżowanie prostopadłych ulic … z … i zorientował się, że kolejna prostopadła ulica, do jakiej dotarł, nazywa się ….

Ćwiczenie 6

Korzystając z mapy, zaplanuj dwie trasy spaceru od skrzyżowania ulic Północnej i Kamińskiego do skrzyżowania Zachodniej i Zielonej, tak aby po drodze trzeba było wykonać dokładnie pięć prostopadłych skrętów wyłącznie w lewo. W którą stronę trzeba będzie skręcać, gdy zechcemy spacerować tą samą trasą w przeciwną stronę?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Proste i odcinki równoległe

Niektóre ulice miast, krawędzie regałów, ramy obrazów są położone względem siebie prostopadle. Odejście od zasad prostopadłości w typowych sytuacjach może przyprawiać o zawrót głowy.



„Krzywy domek" w Sopocie.

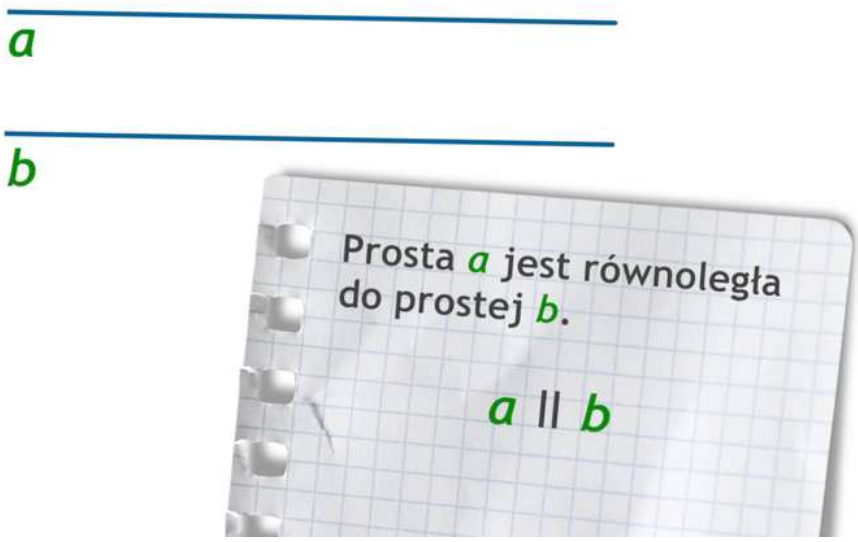
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Rysujemy proste równoległe

Przykład 1

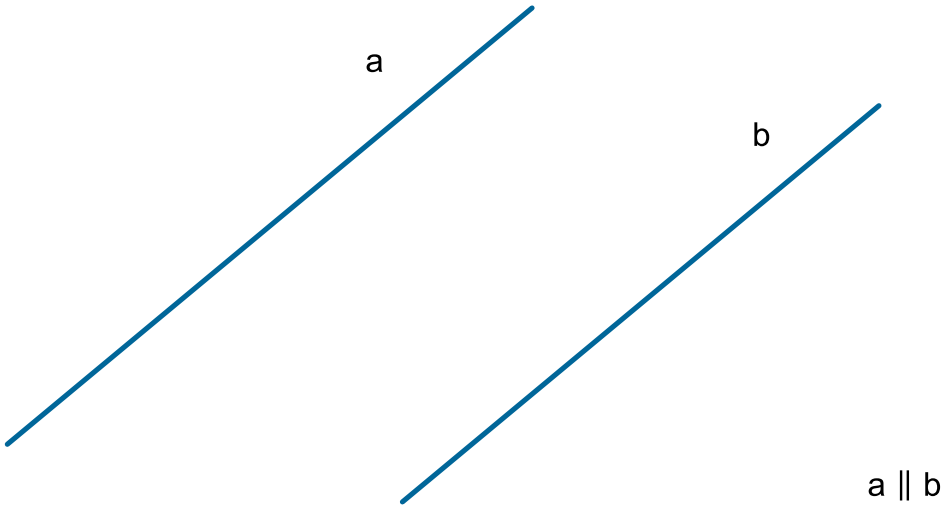


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

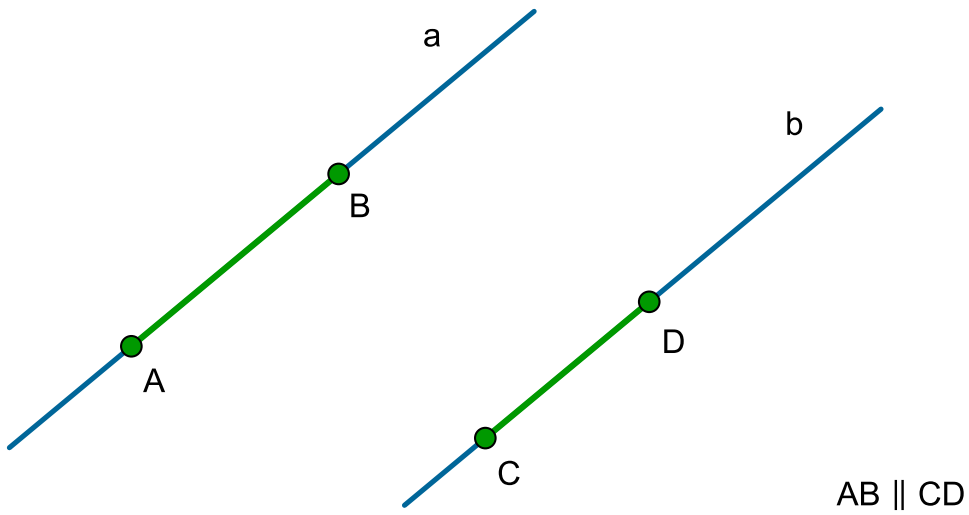


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Na rysunku prosta a jest równoległa do prostej b.
Możemy to zapisać symbolicznie

$$a \parallel b$$

O odcinkach leżących na prostych równoległych także mówimy, że są równoległe.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Narysuj dwie proste równoległe.

Ćwiczenie 2

Narysuj prostą a i punkt P, który nie leży na tej prostej. Narysuj prostą równoległą do prostej a, przechodzącą przez punkt P.

Ćwiczenie 3

Oto fragment planu Gdańska.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

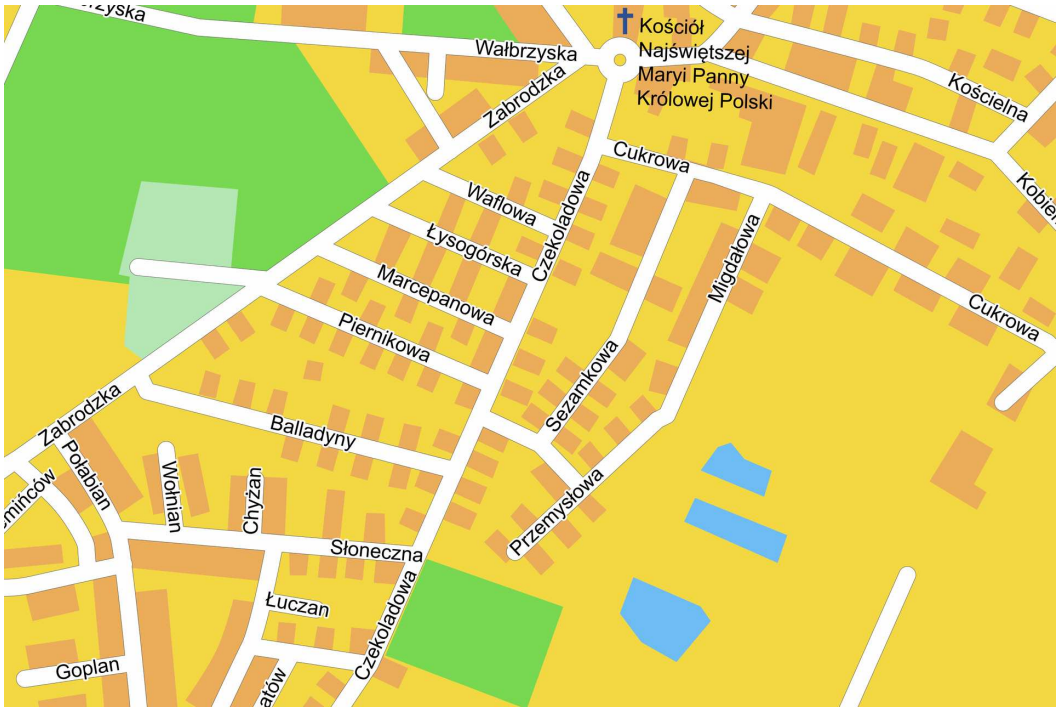
Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Ulica Gęsia jest równoległa do ulicy Niezapominajek.
- [ ] Ulica Żurawia jest równoległa do ulicy Jaśminowej.
- [ ] Ulica Pasieczna jest równoległa do ulicy Sierpowej.
- [ ] Ulica Zuchów jest prostopadła do ulicy Bluszczowej.
- [ ] Ulica Modra jest równoległa do ulicy Łanowej.
- [ ] Ulica Łanowa jest równoległa do ulicy Śnieżki.

Ćwiczenie 4

Poniżej znajduje się plan jednej z dzielnic Wrocławia.

1. Ulice Zabrodzka i Czekoladowa nie są do siebie równoległe. Słoneczna i Piernikowa także nie są równoległe. Sprawdź to.
2. Ulice Piernikowa i Marcepanowa są do siebie równoległe. Podobnie Marcepanowa i Łysogórska oraz Łysogórska i Waflowa. Które z pozostałych ulic na planie są do siebie równoległe?
3. Żadna z ulic wymienionych w podpunkcie b) tego zadania nie jest prostopadła do ulicy Zabrodzkiej. Do jakiej ulicy jest prostopadła każda z tych ulic?
4. Jakie jeszcze dwie inne ulice na tym planie są do siebie prostopadłe?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

1. Kiedy spojrzymy na fragment torów kolejowych, zauważymy, że szyny są do siebie równoległe. Jak to się dzieje, że jadąc pociągiem dłuższy czas nie zawsze poruszamy się po linii prostej? Spróbuj znaleźć odpowiedź na to pytanie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Zdjęcie zamieszczone poniżej zrobiono z okna ostatniego wagonu jadącego pociągu. Dlaczego równoległe linie szyn kolejowych nie wydają się na tym zdjęciu równoległe?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D10BTNtBk

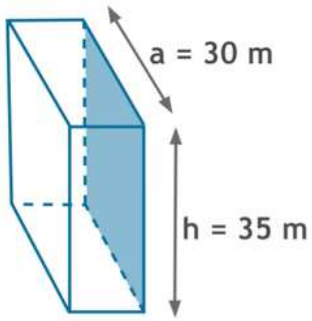
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D10BTNtBk

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Mierzenie odcinków i łamanych

Są sytuacje, w których zmierzenie długości niektórych odcinków jest niezbędne. Kupując szafę, sprawdzamy, jaką ma szerokość, głębokość i wysokość. Możemy stwierdzić wtedy, czy zmieści się w miejscu dla niej wyznaczonym.

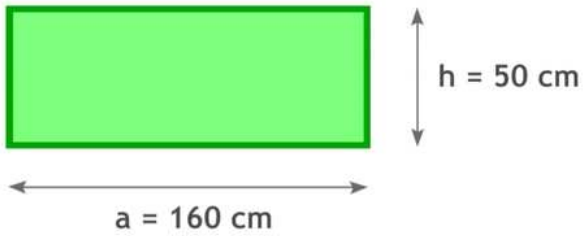


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Planując wymianę okien, kupno firanek czy założenie rolet, musimy znać wymiary okna.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Kupując lub wypożyczając narty zjazdowe, dobieramy je do swojego wzrostu. Dlatego musimy znać długość nart i swój wzrost.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Mierzenie odcinków

Ćwiczenie 1

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DOw7PYHRu

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 2

Zmierz długość swojego ołówka. Podaj długość w milimetrach.

Ćwiczenie 3

Zmierz długość najdłuższego boku swojego zeszytu do matematyki. Wyraź długość w centymetrach i milimetrach.

Ćwiczenie 4

Narysuj dowolny odcinek CD, zmierz jego długość i zapisz wynik pomiaru.

Ćwiczenie 5
Narysuj odcinek i zapisz jego długość najpierw w centymetrach, a następnie w milimetrach.

Ćwiczenie 6
Narysuj odcinek RT o długości $4\ \mathrm{cm}$ oraz odcinek

1. RS o $4\ \mathrm{cm}$ dłuższy od odcinka RT
2. TM o $3\ \mathrm{cm}$ krótszy od odcinka RT
3. $\mathrm{AB}3$razy dłuższy od odcinka RT
4. $\mathrm{CD}2$ razy krótszy od odcinka RT

Uwaga: Odcinki RS i RT mają wspólny koniec w punkcie R.

Mierzenie długości łamanej

Ważne!

Długość łamanej to suma długości odcinków, z których jest ona zbudowana.

Ćwiczenie 7
Narysuj w zeszycie łamaną

1. zamkniętą, długości $12\ \mathrm{cm}$, składającą się z sześciu odcinków
2. otwartą, długości $9\ \mathrm{cm}$, składającą się pięciu odcinków

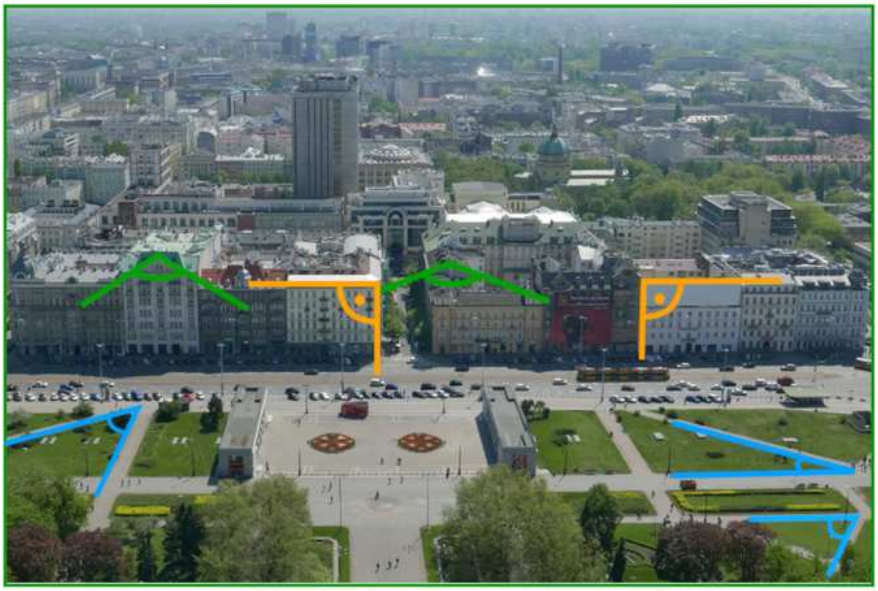
Ćwiczenie 8

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DOw7PYHRu

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Kąty i ich rodzaje

Wiemy, że niektóre ulice naszych miast mogą leżeć względem siebie prostopadle lub równoległe. A jak opisać układ ulic, które nie są do siebie ani równoległe, ani prostopadłe?



Film dostępny pod adresem /preview/resource/Rg6Frq85kL3bd

Katy i ich rodzaje_atrapa_animacje_191
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.
Animacja

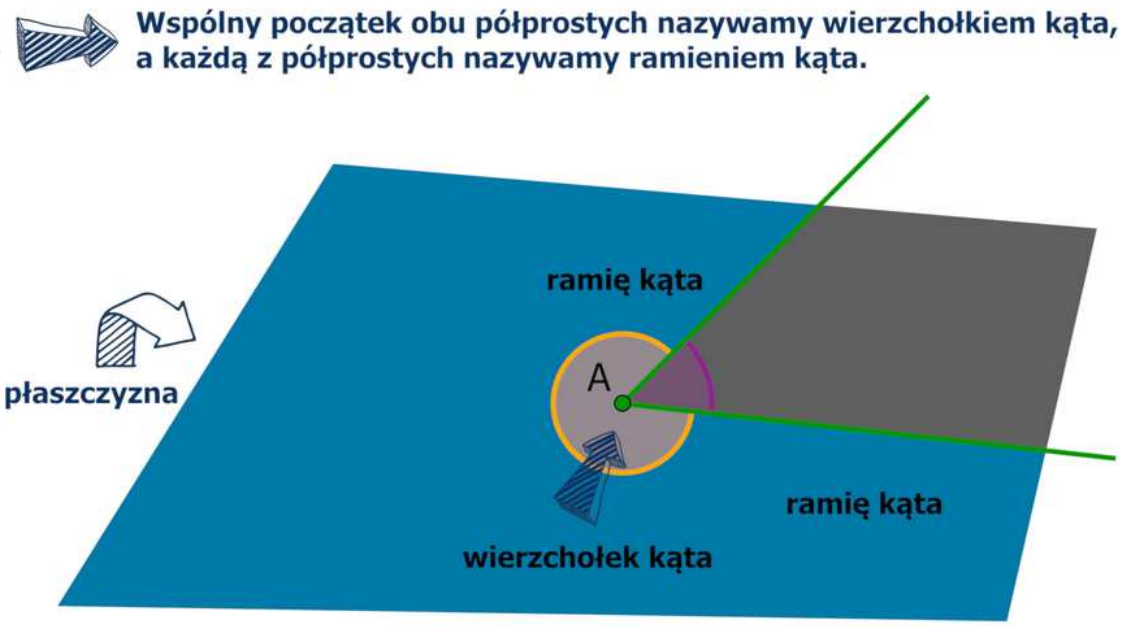
Definicja: Kąt

Dwie półproste o wspólnym początku rozcinają płaszczyznę na dwie części. Każdą z tych części, wraz z tymi półprostymi nazywamy kątem.

Definicja: Wierzchołek kąta

Wierzchołkiem kąta nazywamy wspólny początek obu półprostych, a każdą z półprostych nazywamy ramieniem kąta.

Przykład 1



Film dostępny pod adresem /preview/resource/R1ARgYOMMskFw

Dzial III_Katy i ich rodzaje_atrapa_animacja_1366

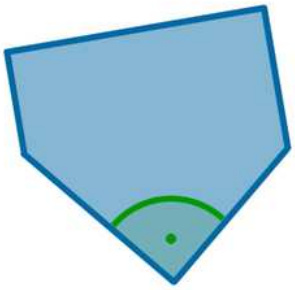
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Kąt prosty

Już wiesz

Zaznaczony kąt jest prosty.



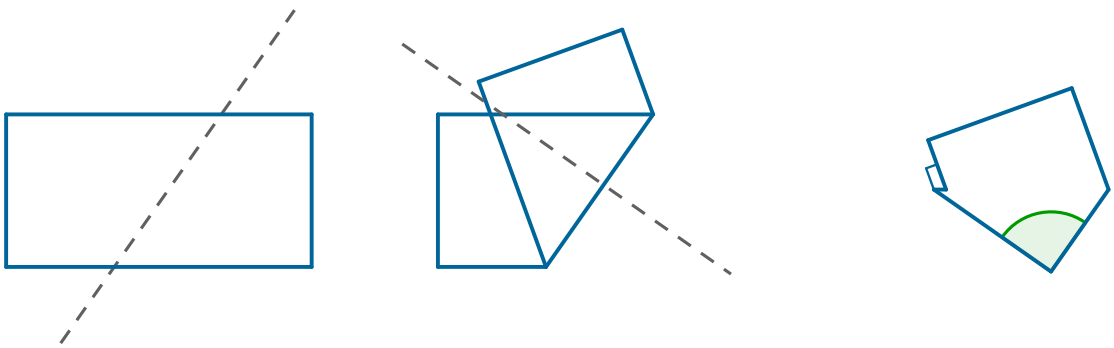
Film dostępny pod adresem /preview/resource/R1MNhoTG37YHr

Poste i odcinki prostopadle_atrapa_animacja_1109

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przygotuj kartkę papieru. Zegnij ją w dowolnym miejscu, a potem zegnij drugi raz, tak jak na rysunku. Mocno przyciśnij linie zgięć.



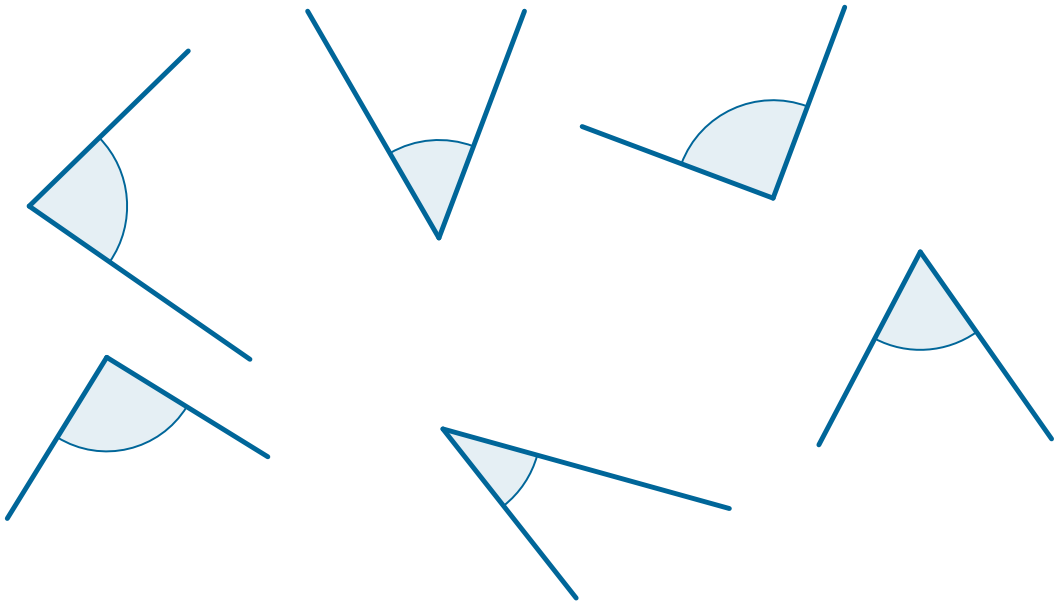
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rozegnij kartkę. Zobaczysz dwie linie prostopadłe. O dwóch prostych, które przecinają się w ten sposób będziemy mówili, że przecinają się pod kątem prostym.

Kąty ostre

Ćwiczenie 1

Wskaż kąty, które nie są kątami prostymi.



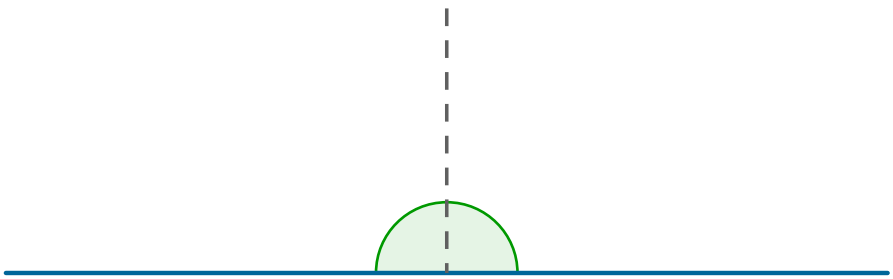
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Narysuj kąt prosty i kąt ostry.

Kąt półpełny, kąt rozwarty

Dwa kąty proste, mające wspólne ramię, położone tak, jak na rysunku, tworzą kąt półpełny.

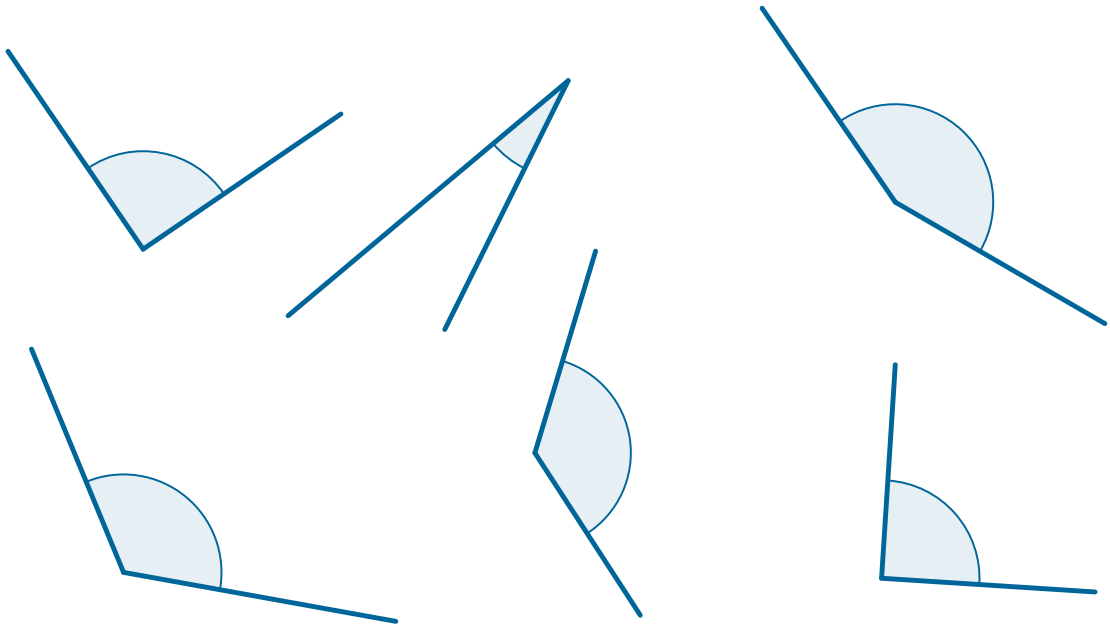


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kąty, które są mniejsze od kąta półpełnego i większe od kąta prostego to kąty rozwarte.

Ćwiczenie 3

1. Wskaż kąt rozwarty.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Narysuj trzy kąty rozwarte.

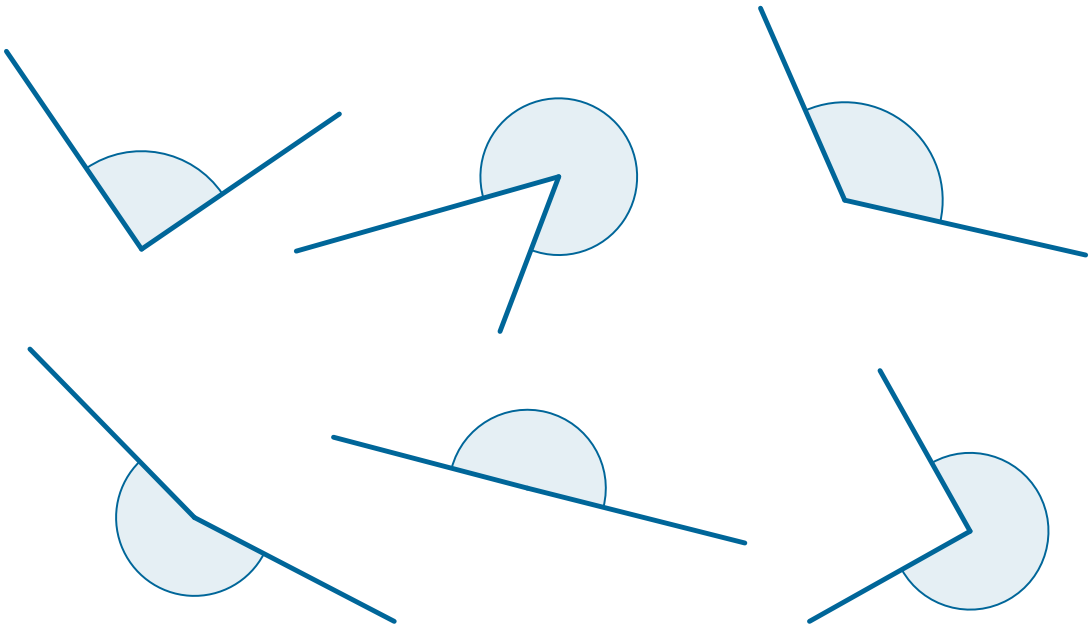
Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kąt pełny, kąt wklęsły

Ćwiczenie 7

Wskaż kąt wklęsły.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Narysuj trzy kąty wklęsłe.

Ćwiczenie 9

Określ rodzaj kąta α.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DHSNUAfKX

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

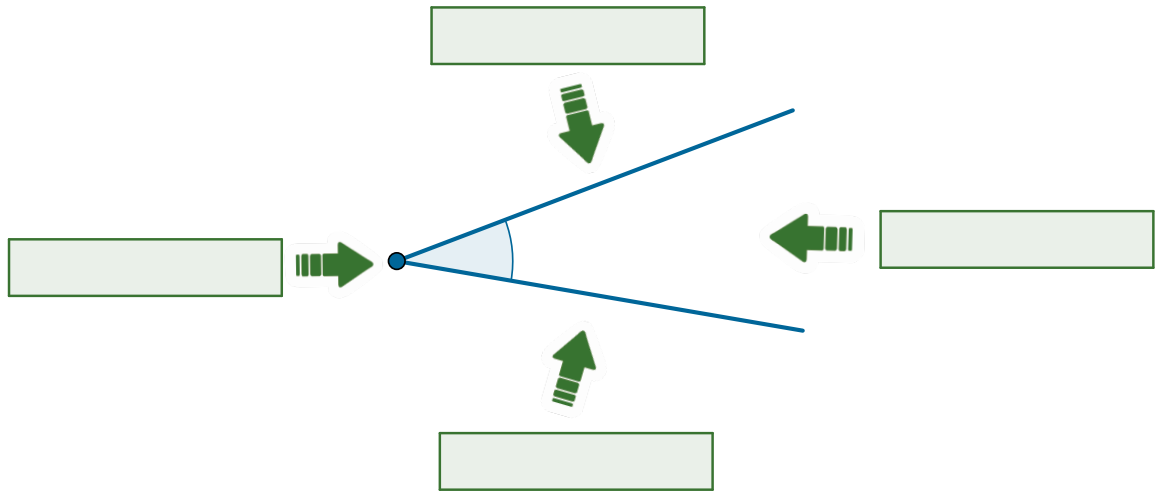
Kąt jest figurą geometryczną. Wyobraź sobie, że tniesz bardzo dużą płaską powierzchnię wzdłuż dwóch półprostych o wspólnym początku. W rezultacie otrzymasz dwa kąty. Jeżeli jeden będzie wklęsły, to drugi nie będzie wklęsły.

Ważne!

- W kącie wyróżniamy: wierzchołek kąta, ramiona kąta oraz wnętrze kąta.
- Ramiona kąta to dwie półproste o wspólnym początku.
- Wierzchołek kąta to punkt.

Ćwiczenie 10

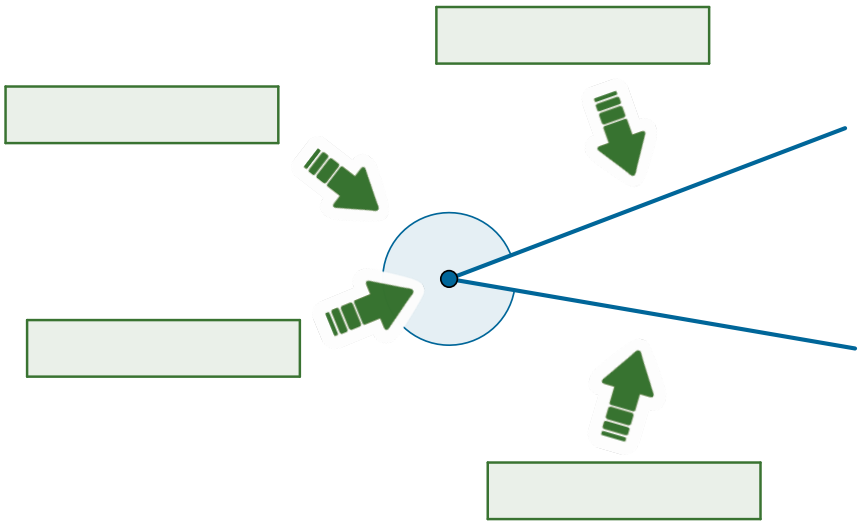
Wskaż na rysunku wierzchołek kąta, ramiona kąta i wnętrze kąta ostrego.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

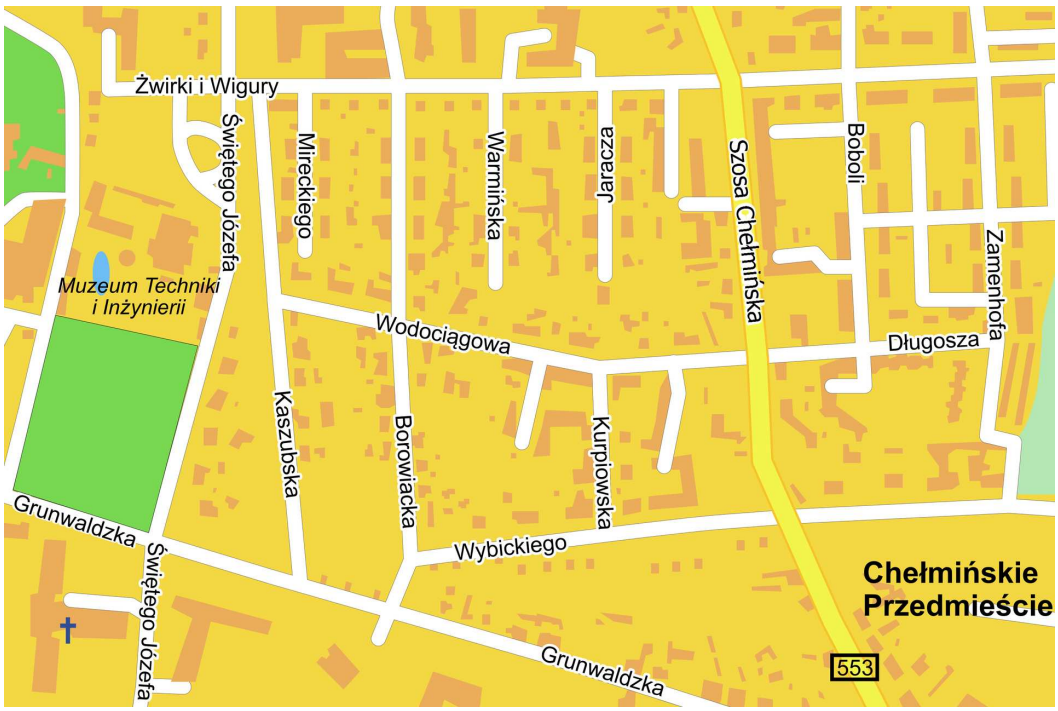
Wskaż na rysunku wierzchołek kąta, ramiona kąta i wnętrze kąta wklęsłego.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Oto fragment planu Torunia.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Czy to prawda, że

- [ ] ulice Wodociągowa i Kaszubska przecinają się pod kątem rozwartym?
- [ ] ulice Wodociągowa i Kurpiowska przecinają się pod kątem rozwartym?
- [ ] ulice Zamenhofa i Długosza przecinają się pod kątem prostym?
- [ ] ulice Borowiecka i Wybickiego przecinają się pod kątem ostrym?

Ćwiczenie 13

Nazwij kąty, jakie tworzą wskazówki zegarów.

Ćwiczenie 14

Jaki kąt: ostry, prosty, rozwarty, półpełny, wklęsły czy pełny zakreśla wskazówka minutowa pomiędzy godzinami

a) 10:00, a 10:25? ____

b) 16:15, a 16:46? ____

c) 18:47, a 19:02? ____

d) 22:45, a 23:31? ____

e) 5:07, a 5:37? ____

e)15:16, a 16:16? ____

pełny | ostry | wklęsły | pełny | wklęsły | wklęsły | prosty | prosty | rozwarty | prosty | ostry | rozwarty | prosty | pełny | półpełny | rozwarty | półpełny | półpełny | ostry | prosty | wklęsły | pełny | prosty | wklęsły | pełny | wklęsły | półpełny | ostry | rozwarty | półpełny | rozwarty | rozwarty | pełny | ostry | ostry | półpełny

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Jaki kąt: ostry, prosty, rozwarty, półpełny, wklęsły, czy pełny zakreśla wskazówka minutowa pomiędzy godzinami

a) 7:28, a 8:28? _____

b) 9:11, a 9:12? _____

c) 12:35, a 13:24? _____

d) 14:15, a 14:30? _____

e) 17:48, a 18:18? _____

rozwarty | ostry | półpełny | półpełny | wklęsły | prosty | rozwarty | ostry

wklęsły | prosty | półpełny | wklęsły | pełny | wklęsły | prosty | prosty

półpełny | pełny | ostry | wklęsły | półpełny | pełny | rozwarty | pełny

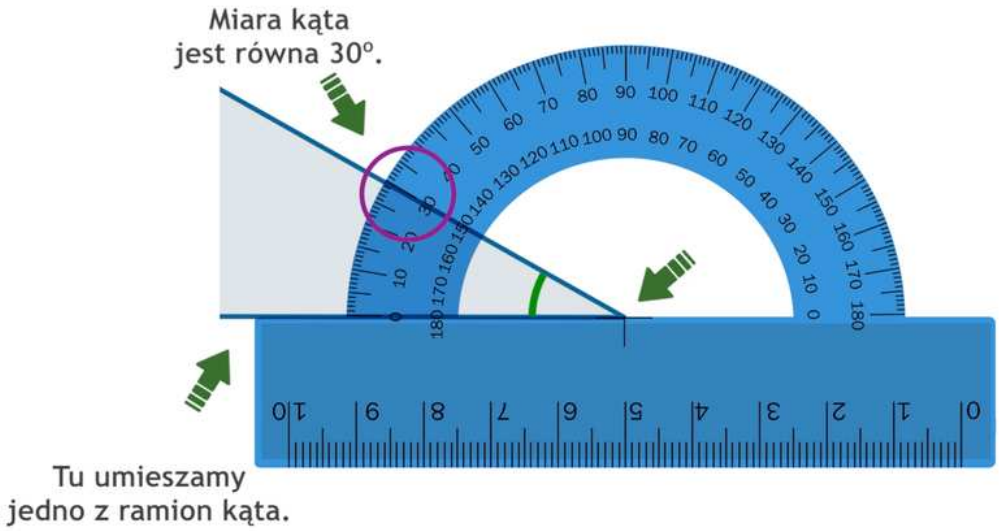
ostry | prosty | rozwarty | ostry | pełny | rozwarty

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mierzenie kątów

Znasz już większość podstawowych przyborów geometrycznych. Linijka służy do rysowania odcinków, prostych, półprostych oraz do mierzenia długości odcinków. Podobne funkcje ma ekierka, ale dodatkowo można ją wykorzystać na przykład do sprawdzania prostopadłości prostych.
Jest również przyrząd do mierzenia kątów i rysowania kątów o danej mierze. Jest to kątomierz.

Przykład 1



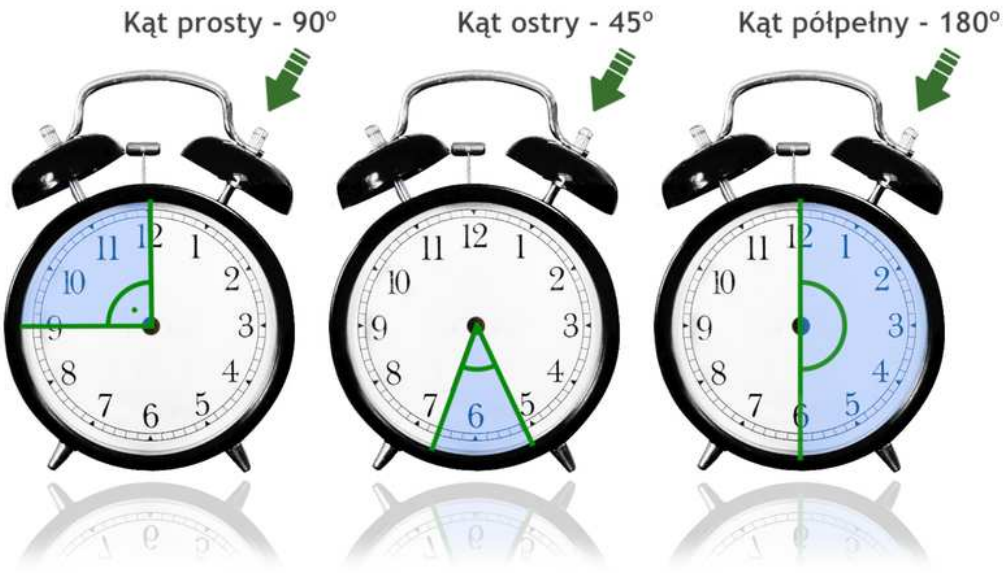
Film dostępny pod adresem /preview/resource/RRuB9FO0i6QfD

Mierzenie katow_atrapa_animacje_193
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 2

Na tarczy zegarowej wskazówki tworzą różne kąty. Jak położone są wskazówki o godzinie $6:00$?



Film dostępny pod adresem /preview/resource/R5R8ali61EXXC

Katy i ich rodzaje_atrapa_animacje_192

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

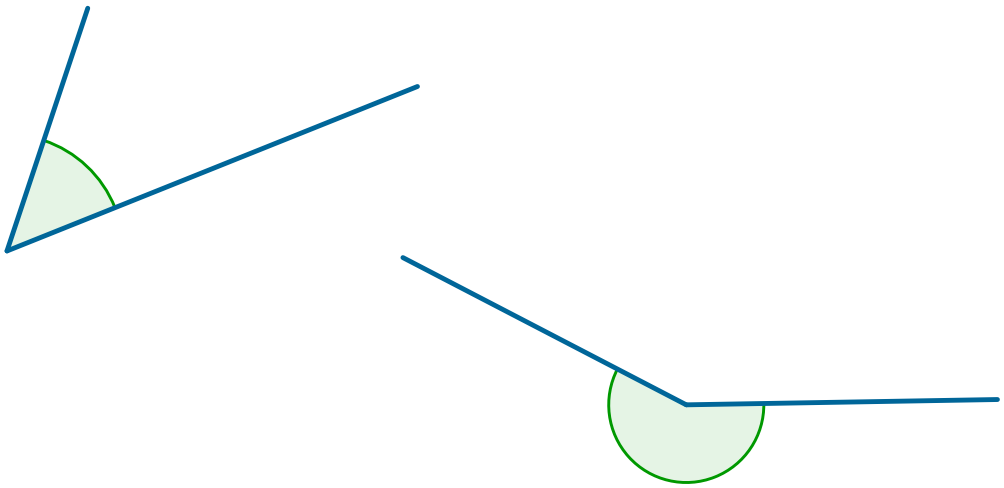
Ćwiczenie 1

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DEKvi2ZGq

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

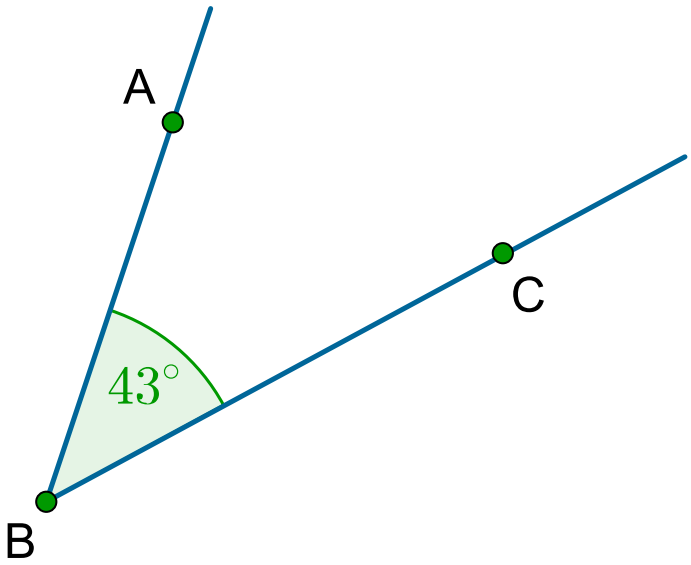
Ważne!

Gdy chcemy zaznaczyć kąt na rysunku, nie musimy wypełniać wnętrza kąta kolorem. Można zaznaczyć kąt łukiem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Aby oznaczyć kąt, można najpierw oznaczyć trzy punkty: wierzchołek kąta i dwa dowolne punkty leżące na obu jego ramionach.



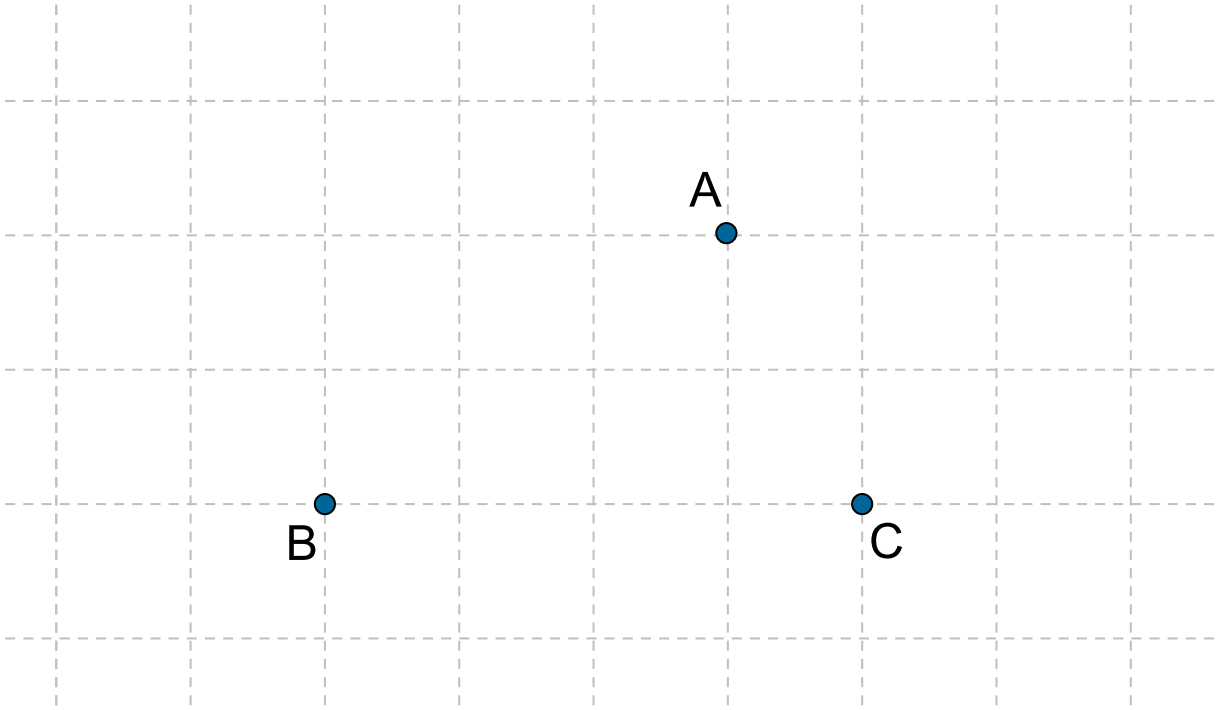
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Ten kąt to kąt ABC lub CBA. Środkowa litera zawsze oznacza wierzchołek kąta. Słowo kąt możemy zapisać symbolicznie $\measuredangle$.
- Zapis $\measuredangle \mathrm{ABC}$ oznacza kąt ABC.
- Zapis $|\measuredangle \mathrm{ABC}|$ oznacza miarę kąta ABC. Jeżeli kąt ABC ma miarę 43 stopni, możemy to zapisać tak: $|\measuredangle \mathrm{ABC}| = 43^\circ$.

Przykład 3

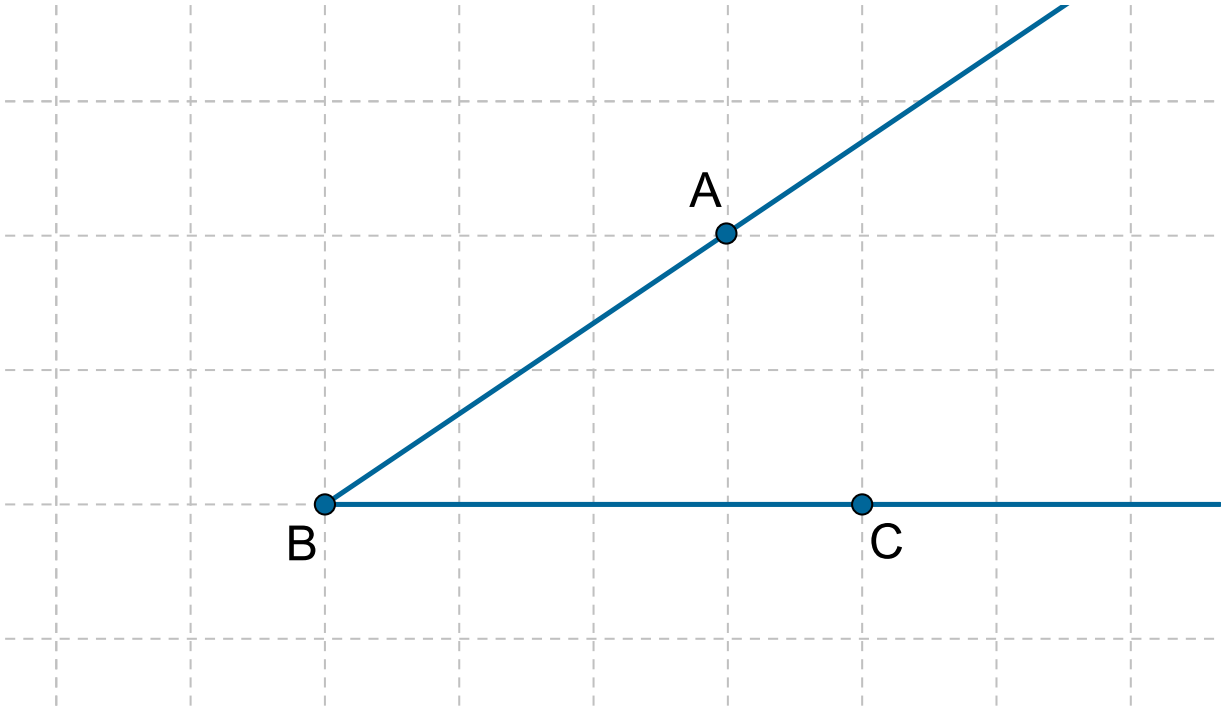
Instrukcja rysowania kąta ABC.

1. Zaznaczamy 3 punkty i oznaczamy je $A,\ \mathrm{B},\ \mathrm{C}$.



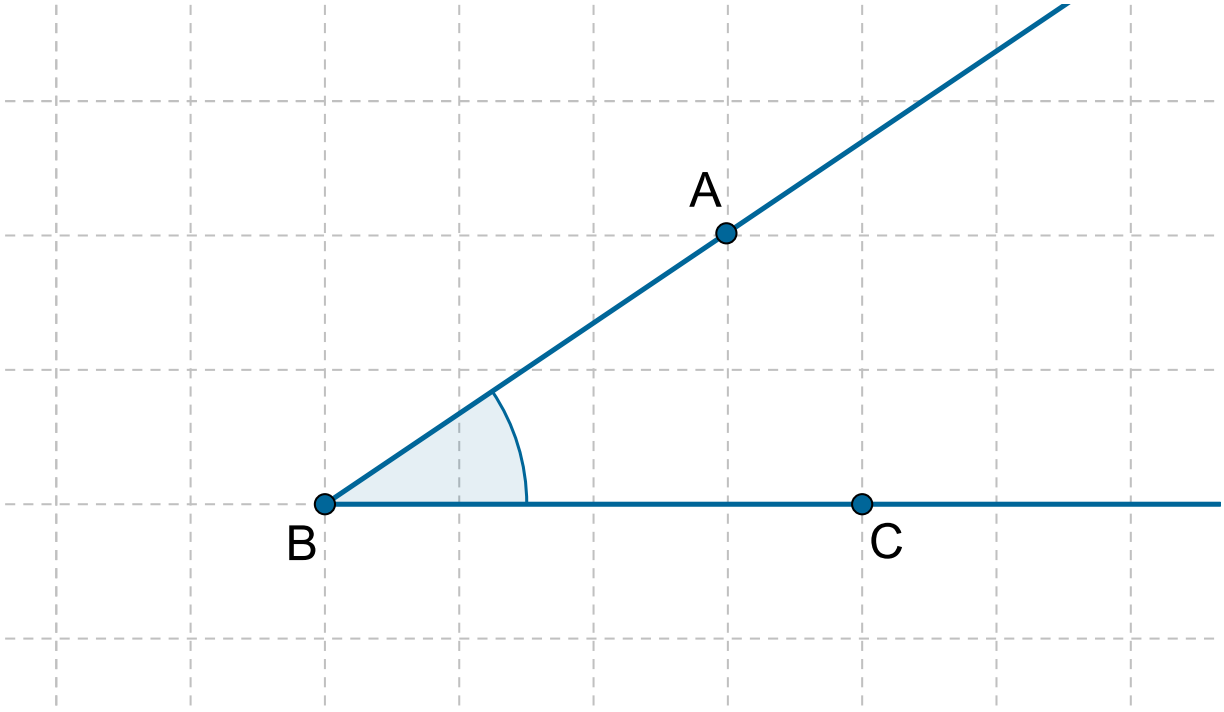
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Rysujemy 2 półproste o początku w punkcie B każda.



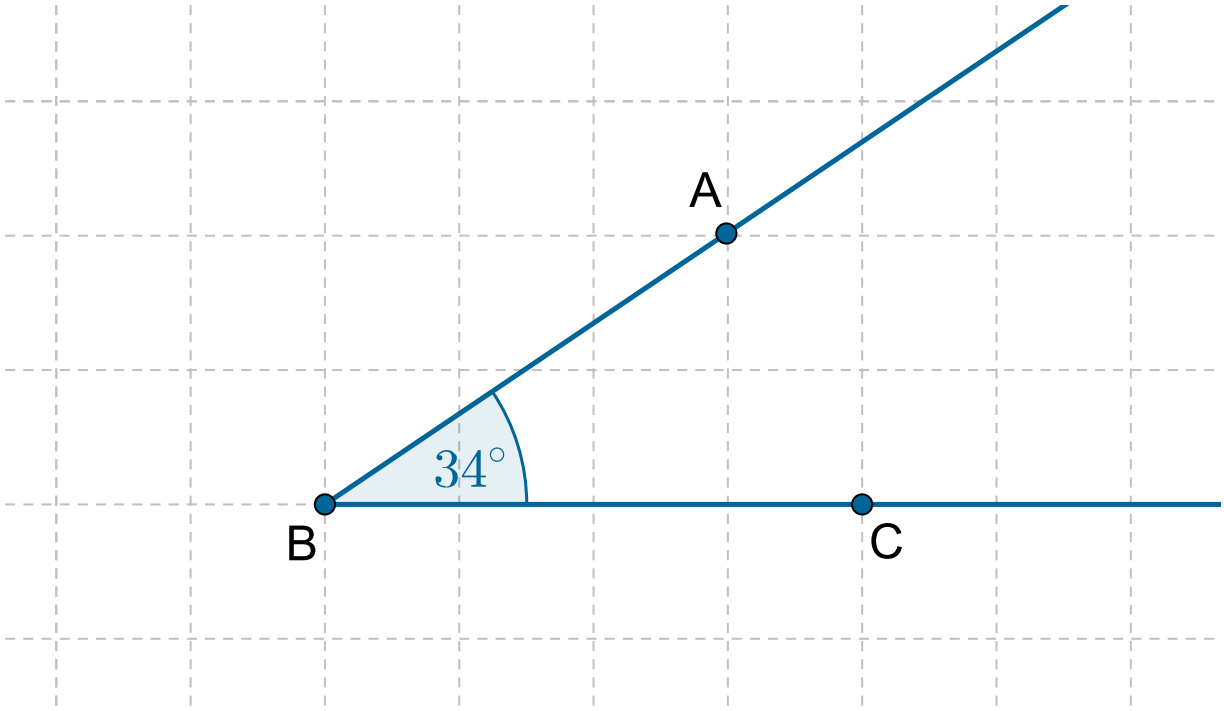
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. Zaznaczamy łukiem jeden z kątów.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. Mierzymy kąt i wpisujemy jego miarę.

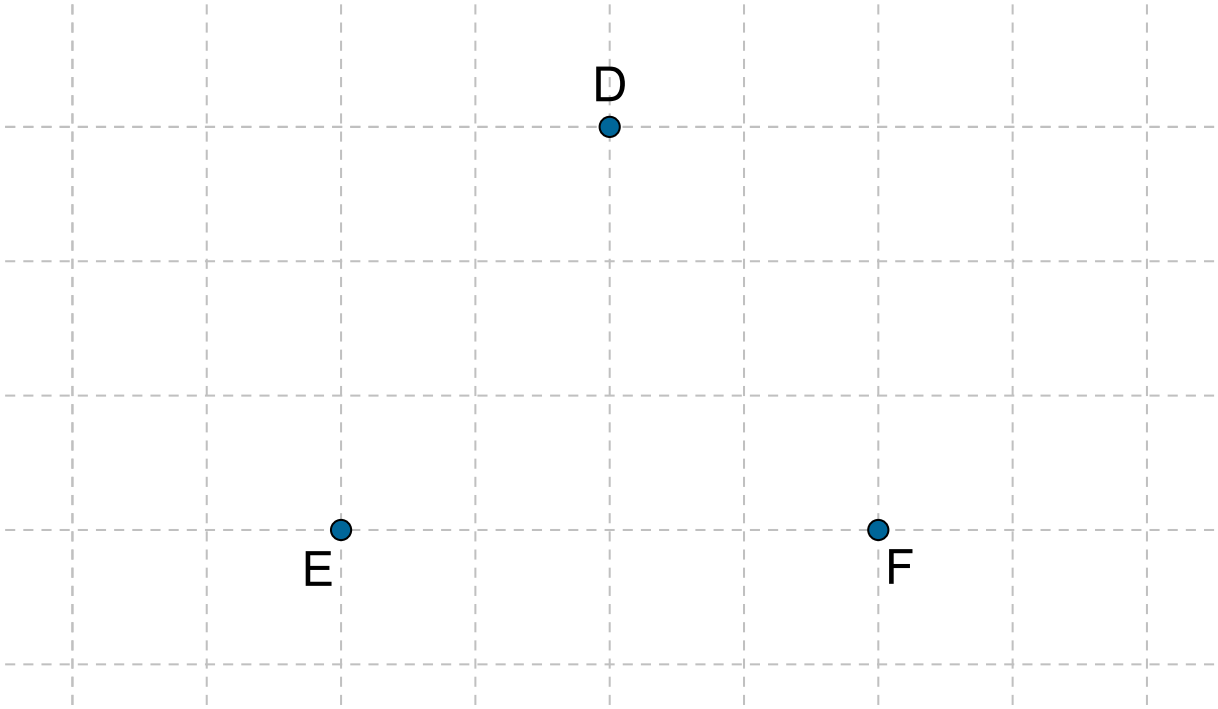


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

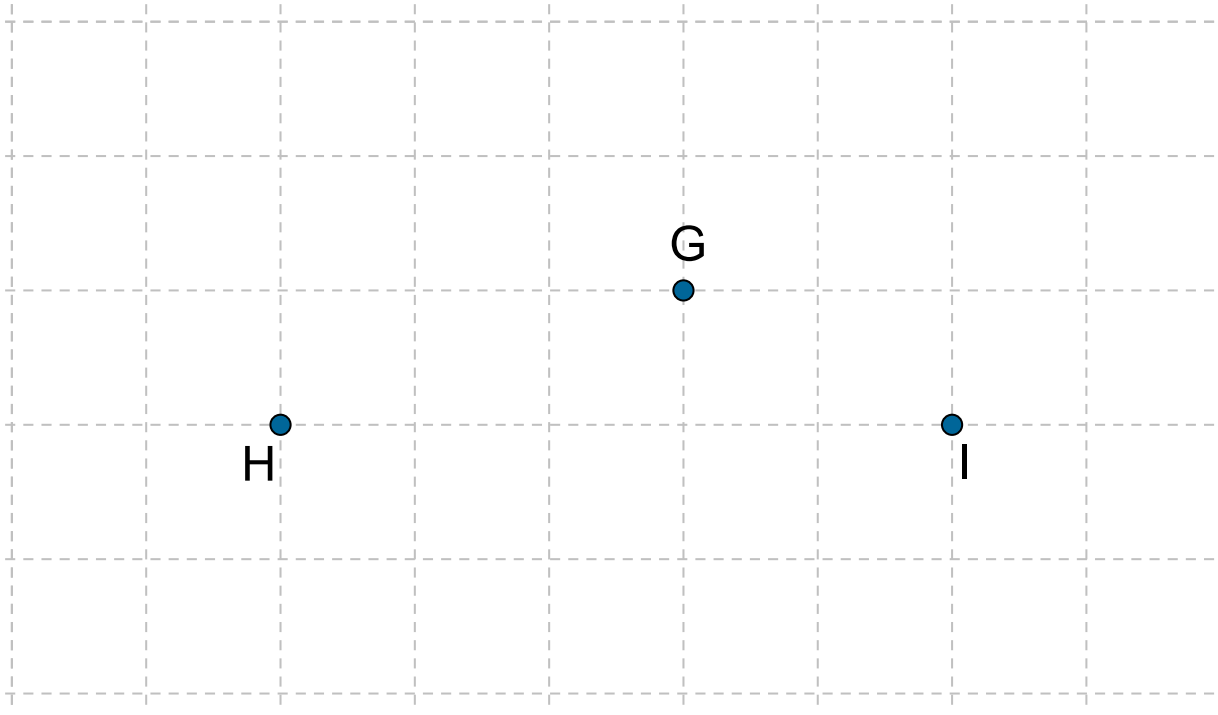
W zeszycie w kratkę zaznacz punkty $D,\ \mathrm{E},\ \mathrm{F}$ położone tak, jak na rysunku. Narysuj ramiona wskazanego kąta. Zaznacz łukiem mniejszy z otrzymanych kątów. Zmierz go i zapisz jego miarę.

1. kąt DEF



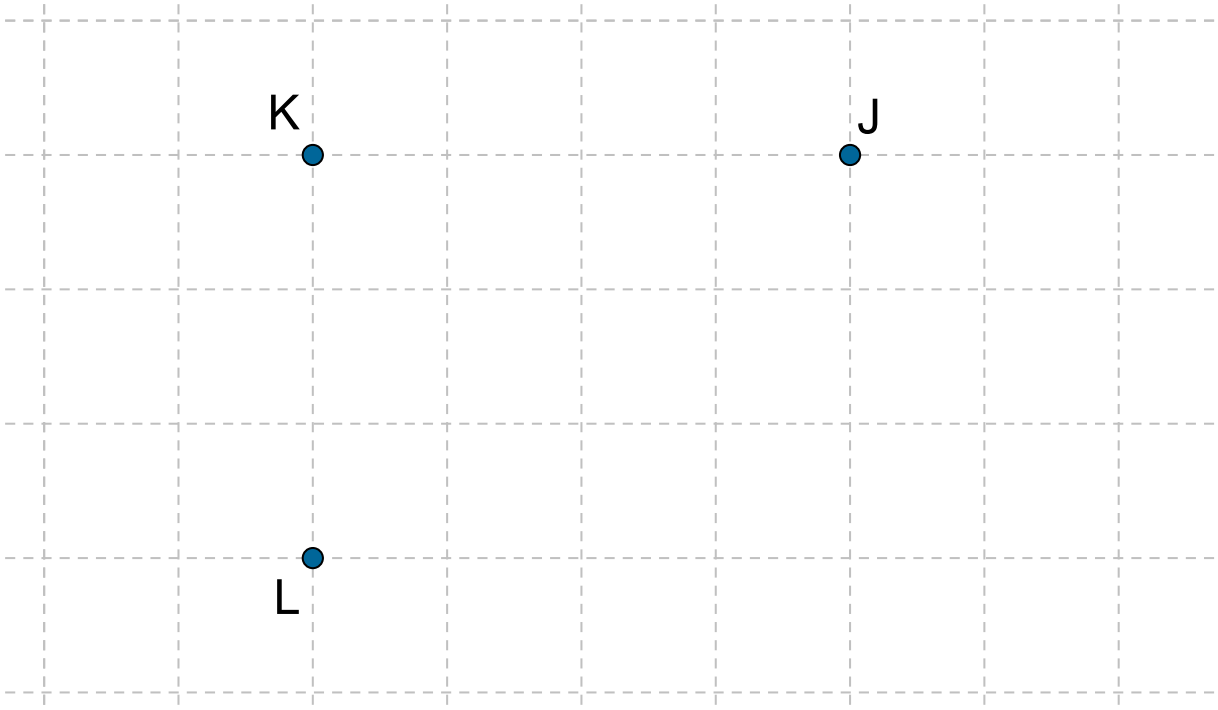
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. kąt IGH



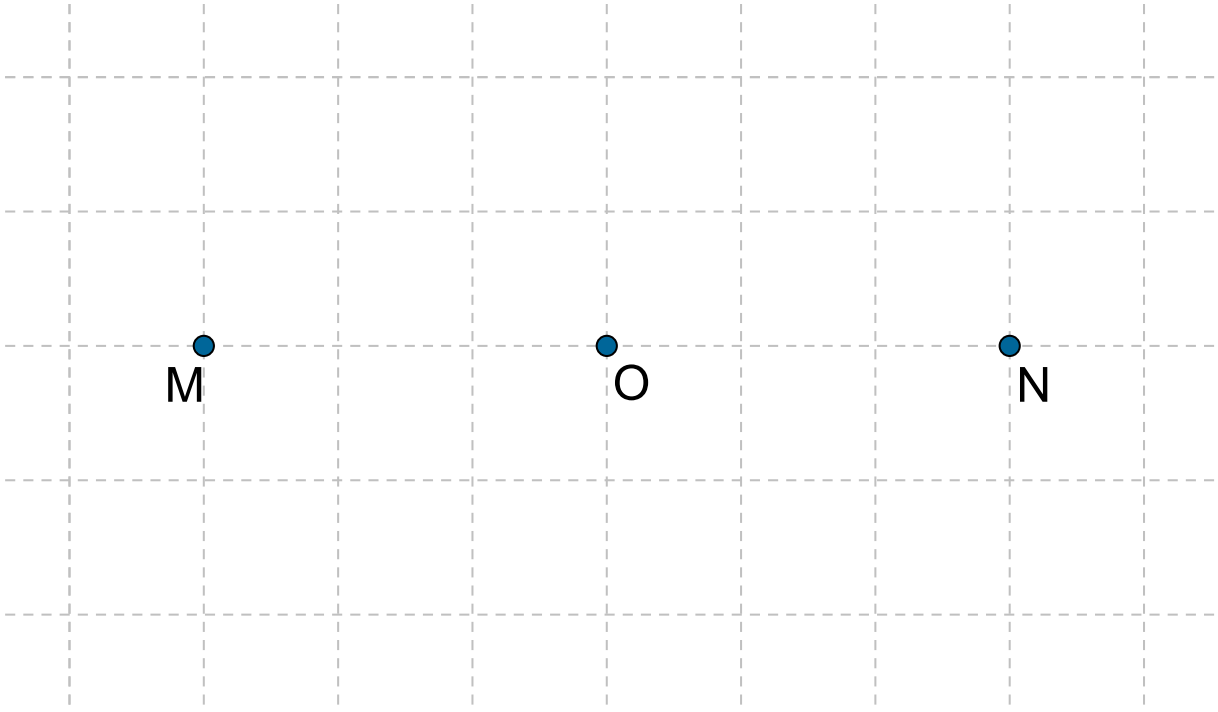
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. kąt JKL



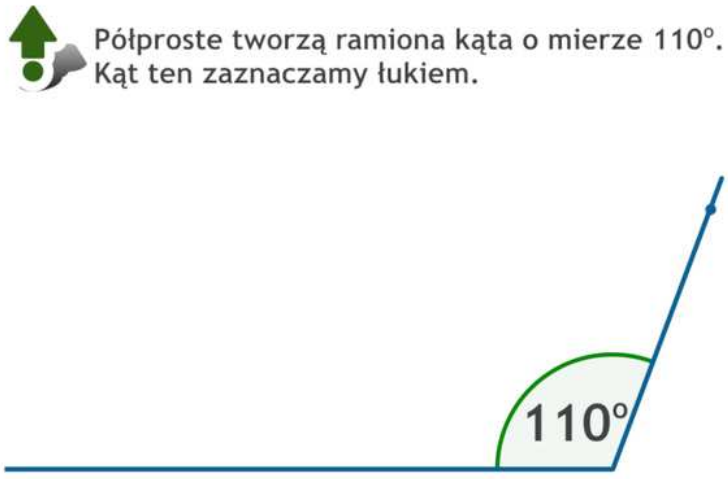
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4. kąt MON



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4



Film dostępny pod adresem /preview/resource/R170c34EOEX46

Mierzenie katow_atrapa_animacje_62

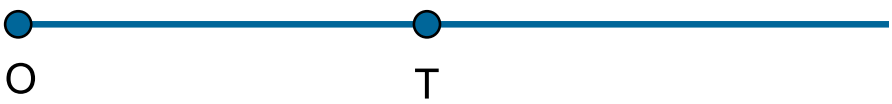
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 3

Narysuj kąt o mierze

1. 15°
2. 60°
3. 100°
4. 155°



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DEKvi2ZGq

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 5

Narysuj kąt o mierze

1. 40°
2. 77°
3. 125°
4. 170°

Ćwiczenie 6

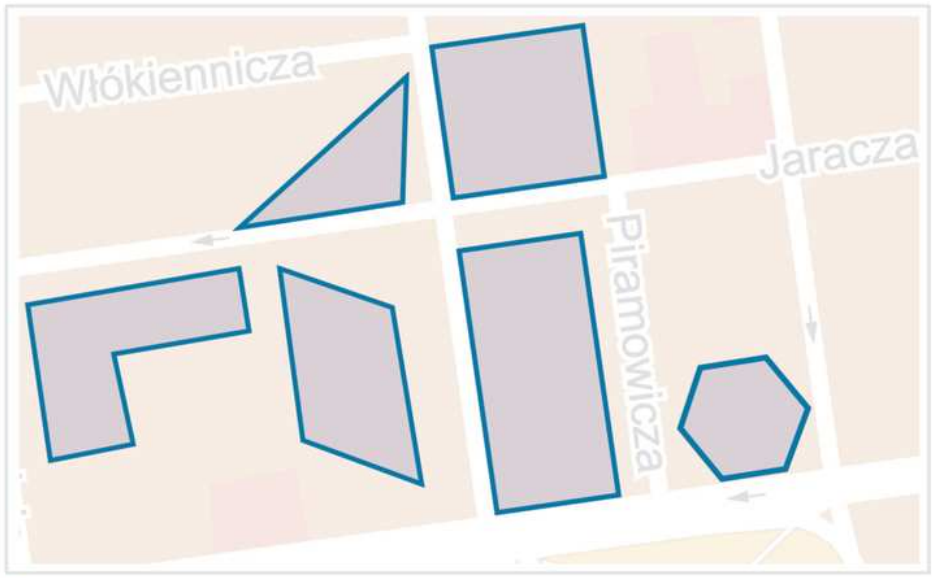
Narysuj w zeszycie kąt o mierze

1. 200°
2. 270°
3. 300°
4. 340°

Ćwiczenie 7

Narysuj prostą i zaznacz na niej dwa punkty A i B. Narysuj kąt BAC o mierze 50°, a następnie kąt ABD, który ma 70°. Oba kąty powinny leżeć po tej samej stronie prostej AB. Oznacz punkt przecięcia ramion AC i BD obu kątów literą E. Zmierz kąt AEB w powstałym trójkącie.

Wielokąty, ich własności i rodzaje





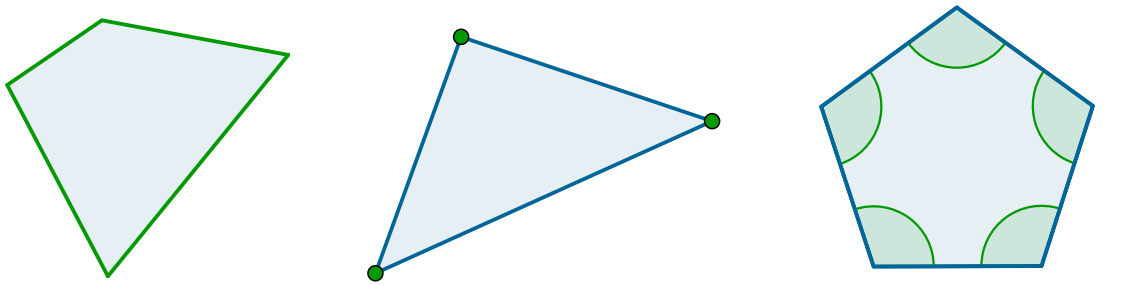
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Figury przedstawione w animacji oraz poznane w klasach młodszych trójkąty, prostokąty i kwadraty to wielokąty.

> **Ważne!**
>
> Wielokątem nazywamy figurę, którą tworzy obszar (część płaszczyzny) ograniczony łamaną zwyczajną zamkniętą, jak na poniższych rysunkach, wraz z tą łamaną.



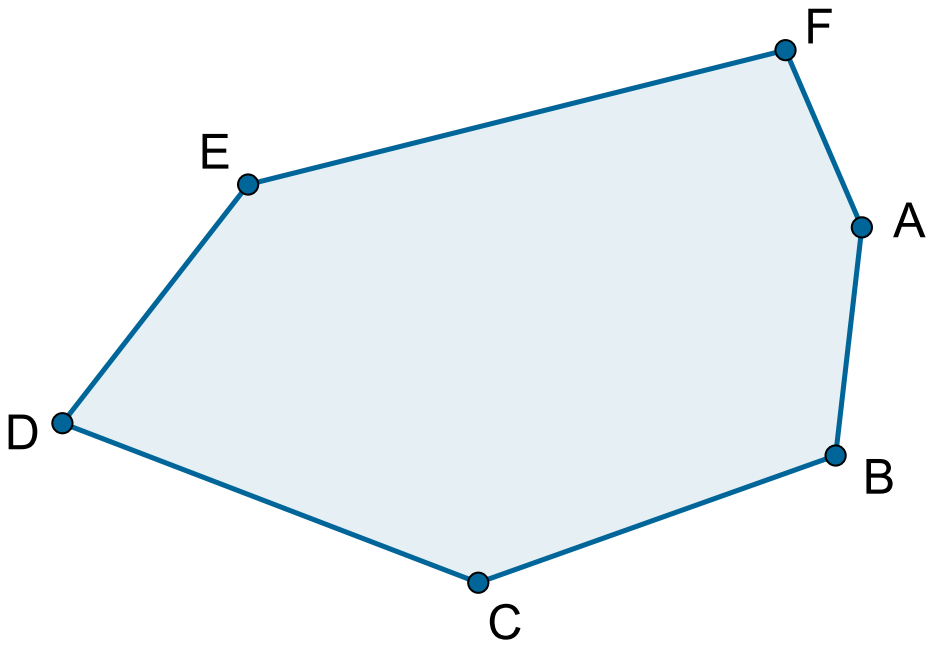
Odcinki, z których składa się łamana zamknięta to boki wielokąta.

Końce boków łamanej to wierzchołki wielokąta.

Kąty między kolejnymi bokami wielokąta to kąty wewnętrzne wielokąta.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

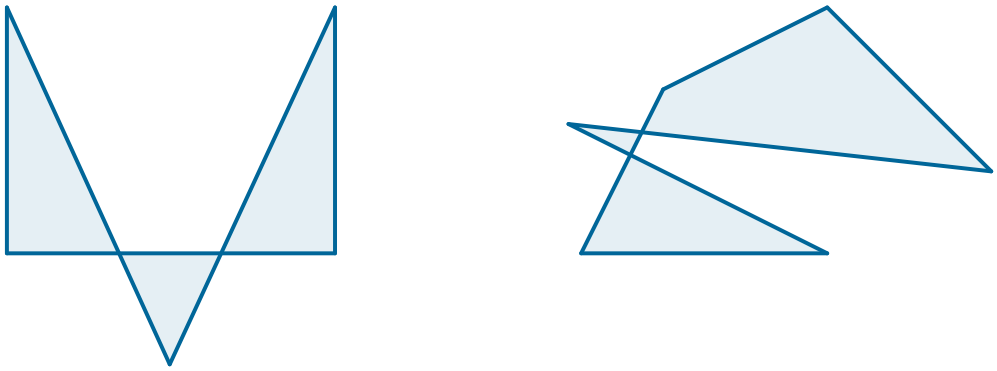
Narysowana poniżej figura to wielokąt $ABCDEF$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Punkty: A, B, C, D, E, F to wierzchołki wielokąta.
- Odcinki: AB, BC, CD, DE, EF, FA to boki wielokąta.
- Kąty: FAB, ABC, BCD, CDE, DEF, EFA to kąty wewnętrzne wielokąta.

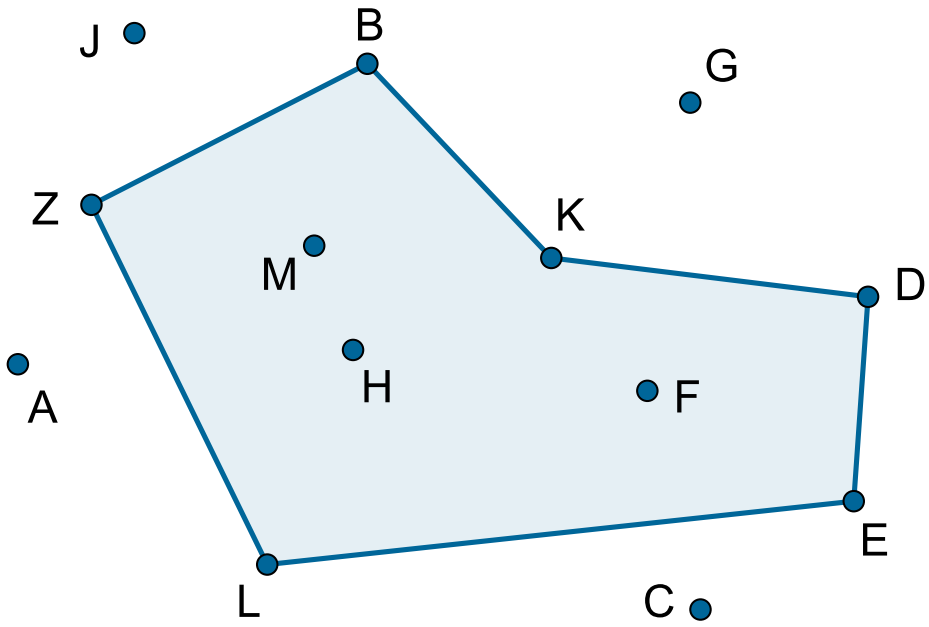
Figury, które nie są wielokątami.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Które punkty należą do wielokąta $ZBKDEL$?

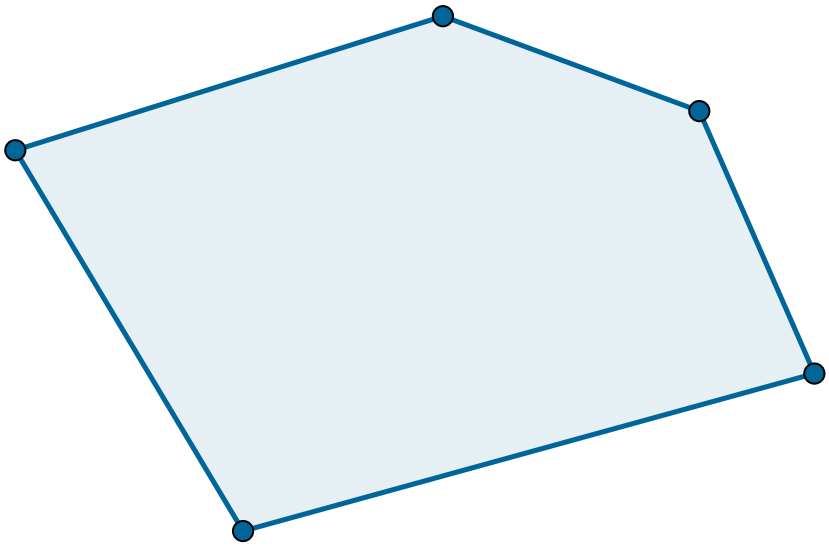


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

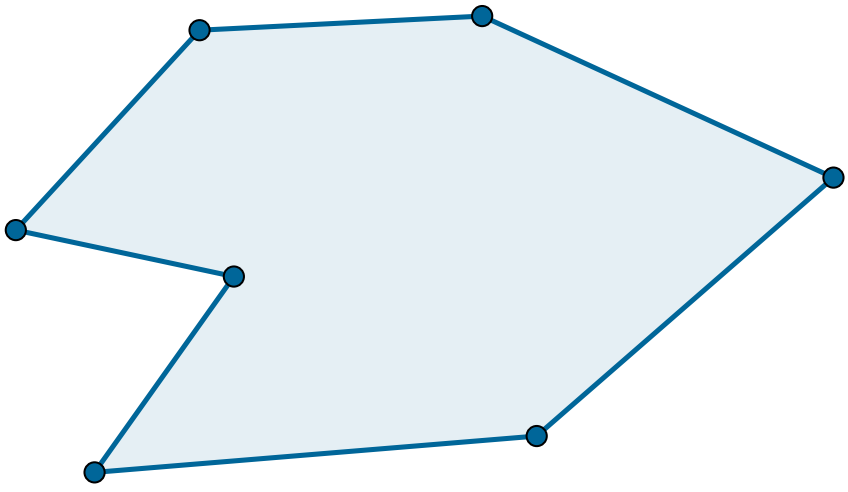
Ile boków, wierzchołków i kątów wewnętrznych ma każdy z narysowanych wielokątów

A



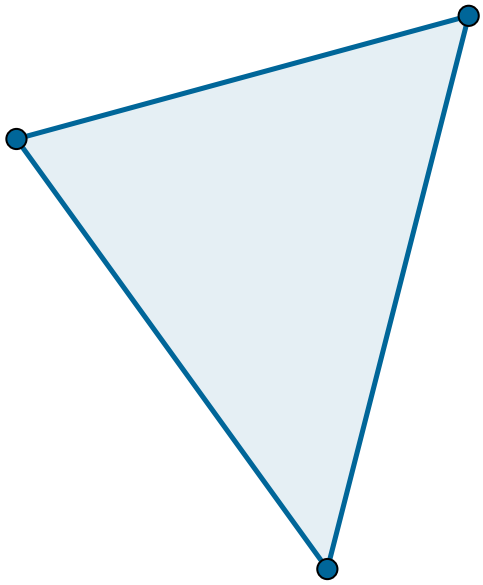
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

B



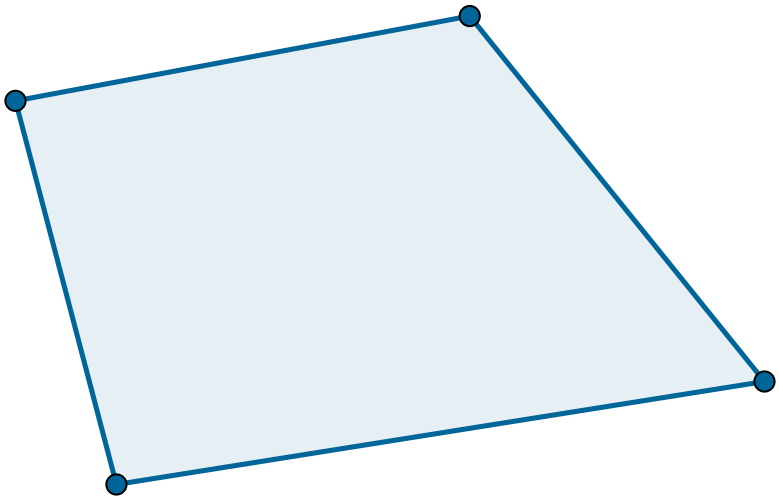
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

C



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

D



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij tabelkę.

Tabela

wielokąt	Liczba boków	Liczbawierzchołków	Liczba kątów

A			
B			
C			
D			

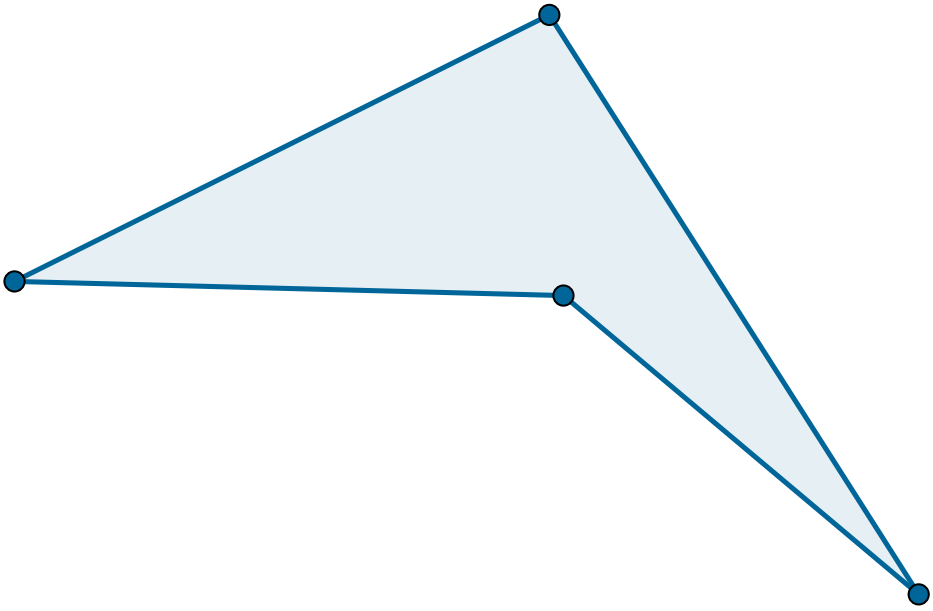
Ważne!

- Nazwa wielokąta zależy od liczby jego kątów.
- Wielokąt, który ma trzy kąty, to trójkąt. Wielokąt, który ma cztery kąty, to czworokąt. Wielokąt, który ma pięć kątów, to pięciokąt.

Ćwiczenie 3

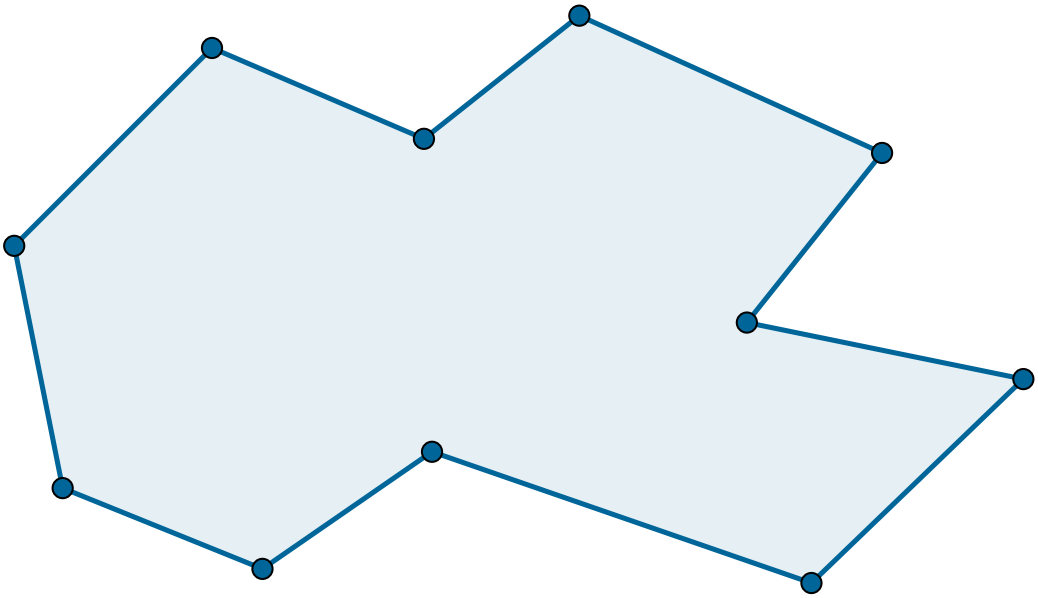
Podaj nazwę wielokąta.

1.



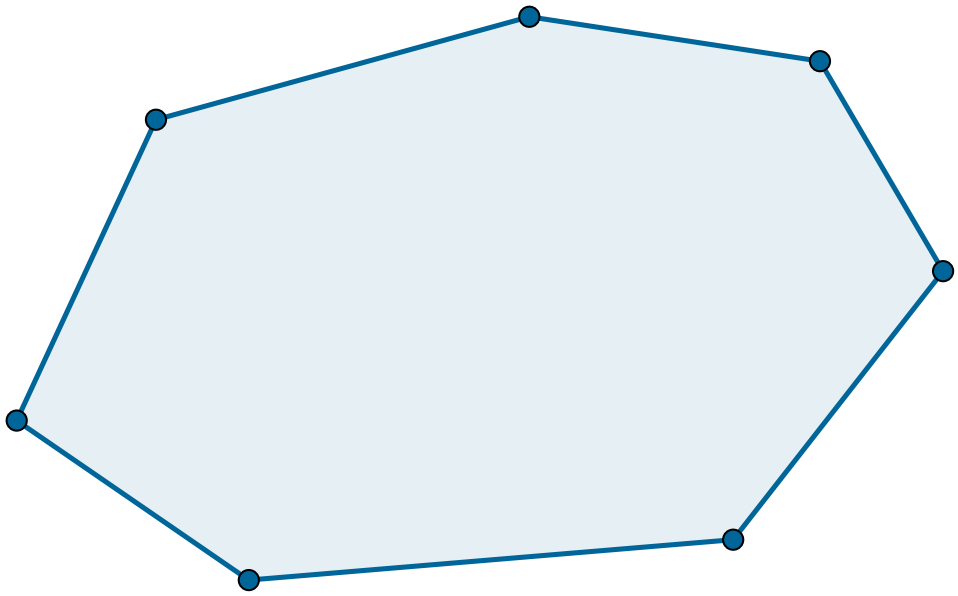
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



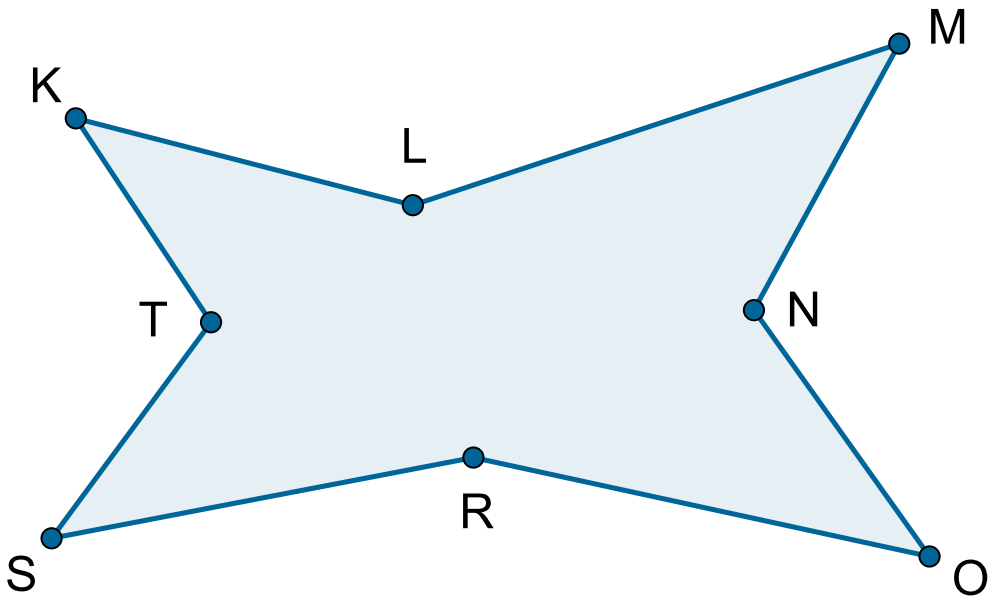
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Narysuj

1. czworokąt, którego dwa boki są do siebie prostopadłe
2. czworokąt, którego żadne dwa boki nie są prostopadłe
3. dowolny siedmiokąt
4. sześciokąt, którego dwa boki są do siebie równoległe
5. dowolny ośmiokąt

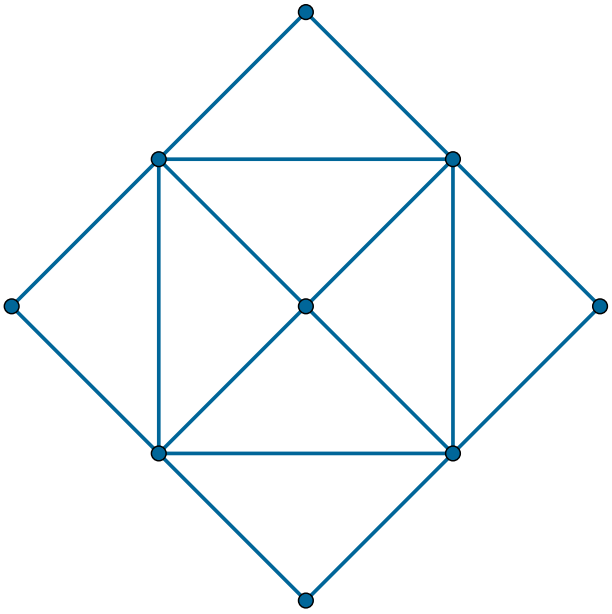
Ćwiczenie 5

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Wielokąt ma co najmniej 3 boki.
- [ ] Wielokąt o 12 wierzchołkach to dwunastokąt.
- [ ] Wielokąt zbudowany z 7 odcinków ma 7 boków.
- [ ] Wielokąt XYZCDX to sześciokąt.
- [ ] Wielokąt ABCDE ma 6 boków.
- [ ] Boki wielokąta to odcinki łączące sąsiednie wierzchołki.
- [ ] Wielokąt, który ma łącznie 27 boków, wierzchołków i kątów wewnętrznych to dziewięciokąt.

Ćwiczenie 6

Znajdź wszystkie trójkąty, czworokąty i pięciokąty.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DXNLaXAGX

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DXNLaXAGX

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Prostokąty i kwadraty

Okno, tablica, zeszyt, blat biurka, ekran mają kształt prostokątów. Wskaż w swoim otoczeniu przedmioty w kształcie kwadratów.

Ważne!



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

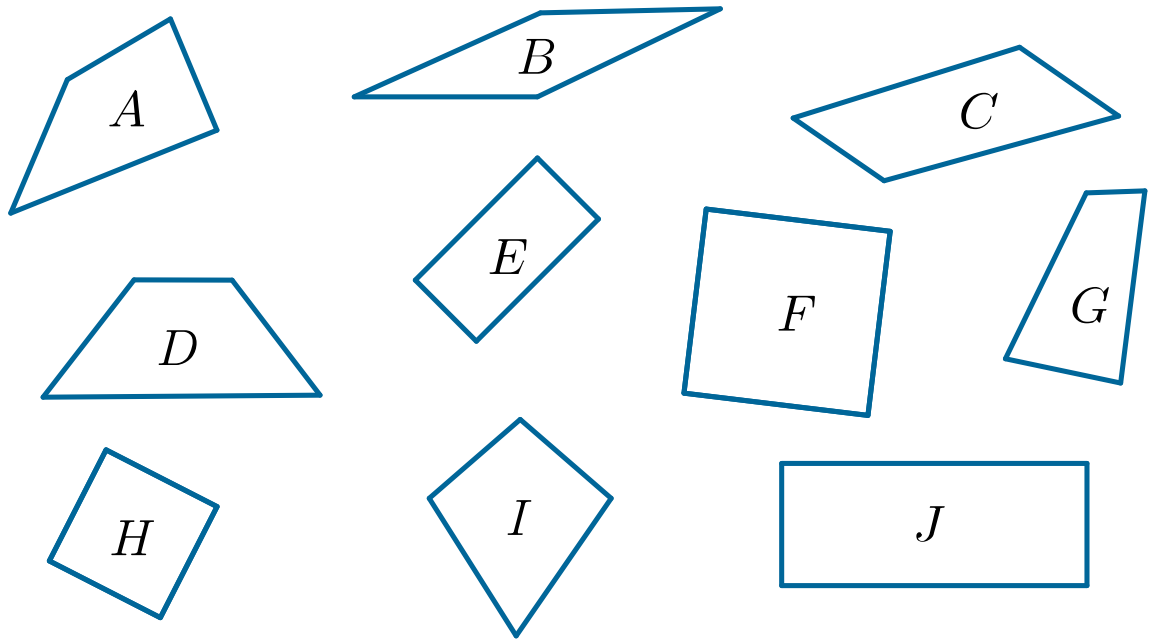
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Które z poniższych czworokątów są

1. prostokątami
2. kwadratami



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D5NLhbb0x

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 3

Wypisz pary odcinków równoległych i prostopadłych.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rysujemy prostokąty i kwadraty

Przykład 1

Narysujmy prostokąt za pomocą ekierki.

Otrzymaliśmy prostokąt.



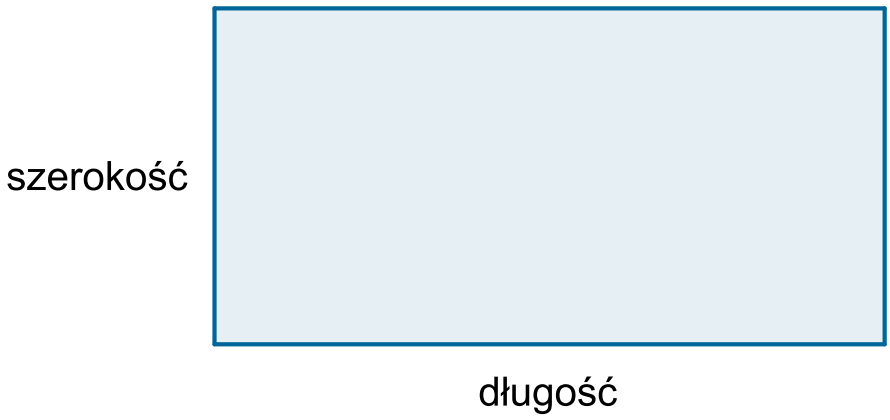
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

Wymiary prostokąta to długości jego boków wychodzących z jednego wierzchołka. Często nazywamy je długością i szerokością prostokąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Narysuj

1. prostokąt o bokach długości $3\ \text{cm}$ i $5\ \text{cm}$
2. prostokąt o bokach długości $1\ \text{dm}$ i $6\ \text{cm}$
3. prostokąt o wymiarach $7\ \text{cm}\ 2\ \text{mm}$ i $4\ \text{cm}\ 5\ \text{mm}$
4. kwadrat o boku długości $4\ \text{cm}\ 3\ \text{mm}$

Ćwiczenie 5

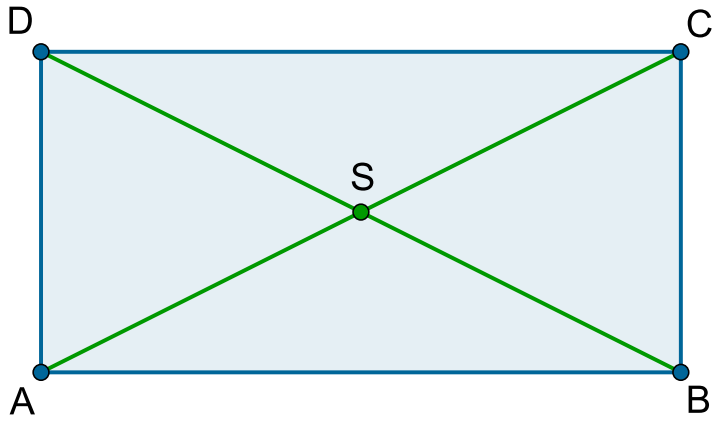
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Odcinki łączące przeciwległe wierzchołki czworokąta nazywamy przekątnymi.
- Odcinki AC i BD to przekątne prostokąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

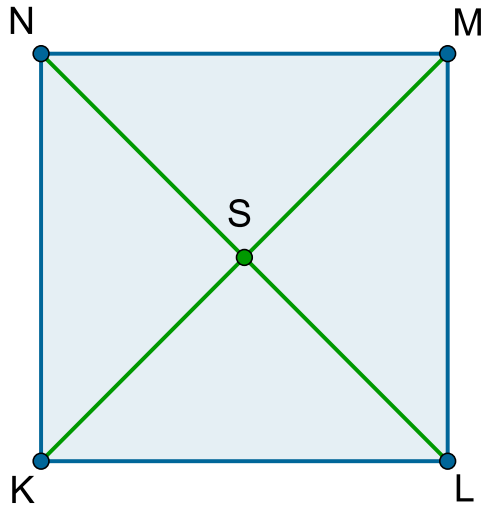
- Przekątne prostokąta są równej długości.

$$|\text{AC}| = |\text{BD}|$$

- Punkt, w którym przecinają się przekątne, dzieli każdą z nich na dwie równe części.

$$|AS| = |CS| = |BS| = |DS|$$

- Odcinki KM i LN to przekątne kwadratu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Przekątne kwadratu są są równe.

$$|KM| = |NL|$$

- Punkt, w którym przecinają się przekątne, dzieli każdą z nich na dwie równe części.

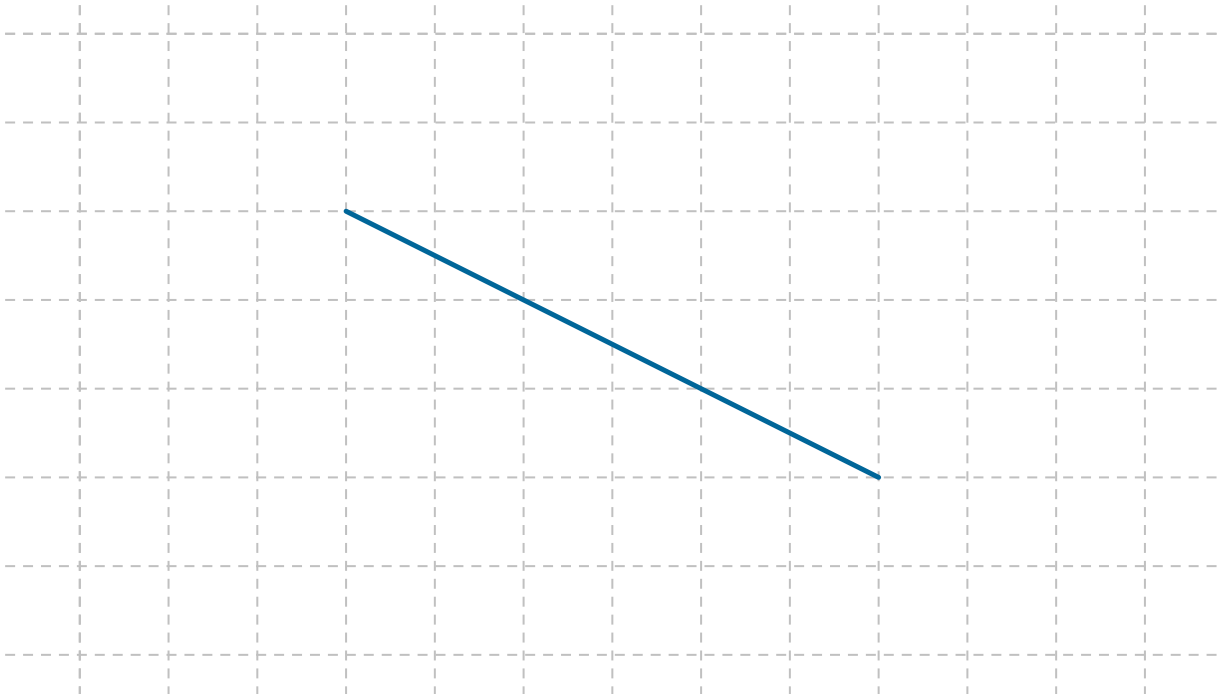
$$|LS| = |NS| = |MS| = |KS|$$

- Przekątne kwadratu są prostopadłe.

$$NL \perp KM$$

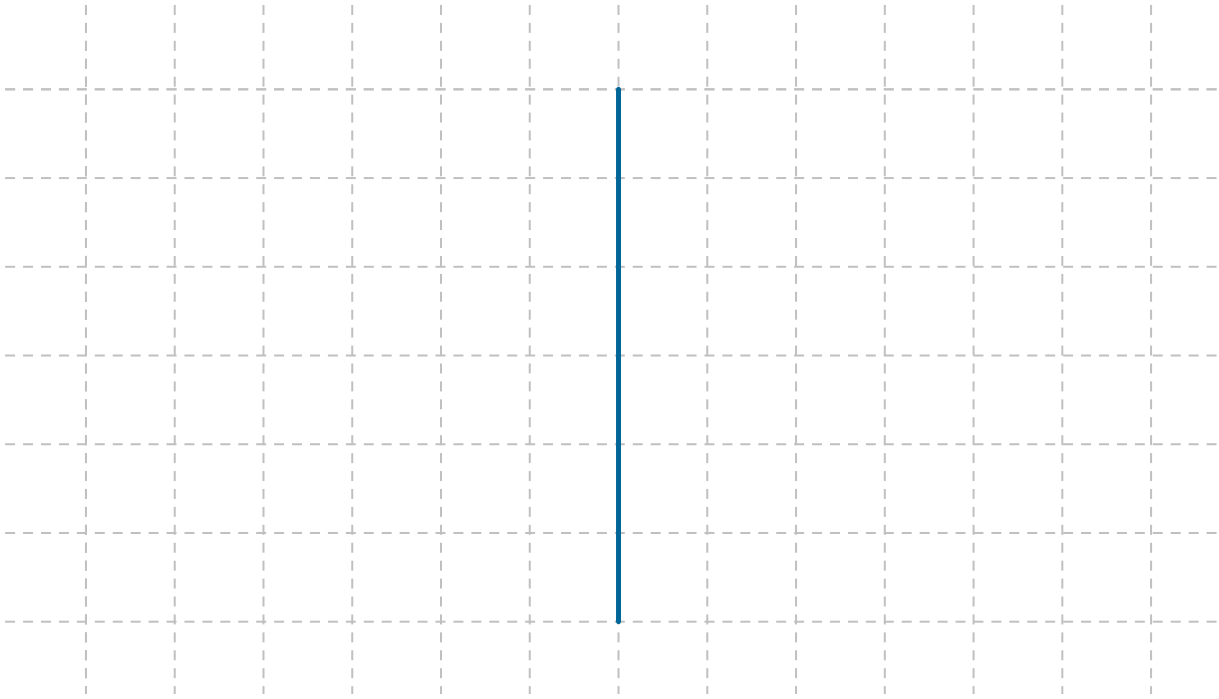
Ćwiczenie 7

1. Wskaż cztery kolejne wierzchołki prostokąta, którego przekątną jest dany odcinek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Wskaż cztery kolejne wierzchołki kwadratu, którego przekątną jest dany odcinek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

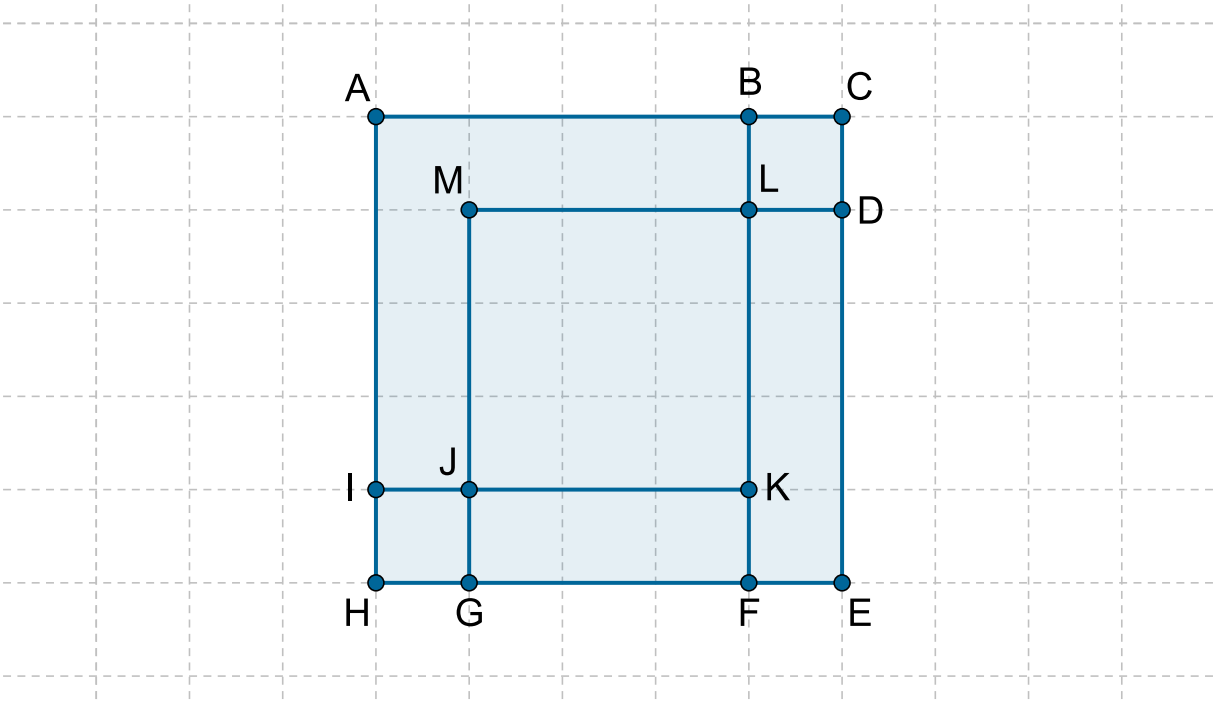
Ćwiczenie 9

Rozstrzygnij, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Każdy kwadrat jest prostokątem.
- [ ] Prostokąt ma wszystkie boki równoległe.
- [ ] Kąt między przekątnymi kwadratu jest prosty.
- [ ] Kąt między przekątnymi każdego prostokąta jest prosty.
- [ ] Prostokąt to czworokąt, którego każdy kąt ma 90°.
- [ ] Każdy prostokąt jest kwadratem.
- [ ] Kwadrat ma boki równej długości.

Ćwiczenie 10

Rysunek przedstawia kwadrat $ACEH$ podzielony na kwadraty i prostokąty.

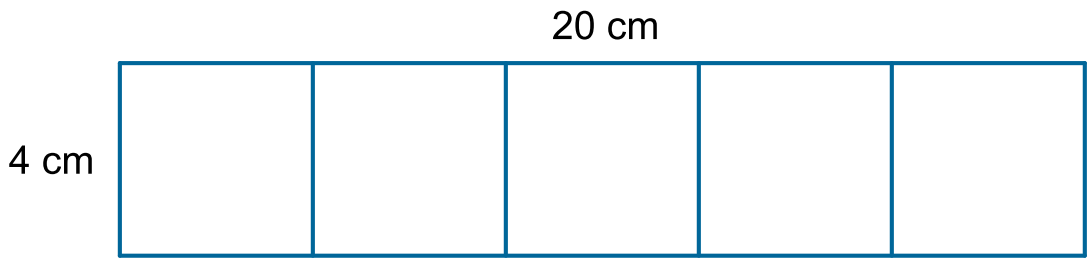


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. Ile prostokątów widzisz na rysunku?
2. Ile kwadratów widzisz na rysunku?
3. Wpisz nazwy sześciu dowolnych prostokątów znajdujących się na rysunku.
4. Wpisz nazwy pięciu dowolnych kwadratów znajdujących się na rysunku.

Ćwiczenie 11

Prostokąt o bokach długości $4\ \mathrm{cm}$ i $20\ \mathrm{cm}$ można podzielić na pięć jednakowych kwadratów o boku $4\ \mathrm{cm}$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jaką długość będzie miał bok każdego kwadratu, który otrzymamy, dzieląc w podobny sposób prostokąt o wymiarach $8\ \mathrm{cm}$ i $48\ \mathrm{cm}$? Ile kwadratów otrzymamy?

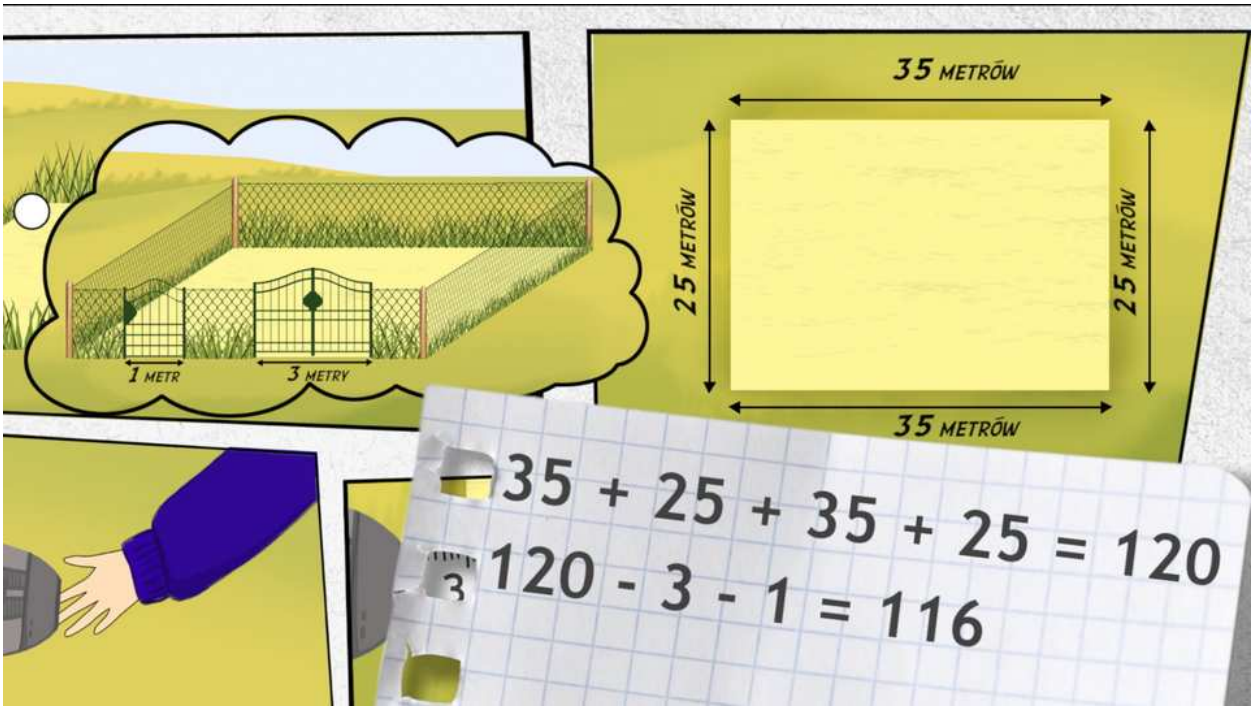
Ćwiczenie 12

Masz do dyspozycji 100 jednakowych prostokątów o wymiarach $2\ \mathrm{cm}$ i $3\ \mathrm{cm}$. Z ilu takich prostokątów można ułożyć kwadrat? Wykonaj odpowiednie rysunki.

Obwody prostokątów i kwadratów

Przykład 1

Pan Kowalski chce ogrodzić siatką działkę w kształcie prostokąta o wymiarach 25 m i 35 m. Ile metrów siatki powinien kupić, jeśli zamierza pozostawić miejsce na bramę wjazdową o szerokości 3 m i furtkę o szerokości 1 m?



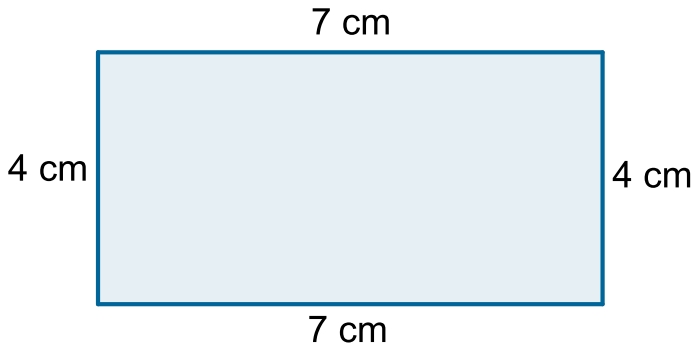
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Obwód prostokąta

Przykład 2



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

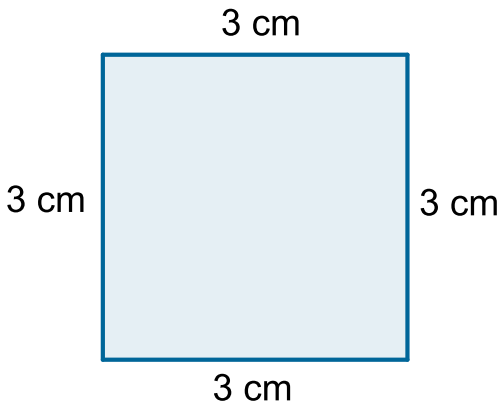
Obliczamy obwód prostokąta.

- sposób I

$$7\ \text{cm} + 4\ \text{cm} + 7\ \text{cm} + 4\ \text{cm} = 22\ \text{cm}$$

- sposób II

$$2 \bullet 7\ \text{cm} + 2 \bullet 4\ \text{cm} = 22\ \text{cm}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczamy obwód kwadratu.

- sposób I

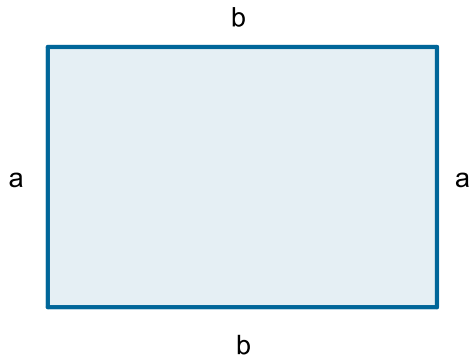
$$3\ \text{cm} + 3\ \text{cm} + 3\ \text{cm} + 3\ \text{cm} = 12\ \text{cm}$$

- sposób II

$$4 \bullet 3\ \text{cm} = 12\ \text{cm}$$

Definicja: Obwód prostokąta

Suma długości wszystkich boków prostokąta to jego obwód.



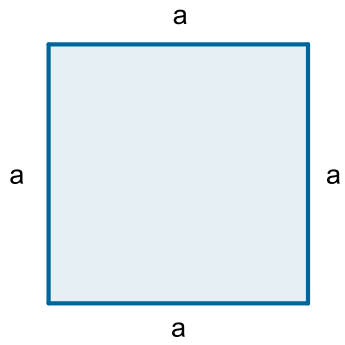
$$\mathbf{Ob = a + b + a + b}$$

$$\mathbf{Ob = 2 \cdot a + 2 \cdot b}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Obwód kwadratu

Suma długości wszystkich boków kwadratu to jego obwód.



$$\mathbf{Ob = a + a + a + a}$$

$$\mathbf{Ob = 4 \cdot a}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Narysuj w zeszycie prostokąt o bokach długości 3 cm i 4 cm.

Obwód tego prostokąta wynosi ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Narysuj w zeszycie kwadrat o boku długości 5 cm.

Obwód tego kwadratu wynosi ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Oblicz obwód prostokąta o bokach podanej długości.

1. 5 cm i 7 cm
2. 6 cm i 4 cm
3. 3 cm i 8 cm
4. 5 cm i 2 dm
5. 1 cm i 2 cm 4 mm
6. 13 cm 2 mm i 11 cm 1 mm

Ćwiczenie 4

Oblicz obwód kwadratu o boku podanej długości.

1. 5 cm
2. 16 cm
3. 24 cm
4. 15 cm 2 mm
5. 18 dm 3 cm
6. 27 m 21 cm

Ćwiczenie 5

Uzupełnij tabelę.

tabela

Długość boku kwadratu	Obwód kwadratu
$5\ \mathrm{cm}$	
	$32\ \mathrm{dm}$
$10\ \mathrm{m}$	
	$160\ \mathrm{cm}$
$25\ \mathrm{dm}$	
	$64\ \mathrm{m}$

Ćwiczenie 6

Oblicz obwód prostokąta, którego jeden bok ma 5 dm, a drugi jest od niego o 2 dm dłuższy.

Obwód wynosi ____ dm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Obwód prostokąta wynosi 40 cm, a jeden z jego boków ma długość 8 cm.

Długość drugiego boku tego prostokąta wynosi ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Jeden z boków prostokąta jest 3 razy dłuższy od drugiego. Oblicz wymiary tego prostokąta, jeżeli jego obwód wynosi 56 cm.

Szerokość to ____ cm.

Długość to ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Kwadrat i prostokąt mają taki sam obwód. Prostokąt ma wymiary 10 cm i 8 cm.

Długość boku kwadratu wynosi ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Jeden z boków prostokąta jest o 4 cm dłuższy od drugiego. Oblicz wymiary tego prostokąta, jeżeli jego obwód wynosi 48 cm.

Szerokość to ____ cm.

Długość to ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Zmierz w swoim domu wymiary kuchni, łazienki i jednego z pokojów. Oblicz, jaka byłaby łączna długość listew przypodłogowych użytych w tych pomieszczeniach.

Ćwiczenie 13

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 14

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 15

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 16

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 17

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 18

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 19

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 20

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DFgR1mpDP

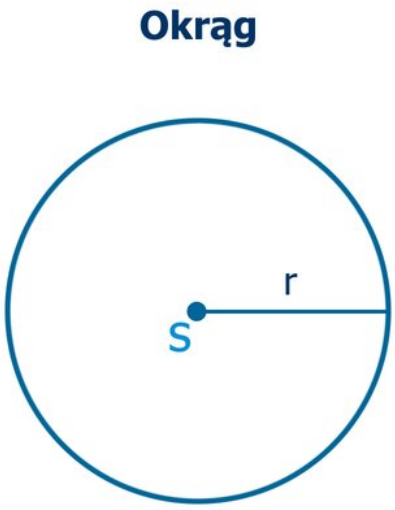
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Koła i okręgi

Okrąg

Definicja: Okrąg

Okręgiem nazywamy figurę złożoną ze wszystkich punktów płaszczyzny równo oddalonych od ustalonego punktu, zwanego środkiem okręgu.

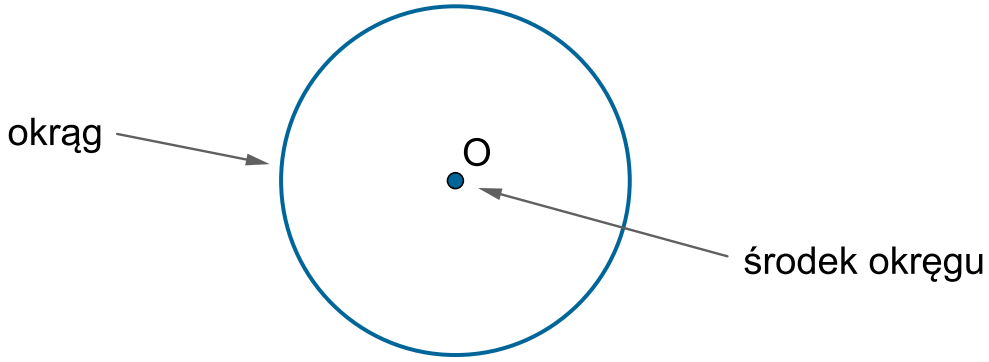


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Punkty okręgu są jednakowo oddalone od jego środka. Tę odległość oraz odcinek łączący punkt na okręgu ze środkiem okręgu nazywamy **promieniem okręgu**.

Przykład 1

Narysuj okrąg.





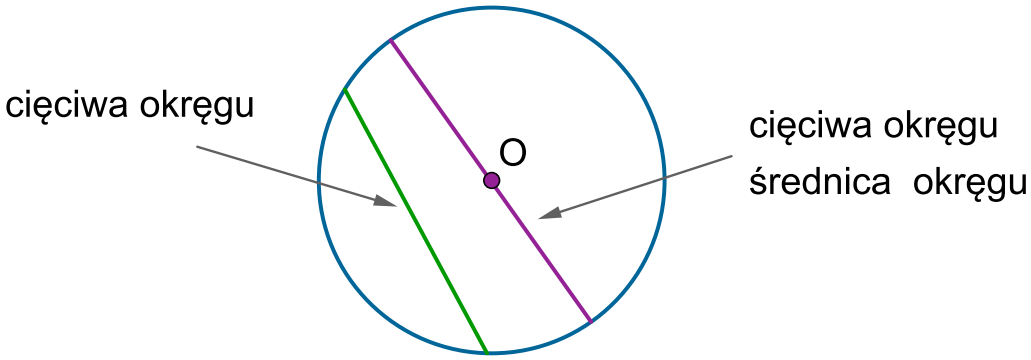
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

- Każdy odcinek, którego końce leżą na okręgu nazywamy **cięciwą okręgu**.
- Cięciwę, która przechodzi przez środek okręgu nazywamy **średnicą okręgu**.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DKZd9Hdak

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

.

Ćwiczenie 1

Narysuj okrąg oraz trzy cięciwy niebędące średnicami oraz jedną cięciwę będącą średnicą tego okręgu.

Ćwiczenie 2

Narysuj okrąg i odcinek łączący środek okręgu z dowolnym punktem na okręgu. Ile razy ten odcinek jest krótszy od średnicy okręgu?

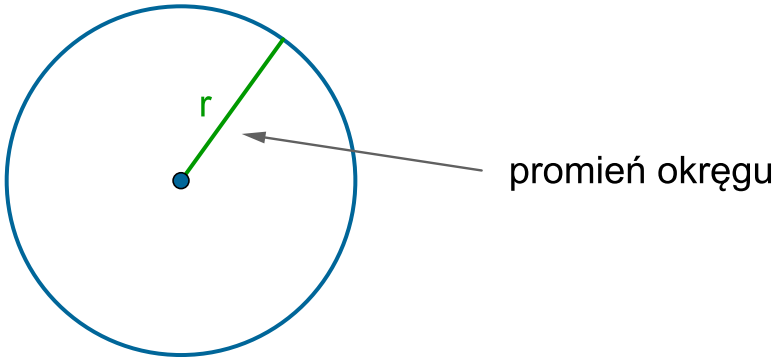
Odcinek łączący środek okręgu z punktem leżącym na okręgu jest [ ] krótszy od średnicy tego okręgu.

cztery razy | dwa razy | trzy razy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Promień okręgu

Odcinek łączący środek okręgu z punktem leżącym na okręgu, nazywamy promieniem okręgu.
Oznaczamy go najczęściej małą literą r.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Do każdego z pytań wybierz prawidłową odpowiedź.

a) Czy promień okręgu jest dwa razy dłuższy od średnicy okręgu?

b) Czy promień okręgu jest dwa razy krótszy od średnicy okręgu?

c) Czy średnica okręgu jest dwa razy krótsza od promienia okręgu?

d) Czy średnica okręgu jest dwa razy dłuższa od promienia okręgu?

e) Czy każda cięciwa okręgu jest krótsza od jego średnicy?

f) Czy wszystkie promienie okręgu są jednakowej długości?

g) Czy cięciwą nazywamy każdy odcinek, którego końce leżą na okręgu?

h) Czy średnicą nazywamy każdą cięciwę, która przechodzi przez środek okręgu?

i) Czy średnica okręgu jest większa od każdej cięciwy niebędącej średnicą?

Tak Nie Nie Nie Tak Nie Tak Nie Tak Nie Tak Tak Nie
Tak Tak Tak Nie Nie

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Narysuj okrąg o średnicy $8\ \mathrm{cm}$.

Ćwiczenie 5

Narysuj odcinek długości $3\ \mathrm{cm}$, a następnie okrąg o promieniu $3\ \mathrm{cm}$.

Ćwiczenie 6

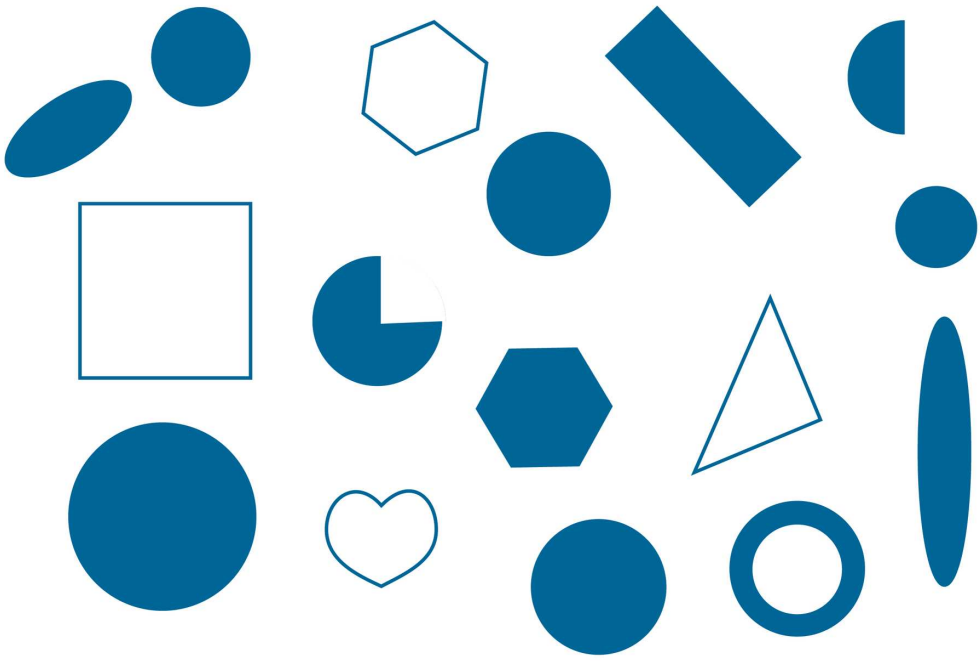
Narysuj odcinek AB długości $4\ \mathrm{cm}\ 5\ \mathrm{mm}$. Następnie narysuj okrąg

1. o środku w punkcie A i promieniu AB,
2. o środku w punkcie B i promieniu $2\ \mathrm{cm}$.

Koło

Ćwiczenie 7

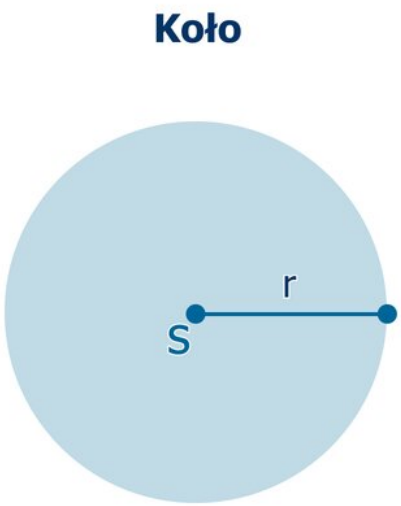
Ile kół jest na tym rysunku?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Koło

Kołem o środku w punkcie S i promieniu r nazywamy figurę zbudowaną ze wszystkich punktów płaszczyzny, których odległość od punktu S jest mniejsza bądź równa promieniowi.

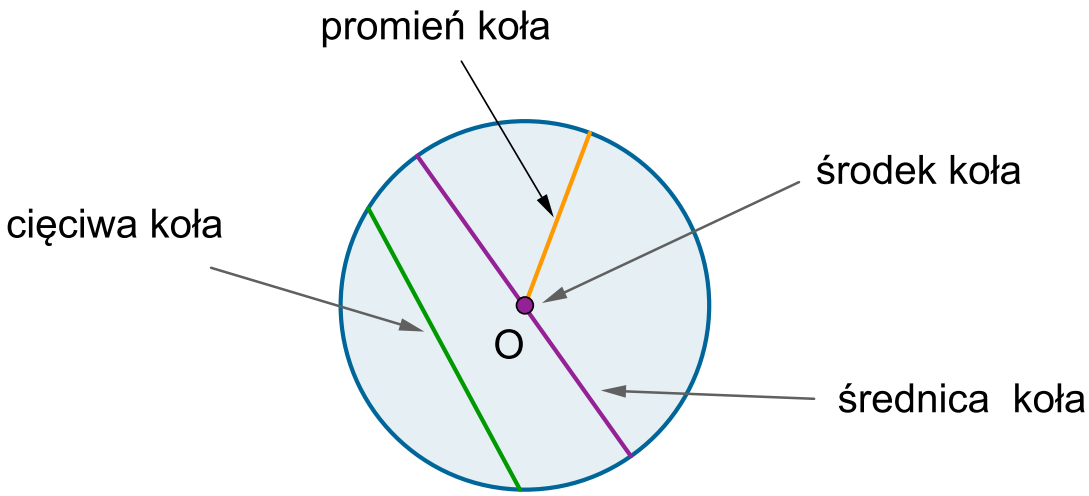


Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Narysuj koło o promieniu równym $4\ \mathrm{cm}$.

Ćwiczenie 9

Narysuj koło i okrąg o promieniu $3\ \mathrm{cm}$.

Przykład 3

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DKZd9Hdak

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 10

Wybierz.

a) Najdłuższą cięciwą koła jest [ ].

b) Brzeg koła jest [ ].

c) Odcinek łączący środek koła z punktem leżącym na brzegu koła to [ ].

d) Średnica koła jest dwa razy [ ] od promienia koła.

e) Dwie cięciwy przecięły się w środku koła. Każda z tych cięciw to [ ] koła.

promień | średnicą | środek | środek | średnica | środkiem | okręgiem | promień | średnica | promień | krótsza | średnica | środek | promieniem | dłuższa | cięciwa

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

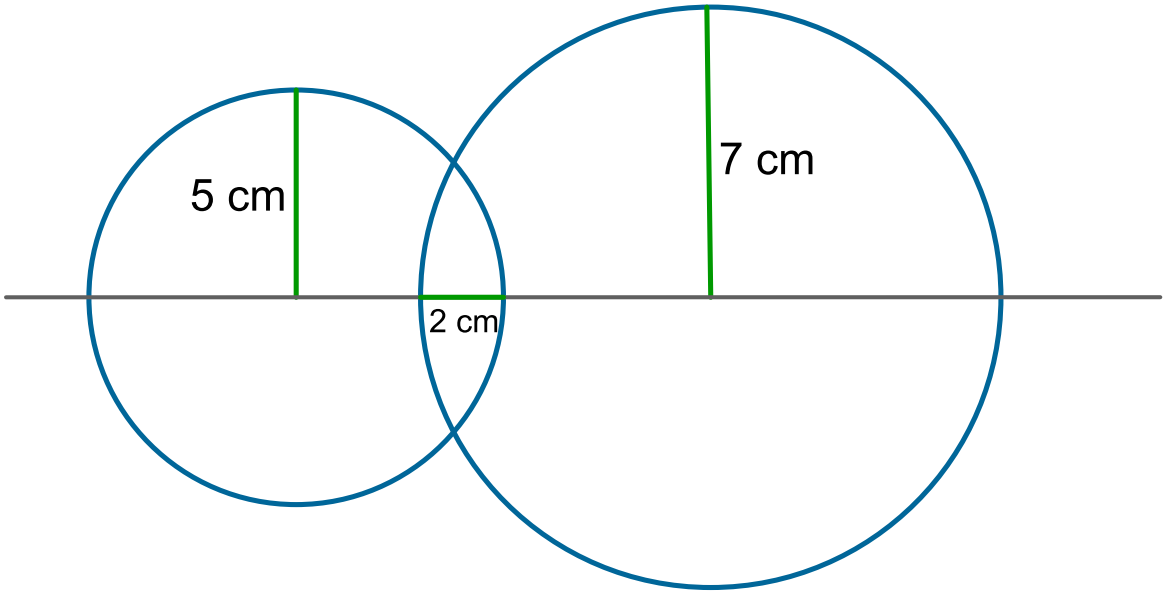
Ćwiczenie 11

Właścicielka pewnej kozy przywiązała ją do sznurka o długości $13\ \mathrm{m}$. Drugi koniec sznurka przymocowała do kołka wbitego w ziemię na pastwisku porośniętym zieloną trawą. Koza bardzo starannie zjadła trawę w zasięgu swoich możliwości. Jaką średnicę i jaki promień miał obszar pastwiska, pozbawiony przez kozę trawy?

Uzupełnij zdanie.

Koza wygryzła trawę w kole o średnicy ... m i o promieniu ... m.

Ćwiczenie 12

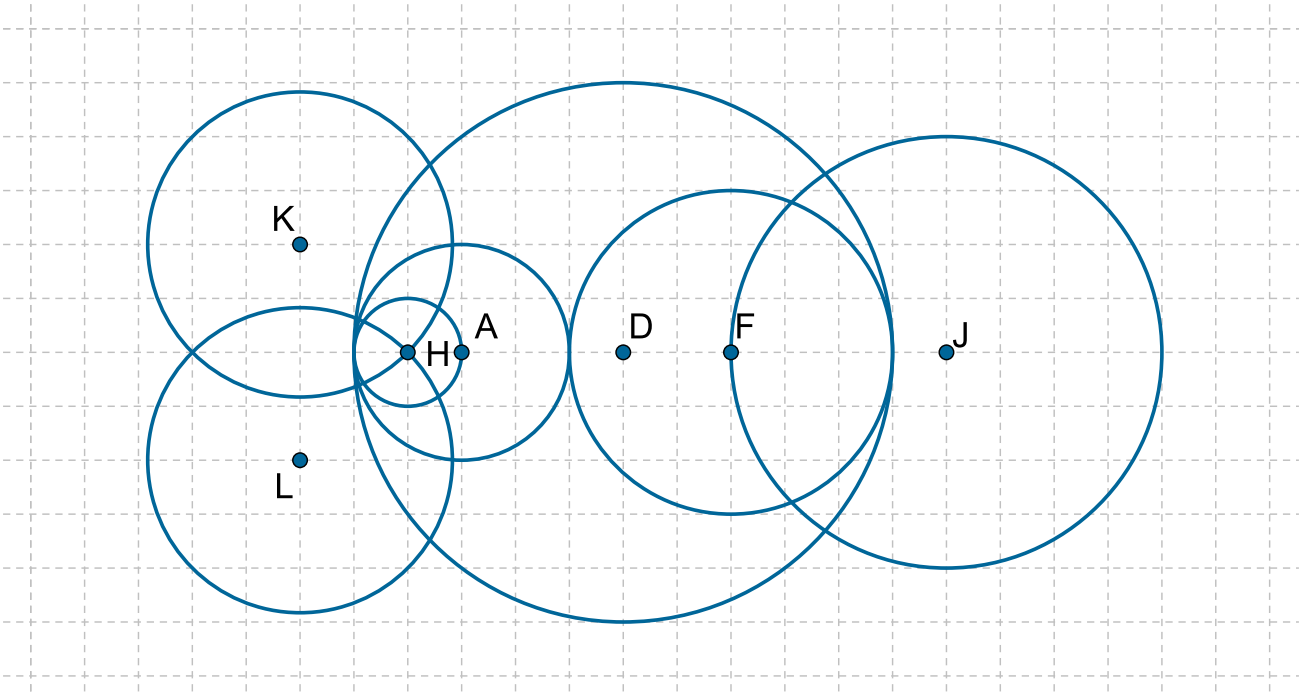


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Promień jednego z okręgów ma długość $5\ \mathrm{cm}$, drugiego zaś $7\ \mathrm{cm}$. Jaka jest odległość między środkami tych okręgów?

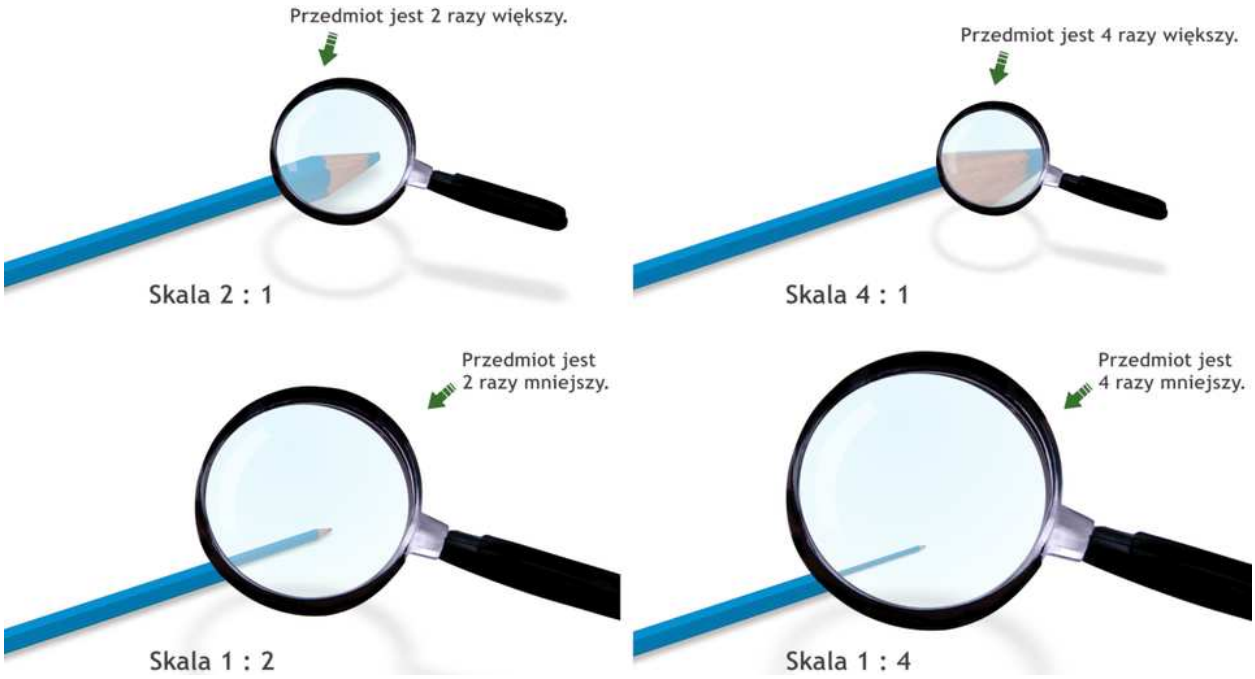
Ćwiczenie 13

Przerysuj poniższy rysunek do zeszytu. Jednej kratce z rysunku ma odpowiadać jedna kratka w zeszycie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

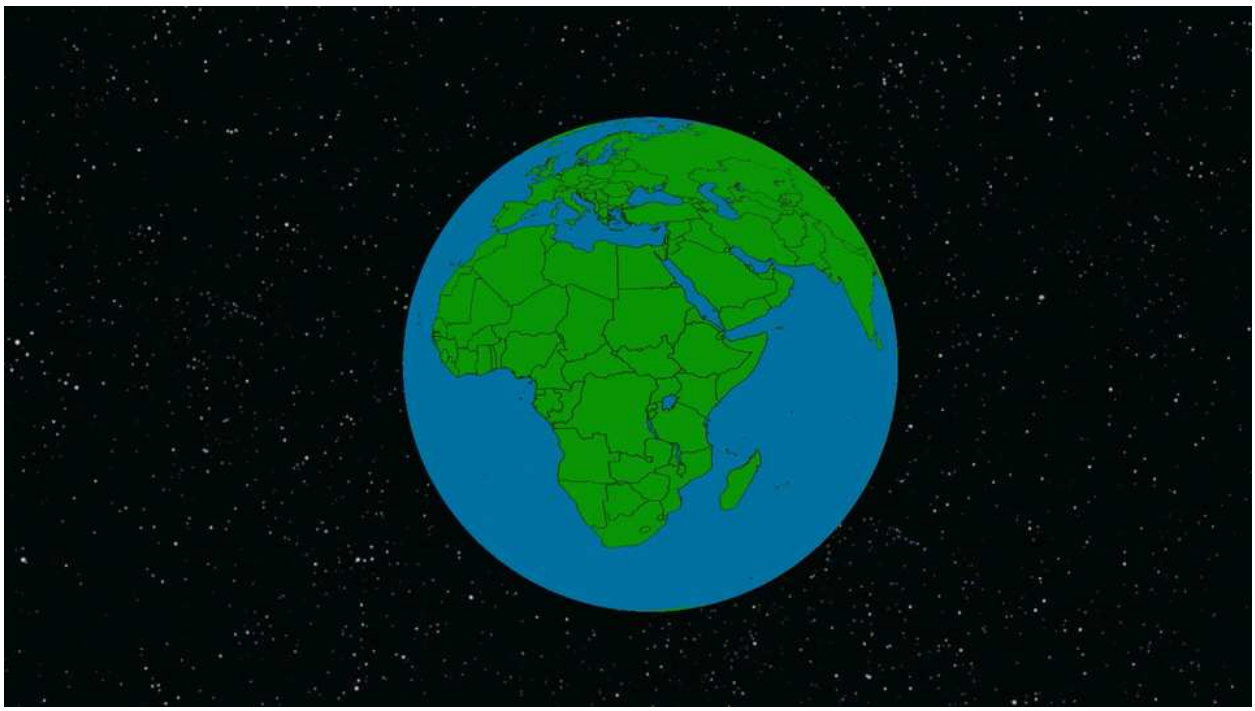
Co to jest skala? Obliczanie długości odcinków w skali.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Oto fragment planu Augustowa.



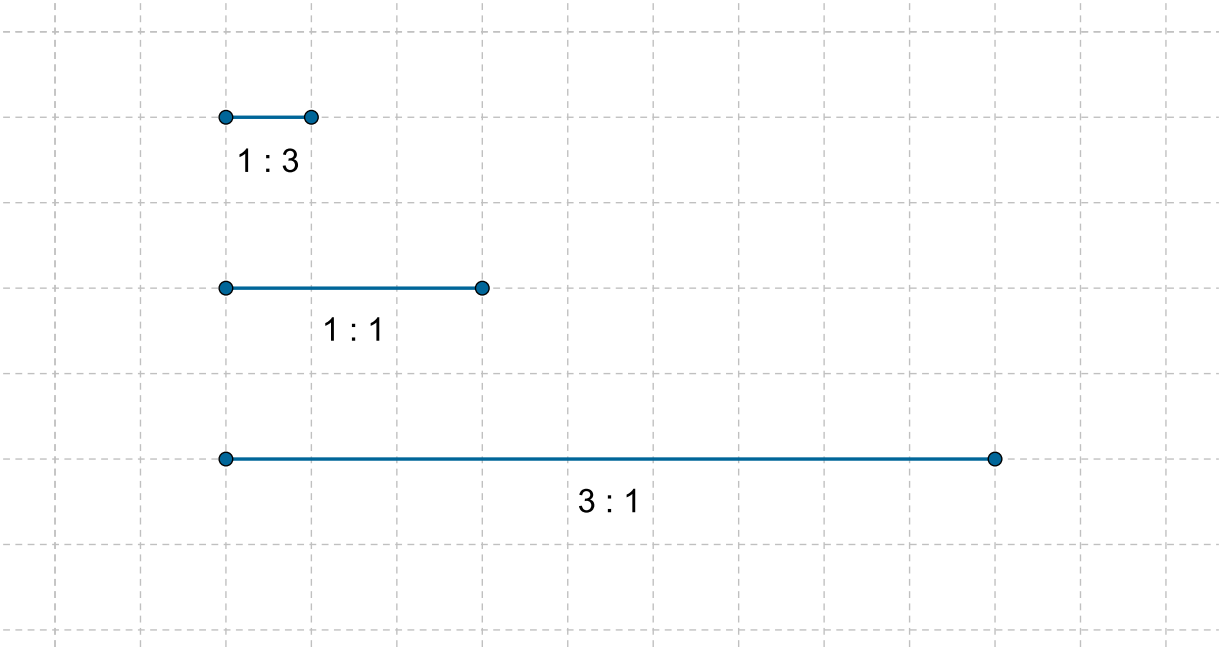
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Na planie odległość od skrzyżowania Alei Kardynała Stefana Wyszyńskiego z ulicą Partyzantów do skrzyżowania z ulicą Turystyczną ma długość $12\ \text{cm}$. W rzeczywistości ta odległość jest $10\ 000$ razy dłuższa.
Jaka jest długość zaznaczonego na planie odcinka w rzeczywistości? Podaj tę długość w centymetrach i metrach.

Ważne!

- Jeżeli wszystkie wymiary figury powiększone zostały na przykład 3 razy, to mówimy, że figura przedstawiona jest w skali $3:1$ (czytamy: trzy do jednego).
- Jeżeli wszystkie wymiary figury zmniejszone zostały 3 razy, to mówimy, że figura przedstawiona jest w skali $1:3$ (czytamy: jeden do trzech).

- Figura w rzeczywistych wymiarach jest przedstawiana w skali 1 : 1 (czytamy jeden do jednego).

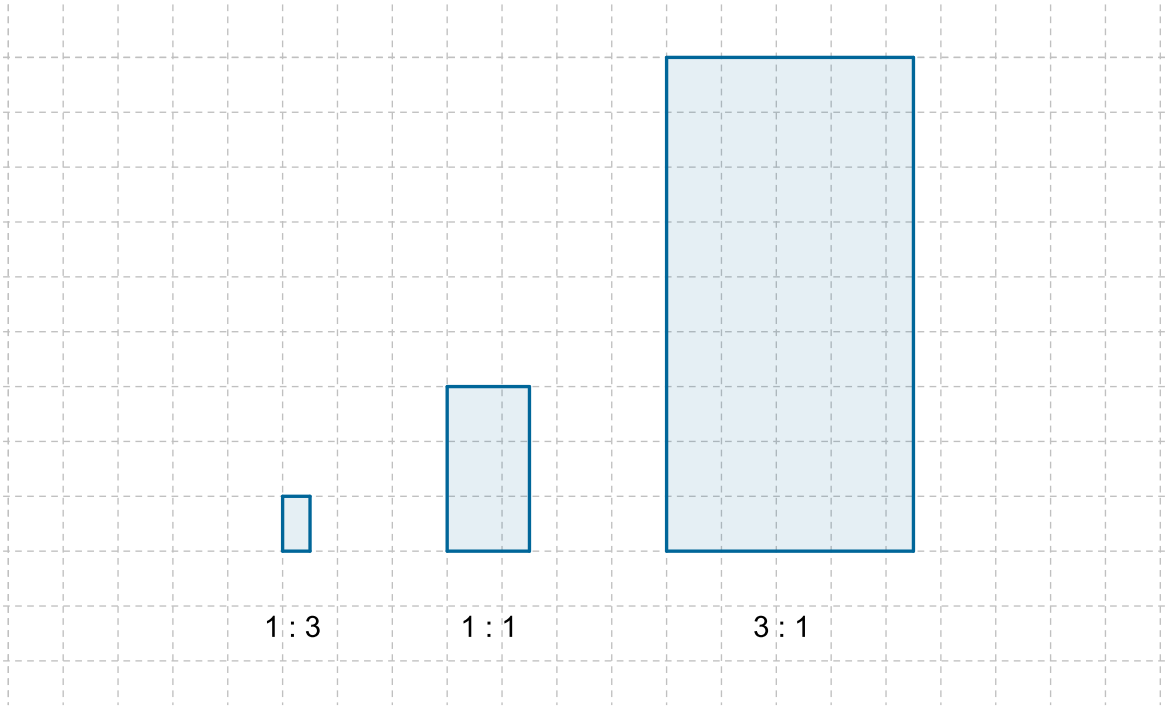


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Przyjmijmy, że długość boku kratki wynosi 1. Na podstawie rysunku podaj długość najdłuższego boku prostokąta w skali

1. $1 : 1$
2. $1 : 3$
3. $3 : 1$

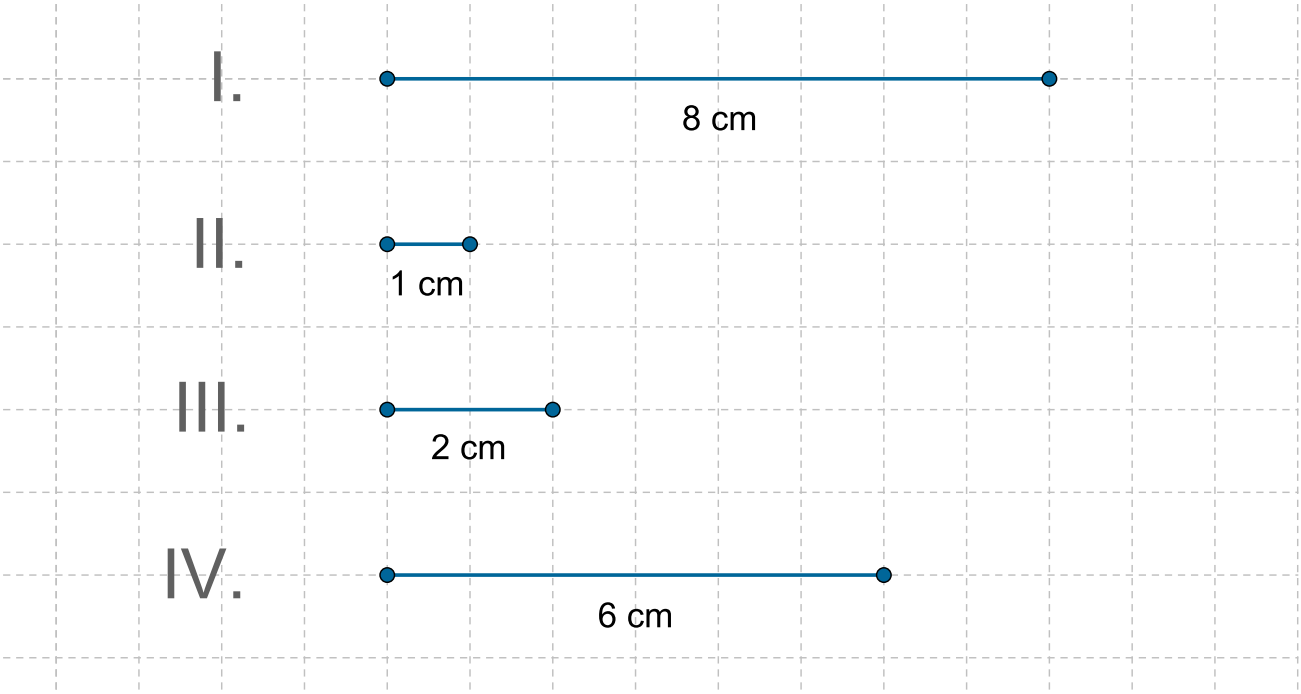


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Długości odcinków w skali

Przykład 1

Rysunek przedstawia cztery ponumerowane odcinki o podanych długościach.



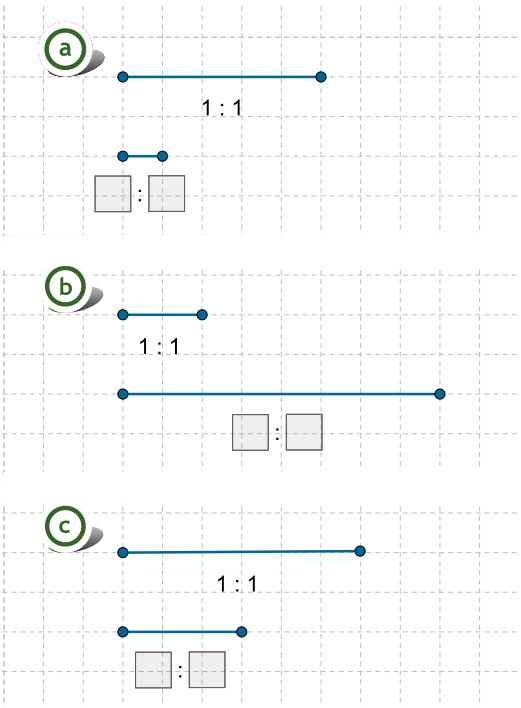
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odcinek o numerze III. narysowany jest w skali $1:1$.
Obliczmy, w jakiej skali narysowane są pozostałe odcinki.

- Odcinek $I.$ jest 4 razy dłuższy od odcinka III., bo $8\ \text{cm} : 2\ \text{cm} = 4$. Zatem odcinek $I.$ jest narysowany w skali $4 : 1$.
- Odcinek II. jest 2 razy krótszy od odcinka III., bo $2\ \text{cm} : 1\ \text{cm} = 2$. Zatem odcinek II. jest narysowany w skali $1 : 2$.
- Odcinek IV. jest 3 razy dłuższy od odcinka III., bo $6\text{cm} : 2\ \text{cm} = 3$. Zatem odcinek IV. jest narysowany w skali $3 : 1$.

Ćwiczenie 3

Określ skalę.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Obliczanie długości odcinków z wykorzystaniem skali

Ćwiczenie 4

Na zdjęciu wykonanym w skali $1:100$ drzewo ma wysokość $6\ \mathrm{cm}$. Oblicz wysokość tego drzewa w rzeczywistości. Podaj wynik w metrach.

Ćwiczenie 5

Na planie osiedla, wykonanym w skali $1:3000$, odcinek łączący dom Joasi z budynkiem szkoły ma długość $18\ \mathrm{cm}$. Oblicz rzeczywistą odległość w linii prostej między domem Joasi a szkołą. Wynik podaj w metrach.

Ćwiczenie 6

Kwietnik w kształcie koła ma średnicę długości $2\ \mathrm{m}$. Oblicz długość średnicy tego kwietnika przedstawionego na planie w skali $1:10$.

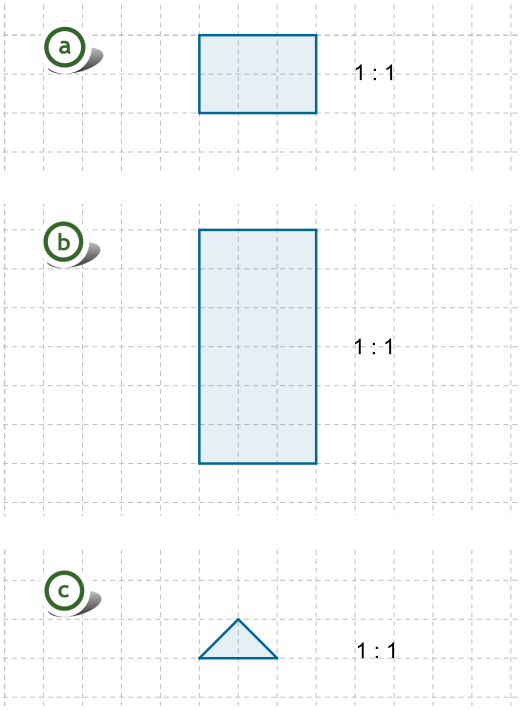
Ćwiczenie 7

Pokój Emilki ma kształt prostokąta o bokach długości $3\ \mathrm{m}$ i $4\ \mathrm{m}$. Emilka narysowała plan swojego pokoju w skali $1:25$. Oblicz, jakie długości boków powinien mieć pokój Emilki na planie.

Ćwiczenie 8

Każdy z podanych wielokątów narysuj w skali

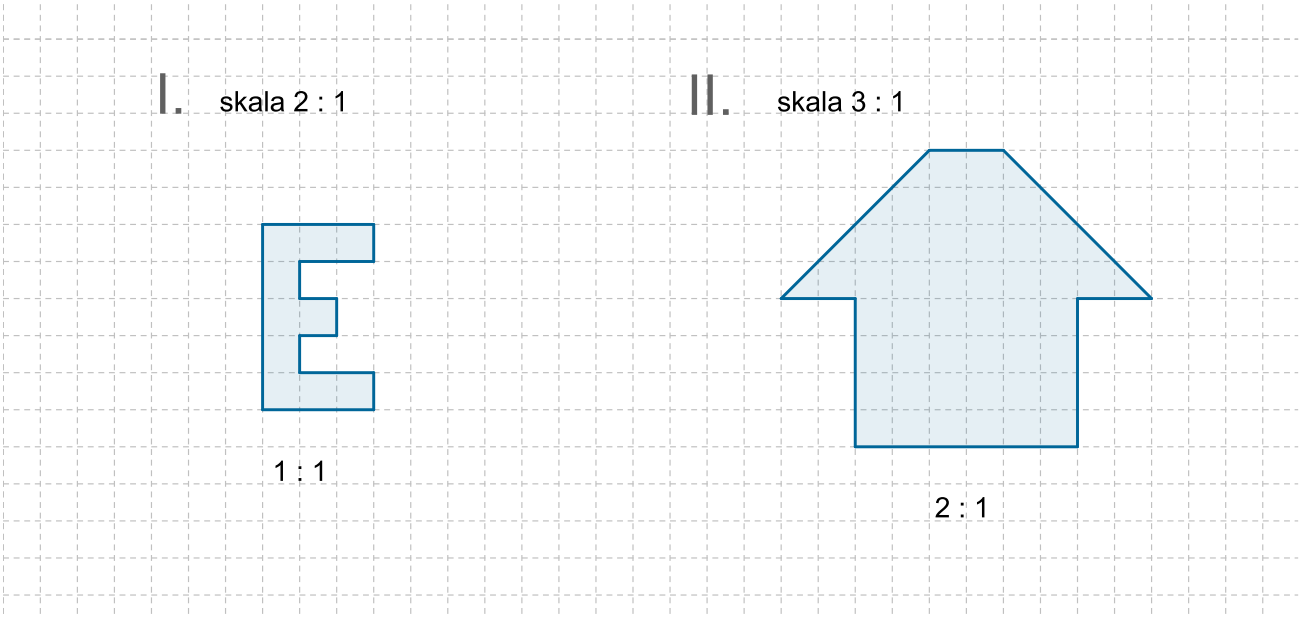
1. $2:1$
2. $1:2$
3. $4:1$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

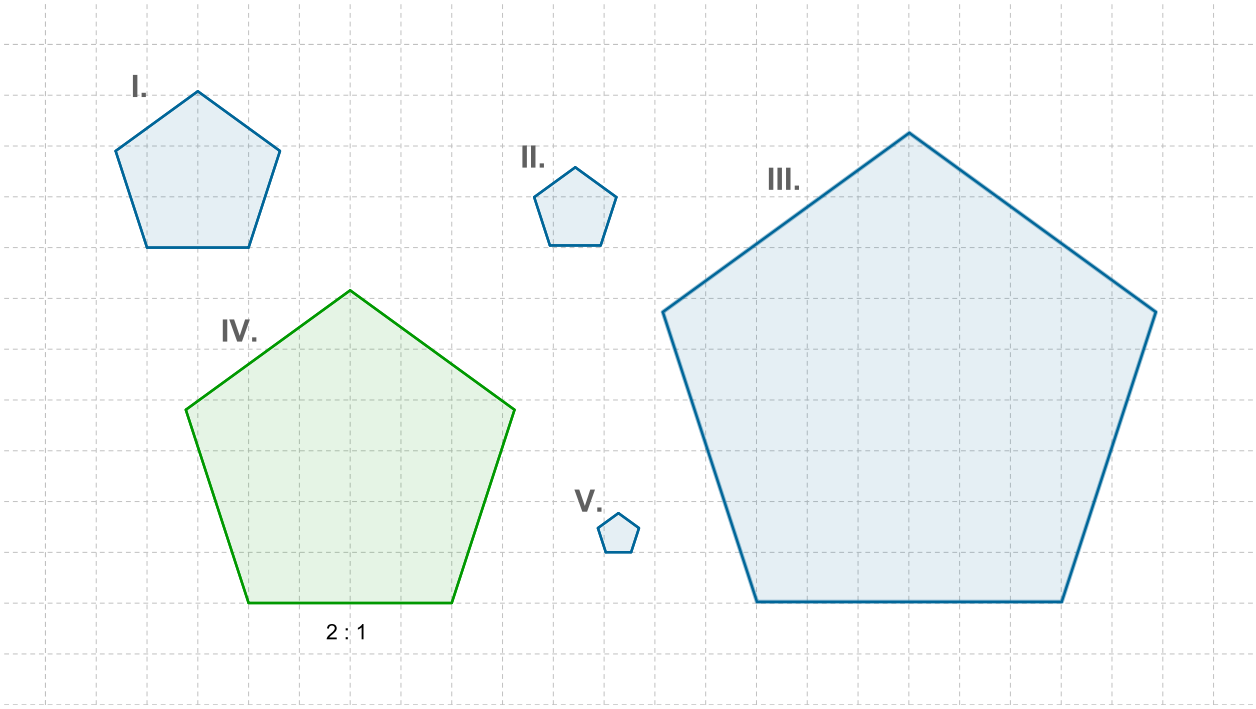
Figura narysowana jest w pewnej skali, która jest zamieszczona pod rysunkiem. Narysuj tę samą figurę w innej, podanej skali.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Rysunki przedstawiają ten sam pięciokąt w różnych skalach. Wszystkie boki pięciokąta są równej długości.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wykonaj potrzebne obliczenia i odpowiedz na pytania.

1. W jakiej skali narysowane są pięciokąty o numerach: I, II, III i V?
2. Jaka jest długość boku każdego pięciokąta, jeżeli długość boku jednej kratki wynosi $2\ \mathrm{cm}$.
3. Jaką długość będzie miał bok pięciokąta narysowanego w skali $15 : 1$?
4. Jaką długość będzie miał bok pięciokąta narysowanego w skali $1 : 10$?

Ćwiczenie 11

Odległość między Krakowem i Warszawą na mapie kolejowej wykonanej w skali $1 : 600\,000$ wynosi $50\ \mathrm{cm}$. Oblicz, jaka będzie odległość między tymi miastami na mapie kolejowej wykonanej w skali $1 : 1\,500\,000$.

Ćwiczenie 12

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 13

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 14

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 15

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 16

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 17

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 18

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 19

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 20

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 21

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 22

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 23

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 24

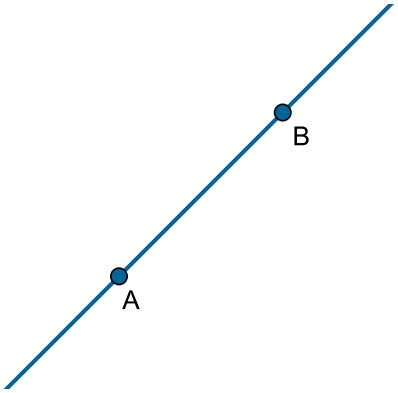
Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/D6vX2s0mH

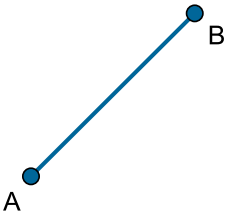
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

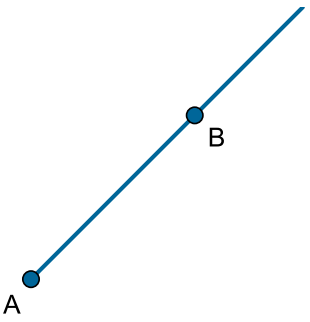
Trening mistrza - ćwiczenia przed sprawdzianem

Ćwiczenie 1

Na którym rysunku przedstawiono prostą AB?

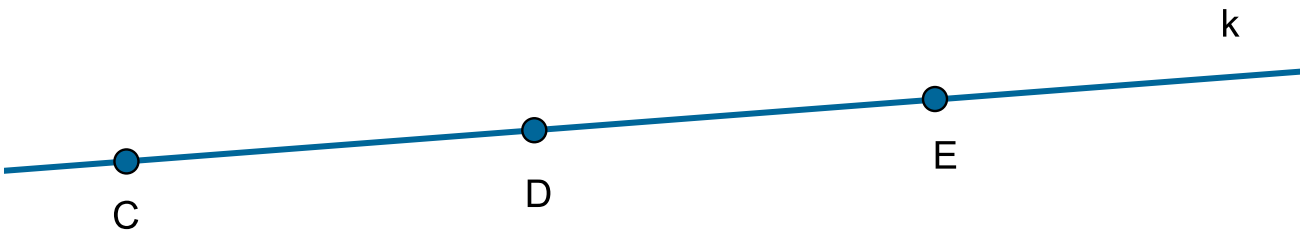






Ćwiczenie 2

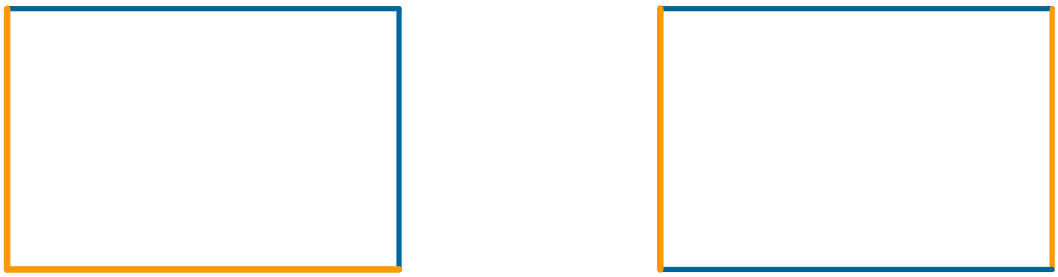
Na prostej k zaznaczono punkty $C,\ \mathrm{D},\ \mathrm{E}$. Ile odcinków powstało?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Na którym rysunku zaznaczono tym samym kolorem prostopadłe boki prostokąta?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

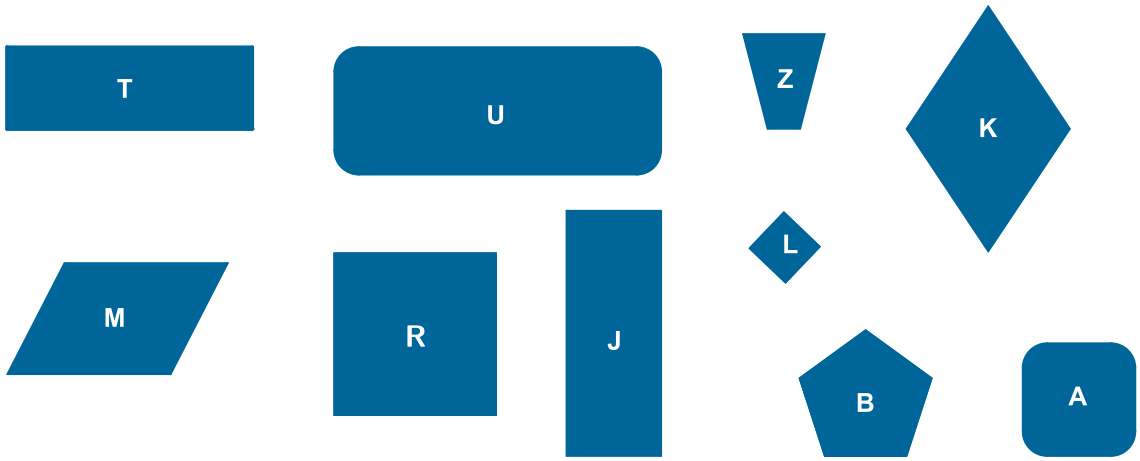
Wykorzystaj rysunek i podaj

1. nazwę ulicy równoległej do ulicy Kilińskiego
2. nazwy wszystkich ulic równoległych do ulicy Północnej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wypisz litery znajdujące się na rysunkach tych figur, które są

1. kwadratami
2. prostokątami

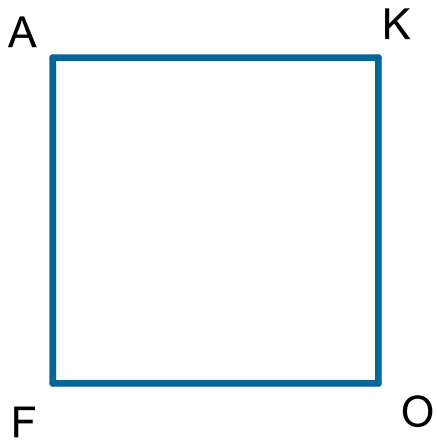
Ćwiczenie 6

1. Narysuj wszystkie przekątne prostokąta $RAMI$. Ile przekątnych ma prostokąt?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

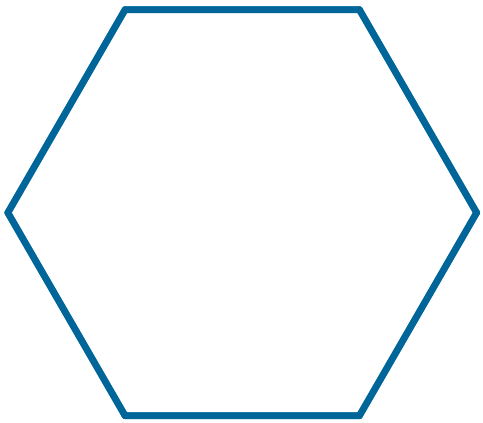
2. Narysuj wszystkie przekątne kwadratu $FOKA$. Pod jakim kątem przecinają się te przekątne?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

1. Ile wierzchołków ma przedstawiony na rysunku wielokąt?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Ile kątów ma wielokąt $ABCDEFGH$?

Ćwiczenie 8

Uzupełnij.

a) Łamana, której odcinki mają następujące długości: 3 cm, 5 cm, 7 cm, ma łączną długość ☐ cm.

b) Łamana, której odcinki mają następujące długości: 6 cm 2 mm, 5 cm 7 mm, 8 cm 7 mm, ma łączną długość ☐ cm ☐ mm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

a) Kąt półpełny ma [ ].

b) Wskazówka minutowa zegara pomiędzy 11:00 a 11:26 zakreśla kąt [ ].

pełny | 180° | 270° | 360° | wklęsły | prosty | ostry | rozwarty | półpełny | 90°

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Uzupełnij.

a) Średnica koła ma długość 2 cm, więc promień tego koła ma [ ] cm.

b) Promień okręgu ma długość 4 cm 6 mm, więc jego średnica ma długość [ ] cm [ ] mm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Uzupełnij.

a) Obwód kwadratu o boku długości 3 cm wynosi [ ] cm.

b) Długość boku kwadratu o obwodzie równym 60 cm wynosi [ ] cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Uzupełnij.

a) Obwód prostokąta o bokach długości 3 cm i 6 cm wynosi ____ cm.

b) Obwód prostokąta, którego jeden bok ma długość 12 cm, a drugi bok jest od niego trzy razy krótszy wynosi ____ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Ołówek ma długość 12 cm.

a) Ołówek narysowany w skali 2 : 1 ma długość ____ cm.

b) Na rysunku ołówek ma długość 2 cm. Rysunek ten wykonano w skali ____.

22 | 25 | 1:6 | 24 | 26 | 1:3 | 1:8 | 1:5 | 20 | 18 | 1:4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Prostokątna działka na planie w skali 1 : 100 ma wymiary 11 cm 5 mm i 8 cm.

a) Rzeczywista szerokość tej działki wynosi ____ m.

b) Rzeczywiste wymiary działki wynoszą ____ m ____ cm i ____ m.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Prostokąt o wymiarach $4\ \text{cm}$ i $2\ \text{cm}$ narysuj w skali $1\ :\ 2$ i $3\ :\ 1$. Oblicz.

1. Jaki jest obwód każdego z narysowanych prostokątów?
2. Ile wynosi różnica między obwodem prostokąta narysowanego w skali $3\ :\ 1$ i obwodem prostokąta narysowanego w skali $1\ :\ 2$?

Ćwiczenie 16

Odległość między dwiema miejscowościami na mapie w skali $1 : 1\,000\,000$ jest równa $5\ \mathrm{cm}$. Oblicz, jaka jest rzeczywista odległość między tymi miejscowościami. Wynik podaj w kilometrach.

Ćwiczenie 17

Łamana otwarta FGHJ ma trzy boki. Długość odcinka FG wynosi $6\ \mathrm{cm}$, długość odcinka GH jest dwa razy krótsza od długości odcinka FG, zaś długość łamanej wynosi $20\ \mathrm{cm}$. Oblicz długość odcinka HJ.

Ćwiczenie 18

Narysuj dwa okręgi o środku w punkcie P i promieniach odpowiednio $2\ \mathrm{cm}$ i $6\ \mathrm{cm}$. Oblicz, ile razy średnica większego okręgu jest dłuższa od promienia mniejszego okręgu.

Ułamek jako część całości

Ułamki zwykłe

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

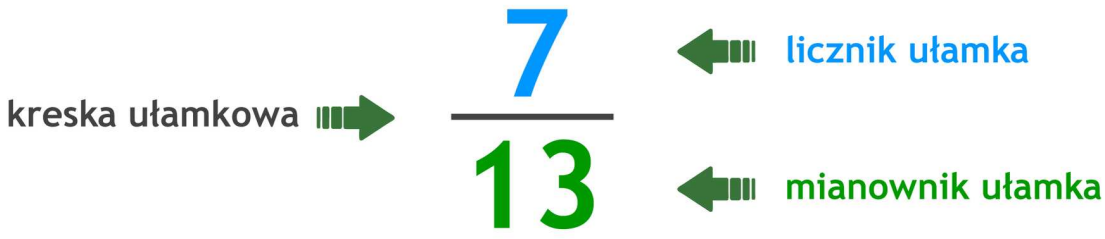
Nie zawsze kupujemy cały chleb czy kilogram jabłek. Czasem potrzebujemy tylko pół bochenka, czy trzy czwarte kilograma jabłek. Aby wyrazić te wielkości, wykorzystujemy ułamki.

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

> **Ważne!**
>
> - Zapis $\frac{6}{7}$ czytamy: sześć siódmych.
> - Zapis $\frac{1}{7}$ czytamy: jedna siódma.
> - Liczba 7, w powyższych zapisach, oznacza, że podzielono całość na siedem jednakowych części. Liczba umieszczona nad siódemką oznacza, ile z tych części wzięto.
> - Liczby takie jak $\frac{6}{7}$ i $\frac{1}{7}$ będziemy nazywać ułamkami zwykłymi.
> - Kreseczka, która oddziela liczby w ułamku to kreska ułamkowa. Liczba zapisana nad kreską to licznik ułamka, liczba zapisana pod kreską to mianownik ułamka.

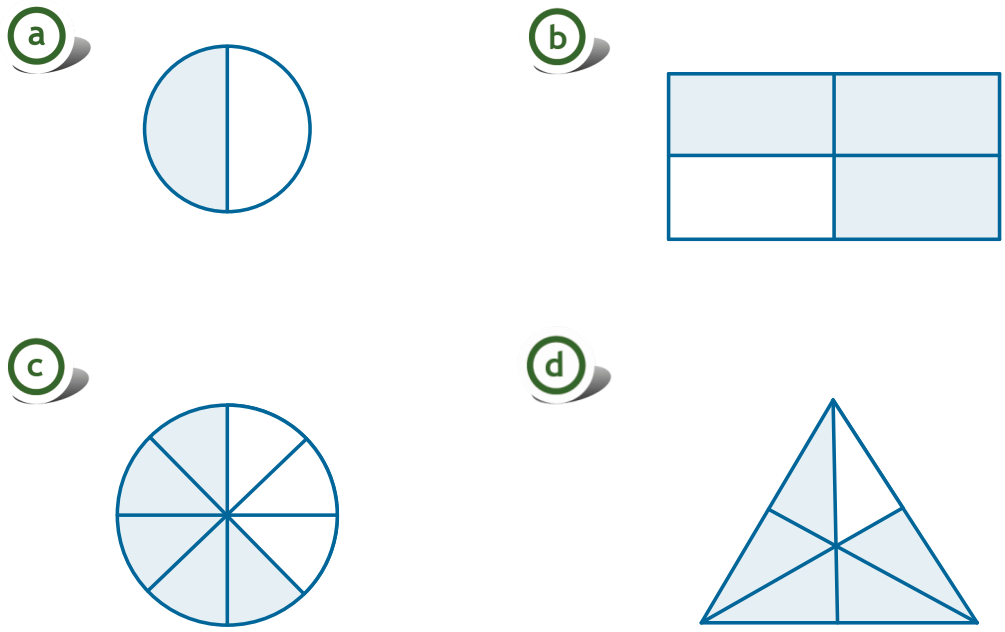


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 2

Jaka część figury jest zamalowana?

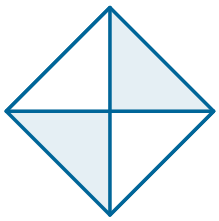


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

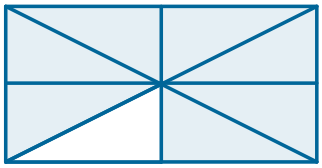
Ćwiczenie 3

Jaka część figury jest zamalowana?

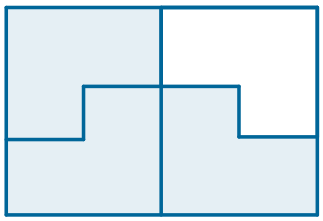
a)



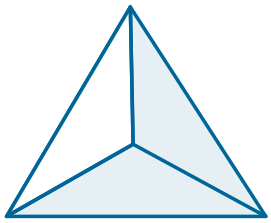
b)



c)



d)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 4

Ada, Ida i Ula dostały 50 zł. Podzieliły się tą kwotą w następujący sposób: Adzie przypadło 12 zł, Idzie 24zł. Resztę wzięła Ula. Jaka część otrzymanej kwoty przypadła każdej z dziewcząt? Przeciągnij odpowiednie ułamki i upuść.

Adzie przypadło [ ] otrzymanej kwoty.

Idzie przypadło [ ] otrzymanej kwoty.

Uli przypadło [ ] otrzymanej kwoty.

$\frac{24}{50}$ $\frac{12}{25}$ $\frac{6}{25}$ $\frac{5}{25}$ $\frac{11}{25}$ $\frac{12}{50}$ $\frac{19}{25}$ $\frac{18}{50}$ $\frac{7}{25}$ $\frac{14}{50}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Krysia i Rafał dostali dziewiętnaście jabłek. Odłożyli jedno jabłko, a pozostałymi podzielili się po równo. Odłożone jabłko przypadło Rafałowi. Jaką część wszystkich jabłek wzięła Krysia, a jaką część wziął Rafał? Przeciągnij odpowiednie ułamki i upuść.

Rafał wziął [ ] jabłek, a Krysia [ ].

$\frac{10}{23}$ $\frac{10}{21}$ $\frac{9}{19}$ $\frac{10}{19}$ $\frac{9}{20}$ $\frac{9}{22}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Przeciągnij i upuść.

a) Jedna godzina to [ ] doby.
b) Jedna minuta to [ ] godziny.
c) Jedna sekunda to [ ] minuty.
d) Jeden dzień to [ ] tygodnia.
e) Jedna sekunda to [ ] godziny.

$\frac{1}{22}$ $\frac{1}{3600}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{24}$ $\frac{1}{23}$ $\frac{1}{60}$ $\frac{1}{7}$

Ćwiczenie 7

Przeciągnij i upuść.

a) Jeden centymetr to [ ] metra.
b) Jeden centymetr to [ ] decymetra.
c) Jeden metr to [ ] kilometra.
d) Jeden centymetr to [ ] kilometra.
e) Jeden milimetr to [ ] decymetra.
e) Jeden milimetr to [ ] kilometra.

$\frac{1}{1\,000\,000}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{100\,000}$ $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ $\frac{1}{1\,000}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{100}$

Ćwiczenie 8

Przeciągnij i upuść.

a) Jeden gram to ____ dekagrama.

b) Jeden gram to ____ kilograma.

c) Jeden dekagram to ____ kilograma.

d) Jeden kilogram to ____ tony.

e) Jeden dekagram to ____ tony.

f) Jeden gram to ____ tony.

$\frac{1}{1\,000}$ $\frac{1}{100}$ $\frac{1}{100\,000}$ $\frac{1}{1\,000\,000}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ $\frac{1}{1\,000}$

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

a) Jedna minuta to ____ doby.

b) Jedna sekunda to ____ godziny.

c) Jedna sekunda to ____ doby.

d) Jeden dzień to ____ roku lub ____ roku gdy rok jest przestępny.

e) Jeden miesiąc to ____ roku.

$\frac{1}{365}$ $\frac{1}{86\,400}$ $\frac{1}{1\,440}$ $\frac{1}{1\,000\,000\,000}$ $\frac{1}{3\,600}$ $\frac{1}{1\,000\,000}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{366}$ $\frac{1}{100\,000}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Liczby mieszane

Ćwiczenie 10

Na talerzu leżały cztery melony. Z jednego z nich odkrojono połowę. Ile melonów zostało?

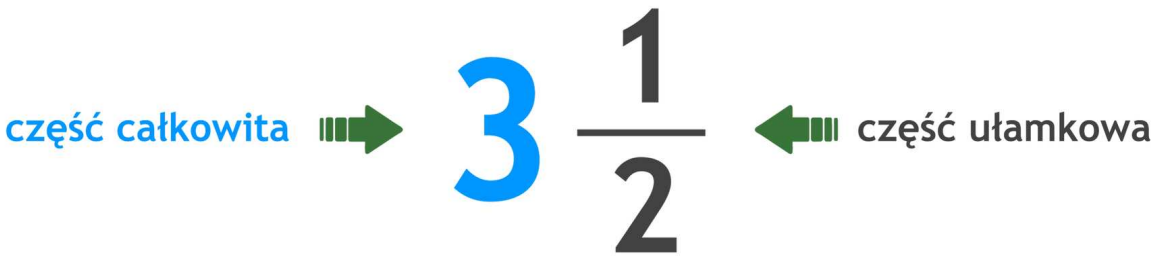


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Liczby mieszane

Liczby mieszane składają się z części całkowitej i części ułamkowej.
Na przykład

$$3\frac{1}{2},\quad 5\frac{3}{7},1\frac{8}{13}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

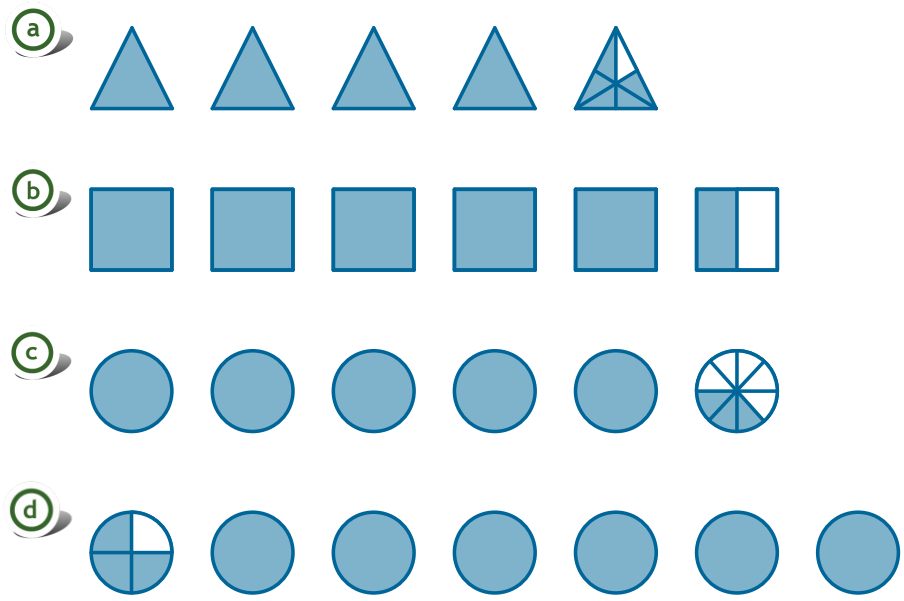
Ćwiczenie 11

Wiadomo, że jeden grosz to $\frac{1}{100}$ złotego. Zapisz podane wyrażenia, używając liczb mieszanych.

1. 5 zł13 groszy
2. 125 zł49 groszy
3. 1 zł89 groszy
4. 1345 zł99 groszy

Ćwiczenie 12

Jaką część wszystkich figur zamalowano? Opisz rysunki za pomocą liczb mieszanych.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Jaką część wszystkich figur zamalowano? Opisz rysunki za pomocą liczb mieszanych.

a)



b)



c)



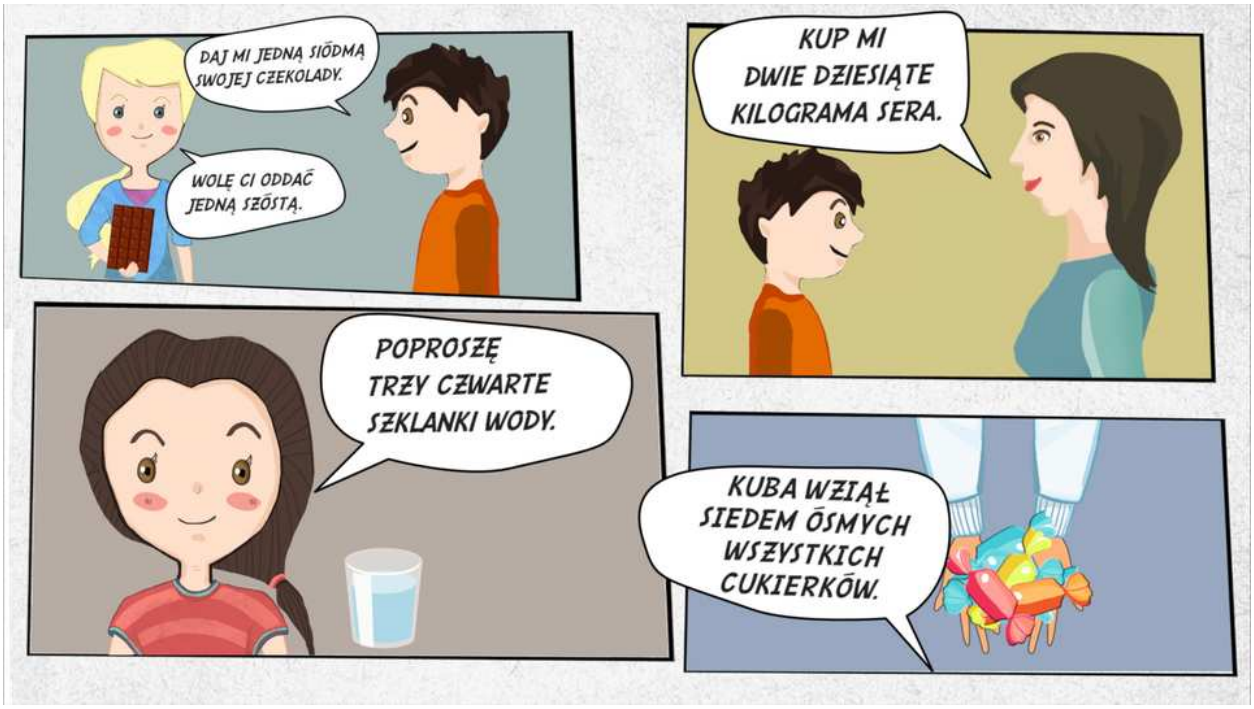
d)



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ułamki i liczby mieszane na osi liczbowej

Ułamki na osi liczbowej



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 1

Zamaluj odpowiednią część paska.

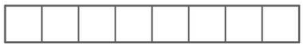
a) $\frac{1}{8}$ 

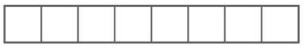
b) $\frac{3}{8}$ 

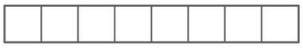
c) $\frac{7}{8}$ 

d) $\frac{8}{8}$ 

e) $\frac{1}{2}$ 

f) $\frac{2}{2}$ 

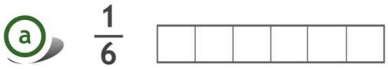
g) $\frac{1}{4}$ 

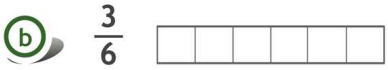
h) $\frac{3}{4}$ 

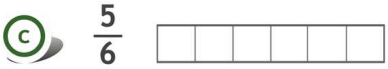
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

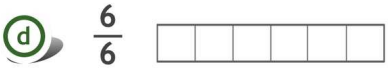
Ćwiczenie 2

Zamaluj odpowiednią część paska.

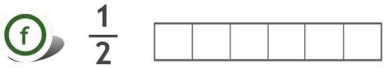
a) $\frac{1}{6}$ 

b) $\frac{3}{6}$ 

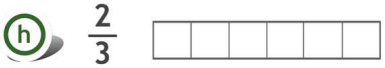
c) $\frac{5}{6}$ 

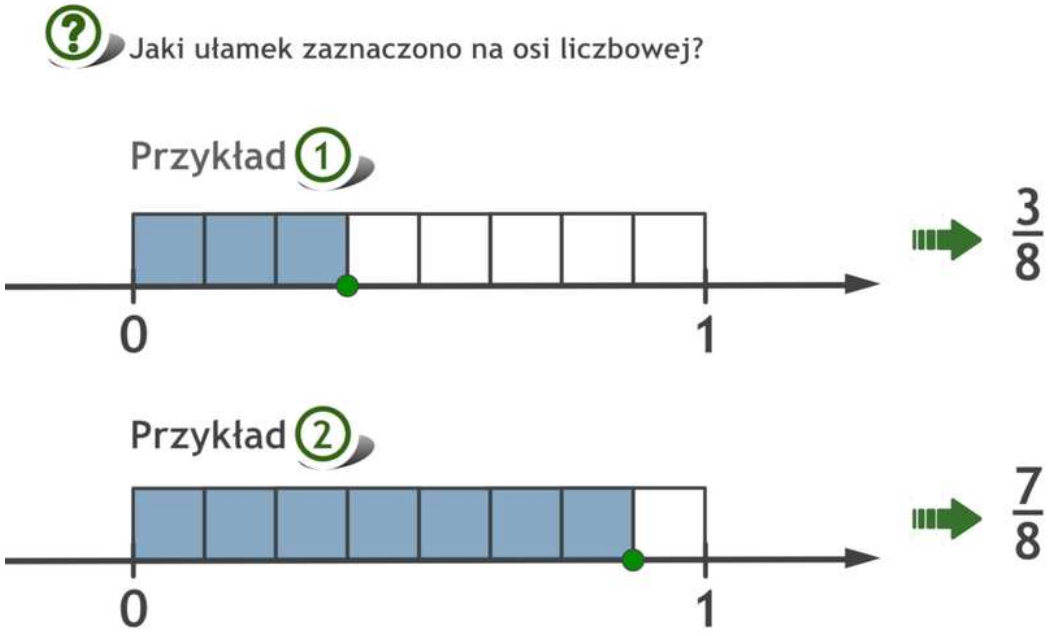
d) $\frac{6}{6}$ 

e) $\frac{4}{6}$ 

f) $\frac{1}{2}$ 

g) $\frac{1}{3}$ 

h) $\frac{2}{3}$ 



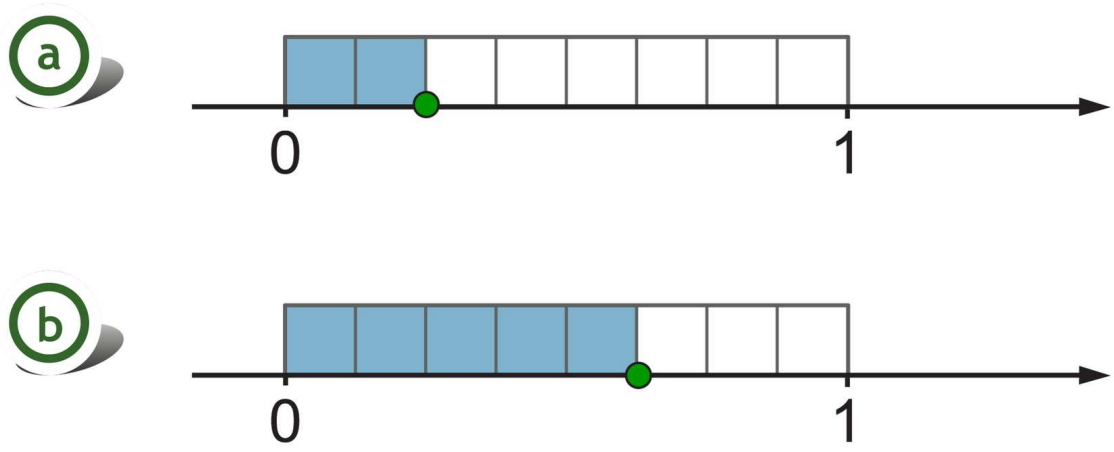
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 3

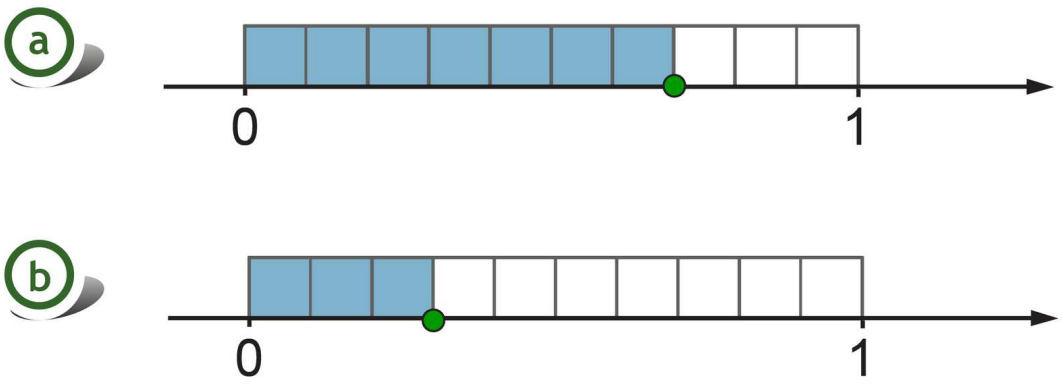
Jakiemu ułamkowi odpowiada punkt zaznaczony na osi liczbowej?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

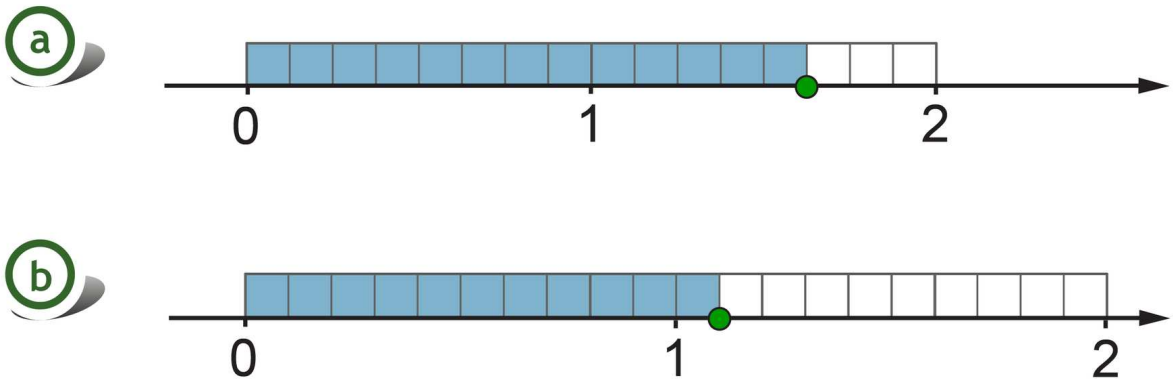
Jakiemu ułamkowi odpowiada punkt zaznaczony na osi liczbowej?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

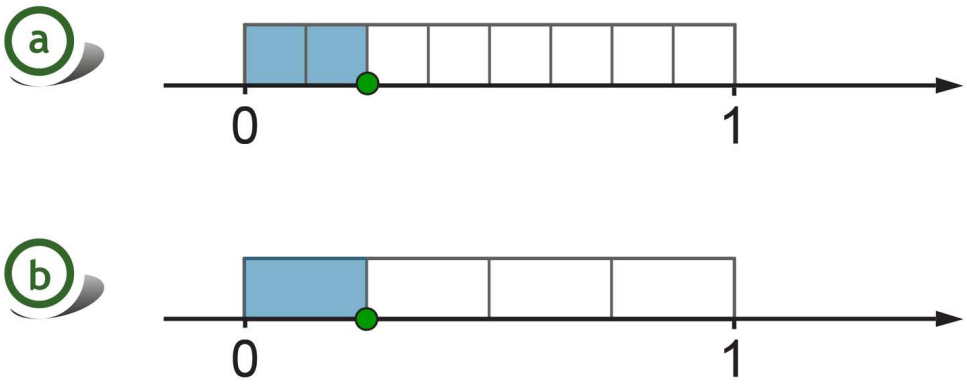
Jakiemu ułamkowi odpowiada punkt zaznaczony na osi liczbowej?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

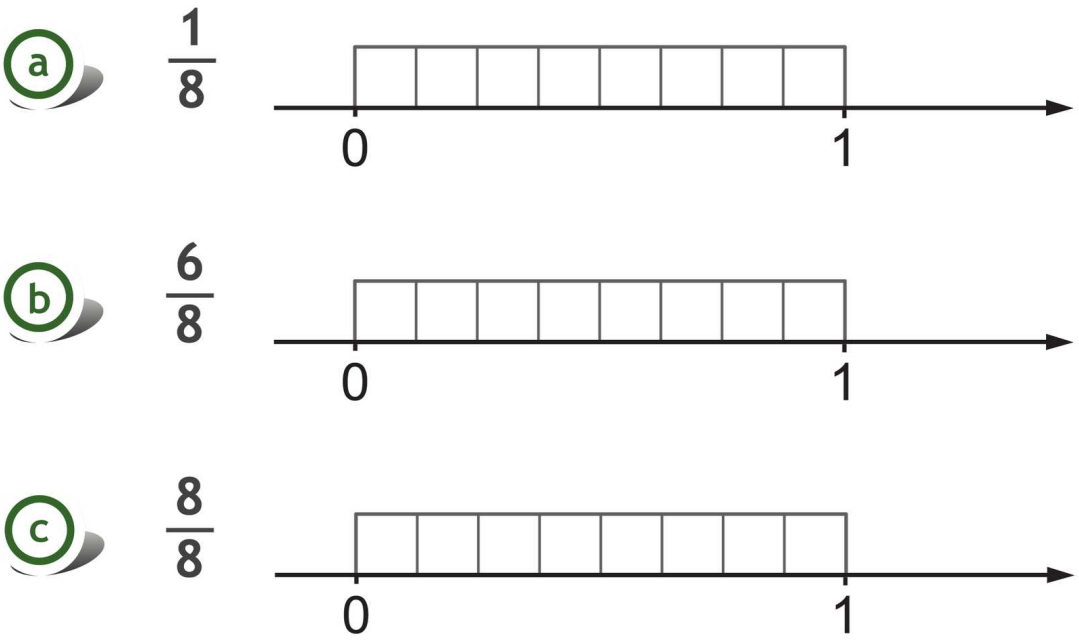
Zaznacz ułamki odpowiadające punktom zaznaczonym na osi liczbowej. Co powiesz o tych ułamkach?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

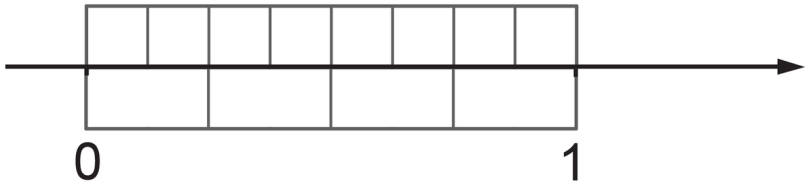
Zaznacz na osi liczbowej odpowiednie ułamki.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

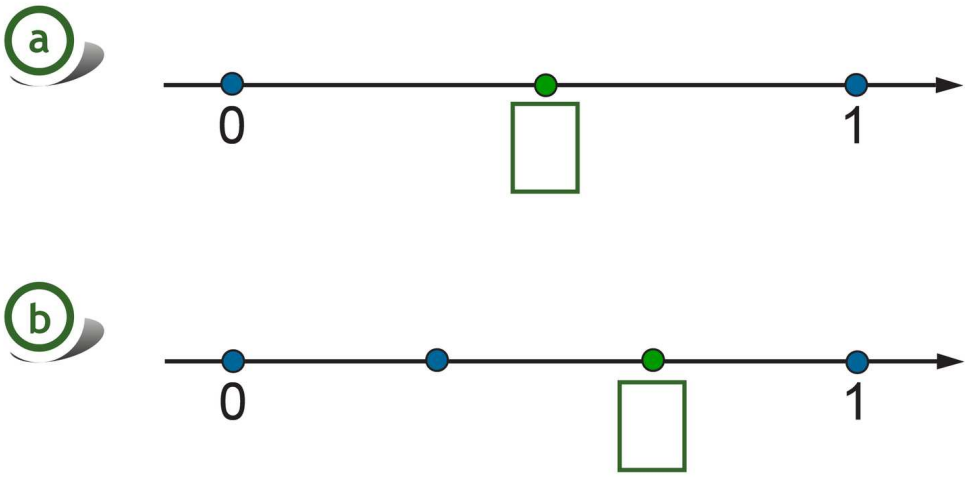
Zaznacz na jednej osi liczbowej: $\frac{6}{8}$ oraz $\frac{3}{4}$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

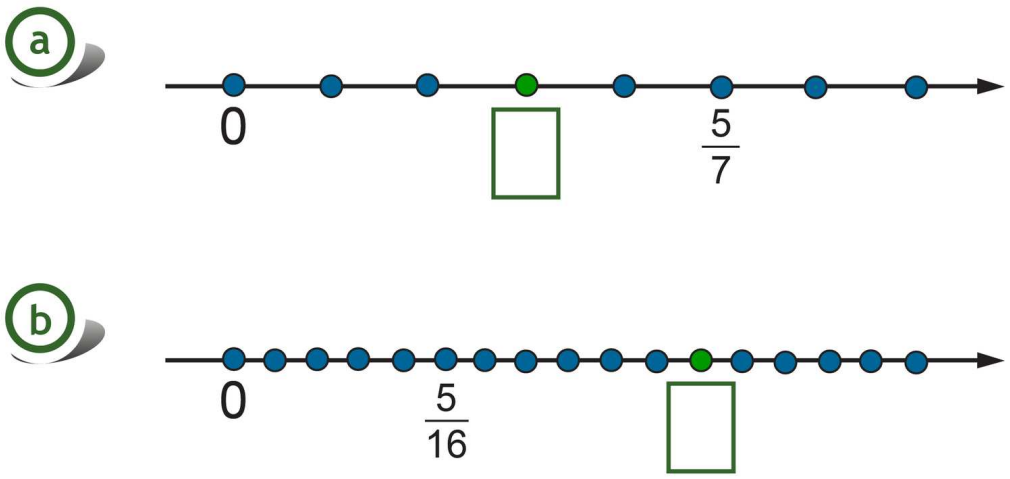
Ćwiczenie 9

Jaki ułamek odpowiada punktowi zaznaczonemu na osi liczbowej zieloną kropką?



Ćwiczenie 10

Jaki ułamek odpowiada punktowi zaznaczonemu na osi liczbowej zieloną kropką?

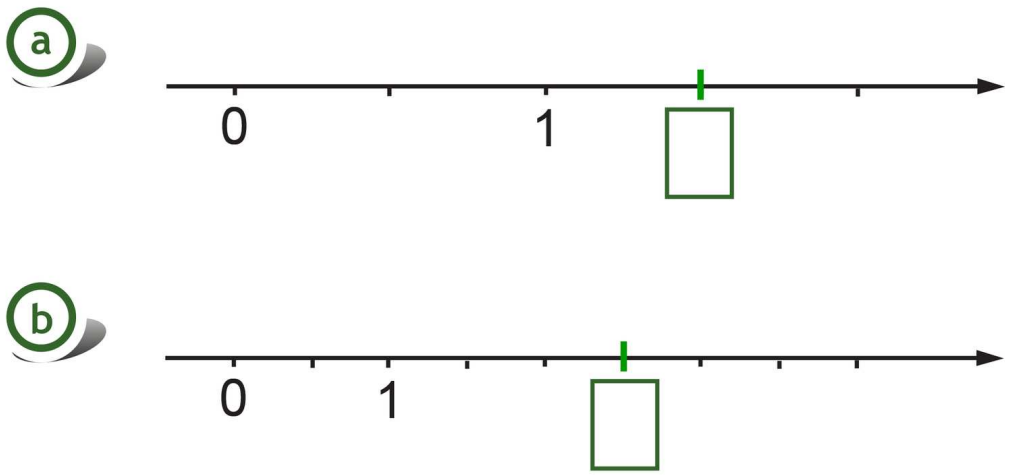


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Liczby mieszane na osi liczbowej

Ćwiczenie 11

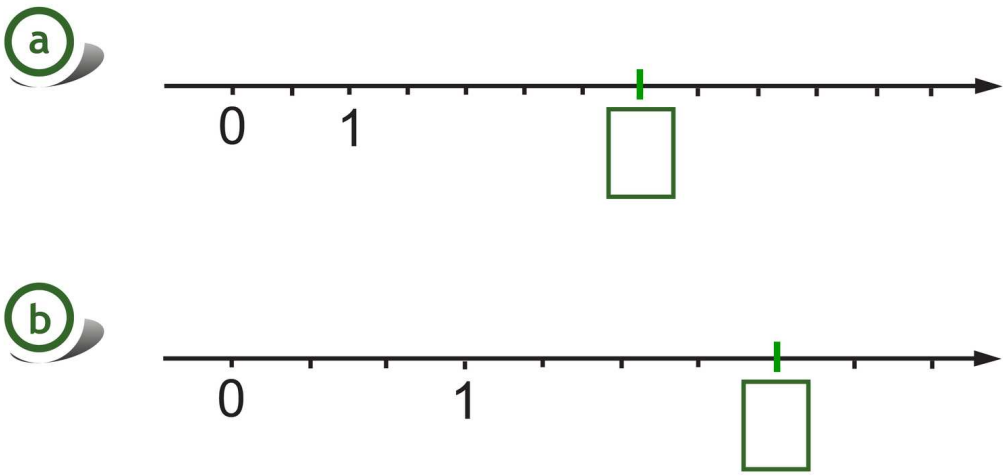
Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej zielonym kolorem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

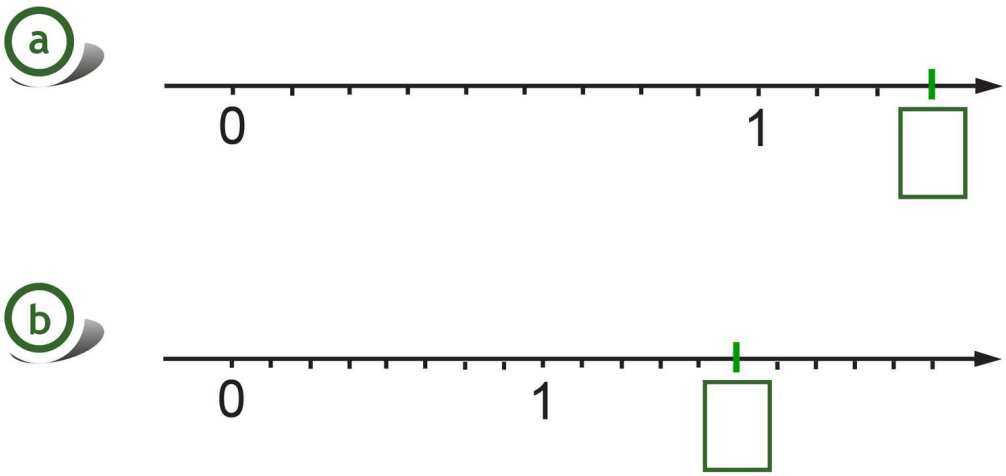
Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej zielonym kolorem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

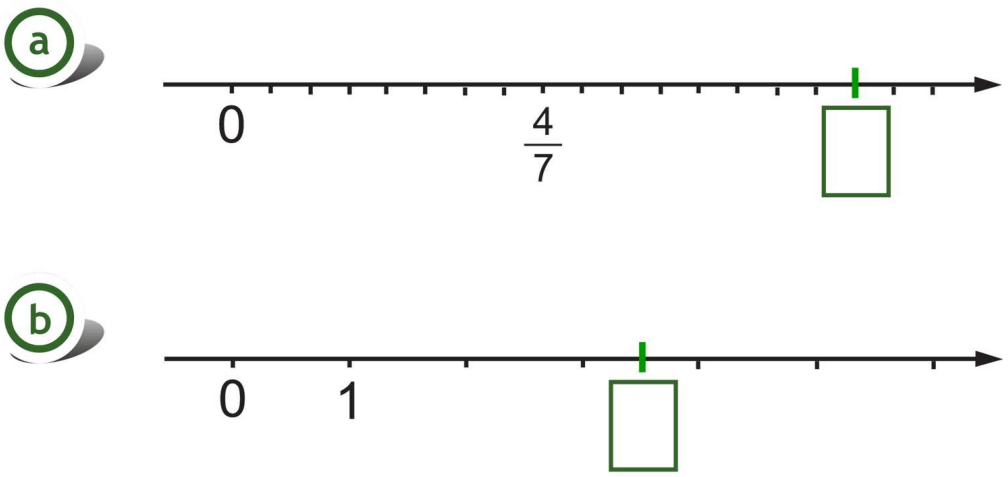
Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej zielonym kolorem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

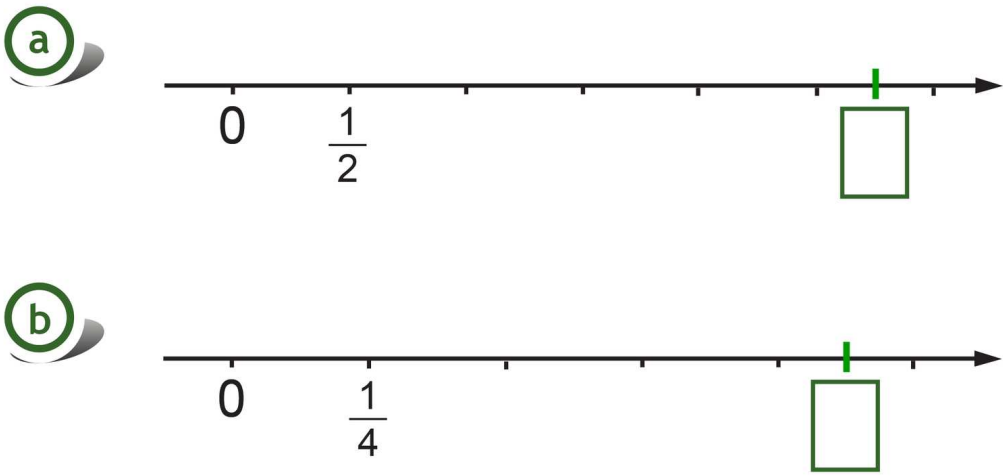
Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej zielonym kolorem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

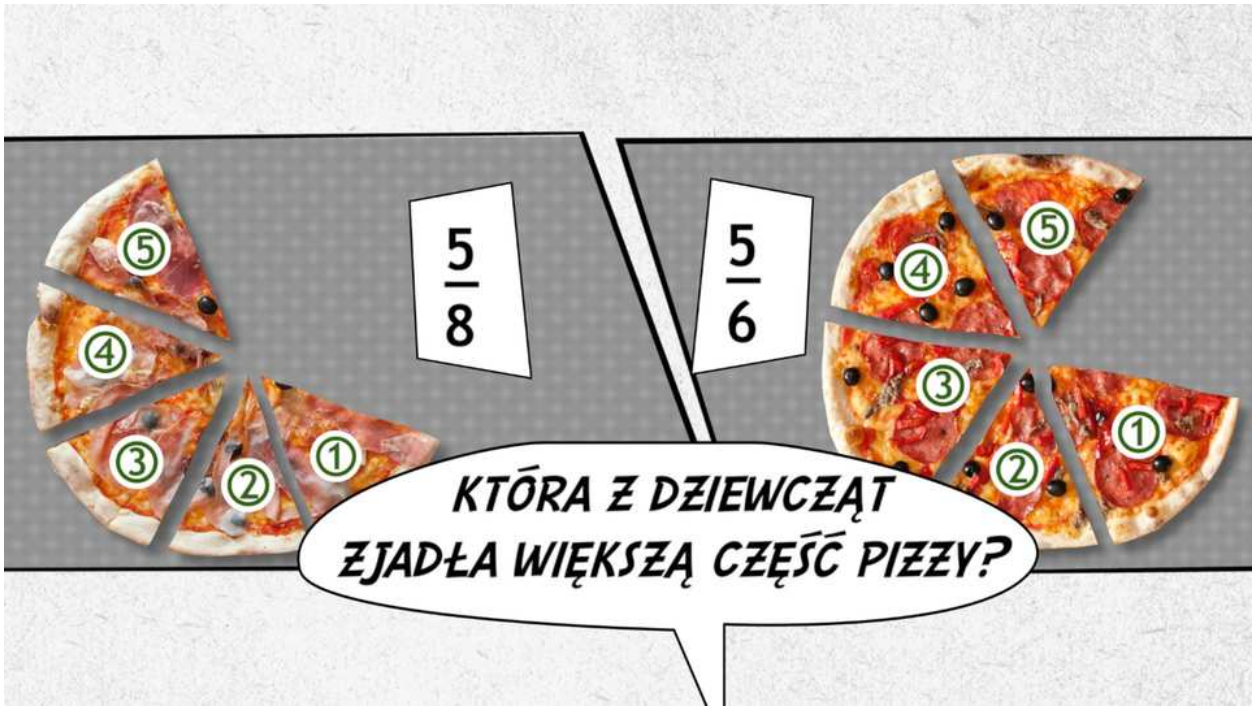
Odczytaj liczby zaznaczone na osi liczbowej zielonym kolorem.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Porównywanie ułamków o jednakowych licznikach lub mianownikach

Porównywanie ułamków o jednakowych licznikach



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Wiemy, jak porównywać liczby naturalne. A jak porównać ułamki zwykłe lub liczby mieszane?
Która liczba jest większa?

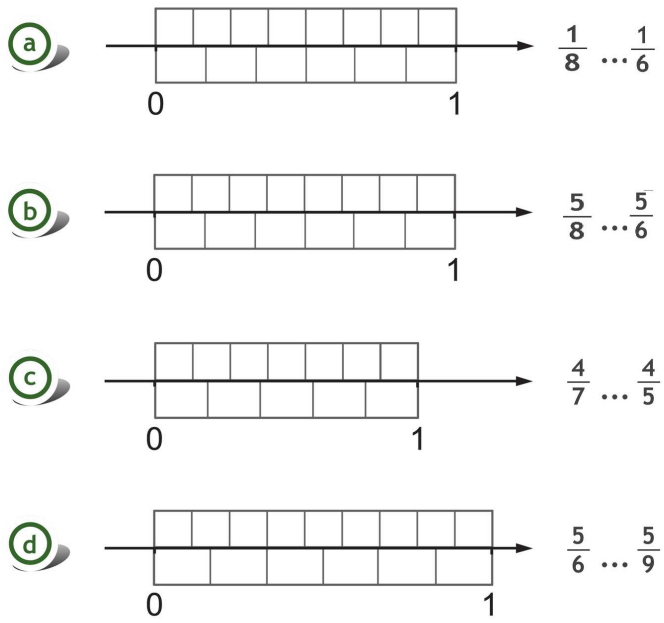
- $\frac{3}{8}$ czy $\frac{3}{7}$?
- $3\frac{5}{12}$ czy $3\frac{5}{14}$?

Ćwiczenie 1

Dane są pary ułamków.

1. $\frac{1}{6}$ i $\frac{1}{8}$
2. $\frac{5}{8}$ i $\frac{5}{6}$
3. $\frac{4}{7}$ i $\frac{4}{5}$
4. $\frac{5}{6}$ i $\frac{5}{9}$

Nad osią liczbową zaznacz taką część prostokąta, jaką opisuje pierwszy ułamek. Pod osią zaznacz taką część prostokąta, jaką opisuje drugi ułamek. Następnie zaznacz na osi punkty odpowiadające obu ułamkom. Wstaw między ułamkami odpowiedni znak $>$ lub $<$.



Porownywanie ulamkow o jednakowych licznikach lub mianownikach_atrapa_rys_1220

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Mama Basi usmażyła na śniadanie dwa jednakowe omlety. Basia zjadła $\frac{5}{8}$ omleta i resztę oddała mamie, a Krysia zjadła $\frac{5}{9}$ swego omleta i resztę oddała tacie. Kto zjadł większą część omleta: mama czy tata?

Mama zjadła [ ] niż tata.

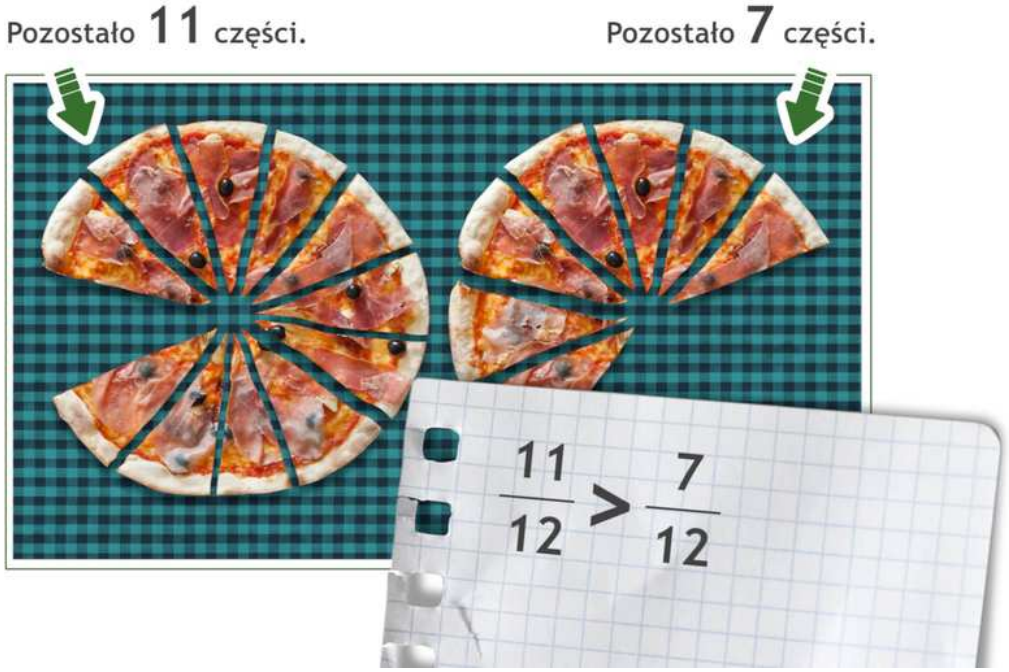
tyle samo | mniej | więcej

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Który z ułamków $\frac{3}{8}$ i $\frac{4}{9}$ leży bliżej liczby 1 na osi liczbowej?

Porównywanie ułamków o jednakowych mianownikach



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

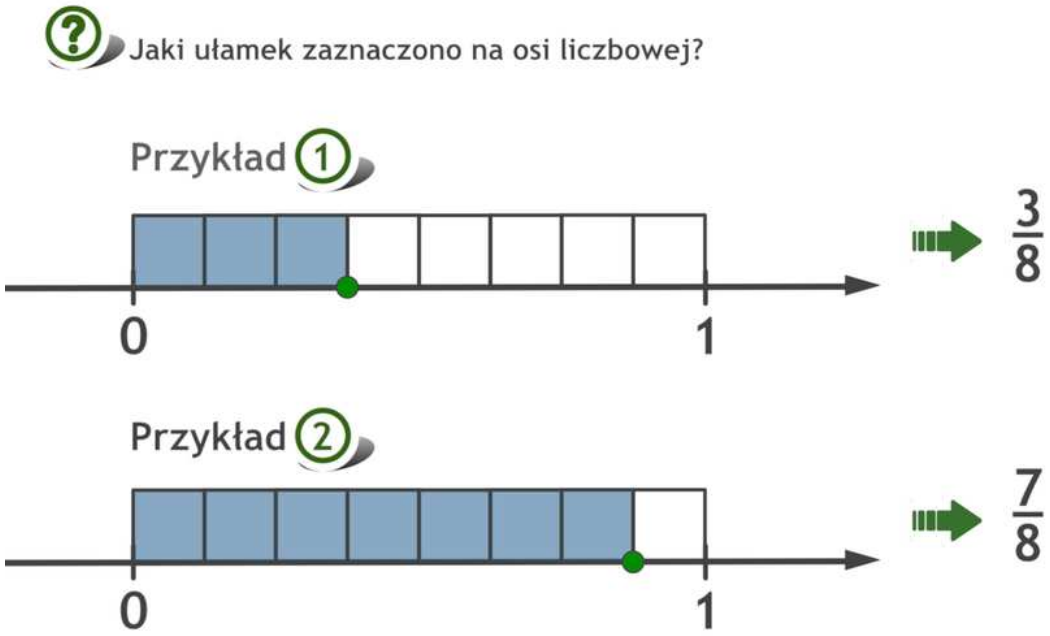
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Porównywanie ułamków nie sprawia kłopotów, jeżeli zaznaczy się je na osi liczbowej.

Przykład 1

Przypomnijmy, jak zaznaczać ułamki na osi liczbowej.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Wybierz.

Jeżeli dwa ułamki mają równe mianowniki, to większym z nich jest ten, który ma [ ] licznik.

Jeżeli dwa ułamki mają równe liczniki, to większym z nich jest ten, który ma [ ] mianownik.

większy | mniejszy | większy | mniejszy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Basia i Krysia dostały od rodziców po tyle samo pieniędzy na swoje wydatki. Basia wydała $\frac{2}{9}$ otrzymanej kwoty, a Krysia wydała tyle, że zostało jej $\frac{4}{9}$ z pieniędzy od rodziców. Która z dziewczynek wydała więcej pieniędzy? Której z nich zostało więcej pieniędzy?

Więcej pieniędzy zostało [ ]. Więcej pieniędzy wydała [ ].

Krysi | Basi | Basia | Krysia

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Porównywanie ułamków i liczb mieszanych

Ćwiczenie 9

Przeciągnij i upuść.

$3\frac{3}{5}$ ☐ $3\frac{4}{5}$

$2\frac{6}{13}$ ☐ $1\frac{7}{13}$

$31\frac{2}{7}$ ☐ $31\frac{5}{7}$

$24\frac{5}{14}$ ☐ $24\frac{3}{14}$

$10\frac{7}{10}$ ☐ $10\frac{8}{10}$

$15\frac{5}{6}$ ☐ $15\frac{1}{6}$

$15\frac{5}{627}$ ☐ $15\frac{14}{627}$

>	=	=	=	>	>	<	<	<	<

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

$3\frac{5}{7}$ [ ] $3\frac{5}{9}$

$1\frac{6}{13}$ [ ] $1\frac{6}{11}$

$31\frac{3}{7}$ [ ] $31\frac{3}{8}$

$24\frac{5}{14}$ [ ] $24\frac{5}{16}$

$10\frac{8}{12}$ [ ] $10\frac{8}{14}$

$15\frac{12}{17}$ [ ] $15\frac{12}{13}$

$15\frac{347}{628}$ [ ] $15\frac{347}{629}$

=	=	>	=	>	>	>	<	<	>

Ćwiczenie 11

Przeciągnij i upuść.

$13\frac{1}{5}$ [ ] $13\frac{4}{5}$

$2\frac{16}{17}$ [ ] $2\frac{16}{19}$

$41\frac{2}{17}$ [ ] $41\frac{5}{17}$

$24\frac{3}{14}$ [ ] $24\frac{3}{19}$

$19\frac{9}{10}$ [ ] $19\frac{8}{10}$

$45\frac{1}{7}$ [ ] $45\frac{1}{6}$

$15\frac{14}{627}$ [ ] $15\frac{14}{627}$

>	<	>	>	<	=	=	=	<

Ćwiczenie 12

Przeciągnij i upuść.

[ ] $<$ [ ] $<$ [ ]

$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Przeciagnij i upuść.

Liczba najmniejsza

$\frac{4}{7}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{8}$

Liczba największa

Liczba pomiędzy liczbą największą i liczbą najmniejszą

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Uporządkuj elementy w kolejności rosnącej.

$\frac{4}{5}$

$\frac{6}{5}$

$\frac{4}{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Połącz w pary.

liczba pomiędzy liczbą najmniejszą i liczbą największą	$\frac{6}{11}$
liczba największa	$\frac{7}{11}$
liczba najmniejsza	$\frac{7}{8}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Krzyś, Antoś i Bartuś mieli po tyle samo lizaków. Krzyś dał koleżankom $\frac{2}{9}$ swoich lizaków, Antoś $\frac{3}{9}$ swoich lizaków, a Bartuś $\frac{4}{9}$ swoich lizaków. Któremu z chłopców zostało najwięcej lizaków, a któremu najmniej?

Najwięcej lizaków zostało [ ], a najmniej [ ].

Antosiowi | Antosiowi | Bartusiowi | Krzysiowi | Bartusiowi | Krzysiowi

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

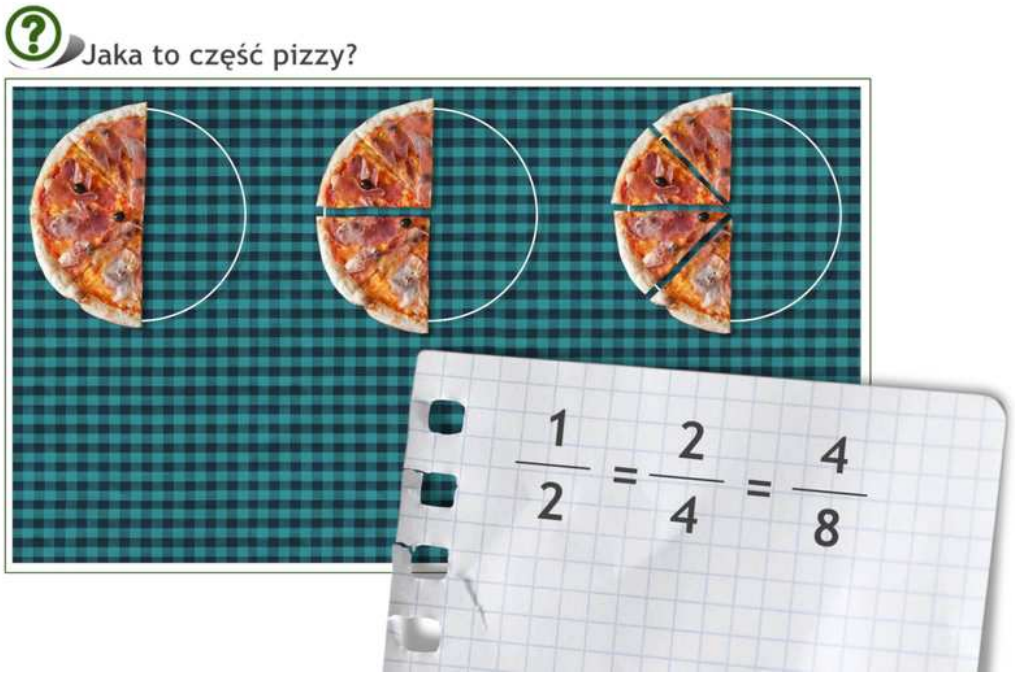
Ćwiczenie 17

W miejsce kropek wpisz odpowiednie liczby.

1. $\frac{3}{7} < \frac{\dots}{7} < \frac{5}{6}$
2. $\frac{5}{9} < \frac{\dots}{\dots} < \frac{7}{8}$
3. $\frac{3}{8} < \frac{\dots}{8} < \frac{4}{\dots}$
4. $\frac{\dots}{10} < \frac{5}{10} < \frac{5}{\dots}$
5. $\frac{\dots}{11} < \frac{6}{11} < \frac{6}{\dots}$
6. $\frac{\dots}{12} < \frac{7}{12} < \frac{\dots}{\dots}$

Rozszerzanie i skracanie ułamków zwykłych

Równość ułamków



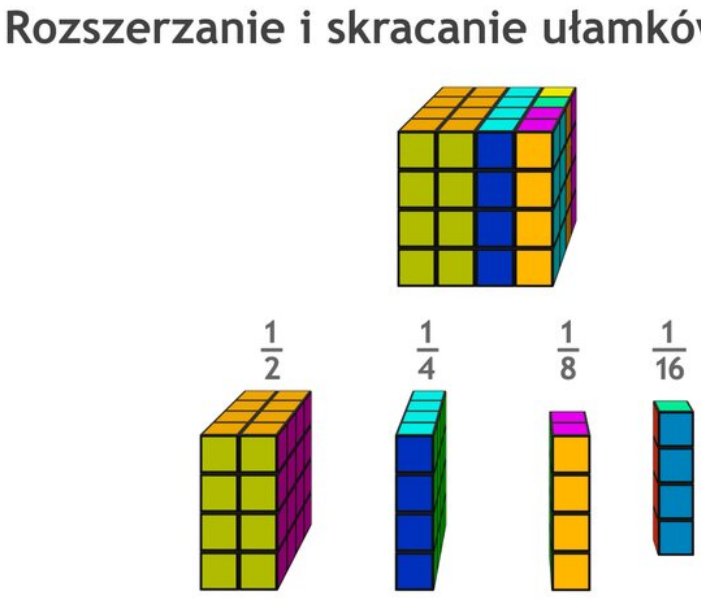
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Na każdym talerzu znajduje się taka sama część pizzy. Ułamki opisujące te części pizzy są równe.

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

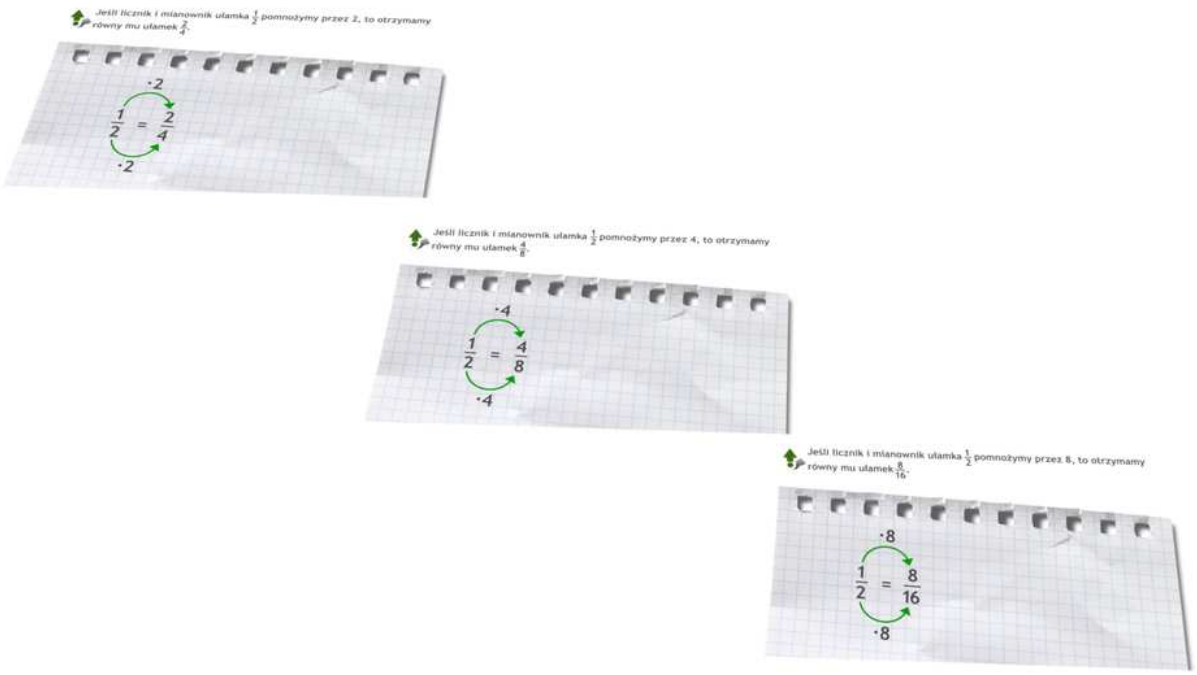
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8} = \frac{8}{16}$$

Rozszerzanie ułamków

Zauważ, że jeśli licznik i mianownik ułamka $\frac{1}{2}$ pomnożymy przez 2, to otrzymamy równy mu ułamek $\frac{2}{4}$.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Definicja: Rozszerzanie ułamka 01

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę, różną od zera, to mówimy, że rozszerzyliśmy ułamek, a wartość ułamka się nie zmieni.

Ćwiczenie 1

Podane ułamki rozszerz przez 3.

1. $\frac{1}{7} = \frac{\dots}{\dots}$
2. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{\dots}$
3. $\frac{7}{9} = \frac{\dots}{\dots}$
4. $\frac{10}{12} = \frac{\dots}{\dots}$

Ćwiczenie 2

Rozszerz podane ułamki przez 5.

1. $\frac{1}{3} = \frac{\dots}{\dots}$
2. $\frac{3}{4} = \frac{\dots}{\dots}$
3. $\frac{6}{7} = \frac{\dots}{\dots}$
4. $\frac{8}{10} = \frac{\dots}{\dots}$

Ćwiczenie 3

Uzupełnij.

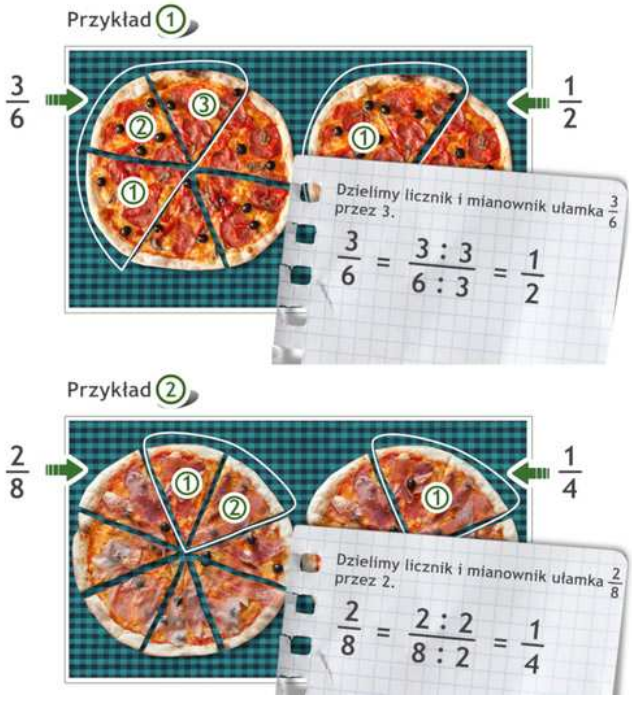
1. $\frac{1}{4} = \frac{\dots}{24}$
2. $\frac{1}{2} = \frac{\dots}{24}$
3. $\frac{2}{3} = \frac{\dots}{24}$
4. $\frac{4}{6} = \frac{\dots}{24}$
5. $\frac{5}{8} = \frac{\dots}{24}$
6. $\frac{10}{12} = \frac{\dots}{24}$
7. $\frac{1}{4} = \frac{20}{\dots}$
8. $\frac{1}{2} = \frac{20}{\dots}$
9. $\frac{2}{3} = \frac{20}{\dots}$
10. $\frac{4}{6} = \frac{20}{\dots}$
11. $\frac{5}{8} = \frac{20}{\dots}$
12. $\frac{10}{12} = \frac{20}{\dots}$

Ćwiczenie 4

Uzupełnij.

1. $\frac{1}{3} = \frac{\ldots}{24}$
2. $\frac{3}{5} = \frac{15}{\ldots}$
3. $\frac{2}{7} = \frac{\ldots}{21}$
4. $\frac{5}{9} = \frac{20}{\ldots}$
5. $\frac{1}{8} = \frac{\ldots}{48}$
6. $\frac{7}{10} = \frac{70}{\ldots}$
7. $\frac{2}{11} = \frac{\ldots}{33}$
8. $\frac{1}{2} = \frac{\ldots}{60}$
9. $\frac{2}{15} = \frac{20}{\ldots}$
10. $\frac{7}{8} = \frac{77}{\ldots}$
11. $\frac{15}{19} = \frac{\ldots}{38}$
12. $\frac{9}{6} = \frac{54}{\ldots}$

Skracanie ułamków



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

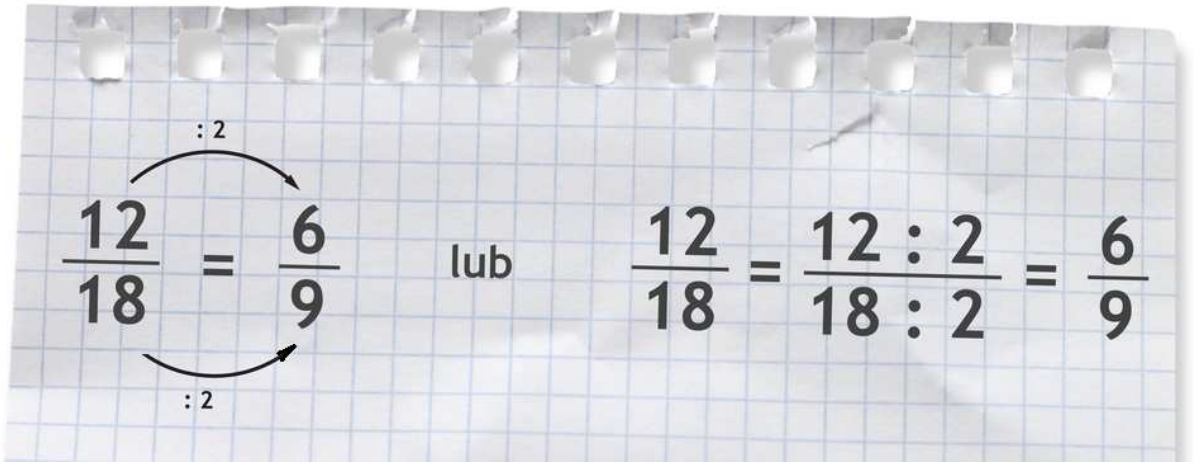
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Definicja: Skracanie ułamków

Jeśli licznik i mianownik ułamka podzielimy przez tę samą liczbę, różną od zera, to wartość ułamka nie zmieni się. Mówimy, że skróciliśmy ułamek.
Na przykład
Skracając ułamek $\frac{12}{18}$ przez 2, otrzymujemy $\frac{6}{9}$.

Przykład 1



55_16_rozszerzanie_i_skracanie_ulamkow_zwyklych_Szkola Podstawowa
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Skróć podane ułamki.

a) przez 3

$\frac{3}{12} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{9}{18} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{33}{21} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{27}{36} = \frac{\dots}{\dots}$

b) przez 4

$\frac{8}{12} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{4}{20} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{32}{28} = \frac{\dots}{\dots}$
$\frac{16}{36} = \frac{\dots}{\dots}$

Ćwiczenie 6

Uzupełnij brakujące liczniki i mianowniki tak, aby równości były prawdziwe.

a)

$\frac{8}{12} = \frac{\dots}{3}$
$\frac{18}{45} = \frac{2}{\dots}$
$\frac{20}{24} = \frac{\dots}{12}$
$\frac{4}{8} = \frac{1}{\dots}$
$\frac{30}{40} = \frac{\dots}{4}$
$\frac{14}{21} = \frac{2}{\dots}$

b)

$\frac{20}{36} = \frac{\dots}{9}$
$\frac{25}{50} = \frac{5}{\dots}$
$\frac{40}{60} = \frac{\dots}{3}$
$\frac{22}{55} = \frac{2}{\dots}$
$\frac{15}{35} = \frac{\dots}{7}$
$\frac{9}{6} = \frac{3}{\dots}$

Ułamki nieskracalne

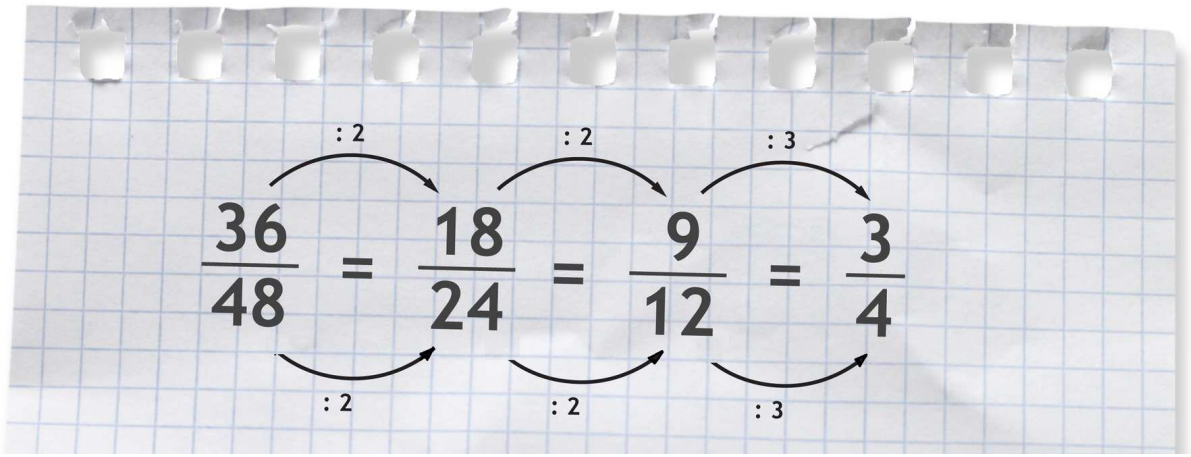
Ćwiczenie 7

Skróć ułamek przez największą możliwą liczbę.

1. $\frac{6}{12} = \frac{\dots}{\dots}$
2. $\frac{8}{24} = \frac{\dots}{\dots}$
3. $\frac{9}{18} = \frac{\dots}{\dots}$
4. $\frac{27}{36} = \frac{\dots}{\dots}$
5. $\frac{8}{12} = \frac{\dots}{\dots}$
6. $\frac{20}{25} = \frac{\dots}{\dots}$
7. $\frac{18}{24} = \frac{\dots}{\dots}$
8. $\frac{18}{36} = \frac{\dots}{\dots}$

Przykład 2

Nieraz trudno jest znaleźć największą liczbę, przez którą można skrócić dany ułamek. Na przykład, aby skrócić ułamek $\frac{36}{48}$ możemy postąpić tak:



55_26_rozszerzanie_i_skracanie_ulamkow_zwyklych_Szkola Podstawowa
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ułamka $\frac{3}{4}$ nie można już skrócić.

Definicja: Ułamek nieskracalny

Ułamek, którego nie można skrócić nazywamy ułamkiem nieskracalnym.

Ćwiczenie 8

Podane ułamki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

1. $\frac{24}{36} = \frac{\dots}{\dots}$
2. $\frac{15}{45} = \frac{\dots}{\dots}$
3. $\frac{16}{32} = \frac{\dots}{\dots}$
4. $\frac{24}{72} = \frac{\dots}{\dots}$
5. $\frac{60}{90} = \frac{\dots}{\dots}$
6. $\frac{21}{63} = \frac{\dots}{\dots}$

Ćwiczenie 9

Podane ułamki zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

1. $\frac{48}{72} = \frac{\dots}{\dots}$
2. $\frac{15}{60} = \frac{\dots}{\dots}$
3. $\frac{40}{48} = \frac{\dots}{\dots}$
4. $\frac{30}{60} = \frac{\dots}{\dots}$
5. $\frac{80}{120} = \frac{\dots}{\dots}$
6. $\frac{60}{180} = \frac{\dots}{\dots}$

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

$\frac{5}{8} =$ ⬚

$\frac{12}{42} =$ ⬚

$\frac{18}{20} =$ ⬚

$\frac{1}{2} =$ ⬚

$\frac{2}{7}$ $\frac{9}{10}$ $\frac{50}{100}$ $\frac{10}{16}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Połącz w pary tak, aby brakującym elementom ułamka przyporządkować odpowiednią liczbę.

15	$\frac{5}{8} = \frac{\square}{24}$
160	$\frac{5}{8} = \frac{\square}{48}$
10	$\frac{5}{8} = \frac{\square}{16}$
30	$\frac{5}{8} = \frac{60}{\square}$
96	$\frac{5}{8} = \frac{100}{\square}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Jeśli ułamek $\frac{4}{7}$ rozszerzymy przez 3 lub przez 6, to otrzymamy ułamek, którego licznik i mianownik mają ciekawą własność. Jeżeli licznik przeczytamy od prawej do lewej strony, otrzymamy mianownik. Oczywiście ten sam efekt otrzymamy, gdy postąpimy podobnie z mianownikiem.

$\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$ i $\frac{4}{7} = \frac{24}{42}$

Znajdź inne ułamki, które mają tę samą własność.

Zamiana liczb mieszanych na ułamki

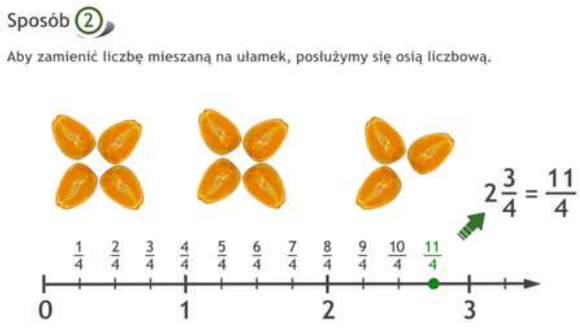
Zamiana liczby mieszanej na ułamek

> **Ważne!**
>
> **Ułamek właściwy** to ułamek, którego licznik jest mniejszy od mianownika.
> Na przykład
>
> $$\frac{3}{14}, \frac{5}{6}, \frac{17}{24}.$$

> **Ważne!**
>
> **Ułamek niewłaściwy** to ułamek, którego licznik jest większy od mianownika.
> Na przykład
>
> $$\frac{14}{3}, \frac{17}{2}, \frac{23}{22}.$$

Przy wykonywaniu niektórych działań na ułamkach zwykłych potrzebna jest umiejętność zamieniania liczb mieszanych na ułamki niewłaściwe lub ułamków niewłaściwych na liczby mieszane.





[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Przykład 1

Zamienimy liczbę $2\frac{3}{4}$ na ułamek niewłaściwy.

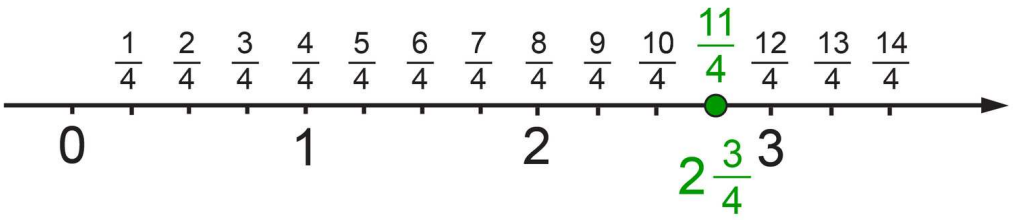
- sposób I

Mamy 2 całe pomarańcze i 3 ćwiartki.
Jeżeli policzymy, na ile ćwiartek można podzielić te pomarańcze, zamienimy liczbę mieszaną na ułamek.
Każdą całą pomarańczę możemy podzielić na 4 jednakowe części.
Razem mamy więc $2 \cdot 4 + 3 = 11$ czwartych części całości.
Wobec tego

$$2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$$

- sposób II

Przy zamianie liczby mieszanej na ułamek możemy posłużyć się osią liczbową.
Odcinek jednostkowy podzielony jest na 4 równe części. Kolejne punkty podziału odpowiadają liczbom: $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$ itd.



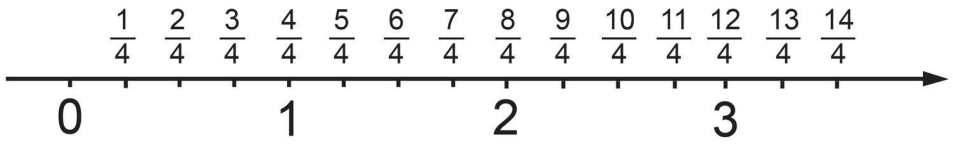
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zatem $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$.

Ćwiczenie 1

Zapisz w postaci ułamka niewłaściwego.

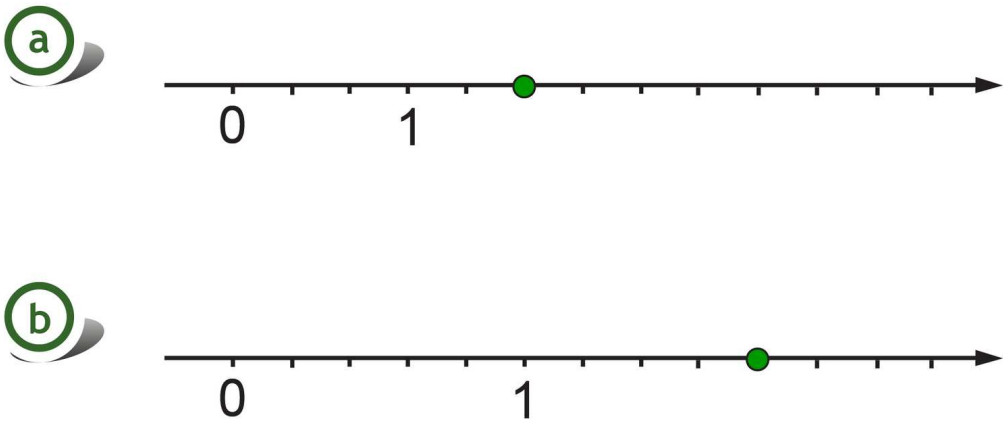
1. $1\frac{1}{4}$
2. $1\frac{3}{4}$
3. $2\frac{2}{4}$
4. $3\frac{1}{4}$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Jaka liczba odpowiada punktowi zaznaczonemu na osi liczbowej? Zapisz ją dwoma sposobami: w postaci liczby mieszanej i ułamka.



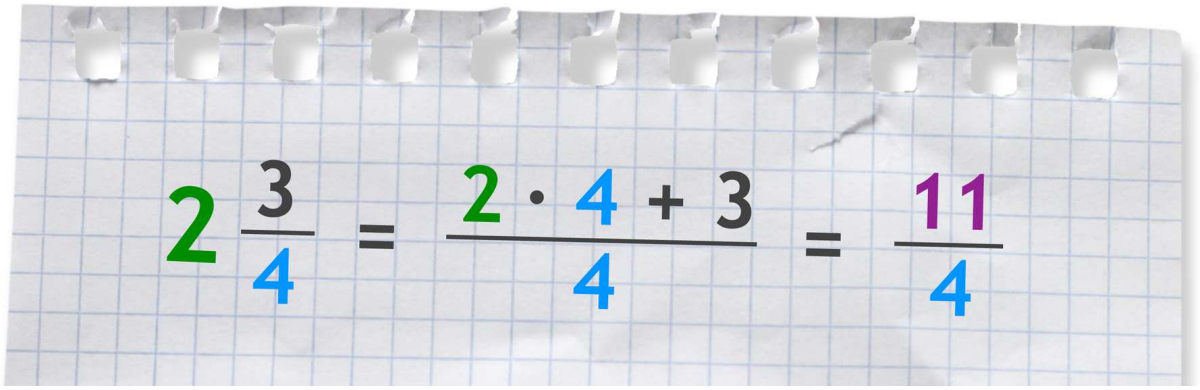
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Zamieniając liczbę mieszaną na ułamek, trzeba tylko obliczyć licznik ułamka. Mianownik pozostaje taki sam, jak mianownik części ułamkowej liczby mieszanej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Zapisz w postaci ułamka niewłaściwego.

1. $3\frac{1}{2}$
2. $5\frac{3}{4}$
3. $4\frac{2}{7}$
4. $9\frac{1}{5}$
5. $10\frac{2}{3}$
6. $11\frac{5}{6}$

Zamiana ułamka na liczbę mieszaną

Przykład 2

Ułamek $\frac{11}{3}$ zamienimy na liczbę mieszaną.

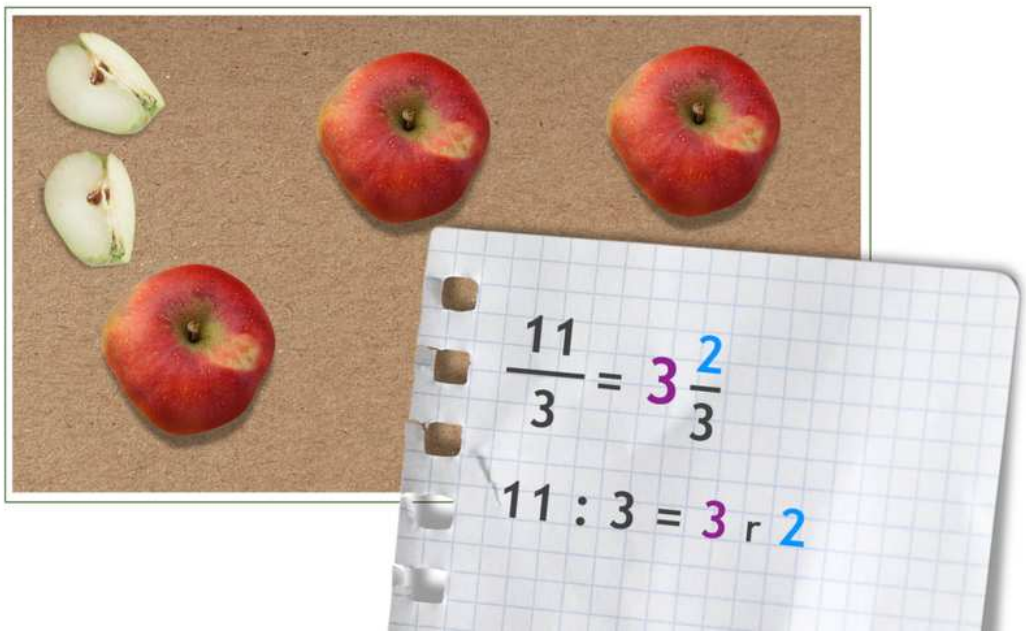
- sposób I

$$\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$$

Możemy wykonać pomocnicze obliczenia

$$11 \div 3 = 3r2$$

Iloraz z dzielenia to całości liczby mieszanej, a reszta to licznik ułamka.



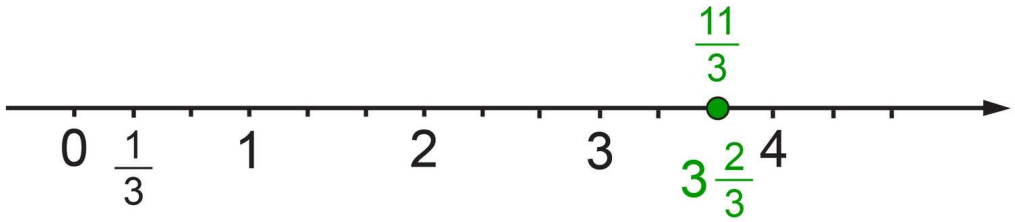
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- sposób II

Wykorzystamy do zamiany oś liczbową.

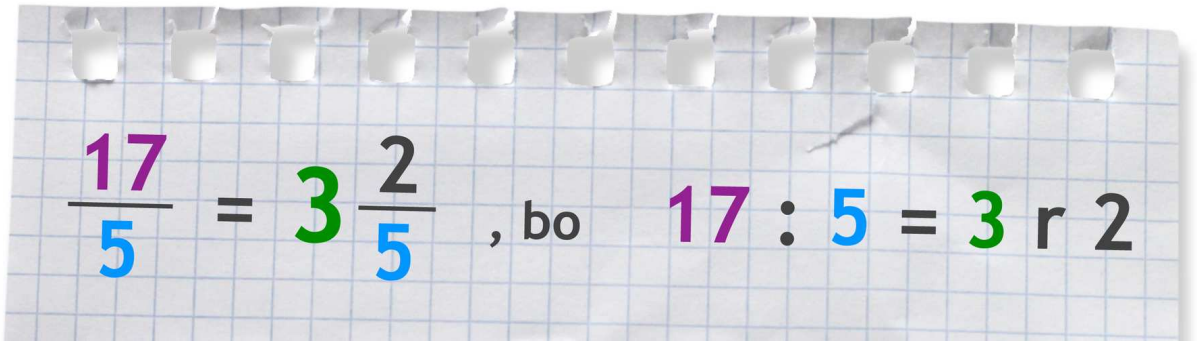


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zatem $\frac{11}{3} = 3\ \frac{2}{3}$.

Ważne!

Zamieniając ułamek niewłaściwy na liczbę mieszaną, wykorzystujemy wynik dzielenia licznika przez mianownik tego ułamka.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

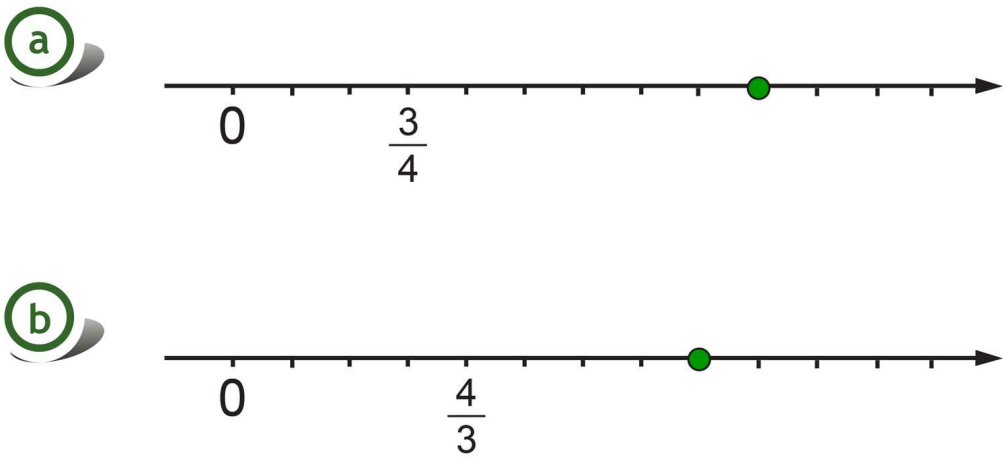
Ćwiczenie 5

Zamień ułamki na liczby mieszane.

1. $\frac{13}{2}$
2. $\frac{21}{4}$
3. $\frac{23}{6}$
4. $\frac{44}{5}$
5. $\frac{93}{10}$
6. $\frac{78}{7}$

Ćwiczenie 6

Jaka jest współrzędna punktu zaznaczonego na osi liczbowej? Zapisz ją dwoma sposobami: w postaci ułamka i liczby mieszanej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

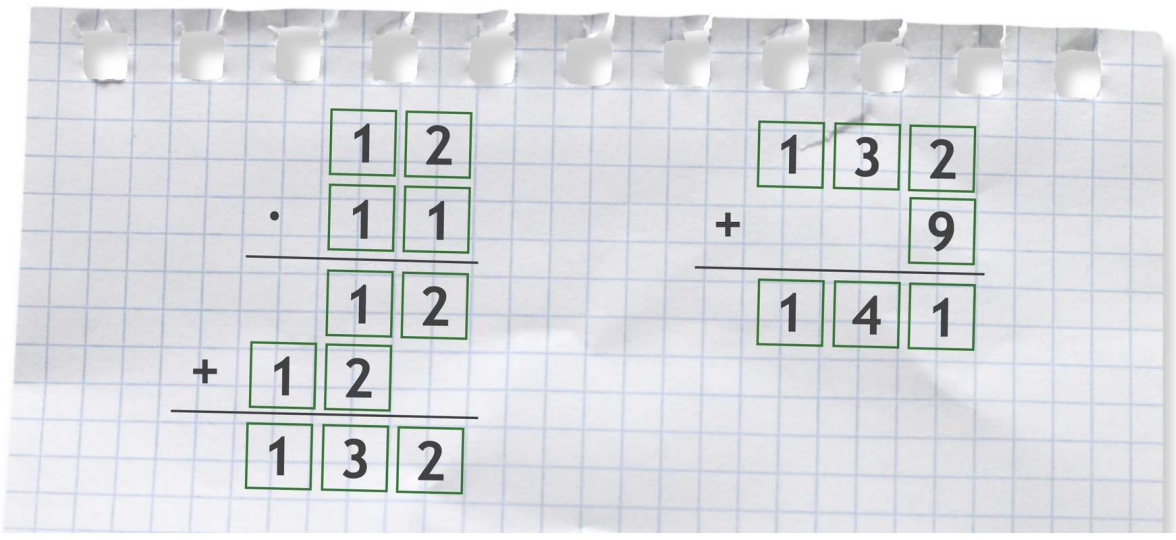
Ćwiczenie 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Zamieniamy liczbę mieszaną na ułamek.

$$12\frac{9}{11} = \frac{141}{11}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

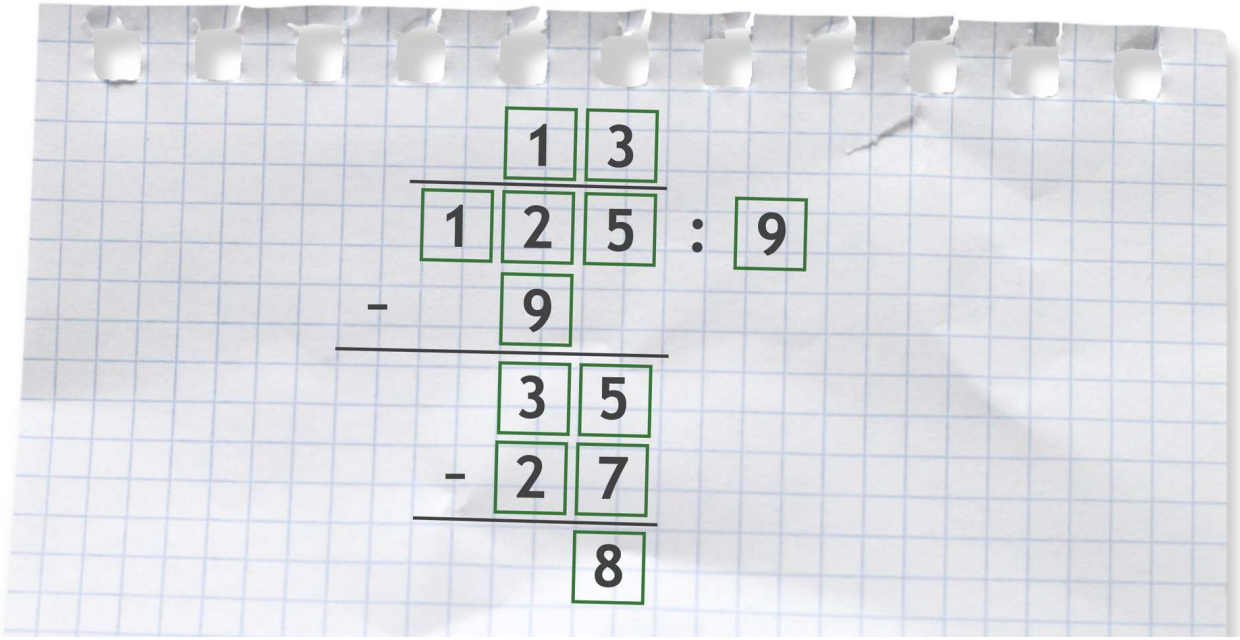
Zamień liczbę mieszaną na ułamek. Trudniejsze obliczenia wykonaj sposobem pisemnym.

1. $36\frac{5}{7}$
2. $23\frac{11}{14}$
3. $4\frac{77}{145}$
4. $150\frac{7}{8}$

Przykład 4

Zamieniamy ułamek $\frac{125}{9}$ na liczbę mieszaną

$$\frac{125}{9} = 13\frac{8}{9}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

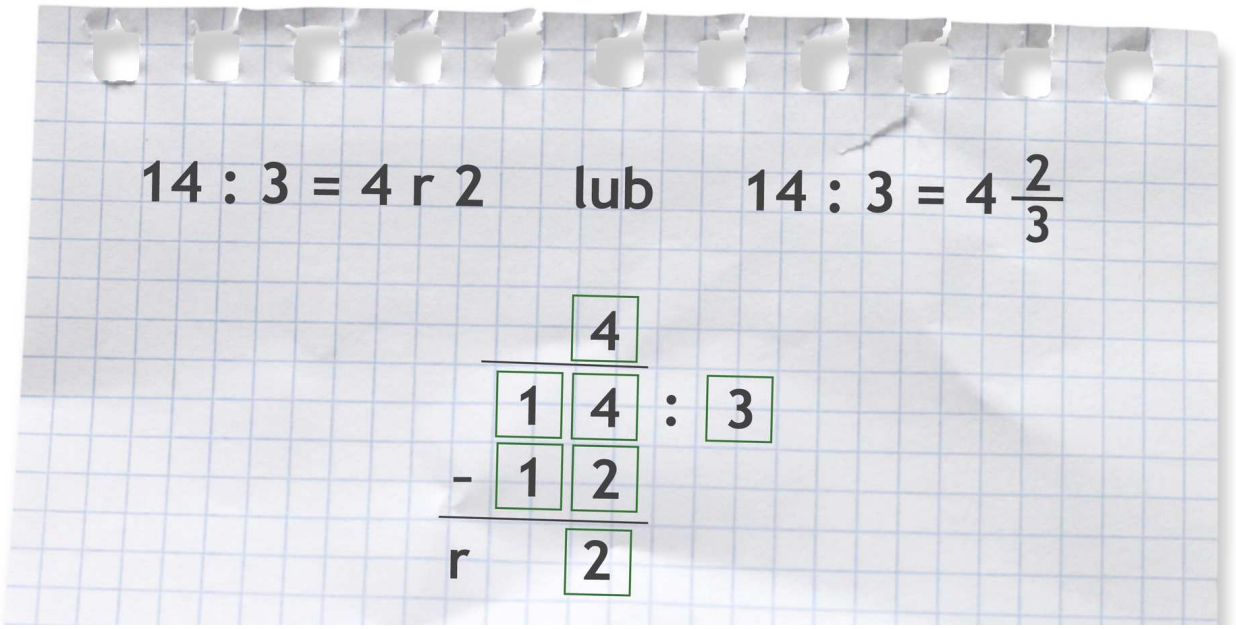
Zamień ułamek na liczbę mieszaną. Trudne obliczenia wykonaj sposobem pisemnym.

1. $\frac{139}{8}$
2. $\frac{221}{15}$
3. $\frac{600}{111}$
4. $\frac{1055}{43}$

Ułamek zwykły jako iloraz

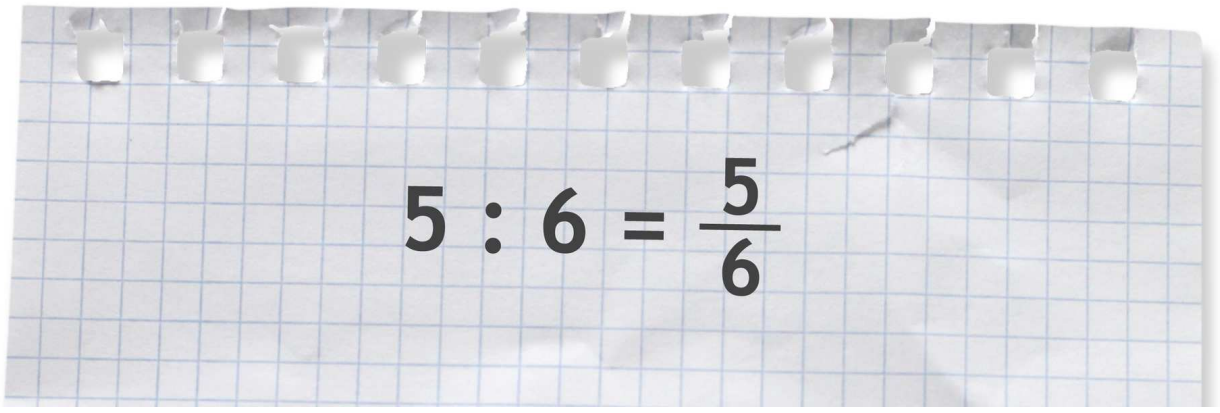
Ułamek jako wynik dzielenia

Przykład 1



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Wykonaj dzielenie z resztą i zapisz wynik w postaci liczby mieszanej.

1. $7 \ : \ 3 \ = \ldots r \ldots, 7 \ : \ 3 = \frac{\cdots}{\cdots}$
2. $13 \ : \ 4 \ = \ldots \ \mathrm{r} \ldots, 13 \ : \ 4 = \frac{\cdots}{\cdots}$
3. $13 \ : \ 7 = \ldots \ \mathrm{r} \ldots, 13 \ : \ 7 = \frac{\cdots}{\cdots}$
4. $15 \ : \ 11 = \ldots r \ldots, 15 \ : \ 11 = \frac{\cdots}{\cdots}$
5. $41 \ : \ 18 = \ldots \ \mathrm{r} \ldots, 41 \ : \ 18 = \frac{\cdots}{\cdots}$
6. $73 \ : \ 9 = \ldots \ \mathrm{r} \ldots, 73 \ : \ 9 \ = \frac{\cdots}{\cdots}$

.

Ćwiczenie 2

Zapisz w postaci liczby mieszanej.

1. $\frac{7}{3}$
2. $\frac{13}{4}$
3. $\frac{13}{7}$
4. $\frac{15}{11}$
5. $\frac{41}{18}$
6. $\frac{73}{8}$

Ważne!

Kreska ułamkowa w ułamkach zwykłych zastępuje znak dzielenia, a znak dzielenia w ilorazach zastępuje kreskę ułamkową.

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) $\frac{15}{4} =$ [ ] : [ ]

b) $\frac{20}{7} =$ [ ] : [ ]

c) $\frac{37}{2} =$ [ ] : [ ]

d) $\frac{311}{39} =$ [ ] : [ ]

4	2	7	39	311	20	15	37

Ćwiczenie 4

Zapisz następujące ilorazy jako ułamki.

1. $34 \ : \ 11$
2. $65 \ : \ 14$
3. $27 \ : \ 10$
4. $89 \ : \ 123$

Ćwiczenie 5

Uzupełnij zdania.

1. Jeżeli rozdzielimy po równo 3 jabłka pomiędzy 4 osoby, każda osoba dostanie . . . jabłka.
2. Jeżeli rozdzielimy po równo 4 jabłka pomiędzy 8 osób, każda osoba dostanie . . . jabłka.
3. Jeżeli rozdzielimy po równo 5 jabłek pomiędzy 3 osoby, każda osoba dostanie . . . jabłka.
4. Jeżeli rozdzielimy po równo 7 jabłek pomiędzy 6 osób, każda osoba dostanie . . . jabłka.

Obliczanie ilorazów

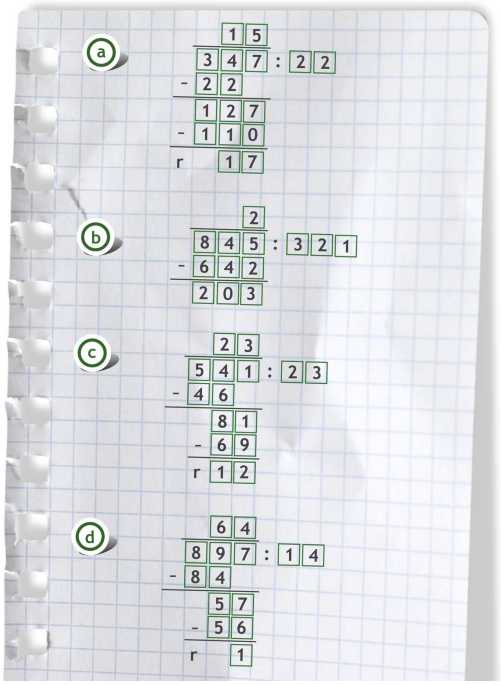
Ćwiczenie 6

Wykonaj dzielenie i przedstaw wynik w postaci ułamka zwykłego. Skróć ułamek, jeżeli to będzie możliwe.

1. $1 \ : \ 7$
2. $3 \ : \ 6$
3. $8 \ : \ 28$
4. $14 \ : \ 98$

Ćwiczenie 7

Zapisz wynik dzielenia w postaci liczby mieszanej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Wykonaj dzielenie. Przedstaw wynik w postaci liczby mieszanej. Skróć ułamek, jeżeli to będzie możliwe. Obliczenia możesz wykonać w pamięci lub sposobem pisemnym.

1. $69 \ : \ 17$
2. $73 \ : \ 6$
3. $58 \ : \ 16$
4. $89 \ : \ 19$

Ćwiczenie 9

Uzupełnij, wpisując liczby większe od 50, tak aby otrzymać podany wynik.

1. $\ldots \ : \ldots = 3\frac{1}{12}$
2. $\ldots \ : \ldots = 2\frac{4}{17}$
3. $\ldots \ : \ldots = 2\frac{7}{19}$
4. $\ldots \ : \ldots = 4\frac{1}{9}$
5. $\ldots \ : \ldots = 4\frac{5}{11}$
6. $\ldots \ : \ldots = 5\frac{3}{8}$

Ćwiczenie 10

Czterech kolegów odwiedziło Franka. Mama Franka poczęstowała wszystkich pomarańczami. Obrała je i podzieliła na pięć równych części. Sama też wzięła kawałek owocu. Każde dziecko otrzymało po $1\frac{1}{6}$ pomarańczy. Jaką część pomarańczy zjadła mama Franka?

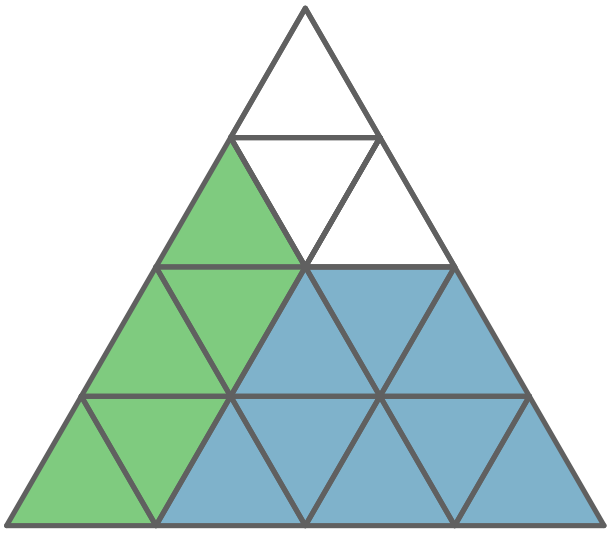
Ćwiczenie 11

W miejsce kropek wpisz liczby większe od 50 i mniejsze od 100, tak aby otrzymać podany wynik.

1. $\ldots \ : \ldots = 1\frac{5}{29}$
2. $\ldots \ : \ldots = 1\frac{5}{42}$
3. $\ldots \ : \ldots \ = 1\frac{7}{26}$
4. $\ldots \ : \ldots = 1\frac{3}{20}$
5. $\ldots \ : \ldots = 1\frac{5}{19}$
6. $88 \ : \ldots = 1\frac{3}{8}$

Dodawanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

Spójrzmy na rysunek i obliczmy, jaka część figury została zamalowana.



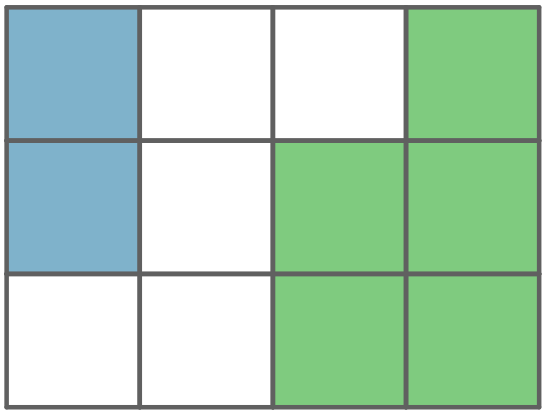
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Kolorem niebieskim zamalowano $\frac{8}{16}$ trójkąta, a kolorem zielonym $\frac{5}{16}$ trójkąta. Łącznie zamalowano więc $\frac{8}{16} + \frac{5}{16} = \frac{13}{16}$ tej figury.

Ćwiczenie 1

Oblicz i zapisz, jaka część figury została zamalowana.

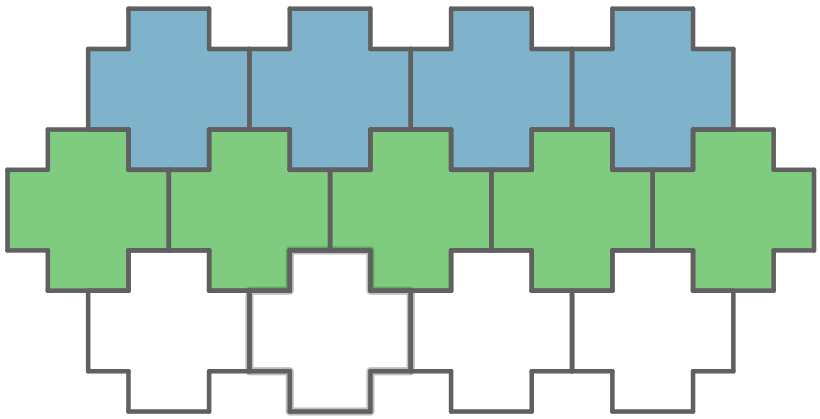
1.



$$\frac{2}{12} + \frac{5}{12} = -$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

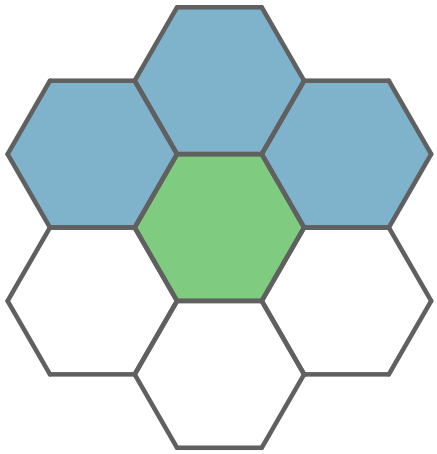
2.



$$\frac{4}{13} + \frac{5}{13} = -$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



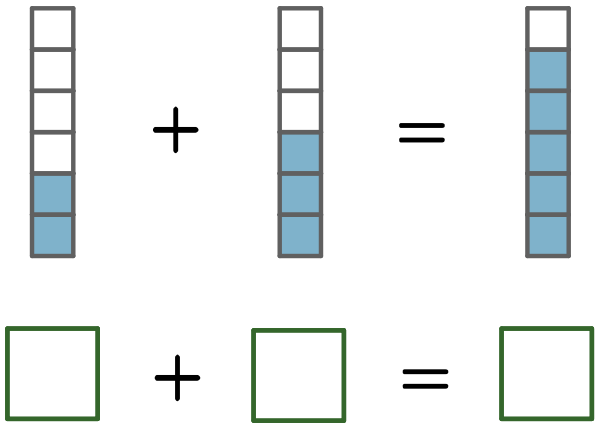
$$\frac{3}{7} + \frac{1}{7} = -$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

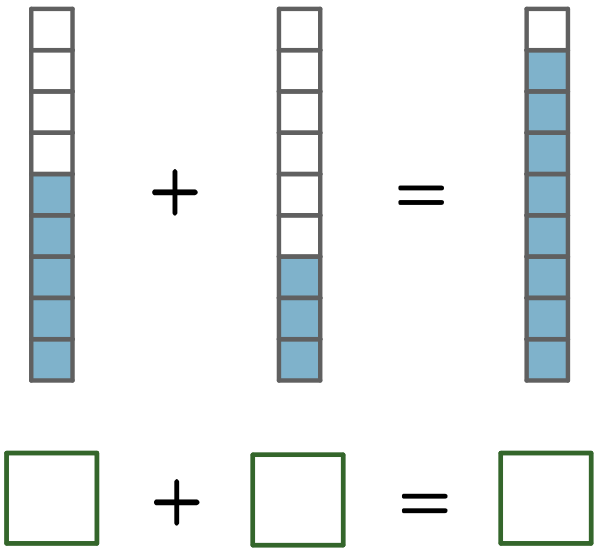
Zapisz dodawanie zilustrowane rysunkiem.

1.



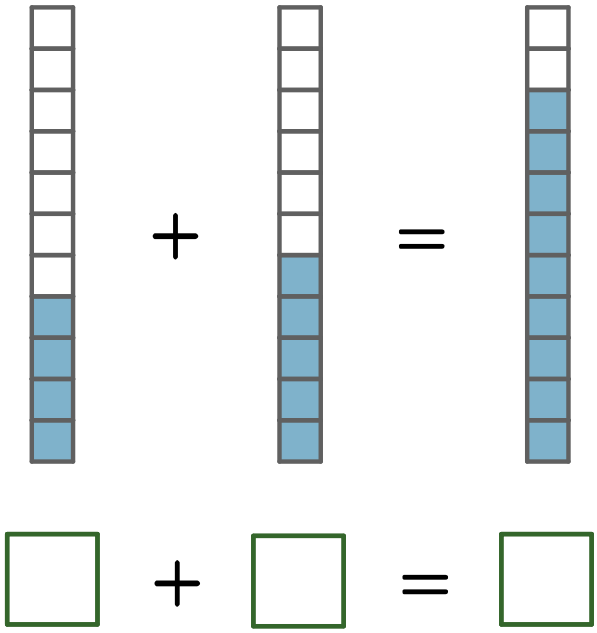
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

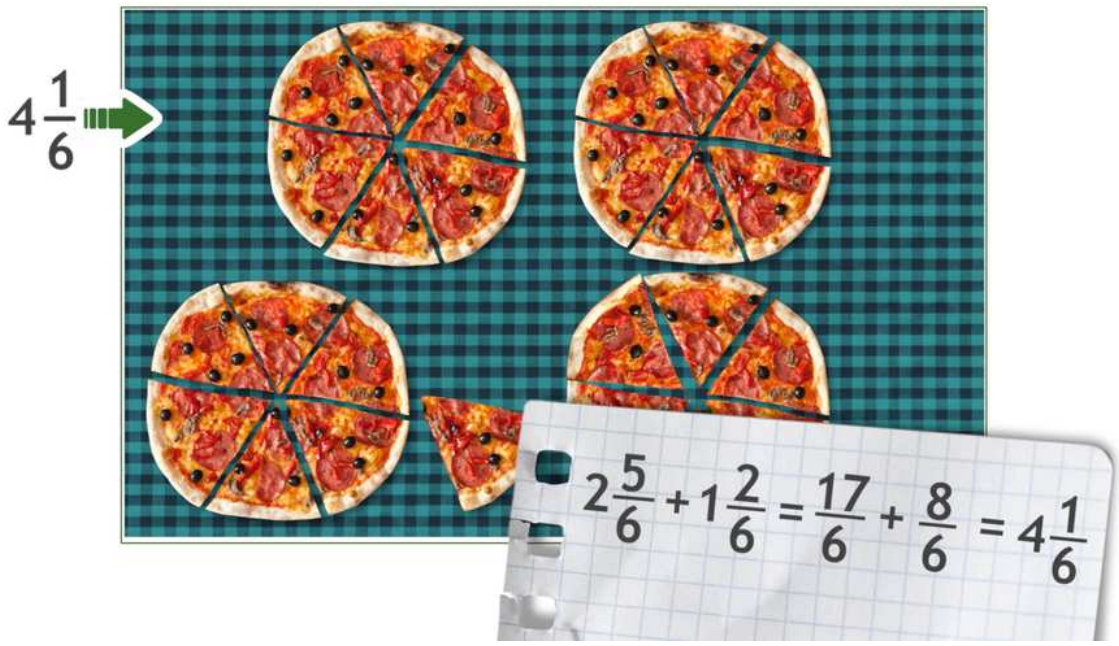
Aby dodać ułamki o jednakowych mianownikach, należy dodać ich liczniki, a mianownik pozostawić bez zmiany.

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{3+2}{8}=\frac{5}{8}$$

Przeważnie dodawanie liczników wykonujemy w pamięci.

$$\frac{3}{8}+\frac{2}{8}=\frac{5}{8}$$

Dodawanie ułamków



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 3

Dodaj ułamki.

1. $\frac{3}{8}+\frac{2}{8}$
2. $\frac{1}{4}+\frac{2}{4}$
3. $\frac{5}{10}+\frac{2}{10}$
4. $\frac{9}{14}+\frac{4}{14}$
5. $\frac{11}{17}+\frac{4}{17}$
6. $\frac{15}{28}+\frac{12}{28}$
7. $\frac{24}{50}+\frac{19}{50}$
8. $\frac{25}{100}+\frac{34}{100}$

Ważne!

Jeżeli wynik dodawania jest ułamkiem, który można skrócić, warto to zrobić.
Na przykład

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ćwiczenie 4

Oblicz, a następnie wynik zapisz w postaci ułamka nieskracalnego.

1. $\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \ldots = \ldots$
2. $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \ldots = \ldots$
3. $\frac{5}{12} + \frac{4}{12} = \ldots = \ldots$
4. $\frac{8}{15} + \frac{4}{15} = \ldots = \ldots$
5. $\frac{11}{24} + \frac{4}{24} = \ldots = \ldots$
6. $\frac{3}{18} + \frac{9}{18} = \ldots = \ldots$
7. $\frac{17}{36} + \frac{7}{36} = \ldots = \ldots$
8. $\frac{21}{40} + \frac{9}{40} = \ldots = \ldots$

Ważne!

Jeżeli wynik dodawania jest ułamkiem niewłaściwym, można go zapisać w postaci liczby mieszanej. Warto także skrócić część ułamkową liczby mieszanej.
Na przykład

$$\frac{7}{8} + \frac{5}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$$

Ćwiczenie 5

Dodaj ułamki. Wynik zapisz najpierw w postaci ułamka, a następnie w postaci liczby mieszanej. Pamiętaj o skracaniu ułamków.

1. $\frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
2. $\frac{7}{9} + \frac{8}{9} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
3. $\frac{11}{12} + \frac{10}{12} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
4. $\frac{9}{15} + \frac{11}{15} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
5. $\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
6. $\frac{5}{8} + \frac{7}{8} + \frac{6}{8} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
7. $\frac{8}{9} + \frac{8}{9} + \frac{8}{9} = \ldots \ = \ldots = \ldots$
8. $\frac{7}{10} + \frac{5}{10} + \frac{8}{10} = \ldots \ = \ldots = \ldots$

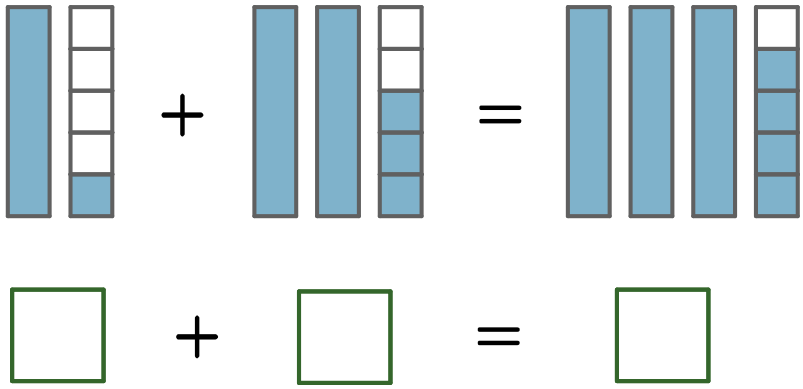
Dodawanie liczb mieszanych

Spróbuj odkryć zasadę dodawania liczb mieszanych, rozwiązując poniższe zadanie.

Ćwiczenie 6

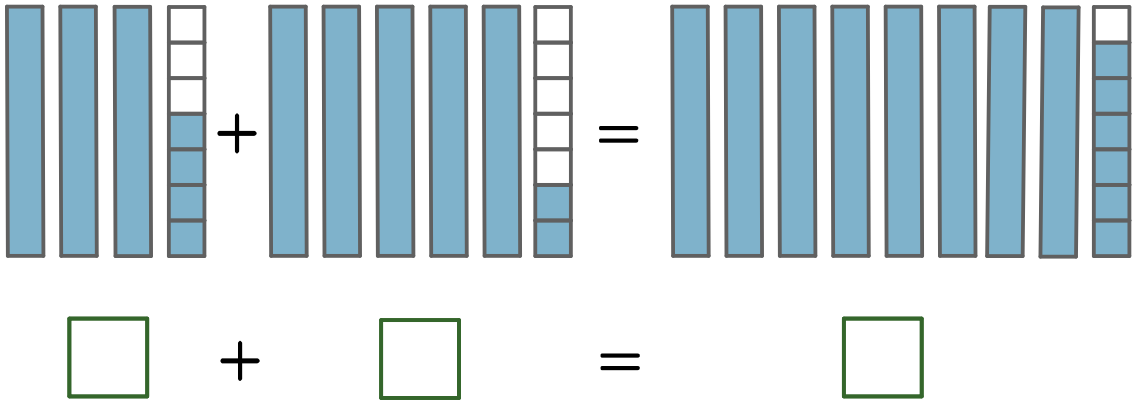
Zapisz dodawanie zilustrowane rysunkiem.

1.



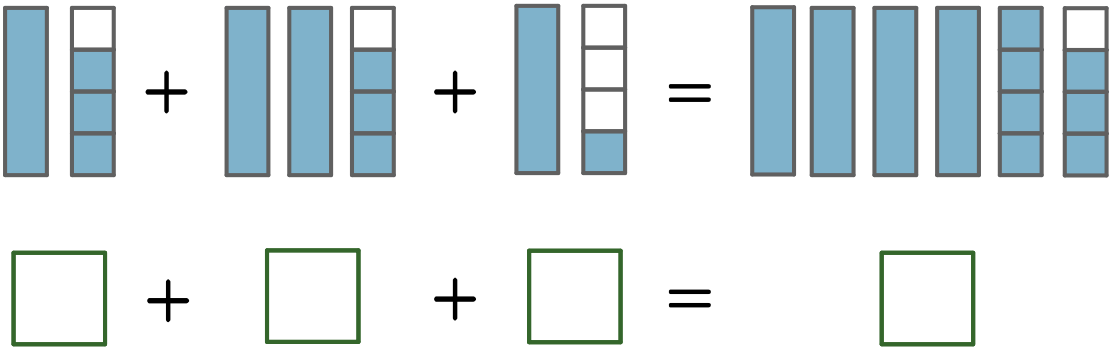
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Aby dodać liczby mieszane, należy dodać najpierw części całkowite, a następnie części ułamkowe.

$$2\ \tfrac{3}{6} + 1\ \tfrac{2}{6} = 3\ \tfrac{5}{6}$$

- Jeśli suma części ułamkowych jest ułamkiem niewłaściwym, wyłączamy z niego całości.

$$6\ \tfrac{5}{8} + 2\ \tfrac{4}{8} = 8\ \tfrac{9}{8} = 9\ \tfrac{1}{8}$$

$$\tfrac{9}{8} = 1\tfrac{1}{8}$$

więc

$$1\tfrac{1}{8} + 8 = 9\ \tfrac{1}{8}.$$

Ćwiczenie 7

Oblicz. Liczbę mieszaną zapisz w takiej postaci, w której wszystkie całości są wyłączone, a ułamek jest nieskracalny.

1. $1\frac{3}{7} + 3\frac{1}{7}$
2. $3\frac{1}{4} + 5\frac{2}{4}$
3. $2\frac{2}{9} + 5\frac{4}{9}$
4. $4\frac{3}{8} + \frac{3}{8}$
5. $2\frac{2}{5} + \frac{3}{5}$
6. $1\frac{5}{6} + 3\frac{2}{6}$
7. $3\frac{2}{3} + 8\frac{2}{3}$
8. $3\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
9. $\frac{9}{10} + \frac{7}{10}$
10. $\frac{11}{12} + 1\frac{15}{12}$
11. $4\frac{8}{15} + 3\frac{13}{15}$

Ćwiczenie 8

Do sumy liczb $3\frac{7}{12}$ i $2\frac{8}{12}$ dodaj sumę liczb $1\frac{5}{12}$ i $6\frac{10}{12}$

Ćwiczenie 9

Oblicz sumę czterech liczb, z których pierwsza jest równa $2\frac{5}{8}$ i jest o $1\frac{7}{8}$ mniejsza od drugiej. Trzecia liczba jest większa od drugiej o $2\frac{3}{8}$, ale mniejsza od czwartej o $\frac{4}{8}$.

Ćwiczenie 10

Oblicz i policz, na ile sposobów można uzupełnić brakujące liczniki.

1. $\frac{\dots}{8} + \frac{\dots}{8} = 1\frac{1}{4}$
2. $\frac{\dots}{8} + \frac{\dots}{8} = 1\frac{3}{4}$
3. $\frac{\dots}{8} + \frac{\dots}{8} = \frac{1}{2}$
4. $\frac{\dots}{6} + \frac{\dots}{6} + \frac{\dots}{6} = 2\frac{1}{3}$
5. $\frac{\dots}{12} + 1\frac{\dots}{12} = 2\frac{2}{3}$
6. $6 + 3\frac{\dots}{9} = 10\frac{1}{3}$

Odejmowanie ułamków zwykłych o jednakowych mianownikach

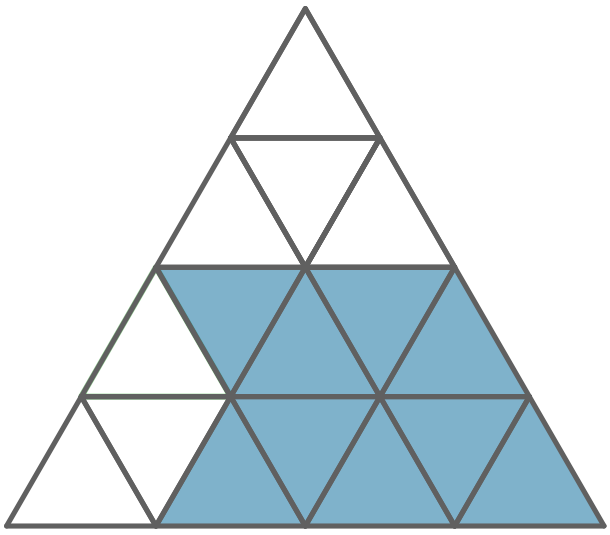
Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DVJtQXxtO

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Jak odejmujemy ułamki

Na rysunku zamalowano $\frac{9}{16}$ trójkąta. Jaka część figury nie została zamalowana?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Można policzyć, że nie zamalowano $\frac{7}{16}$ trójkąta.

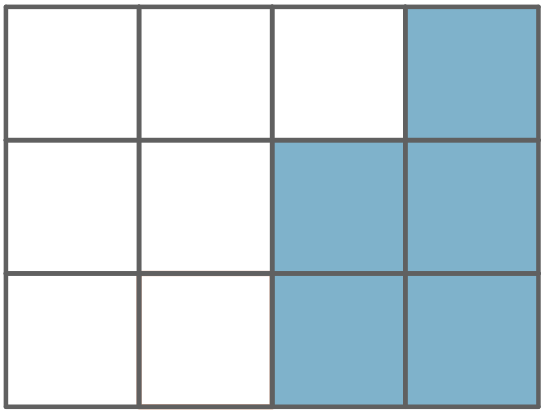
- Wynik ten możemy otrzymać tak

$1 \text{ trójkąt} - \frac{9}{16} \text{ trójkąta} = \frac{16}{16} \text{ trójkąta} - \frac{9}{16} \text{ trójkąta} = \frac{7}{16} \text{ trójkąta}$

Ćwiczenie 1

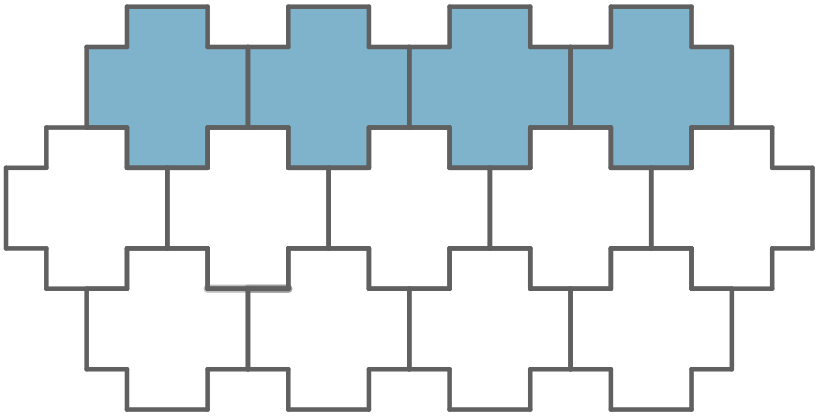
Jaka część figury nie została zamalowana?

1.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

- Aby odjąć dwa ułamki o jednakowych mianownikach, należy odjąć ich liczniki, a mianownik pozostawić bez zmiany.

$$\frac{3}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3-2}{8} = \frac{1}{8}$$

- Odejmowanie liczników przeważnie wykonujemy w pamięci.

$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{5}{8}.$$

Odejmowanie ułamków zwykłych

Ćwiczenie 2

Odejmij ułamki.

1. $\frac{3}{8} - \frac{2}{8}$
2. $\frac{2}{4} - \frac{1}{4}$
3. $\frac{5}{10} - \frac{2}{10}$
4. $\frac{9}{14} - \frac{4}{14}$
5. $\frac{11}{17} - \frac{4}{17}$
6. $\frac{21}{28} - \frac{12}{28}$
7. $\frac{34}{49} - \frac{19}{49}$
8. $\frac{54}{97} - \frac{31}{97}$

Ważne!

Jeżeli wynik odejmowania jest ułamkiem, który można skrócić, warto to zrobić. Na przykład

$$\frac{7}{12} - \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Ćwiczenie 3

Oblicz i zapisz wynik w postaci ułamka nieskracalnego.

1. $\frac{3}{8} - \frac{1}{8}$
2. $\frac{4}{9} - \frac{1}{9}$
3. $\frac{9}{12} - \frac{1}{12}$
4. $\frac{14}{15} - \frac{2}{15}$
5. $\frac{11}{24} - \frac{3}{24}$
6. $\frac{13}{18} - \frac{11}{18}$
7. $\frac{17}{36} - \frac{7}{36}$
8. $\frac{21}{40} - \frac{13}{40}$

Ważne!

Jeżeli wynik odejmowania jest ułamkiem niewłaściwym to można zapisać go w postaci liczby mieszanej. Można także skracać ułamek w liczbie mieszanej. Na przykład

$$\frac{17}{8} - \frac{5}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$$

Ćwiczenie 4

Odejmij ułamki. Wynik zapisz najpierw w postaci ułamka niewłaściwego, a następnie w postaci liczby mieszanej.

1. $\frac{11}{6} - \frac{3}{6} = \ldots = \ldots = \ldots$
2. $\frac{13}{9} - \frac{1}{9} = \ldots = \ldots = \ldots$
3. $\frac{19}{12} - \frac{5}{12} = \ldots = \ldots = \ldots$
4. $\frac{34}{15} - \frac{1}{15} = \ldots = \ldots = \ldots$
5. $\frac{19}{4} - \frac{5}{4} = \ldots = \ldots = \ldots$
6. $\frac{29}{8} - \frac{3}{8} = \ldots = \ldots = \ldots$

Odejmowanie liczb mieszanych

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DVJtQXxtO

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

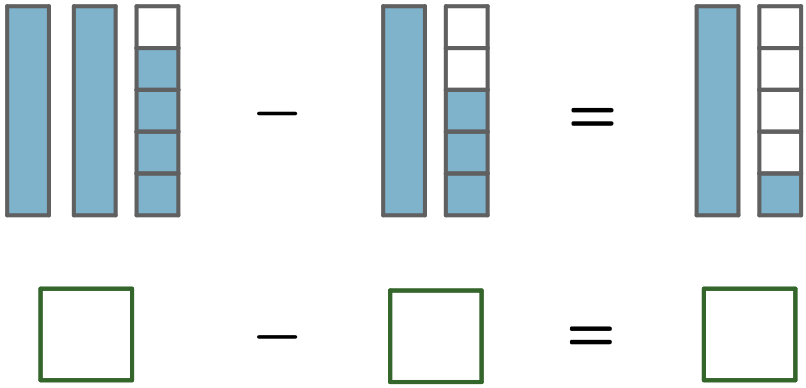
Animacja

Spróbuj odkryć zasadę odejmowania liczb mieszanych, rozwiązując poniższe zadanie.

Ćwiczenie 5

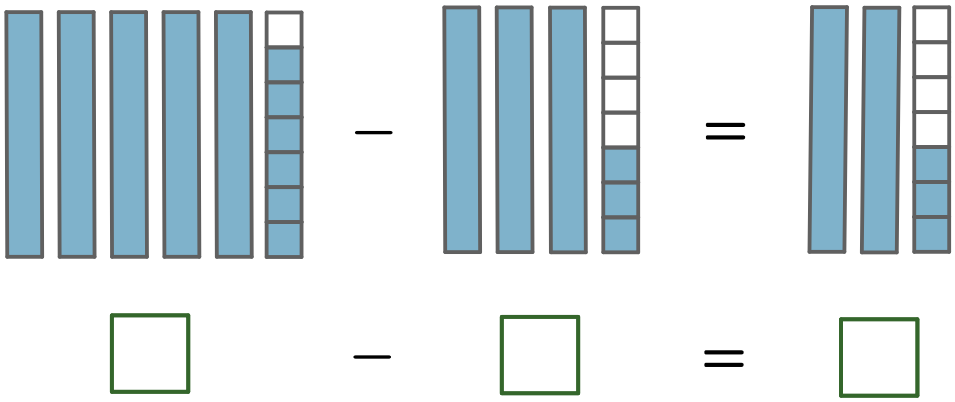
Zapisz odejmowanie ilustrujące sytuację przedstawioną na rysunkach.

1.



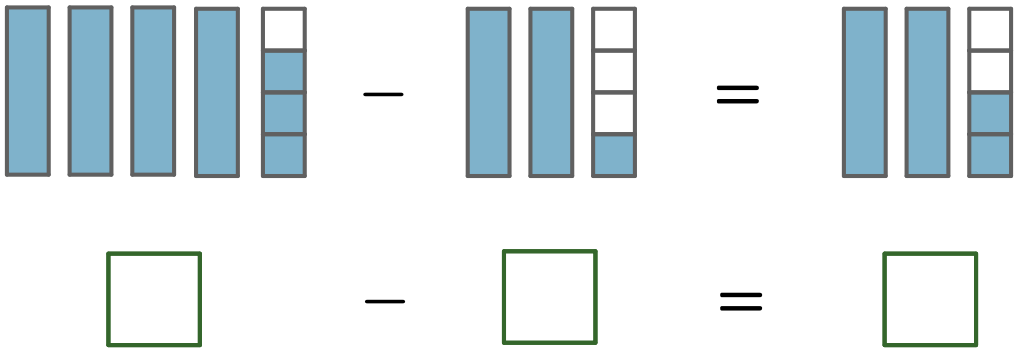
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



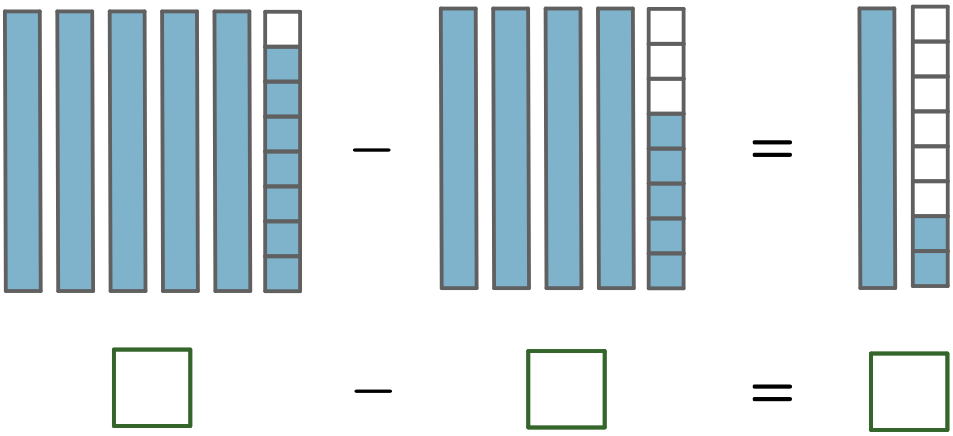
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

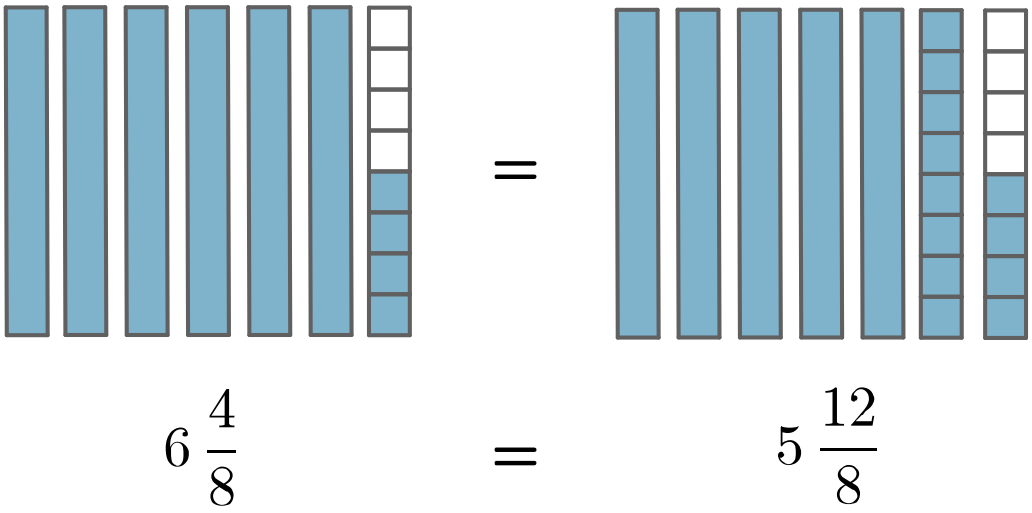
Ważne!

- Aby odjąć liczby mieszane, należy najpierw odjąć ich części całkowite, a następnie części ułamkowe.

$$4\frac{3}{6} - 1\frac{2}{6} = 3\frac{1}{6}$$

- Gdy licznik ułamka odjemnej jest mniejszy od licznika odjemnika, jedną całość pierwszej liczby zamieniamy na ułamek.

$$6\frac{4}{8} - 2\frac{5}{8} = 5\ \frac{12}{8} - 2\frac{5}{8} = 3\frac{7}{8}$$



$$6\ \frac{4}{8} \quad = \quad 5\ \frac{12}{8}$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Oblicz.

1. $3\frac{1}{7} - 1\frac{3}{7}$
2. $5\frac{1}{4} - \frac{2}{4}$
3. $5\frac{2}{9} - 2\frac{4}{9}$
4. $4\frac{3}{8} - \frac{6}{8}$
5. $2\frac{2}{5} - \frac{3}{5}$
6. $12\frac{1}{13} - 2\ \frac{5}{13}$
7. $8\ \frac{1}{3}\ -\ 3\ \frac{2}{3}$
8. $12\frac{2}{10} - 5\frac{9}{10}$
9. $1\ \frac{7}{11} - \frac{10}{11}$
10. $13\frac{9}{12} - 12\frac{10}{12}$
11. $4\frac{7}{15} - 3\frac{11}{15}$

Ćwiczenie 7

Oblicz. Co można powiedzieć o licznikach w każdym z podpunktów?

1. $\frac{\dots}{8} - \frac{\dots}{8} = 1\frac{1}{4}$
2. $\frac{\dots}{8} - \frac{\dots}{8} = 1\frac{3}{4}$
3. $\frac{\dots}{8} - \frac{\dots}{8} = \frac{1}{2}$
4. $\frac{\dots}{6} - \frac{\dots}{6} = 2\frac{1}{3}$

Rozwiązywanie zadań tekstowych z zastosowaniem dodawania i odejmowania ułamków zwykłych

Ćwiczenie 1

Mama kupiła $1\frac{1}{2}\ \mathrm{kg}$ pomarańczy, $2\ \mathrm{kg}$ ziemniaków i $\frac{1}{2}\ \mathrm{kg}$ pomidorów. Ile ważyły te zakupy?

Zakupy ważyły [ ] kg.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Wczoraj Bartek spędził w szkole $\frac{7}{24}$ doby, a spał przez $\frac{10}{24}$ doby. Jaką część doby Bartek mógł maksymalnie przeznaczyć na inne swoje działania? Ile to godzin?

Ćwiczenie 3

W tradycyjnym kolejowym wagonie osobowym jest 10 przedziałów. W każdym przedziale wagonu drugiej klasy znajduje się 8 miejsc do siedzenia. Na wycieczkę pojechało pociągiem 25 uczniów z klasy 4a oraz 28 uczniów z klasy $4b$. Z każdą klasą pojechało dwóch opiekunów. Wszyscy zajęli miejsca siedzące w tym samym wagonie drugiej klasy.



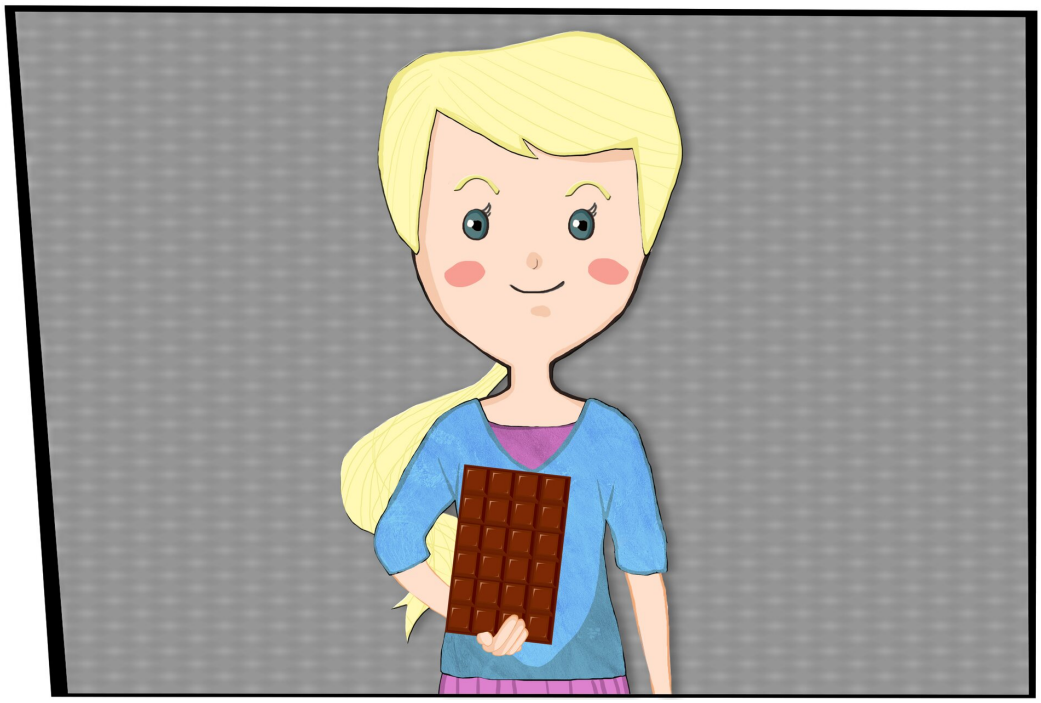
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. Jaką część wszystkich miejsc w wagonie zajęli uczniowie klasy $4a$, uczniowie klasy $4b$ i opiekunowie obu klas? Oblicz, jaką część miejsc zajęli wszyscy uczestnicy wycieczki.
2. Oblicz, jaką część miejsc w wagonie mieli do dyspozycji pozostali pasażerowie.

Ćwiczenie 4

Kuba przez 3 dni jeździł na rolkach. Codziennie mierzył pokonany dystans. Łącznie pokonał $25\ \mathrm{km}$.
Ile kilometrów Kuba przejechał w ostatnim dniu, jeżeli pierwszego dnia przejechał $5\frac{7}{10}\mathrm{km}$, a drugiego o $2\frac{5}{10}\mathrm{km}$ więcej?

- ○ $11\frac{1}{10}\mathrm{km}$
- ○ $16\frac{1}{10}\mathrm{km}$
- ○ $13\frac{9}{10}\mathrm{km}$
- ○ $8\frac{2}{10}\mathrm{km}$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Janek był wczoraj w szkole przez $6\frac{1}{4}$ h. Potem przez $\frac{3}{4}$ h wracał spacerkiem do domu. Zjedzenie obiadu i relaks przy czytaniu książki zajęły mu $1\frac{3}{4}$ h. Po odpoczynku Jacek wyszedł na trening. Wykonaj obliczenia i uzupełnij.

a) Pobyt w szkole i powrót do domu zajął Jackowi [ ] h.

b) Jeżeli Jacek przebywał w szkole od godziny $7:50$, to na trening wyszedł o godzinie [ ] : [ ].

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Klomb ma kształt trójkąta, którego boki mają długości: $1\frac{3}{5}$ m, $2\frac{1}{5}$ m, $2\frac{2}{5}$ m. Oblicz obwód tego trójkąta.

Przypomnienie. Obwód trójkąta, to suma długości jego boków.

Ćwiczenie 8

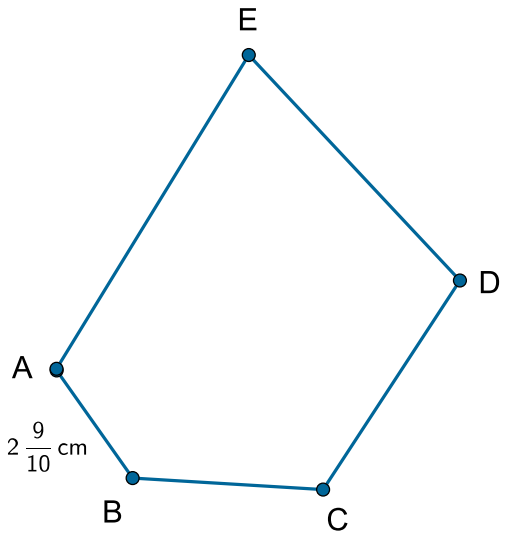
Dokończ zdanie, tak aby otrzymać zdanie prawdziwe.

Jeden z boków prostokąta ma długość $10\frac{2}{5}$ cm, a drugi jest od niego o $4\frac{4}{5}$ cm krótszy. Obwód tego prostokąta wynosi

- ◯ 16 cm
- ◯ $11\frac{1}{5}$ cm
- ◯ 32 cm
- ◯ $5\frac{3}{5}$ cm

Ćwiczenie 9

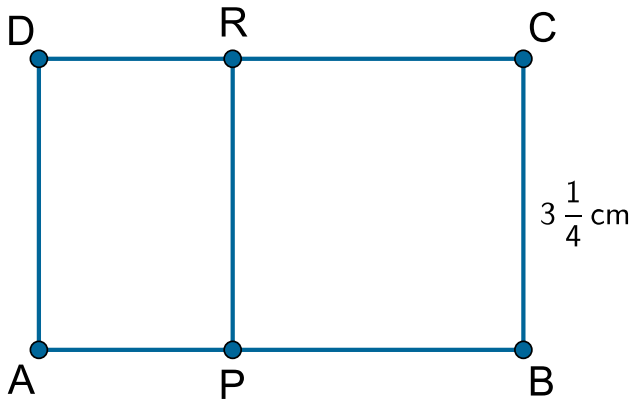
Najkrótszy bok pięciokąta $ABCDE$ ma długość $2\frac{9}{10}\,\mathrm{cm}$. Każdy kolejny bok jest o $1\frac{3}{10}\,\mathrm{cm}$ dłuższy od poprzedniego. Oblicz długość tej łamanej zamkniętej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Obwód prostokąta $ABCD$ jest o $10\,\mathrm{cm}$ dłuższy od obwodu prostokąta $APRD$. Długość odcinka BC wynosi $3\frac{1}{4}\,\mathrm{cm}$. Oblicz obwód prostokąta $PBCR$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem

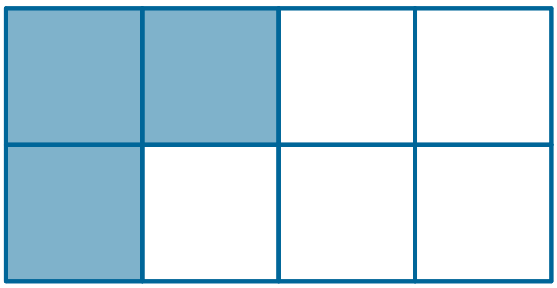
Ćwiczenie 1

Zapisz ułamek

1. o mianowniku 6 i liczniku 5
2. o mianowniku 9 i liczniku o 5 mniejszym od mianownika

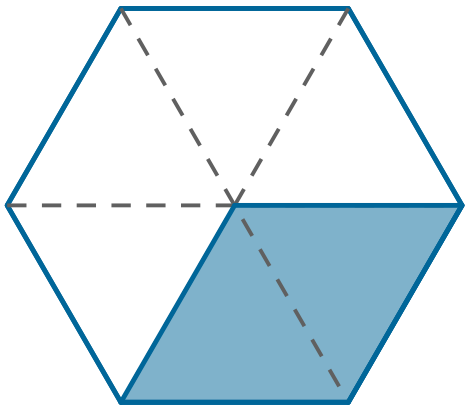
Ćwiczenie 2

1. Jaka część figury jest zamalowana?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Jaka część figury nie jest zamalowana? Podaj ułamek nieskracalny.

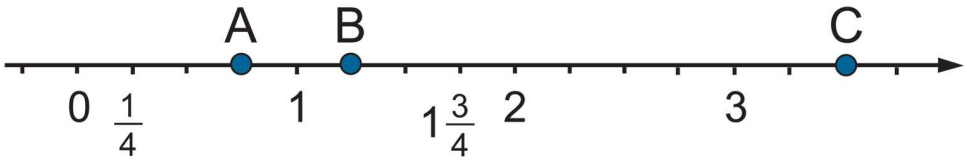


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Odczytaj, jakim liczbom odpowiadają punkty A, B i C.

1.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Przeciągnij i upuść.

a) $\frac{15}{4} = \square : \square$

b) $\frac{20}{7} = \square : \square$

c) $\frac{37}{2} = \square : \square$

d) $\frac{311}{39} = \square : \square$

37	7	2	20	311	15	39	4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Przeciągnij i upuść.

$\frac{2}{7} < \square < \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{7}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{1}{7}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Wpisz taką liczbę, aby równość była prawdziwa.

1. $\frac{2}{5} = \frac{\ldots}{15}$
2. $\frac{18}{24} = \frac{9}{\ldots}$
3. $\frac{8}{11} = \frac{\ldots}{99}$
4. $\frac{24}{32} = \frac{6}{\ldots}$

Ćwiczenie 7

Skróć ułamki, tak aby otrzymać ułamki nieskracalne.

1. $\frac{6}{12} = \frac{\ldots}{\ldots}$
2. $\frac{6}{9} = \frac{\ldots}{\ldots}$
3. $\frac{12}{18} = \frac{\ldots}{\ldots}$
4. $\frac{24}{96} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Ćwiczenie 8

Zamień liczbę mieszaną na ułamek niewłaściwy.

1. $4\ \frac{2}{3} = \frac{\ldots}{3}$
2. $7\ \frac{6}{5} = \frac{\ldots}{\ldots}$

Ćwiczenie 9

Wyłącz całości z ułamków i skróć część ułamkową, o ile to możliwe.

1. $\frac{23}{8} = \ldots$
2. $\frac{28}{12} = \ldots = \ldots$

Ćwiczenie 10

Odpowiedz na pytania.

1. 7 minut – jaka to część godziny?
2. 23 metry – jaka to część kilometra?

Ćwiczenie 11

Oblicz, pamiętając o skracaniu i wyłączaniu całości.

1. $1\frac{2}{5} + 2\frac{4}{5}$
2. $2\frac{5}{6} + 3\frac{4}{6}$

Ćwiczenie 12

Oblicz, pamiętając o skracaniu ułamków.

1. $3\frac{11}{24} - 2\frac{7}{24}$
2. $6\frac{5}{8} - 4\frac{7}{8}$

Ćwiczenie 13

Odpowiedz na pytania.

1. Marek spośród 28 zadań rozwiązał 17. Jakiej części wszystkich zadań Marek nie rozwiązał?
2. Koncert na orkiestrę Witolda Lutosławskiego składa się z trzech części. Pierwsza część trwa 3 minuty, druga 6 minut, a trzecia 18 minut. Jaką część całego koncertu stanowi jego ostatnia część?

Ćwiczenie 14

W sklepie było 30 metrów materiału. Pierwszego dnia sprzedano 12 metrów, drugiego dnia $7\frac{3}{5}$ metra, a trzeciego $8\frac{4}{5}$ metra.

1. Ile metrów materiału sprzedano w ciągu tych trzech dni?
2. Ile metrów materiału pozostało jeszcze w sklepie?

Ćwiczenie 15

1. Boki trójkąta mają długości: $5\frac{3}{4}\ \text{cm}$, $2\frac{2}{4}\text{cm}$ i $3\frac{1}{4}\text{cm}$. Oblicz obwód tego trójkąta.
2. Oblicz obwód trójkąta, którego jeden bok ma długość $4\frac{3}{8}\ \text{cm}$, drugi bok jest od niego krótszy o $1\frac{5}{8}\ \text{cm}$, a trzeci bok jest dłuższy od drugiego o $\frac{1}{8}\ \text{cm}$.

Ćwiczenie 16

Kacper przeznacza codziennie 4 godziny czasu wolnego od nauki na czytanie książki, grę na komputerze, jazdę na rowerze oraz spacer z psem. Czas przeznaczony na niektóre z tych czynności zapisał w tabeli.

1. Oblicz, ile godzin Kacper przeznaczył na grę na komputerze.
2. Oblicz, ile minut zajmuje Kacprowi codziennie gra na komputerze.

TABELA

czytanie książki	$\frac{5}{6}$ godziny
jazda na rowerze	$1\frac{3}{6}$ godziny
spacer z psem	$\frac{2}{6}$ godziny
gra na komputerze	

Ćwiczenie 17

Kasia przeczytała 80 stron swojej dwustustronicowej książki, a Gosia 32 strony książki liczącej 76 stron. Oblicz, która z dziewcząt przeczytała większą część swojej książki.

Ćwiczenie 18

Suma czterech liczb jest równa 18. Pierwsza liczba to $4\frac{5}{8}$, druga jest od niej o $1\frac{7}{8}$ mniejsza, a trzecia jest o $\frac{5}{8}$ większa od drugiej. Jakie to liczby?

Ćwiczenie 19

Jak zmieni się różnica, gdy odjemną zwiększymy o $13\frac{1}{9}$, a odjemnik o $1\frac{7}{9}$?

Ćwiczenie 20

Trasa rajdu pieszego ma długość 18 km i składa się z 3 odcinków o różnej długości. Odcinek średniej długości jest o $1\frac{3}{5}$ km krótszy od najdłuższego i o tyle samo dłuższy od najkrótszego. Jakie długości mają odcinki tego rajdu?

Ułamki o mianownikach 10, 100, 1000, ...

Wśród ułamków zwykłych są takie, których mianownikami są liczby:
$10,\ 100,\ 1000, \ldots$
Na przykład

$$\frac{3}{10}, \frac{29}{100}, \frac{315}{1000}, \frac{49}{10}, \frac{134}{100}, \frac{2015}{1000}, \frac{7}{10000}.$$

Takie ułamki nazywamy **ułamkami dziesiętnymi**.

Definicja: Ułamek dziesiętny

Ułamek, którego mianownik jest liczbą $10,\ 100,\ 1000, \ldots$ nazywamy ułamkiem dziesiętnym.

Ćwiczenie 1

Przeciągnij pasujące elementy i upuść.

Ułamki dziesiętne

	$\frac{55}{1000}$ $\frac{4}{100}$ $\frac{13}{10}$ $\frac{102}{100}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Ułamek dziesiętny cztery setne można zapisać dwoma sposobami:

- jako ułamek zwykły $\frac{4}{100}$
- z wykorzystaniem przecinka, czyli w postaci dziesiętnej $0{,}04$

Z ułamka $\frac{13}{10}$ można wyłączyć całości.
Liczbę jeden i trzy dziesiąte zapisujemy w postaci liczby mieszanej $1\frac{3}{10}$ lub z wykorzystaniem przecinka $1{,}3$.

- $\frac{102}{100} = 1\frac{2}{100} = 1{,}02$ czytamy: jeden i dwie setne
- $\frac{55}{1000} = 0{,}055$ czytamy: pięćdziesiąt pięć tysięcznych

Ćwiczenie 2

Przedstaw ułamek zwykły w postaci dziesiętnej.

a) $\frac{7}{10}$ = ⬚

b) $\frac{5}{10}$ = ⬚

c) $\frac{3}{100}$ = ⬚

d) $\frac{62}{100}$ = ⬚

e) $\frac{1}{1\,000}$ = ⬚

f) $\frac{34}{1\,000}$ = ⬚

g) $\frac{899}{1\,000}$ = ⬚

h) $\frac{2}{10\,000}$ = ⬚

0,005	0,034	0,0001	0,062	0,62	0,001	0,00002	0,07	0,899
0,0002	0,7	0,0899	0,003	0,03	0,34	0,5		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Przedstaw liczbę mieszaną w postaci dziesiętnej.

a) $1\frac{3}{10} =$ ☐
b) $3\frac{9}{10} =$ ☐
c) $2\frac{17}{100} =$ ☐
d) $5\frac{8}{100} =$ ☐
e) $10\frac{46}{1\,000} =$ ☐
f) $8\frac{5}{1\,000} =$ ☐
g) $25\frac{306}{1\,000} =$ ☐
h) $7\frac{15}{10\,000} =$ ☐

8,005 | 3,09 | 5,08 | 10,046 | 10,0046 | 2,17 | 5,008 | 3,9 | 7,015
8,00005 | 7,0015 | 21,7 | 1,03 | 25,3006 | 1,3 | 25,306

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Ułamki dziesiętne można zapisać w postaci **liczb dziesiętnych**, czyli liczb z przecinkiem.

- $\frac{7}{10} = 0{,}7;\ \frac{36}{10} = 3\frac{6}{10} = 3{,}6$

Ważne!

- $\frac{23}{100} = 0{,}23;\ \frac{5013}{1000} = 5\frac{13}{1000} = 5{,}013$

Mówimy też, że te ułamki lub liczby mieszane zapisane są w **postaci dziesiętnej**.

Ćwiczenie 4

Wyszukaj pary tak, aby ułamki i liczby mieszane odpowiadały liczbom w postaci dziesiętnej.

$9\frac{36}{1\,000}$

$7,09$

$0,02$

$7\frac{9}{10}$

$4,006$

$9,036$

$\frac{6}{100}$

$4,02$

$4\frac{6}{1\,000}$

$0,06$

$9,19$

$7\frac{9}{100}$

$\frac{19}{100}$

$7,9$

$0,19$

$9\frac{19}{100}$

$0,7$

$\frac{7}{10}$

$\frac{2}{100}$

$4\frac{2}{100}$

Ćwiczenie 5

Wyszukaj pary tak, aby ułamki i liczby mieszane odpowiadały liczbom w postaci dziesiętnej.

$1,4$

$1,04$

$1,004$

$1\frac{40}{100}$

$\frac{25}{10}$

$1,040$

$1,400$

$\frac{25}{1\,000}$

$\frac{25}{10\,000}$

$1\frac{400}{1\,000}$

$\frac{25}{100}$

$\frac{52}{100}$

$0,52$

$1\frac{4}{10}$

$2,5$

$0,0025$

$1\frac{4}{1\,000}$

$0,25$

$0,025$

$1,40$

$5,2$

$1\frac{40}{1\,000}$

$\frac{52}{10}$

$1\frac{4}{100}$

Zamiana liczb dziesiętnych na ułamki zwykłe

Przykład 2

Liczby dziesiętne możemy zapisać w postaci ułamka zwykłego lub liczby mieszanej. Jeżeli można, skracamy otrzymany ułamek zwykły.

- $0{,}9 = \frac{9}{10}$
- $2{,}3 = 2\frac{3}{10}$

- $0{,}5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $4{,}6 = 4\frac{6}{10} = 4\frac{3}{5}$
- $0{,}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
- $7{,}042 = 7\frac{42}{1000} = 7\frac{21}{500}$

Zauważ, że $0{,}5$ to połowa, a $0{,}25$ to ćwierć całości.

Ćwiczenie 6

Połącz w pary.

4,6	$\frac{9}{10}$
6,013	$\frac{20}{100}$
0,6	$2\frac{3}{5}$
2,6	$6\frac{13}{1000}$
2,3	$2\frac{3}{10}$
0,9	$\frac{1}{4}$
0,2	$4\frac{6}{10}$
7,042	$\frac{6}{10}$
0,5	$7\frac{21}{500}$
0,25	$\frac{1}{2}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Liczbę dziesiętną zapisz w postaci liczby mieszanej, ze skróconym ułamkiem.

1. $13{,}2 = \frac{\cdots}{\cdots}$
2. $9{,}15 = \frac{\cdots}{\cdots}$
3. $30{,}48 = \frac{\cdots}{\cdots}$
4. $5{,}055 = \frac{\cdots}{\cdots}$

Zamiana ułamków zwykłych na liczby dziesiętne

Przykład 3

Zapisywaliśmy już ułamek dziesiętny w postaci dziesiętnej. Niektóre ułamki zwykłe, chociaż nie mają mianownika $10,\ 100,\ 1000$ można również zapisać w postaci dziesiętnej. Wystarczy odpowiednio rozszerzyć ułamek zwykły. Na przykład:

- $\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = 0{,}4$ - rozszerzyliśmy ułamek $\frac{2}{5}$ przez 2
- $\frac{8}{25} = \frac{32}{100} = 0{,}32$ - rozszerzyliśmy ułamek $\frac{8}{25}$ przez 4

Ćwiczenie 8

Przez jaką liczbę należy rozszerzyć dany ułamek, żeby można go zapisać w postaci dziesiętnej? Wybierz odpowiedź.

a) $\frac{1}{2}$ [ ]
b) $\frac{3}{5}$ [ ]
c) $\frac{3}{4}$ [ ]
d) $\frac{7}{25}$ [ ]

przez 5 | przez 25 | przez 4 | przez 5 | przez 4 | przez 25 | przez 5 | przez 2
przez 25 | przez 4 | przez 4 | przez 5 | przez 25 | przez 2 | przez 2 | przez 2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Rozstrzygnij, czy równość jest prawdziwa, czy fałszywa.

	PRAWDA	FAŁSZ
$\frac{1}{5} = 0{,}2$	◯	◯
$\frac{13}{20} = 0{,}5$	◯	◯
$\frac{7}{250} = 0{,}28$	◯	◯
$1\frac{1}{4} = 1{,}20$	◯	◯
$3\frac{19}{50} = 3{,}38$	◯	◯
$\frac{133}{500} = 0{,}0266$	◯	◯

Ćwiczenie 10

Wśród pięciu liczb tylko jedna liczba nie jest równa pozostałym. Zapisz tę liczbę i uzasadnij swoją odpowiedź.

1. $\frac{18}{25}, \frac{24}{30}, 0{,}72, \frac{36}{50}, \frac{72}{100}$
2. $2\frac{3}{5}, 2\frac{12}{20}, 2{,}60, 2\frac{6}{10}, 2\frac{12}{200}$
3. $5\frac{5}{20}, 5\frac{1}{4}, 5{,}250, 5\frac{125}{200}, 5{,}25$

Zapisywanie i odczytywanie liczb dziesiętnych

Z liczbami zapisanymi w postaci dziesiętnej spotykamy się bardzo często. Umiemy przeczytać cenę, masę i pojemność kupowanych towarów, potrafimy odczytywać rekordy sportowe i odległości na drogowskazach.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

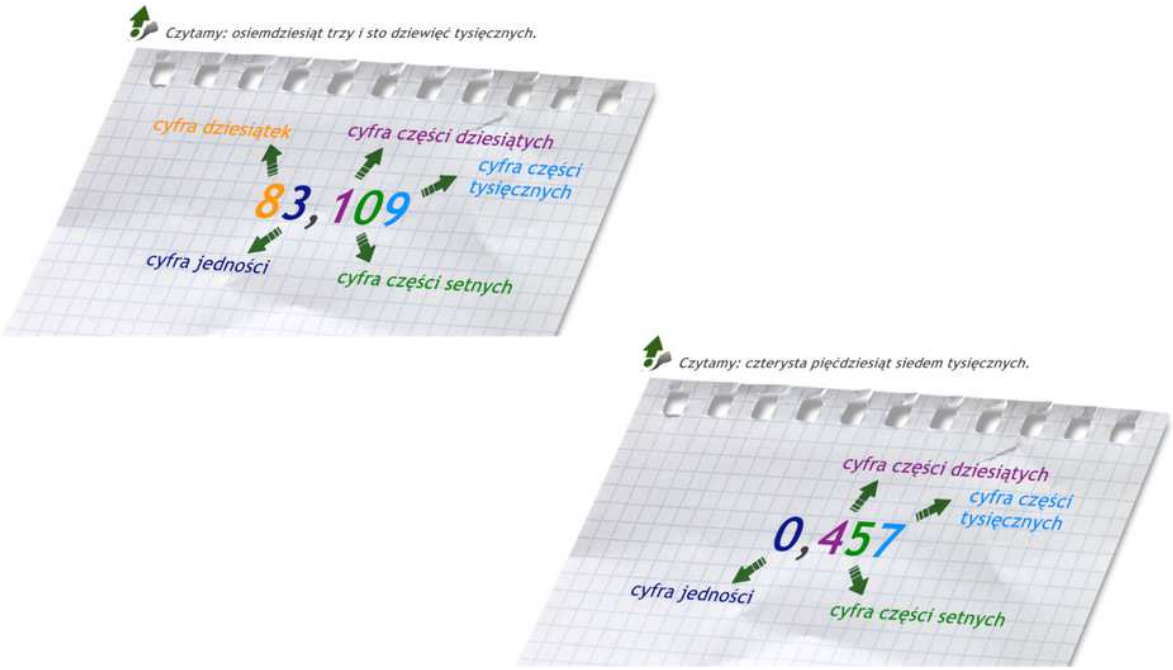
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ale czy rozumiemy, co oznaczają odczytywane przez nas wielkości?

> **Ważne!**
>
> - Liczby dziesiętne, podobnie jak liczby naturalne, zapisujemy w dziesiątkowym systemie pozycyjnym. Każda pozycja cyfr ma swoją nazwę.
> - W zapisie liczby dziesiętnej znajduje się przecinek, który oddziela całości od części ułamkowej.

- W zapisie liczby dziesiętnej kolejne cyfry występujące po przecinku oznaczają, z ilu części dziesiątych, z ilu części setnych, z ilu tysięcznych, dziesięciotysięcznych itd., składa się część ułamkowa.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Zwróć uwagę, że gdy w ułamku dziesiętnym, przed przecinkiem znajduje się zero, to czytamy tylko części dziesiętne.

Ćwiczenie 1

Wskaż, jakie części oznacza cyfra 7 w podanych liczbach.

a) 0,297 ____

b) 1,7 ____

c) 2,5807 ____

d) 0,071 ____

części setne | części dziesięciotysięczne | części tysięczne | części tysięczne | części dziesiąte | części dziesiąte | części tysięczne | części setne | części setne | części stutysięczne | części setne | części stutysięczne | części stutysięczne | części dziesiąte | części dziesięciotysięczne | części dziesiąte | części stutysięczne | części dziesięciotysięczne | części dziesięciotysięczne | części tysięczne

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Przeciągnij i upuść.

a) cyfrą części dziesiątych liczby ____ jest 1

b) cyfrą części tysięcznych liczby ____ jest 4.

c) cyfrą dziesiątek liczby ____ jest 8

d) cyfrą części setnych liczby ____ jest 4.

e) cyfrą jednosci liczby ____ jest 0.

21,048 | 84,012 | 48,1204 | 10,82 | 12,084

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Odczytywanie liczb

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) jeden i sześć dziesiątych ____

b) piętnaście setnych ____

c) dwadzieścia i osiem tysięcznych ____

d) sto trzy dziesięciotysięczne ____

e) siedem i siedem setnych ____

f) dwie tysięczne ____

g) trzysta osiem i pięć dziesiątych ____

h) dwieście jeden tysięcznych ____

0,3085	20,008	308,5	7,07	16,0	0,0103	0,103	0,0028	0,201
2000	100,003	0,15	0,0201	0,002	1,6	0,015		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zapisywanie liczb

Ćwiczenie 4

Zapisz liczbę w postaci ułamka zwykłego, a następnie w postaci dziesiętnej. Skorzystaj ze wzoru:

Wzór: pięć i czternaście tysięcznych: $5\frac{14}{1000} = 5{,}014$

Zwróć uwagę, że liczba zer w mianowniku ułamka jest równa liczbie cyfr po przecinku w postaci dziesiętnej.

1. dwie dziesiąte
2. sześć i trzynaście setnych
3. dziewięć i sześćdziesiąt trzy tysięczne
4. jeden i pięć dziesiątych
5. sto sześć tysięcznych
6. siedem i cztery setne
7. osiem i osiem tysięcznych
8. dwa i dwieście dziewięć dziesięciotysięcznych

Ćwiczenie 5

Zapisz liczbę w postaci dziesiętnej, z przecinkiem.

a) dwa i trzy dziesiąte [ ]

b) osiemdziesiąt trzy setne [ ]

c) cztery i cztery tysięczne [ ]

d) dziewiętnaście dziesięciotysięcznych [ ]

e) sto pięć i pięć setnych [ ]

4,04 | 105,05 | 0,00019 | 2,03 | 105,005 | 4,004 | 2,3 | 0,83 | 0,083 | 0,0019

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij tabelę.

TABELA

Opis słowny liczby	Całości liczby				Części dziesiętne liczby		
	setki	dziesiątki	jedności	,	części dziesiąte	częścisetne	część tysię
siedemdziesiąt dwa i osiemset trzydzieści jeden tysięcznych		7	2	,	8	3	
pięć i dwie setne				,			
cztery dziesiąte				,			
sześćset dziewięć i piętnaście tysięcznych				,			
dwanaście setnych				,			
osiemdziesiąt dziewięć tysięcznych				,			
	3	0	7	,	2		
			0	,	0	5	
		9	0	,	4	0	
			0	,	0	0	

Ćwiczenie 7

Zapisz w postaci liczb mieszanych lub ułamków zwykłych. Tam, gdzie to możliwe, skróć ułamki.

Przykład $1{,}4 = 1\ \frac{4}{10} = 1\ \frac{2}{5}$

1. $0{,}8$
2. $2{,}16$
3. $0{,}5$
4. $8{,}04$
5. $0{,}25$
6. $0{,}75$
7. $13{,}005$

Ważne!

Ułamki, które warto zapamiętać.

- połowa to $0{,}5 = \frac{1}{2}$
- ćwierć to $0{,}25 = \frac{1}{4}$
- trzy ćwierci to $0{,}75 = \frac{3}{4}$

Ćwiczenie 8

Zapisz liczbę dziesiętną spełniającą następujące warunki.

1. Liczba, w której cyfrą jedności jest 7, cyfrą części dziesiątych jest 5, cyfrą części tysięcznych jest 6, a cyfrą części setnych jest 4.
2. Liczba nie ma całości, ma dwie cyfry po przecinku, cyfra części dziesiątych jest 3 razy większa od cyfry części setnych.
3. Liczba jest zapisana za pomocą trzech różnych cyfr, w tym dwóch po przecinku. Cyfrą jedności jest 9, cyfra części setnych jest dwa razy większa od 4, czyli cyfry części dziesiątych.
4. Liczba jest mniejsza od 2, ale większa od 0, ma dwie cyfry po przecinku, a do zapisu liczby użyto tych samych cyfr.

Ćwiczenie 9

Wypisz wszystkie liczby większe od zera, spełniające następujące warunki.

a) Liczba jest mniejsza od 4, ale większa od zera, ma trzy cyfry po przecinku, cyfry w liczbie są identyczne. Podaj liczby w kolejności od największej do najmniejszej.

b) Cyfra dziesiątek jest taka sama jak cyfra części dziesiątych, a cyfra części setnych jest o jeden mniejsza od cyfry dziesiątek i o 2 większa od cyfry jedności . Liczba jest zapisana za pomocą czterech cyfr. Podaj liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

c) Liczba jest zapisana za pomocą czterech cyfr,przy czym trzy są po przecinku. Każda kolejna cyfra,licząc od lewej strony, jest o 2 większa od poprzedniej. Podaj liczby w kolejności od najmniejszej do największej.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Porównywanie liczb dziesiętnych

Przykład 1

Wśród podanych liczb znajdują się cztery, które są sobie równe. Czy domyślasz się, które to liczby?

$$0{,}4;\ 0{,}400;\ 0{,}04;\ 0{,}004;\ 0{,}4000;\ 0{,}40$$

Aby przekonać się, że wybrane liczby są równe, zamienimy wszystkie dane liczby na ułamki zwykłe, a następnie niektóre z nich skrócimy.

$$0{,}4 = \frac{4}{10}$$

$$0{,}004 = \frac{4}{1000}$$

$$0{,}400 = \frac{400}{1000} = \frac{4}{10}$$

$$0{,}4000 = \frac{4000}{10000} = \frac{4}{10}$$

$$0{,}04 = \frac{4}{100}$$

$$0{,}40 = \frac{40}{100} = \frac{4}{10}$$

Widzimy, że

$$0{,}4000 = 0{,}400 = 0{,}40 = 0{,}4$$

Zapis tych czterech liczb różni się tylko zerami na końcu części dziesiętnych. Okazuje się, że w liczbie dziesiętnej możemy na końcu dopisywać lub opuszczać zera, a liczba się nie zmieni.

Ważne!

- Opuszczanie końcowych zer, to skracanie liczb dziesiętnych przez $10,\ 100,\ 1000$ ... itd.
  $0{,}40 = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0{,}4$. Liczbę $0{,}40$ skróciliśmy przez 10
  $0{,}4000 = \frac{4000}{10000} = \frac{4}{10} = 0{,}4$. Liczbę $0{,}4000$ skróciliśmy przez 1000

- Dopisywanie końcowych zer w liczbach dziesiętnych , to ich rozszerzanie przez $10,\ 100,\ 1000$ ... itd.
  $0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{400}{1000} = 0{,}400$. Liczbę $0{,}4$ rozszerzyliśmy przez 100

Ćwiczenie 1

Rozszerz podane liczby

a) przez 10.

0,6 = ☐ 1,2 = ☐

0,05 = ☐ 4,321 = ☐

b) przez 100.

1,5 = ☐ 0,024 = ☐

10,03 = ☐ 0,006 = ☐

1,50	0,050	0,02400	1,20	10,0300	0,600	0,60	1,500	0,00600
0,0500	4,3210	10,03000	0,024000	0,0060	1,2000	4,32100		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Podane liczby skróć przez 100.

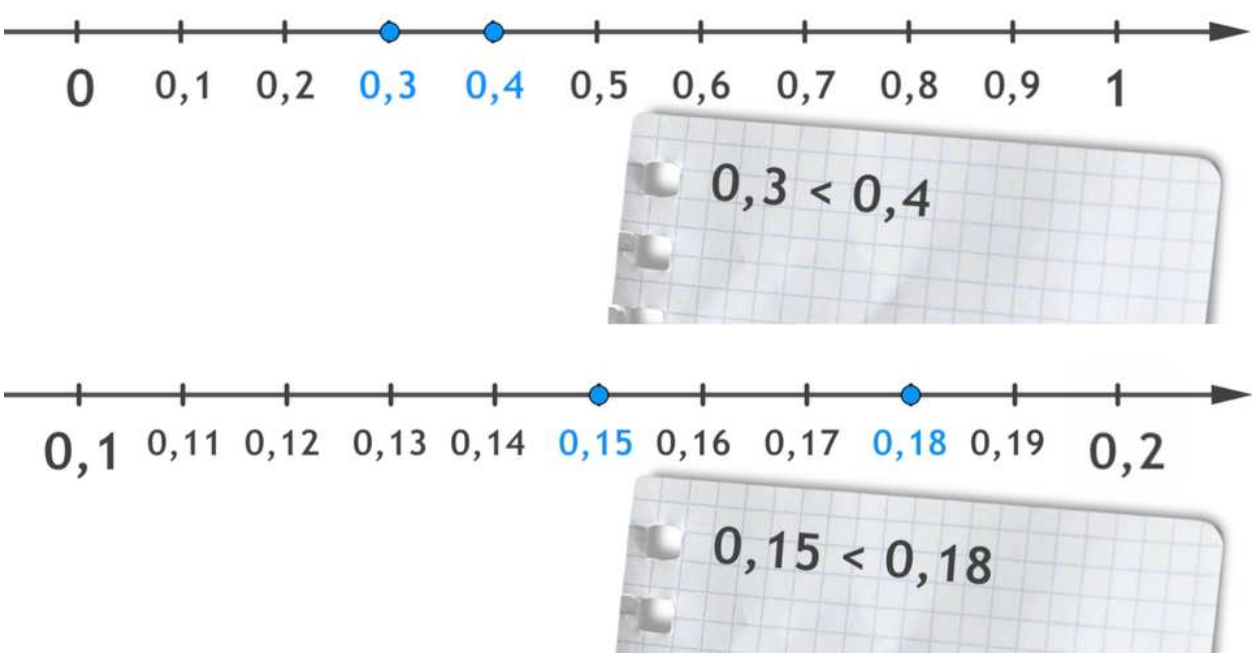
1. $0{,}800$
2. $2{,}2000$
3. $0{,}00300$
4. $20{,}0500$

Ćwiczenie 3

Połącz w pary.

0,0100	0,1
0,10	0,011
0,0010	0,11
0,11000	0,01
0,0110	0,001

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 4

Porównaj liczby i wybierz.

a) 5,07 [ ] 8,07

b) 6,3 [ ] 2,99

c) 20,001 [ ] 10,087

Jeżeli liczby dziesiętne mają [ ] całości, to ta z nich jest większa, która ma [ ] całości.

< | > | różną liczbę | < | < | > | większą liczbę | > | różną liczbę | większą liczbę

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Liczby: $0{,}2;\ 0{,}23;\ 0{,}1;\ 0;\ 19$ ustawimy w kolejności malejącej, to znaczy od największej do najmniejszej.
Aby porównać te liczby, do dwóch z nich dopiszemy na końcu zera, rozszerzając je przez 10. Potem zamienimy je na ułamki zwykłe.

- $0{,}20 = \frac{20}{100}$
- $0{,}23 = \frac{23}{100}$
- $0{,}10 = \frac{10}{100}$
- $0{,}19 = \frac{19}{100}$

Wszystkie ułamki mają ten sam mianownik, zatem

$$\frac{23}{100} > \frac{20}{100} > \frac{19}{100} > \frac{10}{100}.$$

Wobec tego

$$0{,}23 > 0{,}2 > 0{,}19 > 0{,}1$$

Ważne!

- Jeżeli liczby mają tyle samo całości, to ta jest większa, która ma więcej części dziesiątych.

$$0,23 > 0,19, 0,\ 23 > 0,1, 0,\ 2 > 0,19, 0,2 > 0,1$$

- Jeżeli liczby mają tyle samo całości i tyle samo części dziesiątych, to ta jest większa, która ma więcej części setnych.

$$0{,}23 > 0{,}2, 0{,}19 > 0{,}1$$

- Analogiczna zasada dotyczy kolejnych części dziesiętnych.

$$1{,}456 > 1{,}453, 12{,}0018 > 12{,}00155$$

Ćwiczenie 5

Porównaj liczby i wybierz.

a) 0,17 [ ] 0,29
b) 1,3 [ ] 1,28
c) 3,05 [ ] 3,07
d) 0,253 [ ] 0,25
e) 5,336 [ ] 5,339
f) 12,5 [ ] 12,501

[<] [>] [>] [<] [<] [<] [>] [<] [>] [>] [<] [>]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uporządkuj w kolejności malejącej.

zeszyt
3,15 zł

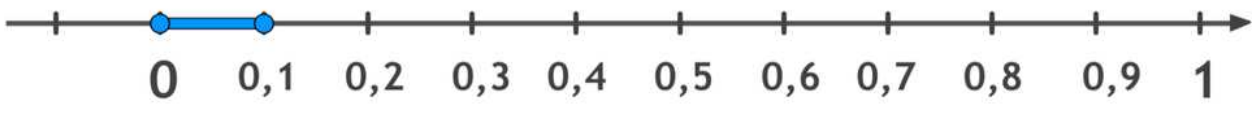
temperówka
2,04 zł

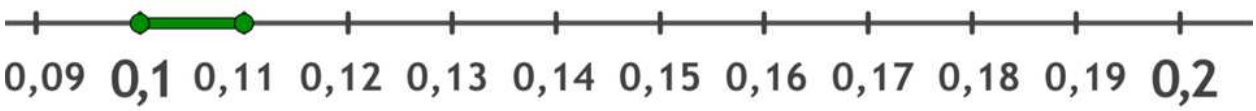
długopis
3,26 zł

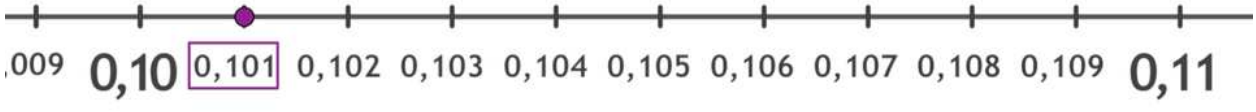
ekierka
2,59 zł

cyrkiel
4,05 zł

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.







[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

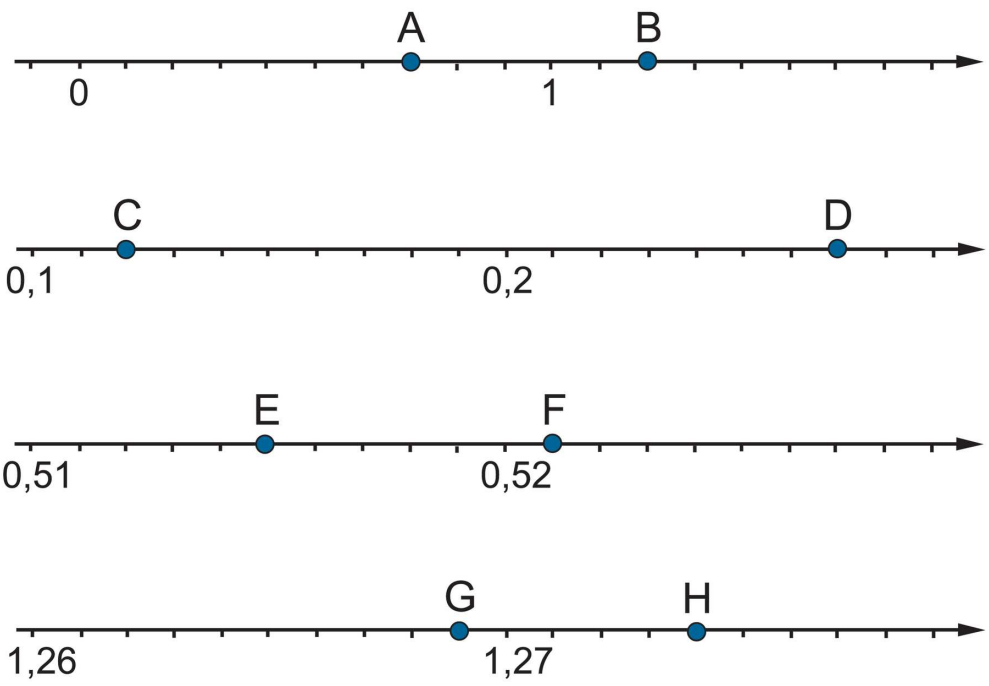
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Zasadę powiększania można stosować do kolejnych fragmentów osi zamieszczonych wcześniej.

Ćwiczenie 7

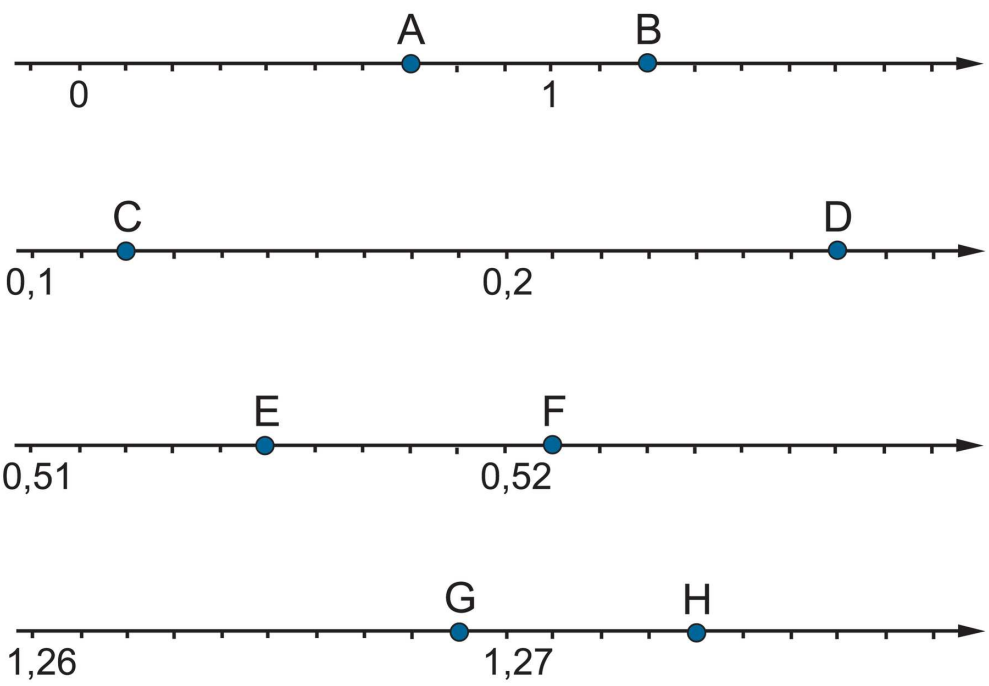
Na osiach liczbowych zaznaczono punkty $A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F,\ G, H$. Określ współrzędne tych punktów.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Liczby, które są współrzędnymi punktów $\mathrm{A}-\mathrm{H}$ zapisz w kolejności rosnącej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przedstawianie wyrażeń dwumianowanych za pomocą liczb dziesiętnych

Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

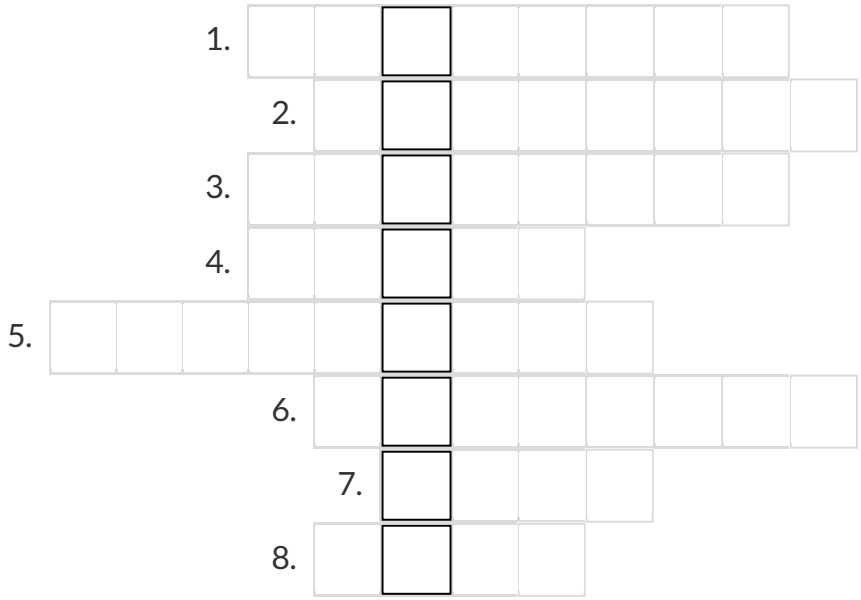
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Zamienialiśmy już wyrażenia dwumianowane na jednomianowane, np. $1\ \text{kg}\ 25\ \text{dag} = 125\ \text{dag}$. Ale jak wyrazić $1\ \text{kg}\ 25\ \text{dag}$ za pomocą kilogramów? Nauczymy się za pomocą liczb dziesiętnych przedstawiać wyrażenia dwumianowane. Najpierw jednak przypomnijmy sobie jednostki długości, masy, pojemności oraz jednostki pieniężne.

Ćwiczenie 1

Rozwiąż krzyżówkę. Po wpisaniu wszystkich wyrazów, litery z niebieskich pól utworzą hasło.



1. Jednostka sto razy mniejsza od kilograma
2. Jednostka pojemności na twoim kartoniku z soczkiem
3. Jednostka, w której podasz swoją wagę
4. Waluta obowiązująca w naszym kraju
5. Tę jednostkę znajdziesz na swojej linijce
6. Inaczej 10 cm
7. Jednostka, w której podasz wagę słonia
8. Jednostka, w której podasz masę pierścionka

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przypomnijmy podstawowe jednostki.

- $1\ \mathrm{km} = \ 1000\ \mathrm{m}$
- $1\mathrm{kg} = 1000\ \mathrm{g}$
- $1\ \mathrm{zł} = 100\ \mathrm{gr}$

- $1\ \mathrm{m} = 10\ \mathrm{dm}$
- $1\ \mathrm{kg} = 100\ \mathrm{da}g$
- $1\ \mathrm{dm} = 10\ \mathrm{cm}$
- $1\ \mathrm{dag} = 10\ \mathrm{g}$
- $1\ \mathrm{l} = 1000\ \mathrm{ml}$
- $1\ \mathrm{cm} = 10\ \mathrm{mm}$
- $1\ \mathrm{t} = 1000\ \mathrm{kg}$

Ćwiczenie 2

Wybierz według wzoru.
Wzór: 1 mm to jedna dziesiąta centymetra

a) 8 cm to 8 [ ] metra
b) 7 m to 7 [ ] kilometra
c) 15 gr to 15 [ ] złotego
d) 125 g to 125 [ ] kilograma
e) 56 dag to 56 [ ] kilograma
f) 78 kg to 78 [ ] tony
g) 9 cm to 9 [ ] decymetra
h) 67 ml to 67 [ ] litra
i) 7 g to 7 [ ] dekagrama

tysięcznych | setnych | tysięcznych | dziesiątych | dziesiątych | dziesiątych
tysięcznych | setnych | dziesiątych | tysięcznych | tysięcznych | setnych
dziesiątych | tysięcznych | setnych | setnych | dziesiątych | dziesiątych
tysięcznych | setnych | tysięcznych | setnych | tysięcznych | setnych | setnych
dziesiątych | dziesiątych

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Wyrażenia mianowane można zapisywać różnymi sposobami, na przykład

- $525\ \text{cm} = 5\ \text{m}\ 25\ \text{cm} = 5\ \frac{25}{100}\ \text{m} = 5{,}25\ \text{m}$
- $78\ \text{g} = 7\ \text{dag}\ 8\ \text{g} = 7\ \frac{8}{10}\ \text{dag} = 7{,}8\ \text{dag}$
- $1090\ \text{m} = 1\ \text{km}\ 90\ \text{m} = 1\ \frac{90}{1000}\ \text{km} = 1{,}090\ \text{m}$

Ćwiczenie 3

Przeciągnij i upuść.

a) 6 dm = ☐ m
b) 8 dm = ☐ m
c) 2 m 3 dm = ☐ m
d) 7 m 5 dm = ☐ m
e) 7 m 7 dm = ☐ m
f) 1 m 50 cm = ☐ m
g) 230 cm = ☐ m
h) 5 m 5 cm = ☐ m

$0,6$	$1,9$	$0,08$	$7,6$	$5,05$	$2,3$	$9,05$	$2,03$	$2,3$	$0,06$	$0,6$
$4,30$	$5,05$	$7,5$	$0,8$	$7,7$	$7,05$	$7,5$	$1,5$	$0,8$	$1,07$	$2,3$
$1,5$	$2,35$	$7,7$								

Ćwiczenie 4

Dane masy wyraź w dekagramach, zapisując liczby w postaci dziesiętnej.

a) 8 g = ☐ dag
b) 24 g = ☐ dag
c) 2 dag 8 g = ☐ dag
d) 7 dag 2 g = ☐ dag
e) 15 dag 7 g = ☐ dag
f) 1 kg 35 dag = ☐ kg
g) 234 g = ☐ dag
h) 1 kg 5 g = ☐ kg

2,45	1,005	1,35	15,8	0,8	23,4	7,3	15,7	2,4	23,3	2,8
1,0005	0,08	7,2	2,9	1,45						

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Podane ceny wyraź w złotych.

a) 9 gr = ☐ zł
b) 84 gr = ☐ zł
c) 2 zł 85 gr = ☐ zł
d) 50 zł 5 gr = ☐ zł
e) 158 gr = ☐ zł
f) 1 678 gr = ☐ zł

0,84	50,05	0,9	1,58	16,76	2,86	1,48	2,85	50,005	0,084
0,09	16,78								

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Dane długości wyraź w kilometrach, zapisując liczby w postaci dziesiętnej.

a) 3 m = [ ] km

b) 14 m = [ ] km

c) 506 m = [ ] km

d) 2 890 m = [ ] km

e) 12 km 678 m = [ ] km

f) 167 km 8 m = [ ] km

167,008 | 2,89 | 0,0014 | 0,506 | 12,0678 | 167,08 | 0,0003 | 2,0890 | 2,089 | 2,890 | 12,678 | 0,014 | 0,003 | 0,5006

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Przeciągnij i upuść.

a) 3 km 20 m to [ ] km

b) 870 g to [ ] kg

c) 10 zł 5 gr to [ ] zł

d) 4 kg 5 g to [ ] kg

e) 123 kg to [ ] t

1,23 | 10,05 | 3,200 | 8,700 | 12,3 | 4,005 | 0,123 | 3,020 | 4,5 | 10,50 | 0,870

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Zamień na centymetry i milimetry.

a) 1,2 cm = ☐ cm ☐ mm

b) 14,6 cm = ☐ cm ☐ mm

c) 21,9 cm = ☐ cm ☐ mm

d) 50, 7 cm = ☐ cm ☐ mm

9	1	60	2	70	5	10	50	210	6	21	140	20	7	14
90														

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Zamień na złote i grosze.

a) 1,30 zł = ☐ zł ☐ gr

b) 19,62 zł = ☐ zł ☐ gr

c) 91,09 zł = ☐ zł ☐ gr

c) 500, 07 zł = ☐ zł ☐ gr

620	62	190	50	19	3	91	500	30	7	70	910	9	1
90	10												

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Zamień na kilometry i metry. Przeciągnij i upuść.

a) $7,256km$ = ☐ km ☐ m

b) $18,670km$ = ☐ km ☐ m

c) $21,092km$ = ☐ km ☐ m

d) $650,007km$ = ☐ km ☐ m

670	650	$2,560\ km$	2560	210	920	18	7	7	67	70	256
65	180	92	70	21							

Ćwiczenie 11

Przeciągnij i upuść wyrażenie odpowiadające opisowi.

a) jeden i sześćdziesiąt setnych metra ☐

b) dwanaście tysięcznych litra ☐

c) trzydzieści i osiem tysięcznych tony ☐

d) sto dwie tysięczne kilometra ☐

e) siedem i siedem dziesiątych dekagrama ☐

f) cztery setne kilometra ☐

g) trzysta osiem i pięć dziesiątych decymetra ☐

h) dwieście jeden tysięcznych tony ☐

1 m 16 cm	4000 km 4 m	308 dm 50 cm	0,0201 t	30 t 8 kg	0,120 l
12 ml	1 m 60 cm	1 km 20 m	102 m	1 m 6 cm	300 t 800 kg	40 m
201 kg	380 dm 5 cm	30 t 80 kg	2010 kg	308 dm 5 cm	7 dag 7 g

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Uzupełnij tabelę, przedstawiając podane wyniki trójskoku mężczyzn w postaci wyrażeń dwumianowanych.

Tabela. Dane

Lekkoatletyka, Halowe Mistrzostwa Świata 2014, Sopot Trójskok mężczyzn				
Miejsce	Imię i nazwisko	Kraj	Wynik w metrach	Wynik w postaci wyrażenia dwumianowanego
I	Lyukman Adams	Rosja	$17{,}37\ \mathrm{m}$	
II	Ernesto Reve	Kuba	$17{,}33\ \mathrm{m}$	
III	Pedro Pablo Pichardo	Kuba	$17{,}24\ \mathrm{m}$	
IV	Marian Oprea	Rumunia	$17{,}21\ \mathrm{m}$	
V	Karol Hoffmann	Polska	$16{,}89\ \mathrm{m}$	
VI	Chris Cartner	USA	$16{,}74\ \mathrm{m}$	

Ćwiczenie 13

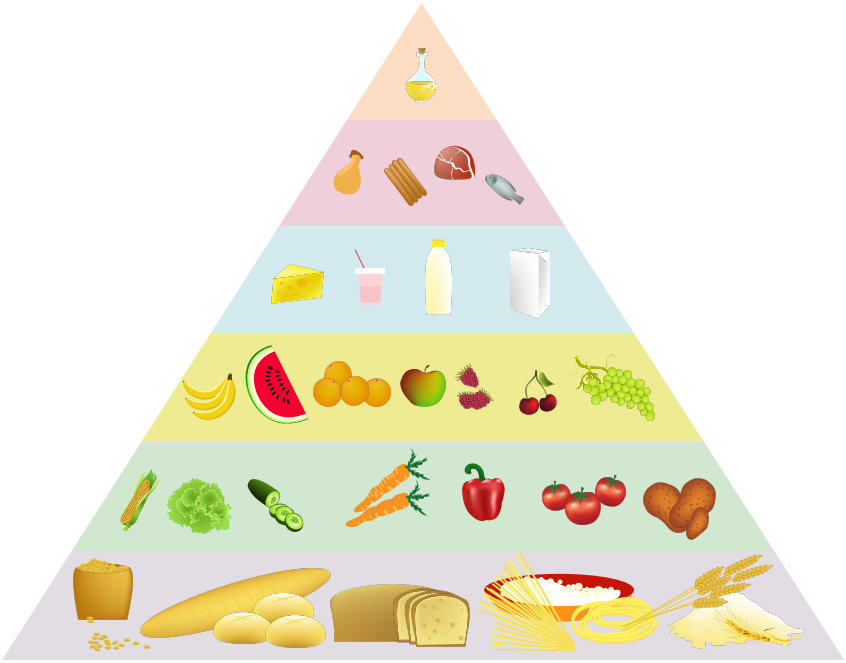
Uzupełnij tabelę, przedstawiając podane wyniki skoku wzwyż kobiet w postaci liczb dziesiętnych. Zastanów się, dlaczego nie przyznano drugiego miejsca. Co oprócz uzyskanego wyniku ma wpływ na klasyfikację medalową?

Tabela. Dane

Lekkoatletyka, Halowe Mistrzostwa Świata 2014, Sopot, Skok wzwyż kobiet				
Miejsce	Imię i nazwisko	Kraj	Wynik w metrach	Wynik w postaci wyrażenia dwumianowanego
IV	Justyna Kasprzycka	Polska		$1\ \mathrm{m}\ 97\ \mathrm{cm}$
V	Emma Green Tregaro	Szwecja		$1\ \mathrm{m}\ 94\ \mathrm{cm}$
VI	Blanka Vlasic	Chorwacja		$1\ \mathrm{m}\ 94\ \mathrm{cm}$ i jedna zrzutka

Przykład 1

Piramida zdrowego żywienia przedstawia grupy produktów szczególnie wartościowych, które powinniśmy spożywać codziennie. W naszym dziennym jadłospisie powinien występować przynajmniej jeden produkt z każdej grupy. Produkty zbożowe powinny dostarczać ponad połowę potrzebnych kalorii.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Na podstawie Piramidy zdrowego żywienia sprawdź, których produktów trzeba jeść najwięcej, a których mniej. Jak myślisz, czy Polacy odżywiają się zdrowo?
Uzupełnij tabelę, przedstawiając podane ilości produktów w różnych, wskazanych jednostkach.

Tabela. Dane

Przeciętne miesięczne spożycie artykułów żywnościowych na 1 osobę w Polsce w 2012 roku			
Produkt	Ilość produktu		
	w kg	w kg i/lub dag	w kg i/lub g
Ryż	0,18 kg		
Pieczywo			4 kg 350 g
Kasze i płatki	0,19 kg		
Mięso		5 kg 38 dag	
Ryby	0,41 kg		
Sery		94 dag	
Owoce	3,41 kg		
Warzywa			9 kg 490 g
Cukier	1,18 kg		
Oleje i pozostałe tłuszcze		1kg 30 dag	

Dodawanie liczb dziesiętnych

Dodawanie ułamków zwykłych i liczb mieszanych nie jest działaniem łatwym do wykonania. Na co dzień posługujemy się wygodniejszymi w takich rachunkach liczbami dziesiętnymi.
Ceny produktów podawane są za pomocą liczb dziesiętnych, w złotych. Wartości zakupionych produktów i inne potrzebne obliczenia wykonują komputery i kasy sklepowe.

Ćwiczenie 1

Oto paragon, jaki otrzymano w kasie za dwa desery. Komputer obliczył wartość zakupów. Sprawdź, czy się nie pomylił.



BARBAROSA CAFE
UL. ZAWROTNA 23, 00-446 WARSZAWA
WEE-RG NR.PL. E0067894MBW
NIP 951-123-44-79

29-01-2015 1729062
PARAGON FISKALNY

CIASTKO MARCEPANOWE 1*3,50= 3,50 B
ZESTAW Z CIASTKIEM 1*10,95= 10,95 A

SPRZED. OPOD. PTU A 10,95
KWOTA A 23,00% 2,05
SPRZED. OPOD. PTU B 3,50
KWOTA B 08,00% 0,26
PODATEK PTU 2,31

SUMA ZŁ 14,45
0000074*132 2845 7743 19:09

7AKO6-XACJA-4RUE2-987FO-3USES7
AFU 8200023498

PŁATNOŚĆ KARTA 14.45

WYMIANA LUB ZWROT PRODUKTÓW UŻYTKOWYCH
PO OKAZANIU PARAGONU PRZEZ 30 DNI
OD DATY ZAKUPU.ZAPRASZAMY DO NASZEGO SKLEPU
INTERNETOWEGO WWW.BARBAROSACAFE.PL

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij.

1. $3{,}50\ zł = \ldots\ zł \ldots \text{gr}$
2. $10{,}95\ zł = \ldots\ zł \ldots \text{gr}$
3. $\ldots\ zł \ldots \text{gr} + \ldots\ zł \ldots \text{gr} = \ldots\ zł \ldots \text{gr} = \ldots\ zł$

Ćwiczenie 2

Basia poszła do sklepu po napój i bułkę. Ma w kieszeni 5 złotych. Ulubiony napój Basi kosztuje 2 zł 45 gr, a bułka – 2 zł 50 gr. Czy wystarczy jej pieniędzy na te zakupy?

Uzupełnij obliczenia.

2 zł 45 gr + 2 zł 50 gr = [ ] zł [ ] gr

5 zł - [ ] zł = [ ] zł

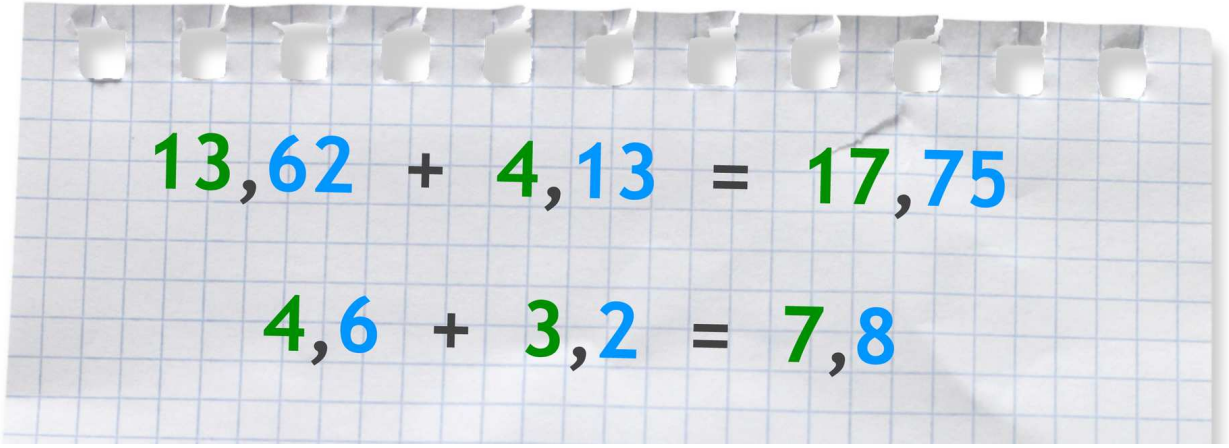
Odpowiedź: Basi [ ] na napój i bułkę.

2,55	4	96	5,5	4,50	wystarczy	95	0,5	2,50	2,59	5	0,05
nie wystarczy	4,95	2,5									

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Dodając w pamięci liczby dziesiętne, dodajemy całości do całości, a części dziesiętne do części dziesiętnych, np.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Pani Mariola wybrała się na wakacje do Meksyku z dwiema walizkami ważącymi 11,6 kg i 10,3 kg. Ile waży bagaż pani Marioli?

Odp.: Bagaż pani Marioli waży ____ kg

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Jaką długą drogę przebywa Piotruś, idąc do szkoły oddalonej od domu o 1,360 km i wracając z niej do domu?

Odp.: Piotruś przebywa drogę ____ km.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Pan Józek zatankował 13,6 l benzyny. Po przejechaniu 100 km dopełnił bak, dolewając 23,5 l paliwa. Ile benzyny wlał do zbiornika pan Józek podczas obu tankowań?

Odp.: Pan Józek wlał do zbiornika ____ l paliwa.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Janek ma 1,39 m wzrostu, a Pamela jest od niego o 0,18 m wyższa. Jakiego wzrostu jest Pamela?

Odp.: Pamela ma ____ m wzrostu.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

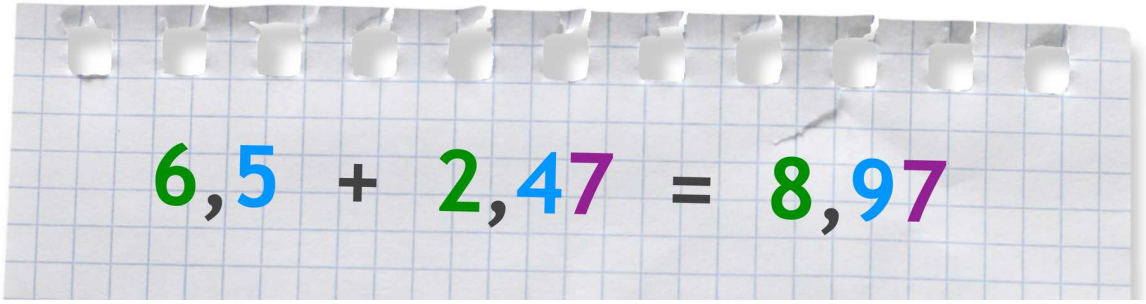
Ważne!

Sumę liczb $6{,}5$ i $2{,}47$ można obliczyć dwoma sposobami.

- Rozszerzamy liczbę $6{,}5$ dopisując na końcu 0

$$6{,}5 + 2{,}47 = 6{,}50 + 2{,}47 = 8{,}97$$

- Dodajemy cyfry z tych samych rzędów do siebie – jedności do jedności, części dziesiąte do części dziesiątych, itd.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Dodając w pamięci liczby $1{,}57$ i $3{,}46$, otrzymujemy 4 całości i 103 części setne. Jedna całość i 3 setne, to 103 setne zatem

$$1{,}57 + 3{,}46 = 4 + 1{,}03 = 5{,}03.$$

Ćwiczenie 7

Podczas zbiórki pieniędzy troje dzieci wrzuciło do skarbonki pieniądze. Ania wrzuciła 3,45 zł, Franek 2,45 zł, a Marta 4,45 zł. Ile złotych wrzucili razem?

Odp.: Razem wrzucili ____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Telewizor firmy „Bratek” kosztuje 2 499,99 zł, a telewizor firmy „Dobson” jest od niego o 500 zł droższy. Ile trzeba zapłacić za oba telewizory?

Odp.: Za oba telewizory trzeba zapłacić ____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Do windy mogą wsiąść 4 osoby. Można ją też obciążyć przedmiotami o łącznym ciężarze $250\ \mathrm{kg}$. Jeżeli obciążenie windy zostanie przekroczone, się winda nie uruchomi. Czy winda ruszy, jeżeli pan Henryk ważący $98,2\ \mathrm{kg}$ chce nią przewieźć fotel ważący $55,5\ \mathrm{kg}$, kanapę ważącą $94,5\ \mathrm{kg}$ oraz kota, który waży $6\ \mathrm{kg}$.

Winda [ ], gdyż jej obciążenie wynosi [ ] kg i jest [ ] o [ ] kg niż dozwolone.

ruszy	większe	4,02	4,3	4,2	252,2	254,2	mniejsze	nie ruszy

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Oblicz w pamięci, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 0,4 + 0,5 = [ ]
b) 0,6 + 0,9 = [ ]
c) 1,3 + 0,6 = [ ]
d) 2,6 + 1,3 = [ ]
e) 3,6 + 2,8 = [ ]
f) 8,9 + 7,1 = [ ]
g) 9,3 + 1,9= [ ]
h) 11,8 + 0,7= [ ]

3,9	8,4	0,09	12,5	2,0	15,0	16	1,9	6,4	11,2	12,2	1,6
1,6	3,7	1,5	0,9								

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Oblicz w pamięci, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 0,41 + 0,52 = ____

b) 61 + 0,9 = ____

c) 33 + 0,67 = ____

d) 0,16 + 1,3 = ____

e) 0,62 + 0,82 = ____

f) 0,91 + 0,19 = ____

g) 0,35 + 0,95 = ____

h) 0,87 + 0,7 = ____

1,45 | 1,11 | 1,10 | 1,12 | 33,67 | 1,46 | 0,94 | 0,93 | 1,30 | 1,1 | 1,36

1,59 | 1,44 | 1,57 | 61,90 | 61,91 | 33,68 | 61,97 | 1,33 | 1,48 | 1,3

61,9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Oblicz w pamięci, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 1,413 + 1,52 = ____

b) 12,61 + 2,95 = ____

c) 1,33 + 8,67 = ____

d) 2,165 + 1,3 = ____

e) 3,62 + 2,333 = ____

f) 8,91 + 7,09 = ____

g) 9,35 + 1,95 = ____

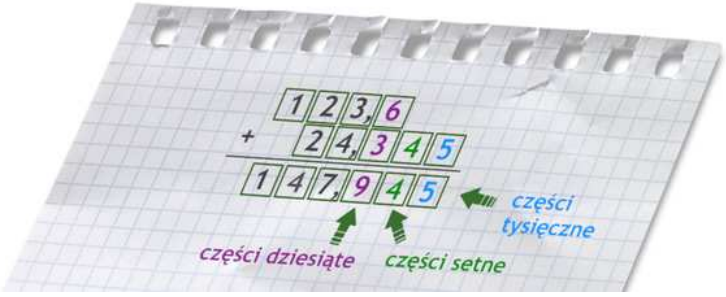
h) 11,87 + 1,03 = ____

3,465	11,3	11,303	10,0	2,933	10,00	16	15,56	12,9	10
10,03	10,5	12,90	16,44	16,0	16,2	12,09	16,00	11,30	5,953

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jeżeli dodawanie w pamięci jest za trudne i nie możemy skorzystać z kalkulatora, wykorzystujemy sposób pisemny. Dodawanie liczb dziesiętnych sposobem pisemnym wykonujemy podobnie jak pisemne dodawanie liczb naturalnych. Pamiętajmy jednak, że musimy dodać całości do całości, części dziesiąte do dziesiątych, części setne do setnych itd. Wobec tego trzeba liczby zapisać tak, by przecinki w obu liczbach znalazły się jeden pod drugim.





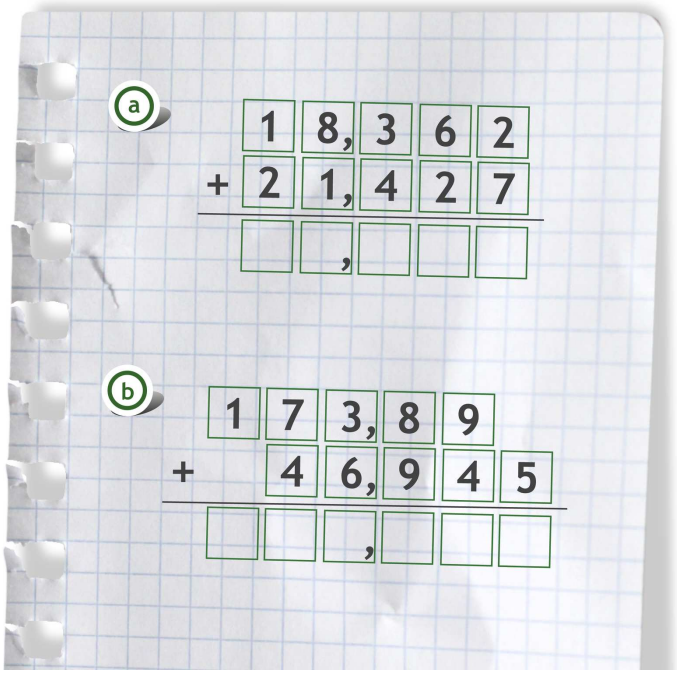
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 13

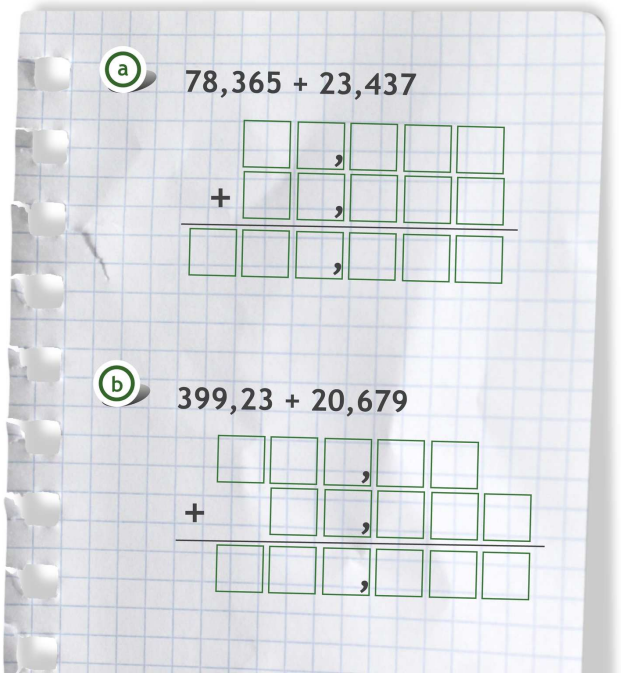
Oblicz sposobem pisemnym.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Oblicz sposobem pisemnym.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Przeciągnij i upuść.

a) 0,012 + 3,498 = ☐

b) 9,09 + 19,62 = ☐

c) 543,023 + 77,308 = ☐

d) 767,92 + 6,3 = ☐

e) 8,004 + 987,048 = ☐

f) 87,087 + 87,807 = ☐

g) 63,777 + 37,333 = ☐

h) 490,808 + 10,022 = ☐

101,1	620,331	774,21	174,895	3,53	3,510	101,111	500,834
101,11	995,055	174,894	3,51	28,71	500,830	500,83	995,052
620,333	101,110	500,8	774,22	28,77	3,511		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Oblicz, korzystając z kalkulatora, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 3,032 + 0,478 + 12,1 = ☐

b) 19,06 + 9,65 + 20,09 = ☐

c) 565,013 + 55,318 + 1,803 = ☐

d) 67,92 + 706,3 + 111,011 = ☐

e) 77,087 + 97,808 + 78,707 = ☐

f) 33,777 + 333,77 = ☐

622,134	15,61	885,201	622,14	15,615	885,231	48,80	253,622
48,88	367,547	15,62	15,610	48,81	48,8	367,507	253,602

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Przeciągnij i upuść.

a) ____ - 352,34 = 191,11

b) ____ - 999,01 = 999,02

c) ____ - 763,99 = 111,01

d) ____ - 879,98 = 651,01

1998,03 | 875,0 | 543,45 | 876 | 1530,01 | 1998,33 | 875 | 875,02 | 875,00 | 1530,99 | 875,34 | 543,35

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

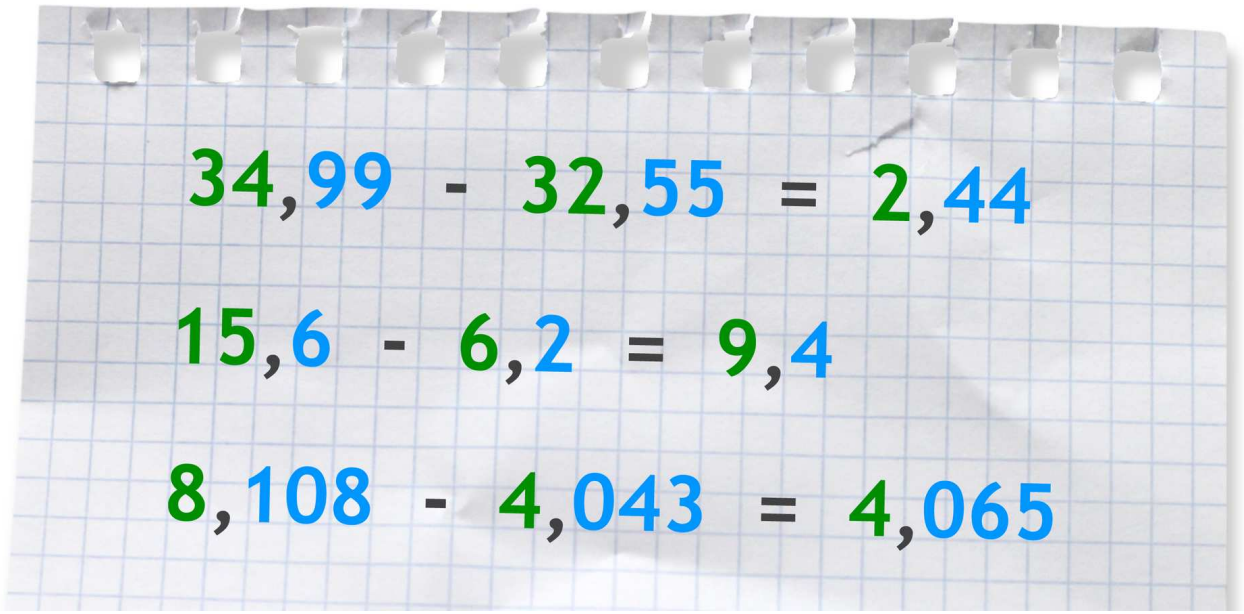
Odejmowanie liczb dziesiętnych

Ćwiczenie 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Odejmując liczby dziesiętne, w których po przecinku jest tyle samo cyfr, odejmujemy całości od całości, a części dziesiętne od części dziesiętnych, na przykład



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

W tabeli przedstawiono ceny kilku produktów, które można kupić w sklepach Prima i As.

Tabela. Dane

Produkt	Sklep Prima	Sklep As
Zeszyt 60-kartkowy	$4{,}89$ zł	$4{,}78$
Gumka	$0{,}99$ zł	$1{,}30$
Ołówek	$1{,}39$ zł	$1{,}29$
Długopis	$1{,}79$ zł	$1{,}85$

Oblicz, ile zaoszczędzimy, jeśli kupimy zeszyt 60 - kartkowy i gumkę w sklepie Prima zamiast w sklepie As.
Uzupełnij.

1. Sklep Prima: $4{,}89$ zł $+ 0{,}99$ zł $= \ldots zł$
2. Sklep As: $4,78\ zł + 1,30\ zł = \ldots zł$
3. Oszczędność $\ldots$zł $- \ldots$zł $= \ldots$zł
4. Kupując w sklepie Prima zeszyt i gumkę, zaoszczędzimy ... złotych.

Ćwiczenie 3

Ania wymarzyła sobie lalkę w cenie 64,95 zł. Mama Ani postanowiła kupić tę lalkę córeczce. W sklepie okazało się jednak, że obniżono cenę lalki do 46,95 zł.

Uzupełnij.

Mama Ani zaoszczędziła ____ złotych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Sznurek długości $5{,}78\ m$ rozcięto na dwie części.



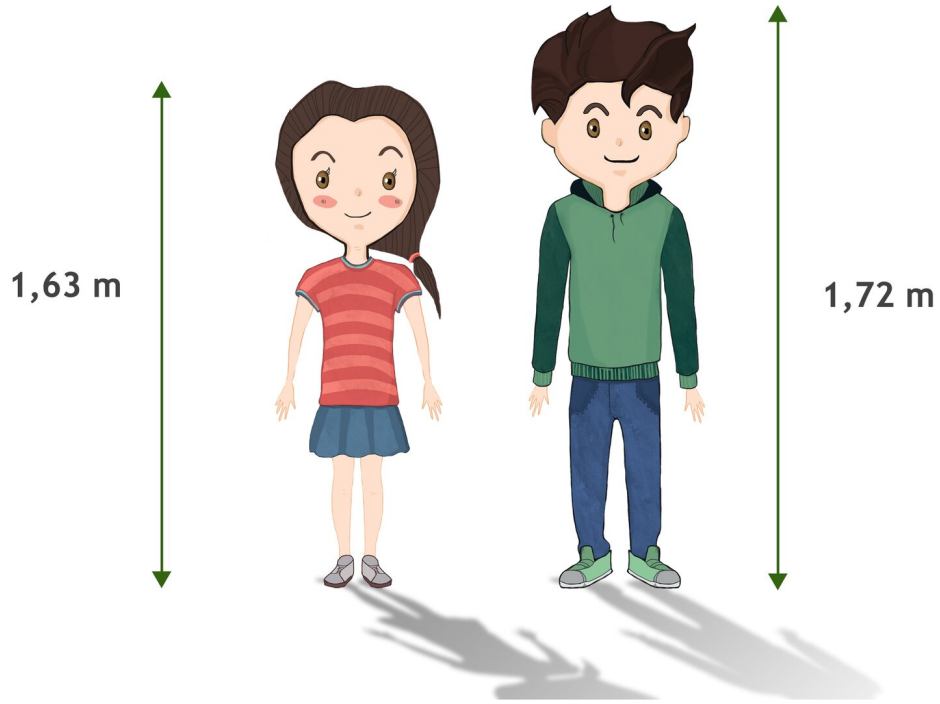
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jedna z nich ma $1{,}43\ \mathrm{m}$ długości. Druga ma długość

- $4{,}35\ m$
- $3{,}35\ m$
- $4{,}45\ m$
- $7{,}21\ m$

Ćwiczenie 5

Jacek ma $1{,}72\ \mathrm{m}$ wzrostu, a Ola $1{,}63\ \mathrm{m}$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

O ile Jacek jest wyższy od Oli? Wyraź to w metrach.

- o $0{,}09\ m$
- o $0{,}19\ m$
- o $0{,}9\ \mathrm{m}$
- o $3{,}35\ \mathrm{m}$

Ćwiczenie 6

Kupując jogurt w supermarkecie, zapłacimy $1{,}19$ euro, a w sklepie osiedlowym $1{,}78$ euro.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Jogurt w supermarkecie jest tańszy niż w sklepie osiedlowym

- ◯ o $0{,}59$ euro
- ◯ o $1{,}59$ euro
- ◯ o $2{,}97$ euro
- ◯ o $0{,}60$ euro

Przykład 1

Dynia waży 4 kg, arbuz $2{,}15$ kg, a melon $1{,}25$ kg. Obliczmy, o ile kilogramów więcej waży

1. dynia od arbuza

$$4\ \text{kg} - 2{,}15\ \text{kg} = 3\ \text{kg}\ 100\ \text{dag} - 2\ \text{kg}\ 15\ \text{dag} = 1\ \text{kg}\ 85\ \text{dag} = 1{,}85\ \text{kg}$$

1. arbuz od melona

$$,25\ \text{kg} = 2\ \text{kg}\ 15\ \text{dag} - 1\ \text{kg}\ 25\ \text{dag} = 1\ \text{kg}\ 115\ \text{dag} - 1\ \text{kg}\ 25\ \text{dag} = 90\ \text{dag} = 0{,}9$$

Z powyższych obliczeń wynika, że

- $4 - 2{,}15 = 1{,}85$ 15 setnych odejmujemy od 100 setnych, a 2 całości od 3 całości
- $2{,}15 - 1{,}25 = 0{,}9$ 25 setnych odejmujemy od 115 setnych, a 1 całość od 1 całości

Ćwiczenie 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Tabela przedstawia liczby punktów zdobytych przez drużyny z kilku krajów w skokach narciarskich podczas Pucharu Świata.

Tabela. Dane

Skoki narciarskie, Puchar Świata 2013/2014 w Planicy		
Miejsce	Kraj	Liczba punktów
1	Austria	1045,6
2	Polska	1007,6
3	Norwegia	1007,3
4	Niemcy	1001,5
5	Słowenia	976,8
6	Japonia	943,1
7	Czechy	938,2
8	Szwajcaria	901,5

Ćwiczenie 8

O ile punktów więcej od drużyny z Niemiec zdobyła w Pucharze Świata drużyna z Polski?

- ◯ o 6 punktów
- ◯ o 0,4 punktu
- ◯ o 6,1 punktu
- ◯ o 4 punkty

Ćwiczenie 9

O ile mniej punktów zdobyła drużyna ze Słowenii niż drużyna z Austrii?

- ◯ o $68{,}8$ punktu
- ◯ o $168{,}8$ punktu
- ◯ o 68 punktu
- ◯ o $69{,}8$ punktu

Ćwiczenie 10

Do trzeciego miejsca na podium zabrakło Niemcom

- ◯ $5{,}8$ punktu
- ◯ 5 punktów
- ◯ $0{,}2$ punktu
- ◯ $5{,}9$ punktu

Ważne!

- Odejmując od liczby $7{,}5$ liczbę $3{,}47$, można najpierw rozszerzyć liczbę $7{,}5$, dopisując na końcu 0.

$$7{,}5 - 3{,}47 = 7{,}50 - 3{,}47 = 4{,}03$$

- Odejmując od liczby $6{,}87$ liczbę $2{,}5$, można

1. najpierw rozszerzyć liczbę $2{,}5$, dopisując na końcu 0

$$6{,}87 - 2{,}5 = 6{,}87 - 2{,}50 = 4{,}37.$$

1. odjąć całości od całości i części dziesiętne od części dziesiętnych

$$6{,}87 - 2{,}5 = 4{,}37.$$

Ćwiczenie 11

Skrzynka razem z jabłkami waży 9,5 kg. Ile ważą jabłka, jeśli pusta skrzynka waży 1,85 kg?

Odp.: Jabłka ważą ____ kg.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Oblicz w pamięci, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 0,91 - 0,5 = ____

b) 1,61 - 0,9 = ____

c) 1,33 - 0,34 = ____

d) 7,16 - 1,03 = ____

e) 10,62 - 1,82 = ____

f) 2,99 - 0,19 = ____

g) 1,35 - 0,95 = ____

h) 11,87 - 1,3 = ____

10,60	0,5	8,88	2,8	10,57	2,88	6,14	0,40	0,4	0,42	0,72
0,71	0,98	8,8	0,43	0,41	8,80	8,81	6,13	0,99	2,9	

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Oblicz w pamięci, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 2,413 - 1,31 = ____

b) 12,61 - 2,99 = ____

c) 5,835 - 2,5 = ____

d) 2,365 - 1,1 = ____

e) 3,62 - 2,313 = ____

f) 8,91 - 7,99 = ____

g) 9,35 - 8,95 = ____

h) 11,87 - 1,3 = ____

0,92	1,265	0,98	1,104	10,6	9,6	3,335	1,308	10,57	3,333
1,26	9,62	1,307	0,44	1,103	0,4				

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Gdy części dziesiętne odjemnika są większe od części dziesiętnych odjemnej, łatwiej jest odjąć liczby sposobem pisemnym.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja.

Ćwiczenie 14

Wykonaj działanie sposobem pisemnym, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 38,362 - 21,151 = ☐

b) 345,235 - 20,221 = ☐

c) 8,654 - 6,36 = ☐

d) 173,89 - 46,945 = ☐

324,014	2,296	126,945	17,2	325,014	136,945	125,947	2,494
17,211	2,294	325,004	18,211				

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Wykonaj działanie sposobem pisemnym i uzupełnij.

a) 78,365 - 43,437 = ☐

b) 599,23 - 20,689 = ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Przeciągnij i upuść.

a) 10,082 - 3,061 = ____

b) 69,09 - 19,62 = ____

c) 543,023 - 77,318 = ____

d) 867,92 - 6,3 = ____

e) 108,004 - 87,048 = ____

f) 87,807 - 87,087 = ____

g) 63,777 - 37,999 = ____

h) 490 - 10,022 = ____

49,47	20,906	861,62	7,022	465,715	7,021	20,956	0,73	25,778
465,705	0,72	25,779	861,622	49,46	479,978			

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Rower firmy „AS” przeceniono z 770,79 zł na 669,99 zł, a rower firmy „BIS” - z 924,65 zł na 790,79 zł. O ile złotych mniej zapłacimy, kupując teraz te rowery?

Odp.: Kupując oba rowery, zaoszczędzimy ____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18

Oblicz, korzystając z kalkulatora, a następnie przeciągnij i upuść.

a) 43,032 - 0,478 - 12,1 = ____

b) 19,06 - 9,65 - 2,09 = ____

c) 565,013 - 55,318 - 101,803 = ____

d) 4967,92 - 706,3 - 111,011 = ____

e) 777,087 - 97,808 - 78,707 = ____

f) 333,777 - 33,77 - 3,7 = ____

600,572 | 4150,609 | 4150,600 | 7,33 | 407,891 | 407,892 | 7,32 | 296,308 | 296,307 | 30,455 | 30,454 | 600,574

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19

Uzupełnij.

a) 478,79 – ____ = 125,8

b) ____ – 899,01 = 888,08

c) 999,98 – 763,99 = ____

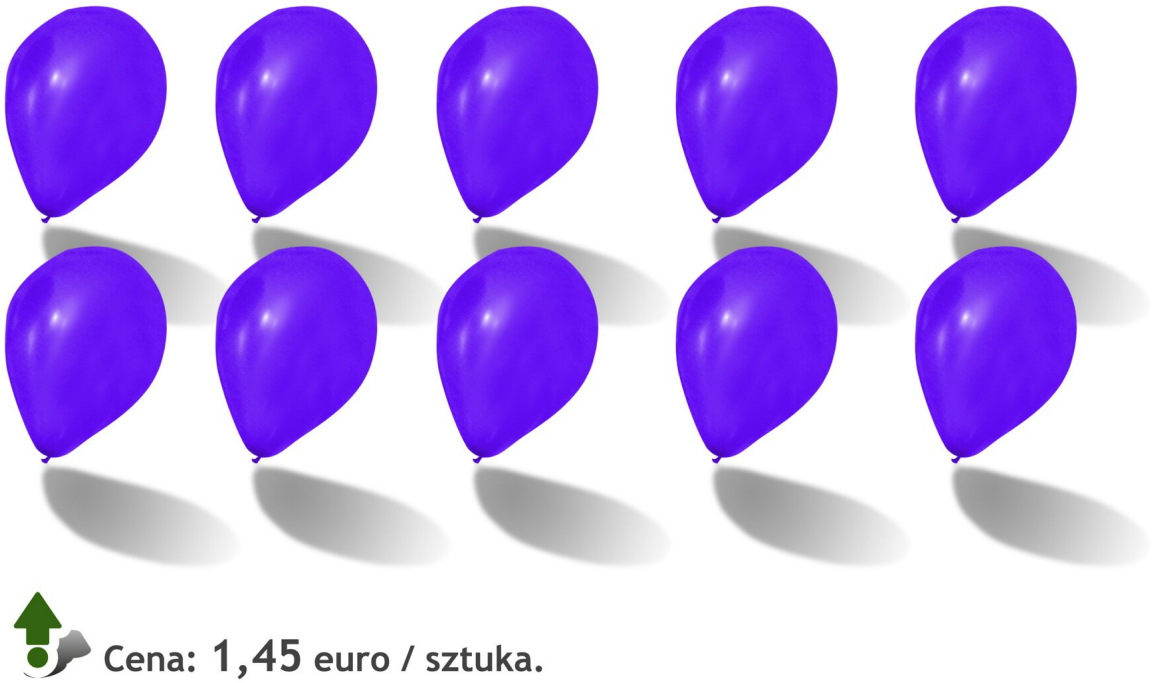
d) 1 998,789 – ____ = 651,01

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożenie i dzielenie liczb dziesiętnych przez 10, 100, 1000...

Przykład 1

Jacek kupił 10 balonów w cenie 1,45 euro. Obliczmy, ile za nie zapłacił.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Koszt dwóch balonów $1{,}45$ euro $+1{,}45$ euro $= 2{,}90$ euro
Koszt czterech balonów $2{,}9$ euro $+2{,}9$ euro $= 5{,}80$ euro
Koszt ośmiu balonów $5{,}8$ euro $+5{,}8$ euro $= 11{,}60$ euro
Koszt dziesięciu balonów $2{,}9$ euro $+11{,}6$ euro $= 14{,}50$ euro
Za 10 balonów Jacek zapłacił $14{,}50$ euro.
Z obliczeń wynika, że $10 \bullet 1{,}45 = 14{,}50$.

Ćwiczenie 1

Wybierz.

1. Mnożąc liczbę dziesiętną przez 10 przesuwamy przecinek o [ ] miejsce w [ ]
.
2. Mnożąc liczbę dziesiętną przez 100 przesuwamy przecinek o [ ] miejsca w [ ].
3. Mnożąc liczbę dziesiętną przez 1000 przesuwamy przecinek o [ ] miejsca w [ ].

2 | w lewo | 3 | 1 | w prawo | 2 | w lewo | 4 | 3 | 1 | 5 | w lewo | 1 | 5 | 2 | 4 | 4 | 3 | w prawo | w prawo | 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Mnożąc liczby dziesiętne przez 10, 100, 1000,..., czasami liczby dziesiętne musimy rozszerzyć i dopisać na końcu brakujące zera.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

W niektórych przykładach, po przesunięciu przecinka, zera zapisane z lewej strony liczby trzeba pominąć.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

E-podręczniki z matematyki

Ćwiczenie 2

Jeden lizak kosztuje 0,65 zł. Ile złotych zapłacimy za 10 lizaków?

Odp.: Za 10 lizaków zapłacimy ____ złotych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Jedno jajko kosztuje 0,88 zł. Ile złotych zapłacimy za dziesięć jajek?

Odp.: Za dziesięć jajek zapłacimy ____ złotych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Bilet MPK kosztuje 2,40 zł. Ile złotych kosztuje 10 biletów?

Odp.: Dziesięć biletów kosztuje _____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Cena biletu ulgowego do kina wynosi 11,50 zł. Ile złotych kosztują takie bilety dla grupy stu uczniów?

Odp.: Bilety dla stu uczniów będą kosztowały _____ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

W sklepie ogłoszono promocję „Artykuły na wagę”. Uzupełnij tabelkę.

Tabela. Dane

Artykuł na wagę	Cena za $100\ \mathrm{g}$ w złotych	Cena za $1\ \mathrm{kg}$ w złotych
Wafelki	$1{,}29$	
Ciasteczka	$0{,}89$	
Żelki	$0{,}85$	
Talerze ceramiczne	$0{,}99$	
Przybory kuchenne	$4{,}49$	
Garnki nierdzewne	$1{,}89$	

Ćwiczenie 7

Przeciągnij i upuść.

a) $10 \cdot 1{,}247 =$ ☐

b) $100 \cdot 0{,}895 =$ ☐

c) $1000 \cdot 0{,}468 =$ ☐

d) $1{,}067 \cdot 10 =$ ☐

e) $1{,}348 \cdot 100 =$ ☐

f) $1{,}999 \cdot 1000 =$ ☐

12,45 | 10,6 | 10,67 | 89,5 | 1998 | 468 | 1999 | 134,3 | 12,47 | 134,8 | 464 | 89,6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Przeciągnij i upuść.

a) $10 \cdot 12{,}56 =$ ☐

b) $100 \cdot 708{,}951 =$ ☐

c) $1000 \cdot 80{,}46 =$ ☐

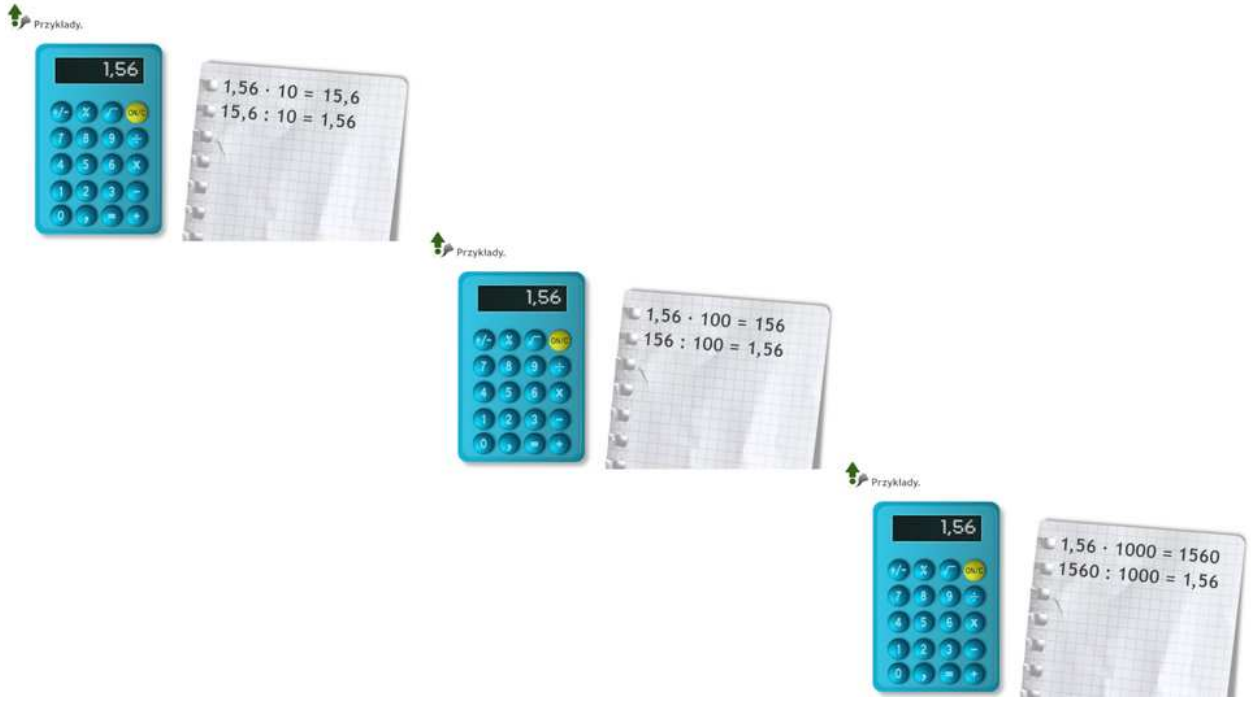
d) $10 \cdot 0{,}007 =$ ☐

e) $100 \cdot 0{,}095 =$ ☐

f) $1000 \cdot 0{,}0008 =$ ☐

0,008 | 9,5 | 70895,1 | 0,007 | 9,53 | 80462 | 80460 | 0,07 | 125,6 | 0,8 | 70895,2 | 125,4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

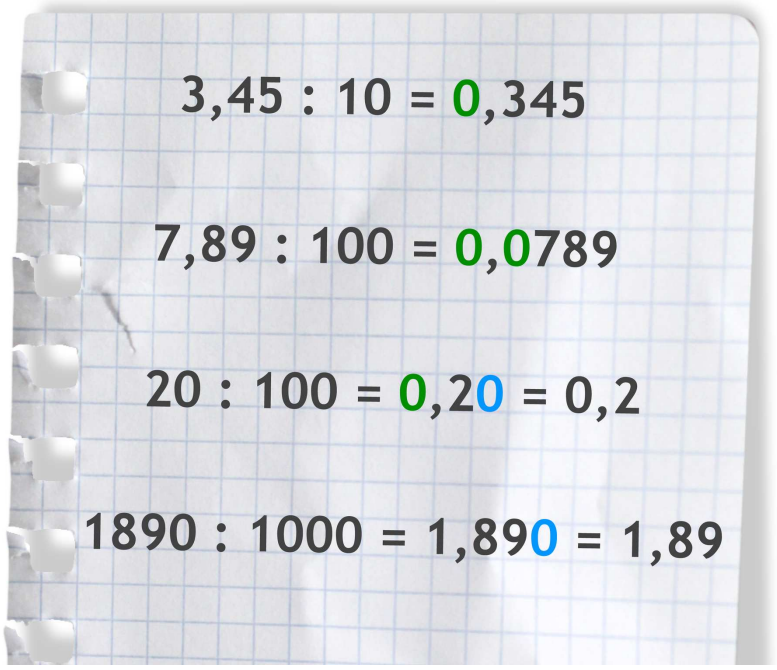
Animacja

Ćwiczenie 9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Dzieląc liczby dziesiętne przez 10, 100, 1000,..., czasami musimy dopisać zera z lewej strony liczby lub opuścić niepotrzebne zera z jej prawej strony.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

a) 31,2 : 10 = ⬚

b) 897,5 : 100 = ⬚

c) 4 687,1 : 1 000 = ⬚

d) 41,06 : 10 = ⬚

e) 134,8 : 100 = ⬚

f) 1 999,78 : 1 000 = ⬚

g) 2,56 : 10 = ⬚

h) 78,951 : 100 = ⬚

1,358	1,348	0,25	3,12	0,78951	4,106	4,6872	8,95	1,99978
0,256	0,7895	3,122	8,975	4,6871	4,16	1,9997		

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Przeciągnij i upuść.

a) 880,46 : 1 000 = ☐

b) 0,7 : 10 = ☐

c) 0,95 : 100 = ☐

d) 0,86 : 1 000 = ☐

e) 7 : 10 = ☐

f) 9 : 100 = ☐

g) 8 : 1 000 = ☐

0,009 | 0,0095 | 0,00095 | 0,008 | 0,007 | 0,7 | 0,09 | 0,000086 | 0,8846

0,0008 | 0,0007 | 0,07 | 0,00086 | 0,88046

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Dwa i pół litra soku rozlano po równo do dziesięciu kubeczków. Ile litrów soku jest w jednym kubeczku?

Odp.: W jednym kubeczku jest ☐ litra soku.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Kilogram ryby kosztuje 38,90 zł . Ile zapłacimy za 10 dag tej ryby?

Odp.: Za 10 dag ryby zapłacimy ☐ zł.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Utrzymanie prawidłowej masy ciała jest warunkiem zachowania zdrowia. Z tego powodu należy spożywać tylko tyle pożywienia, ile jest konieczne. Pożywienie jest

źródłem energii dla organizmu człowieka. Potrzeby energetyczne człowieka wyraża się w kilokaloriach (kcal).

TABELA

Grupa	Wiek	Masa ciała (w kg)	Poziom zalecanego spożycia kcal/osobę/dobę
Dziewczęta	7 – 9 lat	25 – 30	1900 – 2200
	10 – 12 lat	35 – 42	2000 – 2150
	13 – 15 lat	45 – 55	2200 – 2400
Chłopcy	7 – 9 lat	25 – 30	1900 – 2200
	10 – 12 lat	35 – 42	2150 – 2350
	13 – 15 lat	47 – 50	2500 – 2850

Według: Ziemiański Ś. ,2001
Źródło: Kunachowicz H., Nadolna I., Przygocka B., Iwanow K. „Liczymy kalorie", Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Wydanie II rozszerzone i uaktualnione, Warszawa

> **Ćwiczenie 14**
> Na podstawie zamieszczonej powyżej tabeli sprawdź, ile kalorii dziennie potrzebuje twój organizm.

Ćwiczenie 15

Uzupełnij tabelę zawierającą wartości energetyczne produktów.

TABELA

Lp.	Produkt	Wartość energetyczna produktu w kcal		
		1 g	10 g	100 g
1	Jajko			139
2	Jogurt naturalny, 2% tłuszczu		6	
3	Chleb zwykły	2, 48		
4	Kajzerka		29,6	
5	Pomidor			15
6	Papryka czerwona	0,28		
7	Ogórek			13
8	Żelki		30,6	
9	Baton „Mars”	4,51		
10	Słone paluszki			385
11	Chipsy paprykowe	5,49		
12	Coca-cola		4,2	
13	Herbata bez cukru			0
14	Sok pomarańczowy			43
15	Grejpfrut	0,36		
16	Banan			95
17	Jabłko		4,6	
18	Zupa pomidorowa z makaronem			35
19	Kotlet z kurczaka panierowany i smażony	2,49		

20	Kotlet schabowy panierowany i smażony		35,1	

Źródło: Kunachowicz H., Nadolna I., Przygocka B., Iwanow K. „Liczymy kalorie”, Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Wydanie II rozszerzone i uaktualnione, Warszawa

Ćwiczenie 16

Oprócz prawidłowo zbilansowanej diety warto pamiętać jeszcze o ruchu. W tabeli przedstawiono, ile energii (ilość kcal) potrzebujemy wykonując różne czynności. Uzupełnij puste miejsca w tabeli.

TABELA

Lp.	Rodzaj aktywności	Ilość zużytych kalorii (kcal)	
		w ciągu minuty	w ciągu 10 minut
1	Spokojne leżenie		13,66
2	Siedzenie i pisanie	1,88	
3	Powolny spacer (4km/h)	3,33	
4	Marsz $(6\,\mathrm{km}/h)$		50
5	Bieganie - sprint	38,6	
6	Jazda na rowerze		51,3
7	Schodzenie ze schodów		60,66
8	Wchodzenie na schody	18,3	
9	Gra w piłkę nożną	9,15	
10	Prasowanie		43,83
11	Zamiatanie podłogi	3,75	
12	Mycie okien		42,5
13	Prowadzenie samochodu		30,66
14	Kopanie w ogrodzie		95,5
15	Gra w tenisa ziemnego	7,08	

Źródło: Kunachowicz H., Nadolna I., Przygocka B., Iwanow K. „Liczymy kalorie", Wydawnictwo Lekarskie PZWL, Wydanie II rozszerzone i uaktualnione, Warszawa

Trening mistrza – ćwiczenia przed sprawdzianem

Zadania

Ćwiczenie 1

Daną liczbę zapisz w postaci dziesiętnej.

a) $\frac{3}{100} =$ ☐

b) $\frac{281}{100} =$ ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij.

a) Cyfra części tysięcznych w liczbie 7,048 to ☐.

b) Cyfra dziesiątek w liczbie 23,709 to ☐.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Zapisz liczbę w postaci dziesiętnej.

a) trzy i sześćdziesiąt pięć setnych ☐

b) dwa i osiemnaście tysięcznych ☐

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Przeciągnij i upuść.

a) 1,25 [ ] 1,24

b) 6,0707 [ ] 6,077

< = >

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Przeciągnij i upuść.

a) 1, [ ] 3 < 1,13

b) 8,99 < [ ] ,00

4 3 0 1 2 6 7 8 9 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Uzupełnij.

a) 6 mm = [ ] cm

b) 5 m 7 cm = [ ] m

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Uzupełnij.

a) 5,2 dag = 5 dag ____ g

b) 1,2 kg = 1 kg ____ dag

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Uzupełnij.

a) 7,28 + 35,9 = ____

b) 12,54 + 13 + 0,796 = ____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Uzupełnij.

a) 8,139 – 4,76 = ____

b) 9,2 – 5,723 = ____

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Przeciągnij i upuść.

a) $27{,}19 \cdot 10 =$ ☐

b) $436{,}27 : 100 =$ ☐

c) $34{,}51 \cdot 1000 =$ ☐

d) $6{,}27 : 100 =$ ☐

0,0627	34520	271,09	0,06027	4,3627	4,3623	271,9	34510

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Odpowiedź na pytania.

1. Ile euro zapłacisz, jeśli kupisz kilogram bananów, kilogram truskawek i kilogram jabłek?
2. Ile euro reszty otrzymasz, płacąc banknotem 20 euro, jeśli kupisz 2 kilogramy truskawek, 2 kilogramy jabłek i kilogram bananów?



4,10 euro/kg



1,85 euro/kg



1,45 euro/kg

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

Ile metrów długości ma obwód prostokąta, którego

a) jeden bok ma długość 2,6 m, a drugi 1,75 m?

[ ] m

b) jeden bok ma długość 3,2 m, a drugi jest od niego o 1,3 m krótszy?

[ ] m

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

W poniedziałek trzy klasy czwarte przyniosły makulaturę. Klasa IV a przyniosła 24,5 kg, klasa IV b - 510 dag, a klasa IV c - o 3670 g więcej niż IV b.

Uzupełnij.

a) Klasa IV a i klasa IV b zebrały [ ] kilogramów makulatury.

b) Wszystkie klasy czwarte zebrały [ ] kilogramów makulatury.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Mila morska ma długość 1,852 km, a mila lądowa 1,609 km.

a) Ile kilometrów przepłynie statek, który pokona trasę 100 mil morskich? [ ]

km

b) Ile kilometrów przejedzie samochód, który pokona trasę 100 mil lądowych?

[ ] km

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Na Olimpiadzie w Londynie w $2012\ r$, w konkurencji pchnięcia kulą, pięciu najlepszych zawodników uzyskało wyniki przedstawione w tabeli.

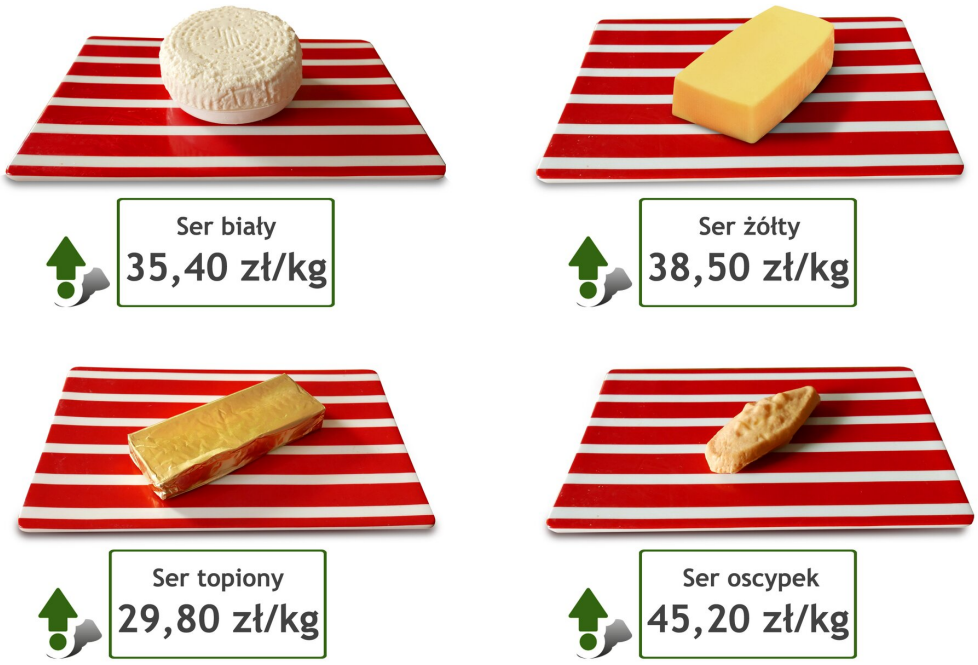
tabela

Zawodnik	Kraj	Odległość $[m]$
Tomasz Majewski	Polska	$21{,}89$
Dylan Armstrong	Kanada	$20{,}93$
Christian Cantwell	USA	$21{,}19$
Reese Hoffa	USA	$21{,}23$
David Storl	Niemcy	$21{,}86$

1. Jak odległość dzieliła Dylana Armstronga, od zdobycia złotego medalu olimpijskiego. Wyraź ją w metrach?
2. Ile centymetrów dalej od srebrnego medalisty pchnął kulą mistrz olimpijski Tomasz Majewski?

Ćwiczenie 16

Wojtek kupił kilogram sera białego, $10\ \mathrm{dag}$ sera żółtego, $100\ \mathrm{g}$ sera topionego i $0{,}1\ \mathrm{kg}$ oscypka. Oblicz, ile reszty otrzymał ze 100 zł.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Na mapie wykonanej w skali 1 : 1 000 000 droga w linii prostej z Krakowa do Łodzi to odcinek długości 26,4 cm, a z Krakowa do Warszawy – odcinek o długości 35,6 cm. O ile dalej jest w rzeczywistości z Krakowa do Warszawy niż z Krakowa do Łodzi?

Jest dalej o _____ km.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18

Podaj przykład współrzędnej punktu leżącego na osi liczbowej pomiędzy liczbami

1. $2{,}45$ i $2{,}451$
2. $0{,}001$ i $0{,}0011$

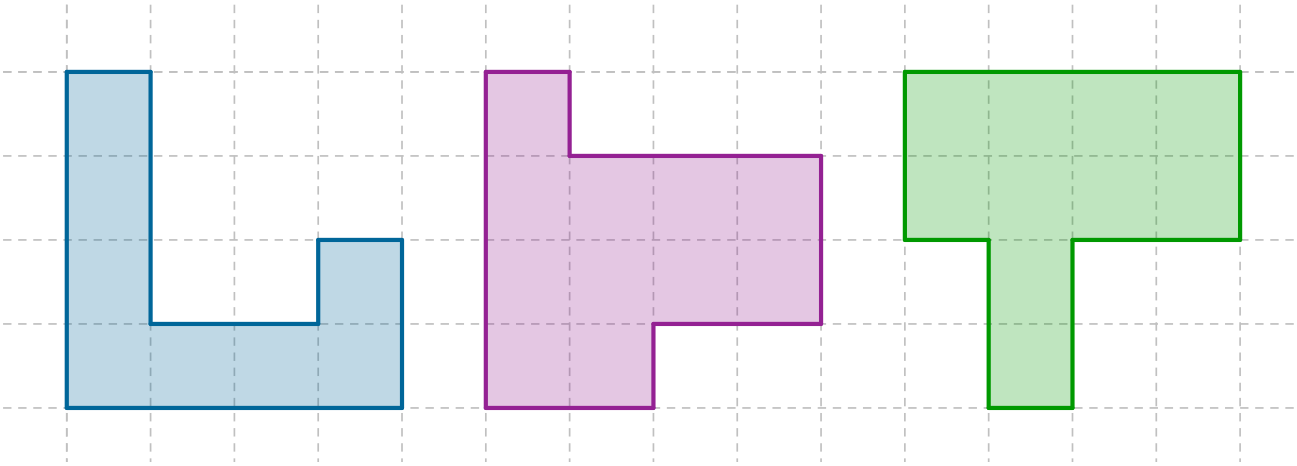
Pole figury. Jednostki pola

Pole figury

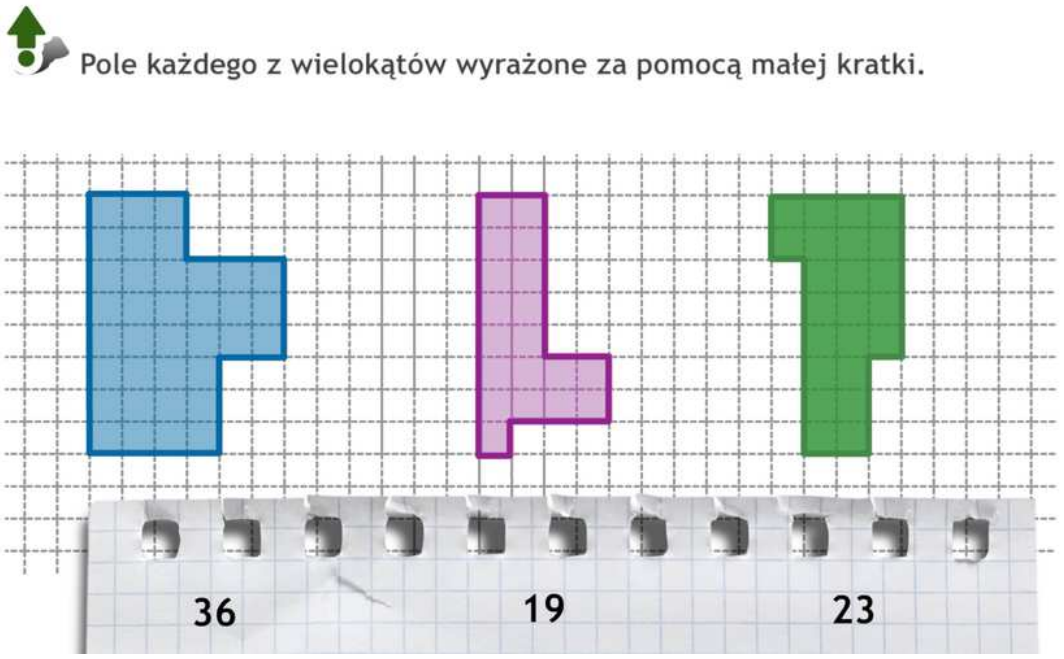
Wiemy już, jak zmierzyć odcinek. Znamy podstawowe jednostki długości: mm, cm, dm, m, km. Mierzyliśmy też kąty, posługując się jednostką miary, jaką jest stopień.
A jak zmierzyć pole powierzchni figury?

Przykład 1

Policz, ile kratek zawiera każda figura.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny pod adresem /preview/resource/RxnK82x0xDIr3

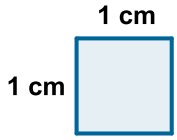
Pole figury_atrapa_animacja_329

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

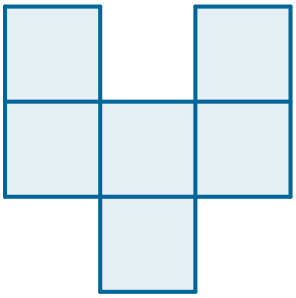
Animacja

Który z tych ośmiokątów zajmuje największą liczbę kratek?

> **Ważne!**
>
> Jedną z podstawowych jednostek pola jest 1 centymetr kwadratowy, który zapisujemy $1\ \text{cm}^2$.
> $1\ \text{cm}^2$ to pole kwadratu o boku długości 1 cm.



Pole tego kwadratu to 1 cm².



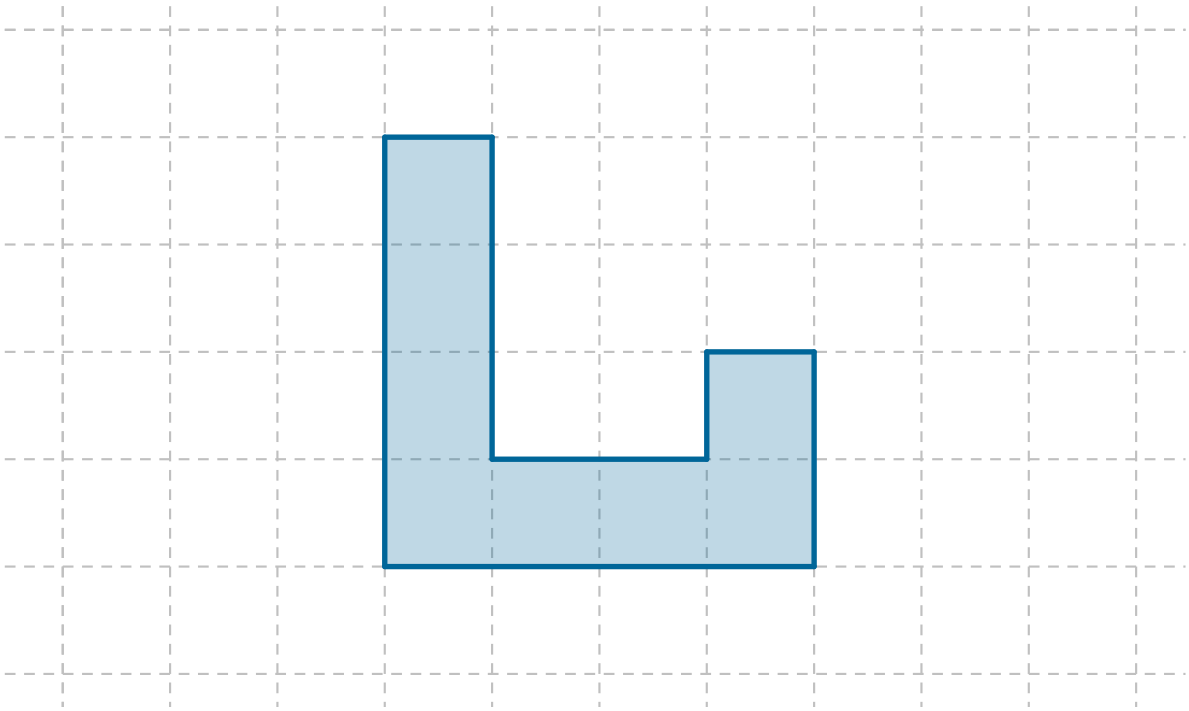
Pole tej figury jest równe 6 cm².

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

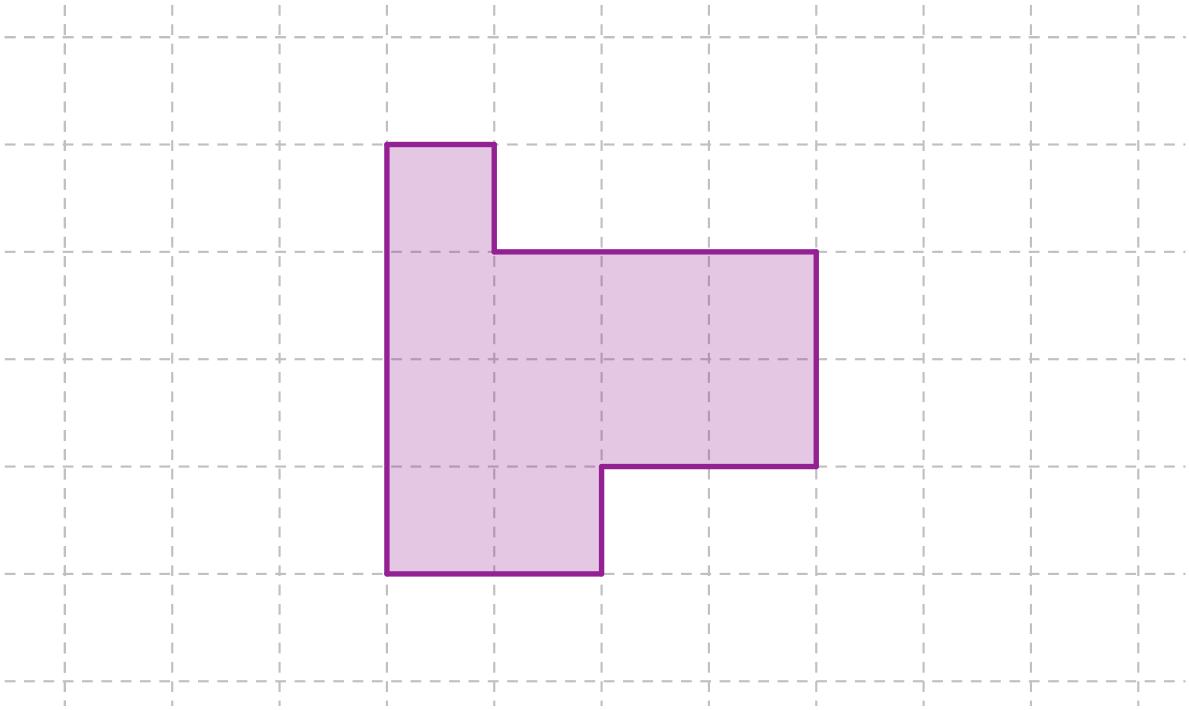
Zapisz, z ilu małych kwadratów zbudowana jest figura.

1.



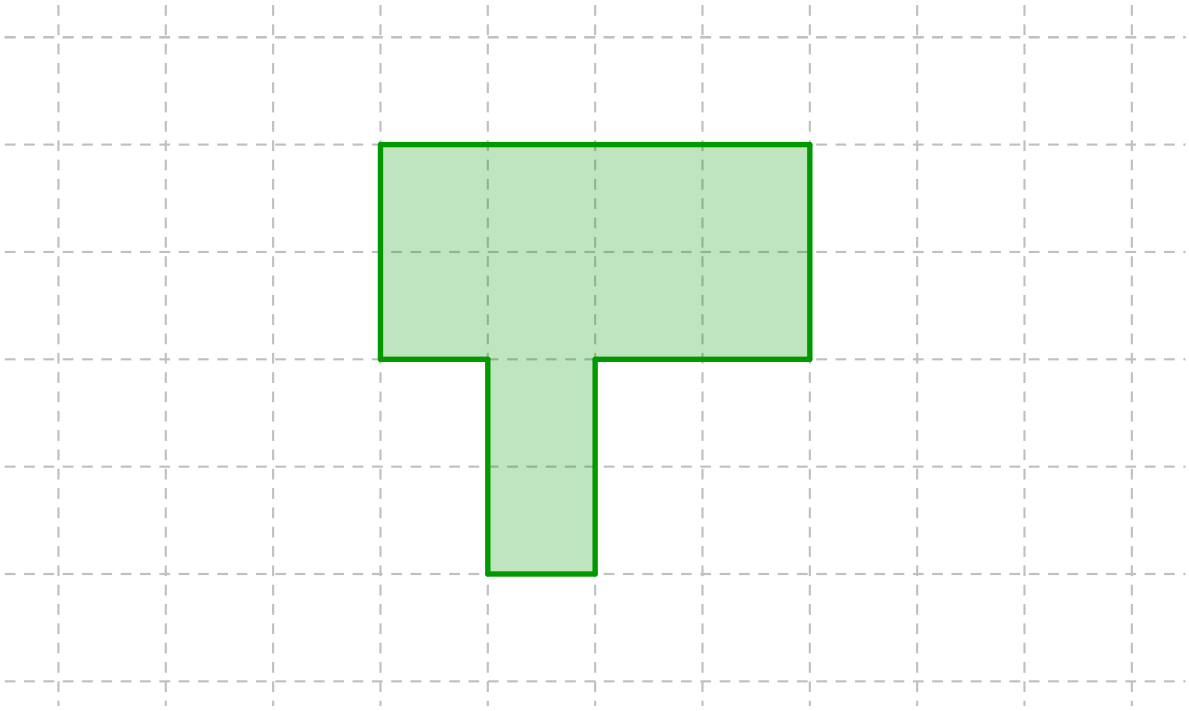
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

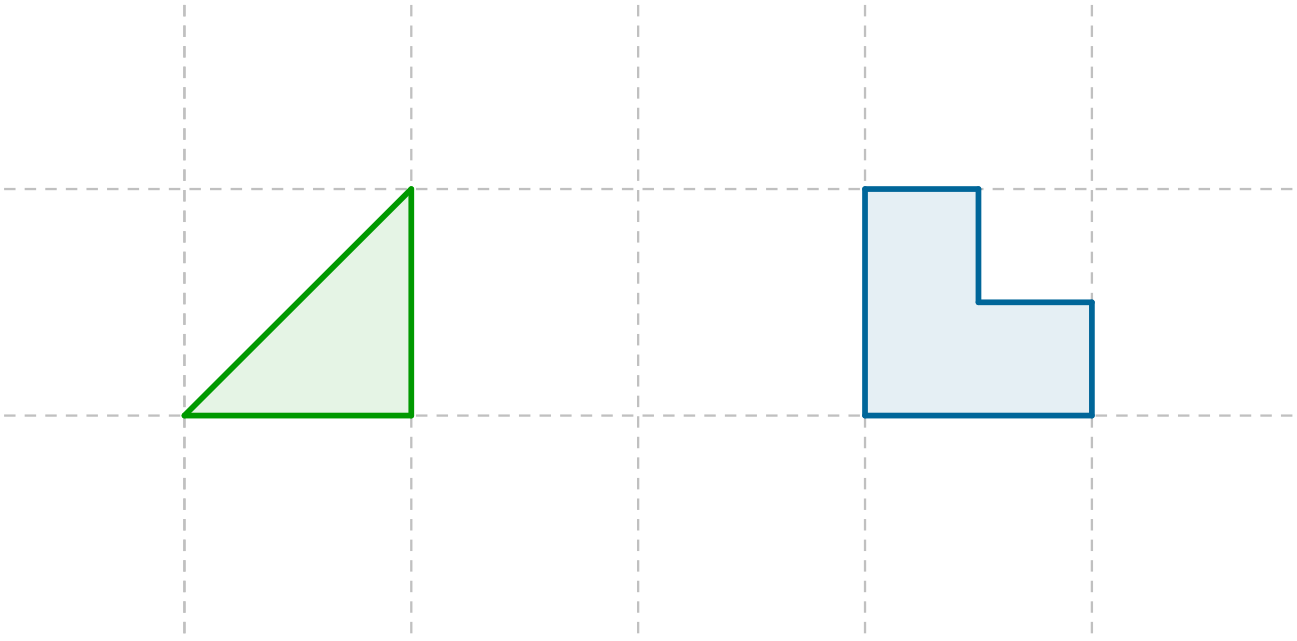
3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Która z poniższych figur ma większe pole i dlaczego?

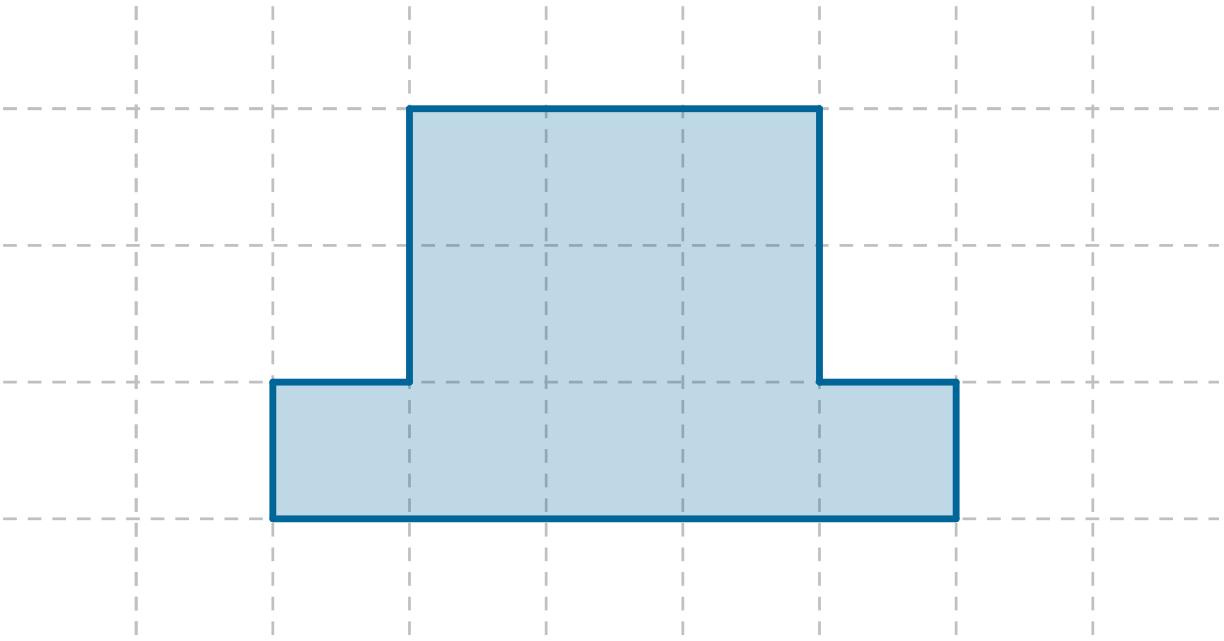


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

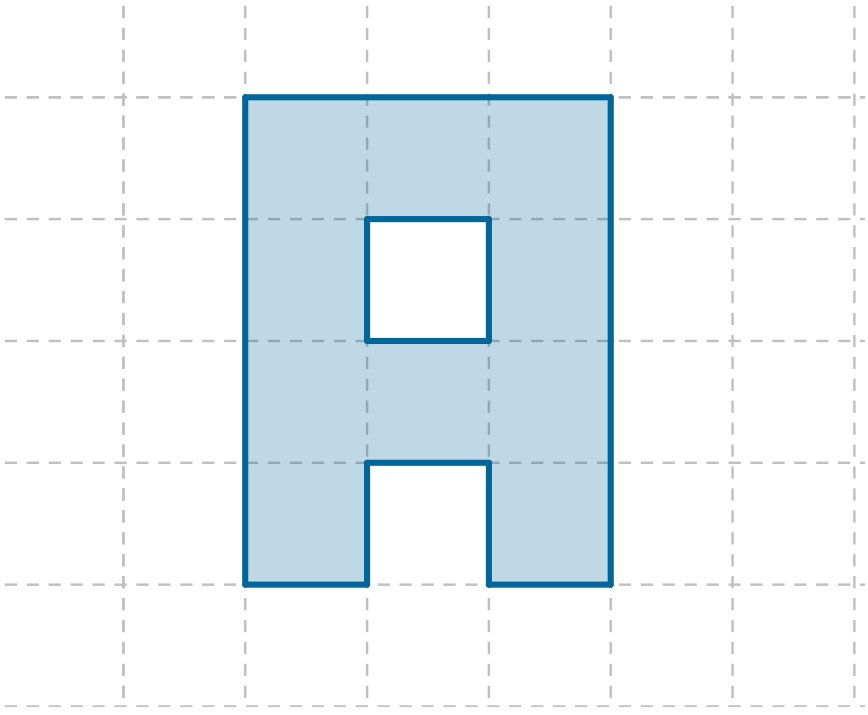
Jakie pole miałaby narysowana figura, gdyby bok jednej kratki miał długość $1\ \mathrm{cm}$?

1.



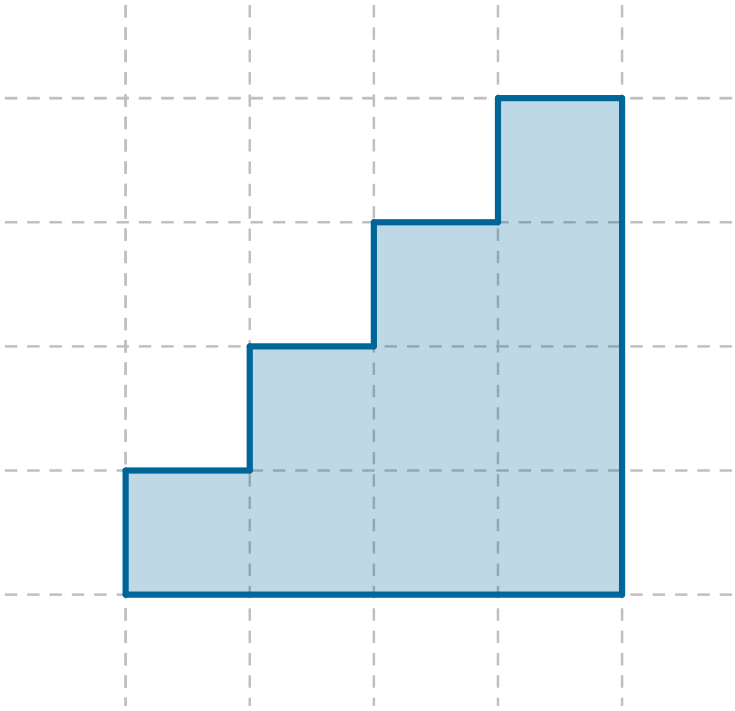
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



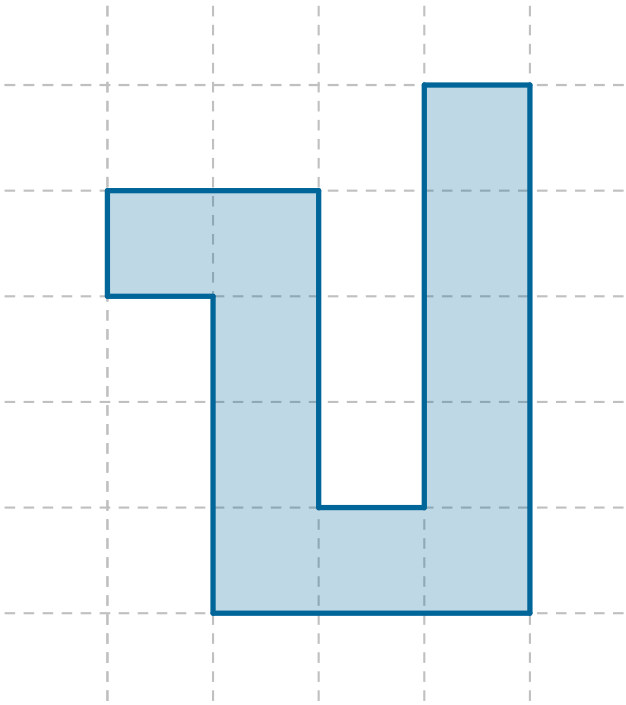
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Narysuj dowolną figurę, której pole jest równe

1. $6\ \mathrm{cm}^2$
2. $9\ \mathrm{cm}^2$
3. $15\ \mathrm{cm}^2$

Ćwiczenie 5

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DCUIIo7FO

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Podstawowe jednostki pola



Podstawowe jednostki pola to:

1 milimetr kwadratowy (1 mm^2),
1 centymetr kwadratowy (1 cm^2),
1 decymetr kwadratowy (1 dm^2),
1 metr kwadratowy (1 m^2),
1 ar (1 a),
1 hektar (1 ha),
1 kilometr kwadratowy (1 km^2).

Film dostępny pod adresem /preview/resource/R14UQDljYewcW

Pole figury_atrapa_animacja_331
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.
Animacja

Pola figur narysowanych w książce lub w zeszycie możemy określić w centymetrach kwadratowych.
Pola wyrażamy w innych jednostkach.

> **Ważne!**
>
> Podstawowe jednostki pola to
>
> - 1 milimetr kwadratowy $(1\ mm^2)$
> - 1 centymetr kwadratowy $(1\ cm^2)$
> - 1 decymetr kwadratowy $(1\ \mathrm{dm}^2)$
> - 1 metr kwadratowy $(1\ m^2)$
> - 1 ar $(1\ \mathrm{a})$, 1 hektar $(1\ \mathrm{ha})$
> - 1 kilometr kwadratowy $(1\ \mathrm{km}^2)$

Ważne!

- $1\ \mathrm{mm}^2$ to pole kwadratu o boku długości $1\ \mathrm{mm}$
- $1\ \mathrm{cm}^2$ to pole kwadratu o boku długości $1\ \mathrm{cm}$
- $1\ \mathrm{dm}^2$ to pole kwadratu o boku długości $1\ \mathrm{dm}$
- $1\ m^2$ to pole kwadratu o boku długości $1\ \mathrm{m}$
- 1 a to pole kwadratu o boku długości $10\ \mathrm{m}$
- 1 ha to pole kwadratu o boku długości $100\ \mathrm{m}$
- $1\ \mathrm{km}^2$ to pole kwadratu o boku długości $1\ \mathrm{km}$

Ćwiczenie 6

Wybierz jednostkę, w której najlepiej wyrazić

a) pole powierzchni pól uprawnych w gospodarstwie rolnym. ____

b) pole powierzchni podłogi w pokoju. ____

c) pole powierzchni skrzydeł muchy. ____

d) pole powierzchni Polski. ____

e) pole powierzchni niedużej działki rekreacyjnej. ____

ha | dm^2 | a | cm^2 | ha | km^2 | mm^2 | m^2 | mm^2 | m^2 | mm^2 | m^2

dm^2 | dm^2 | cm^2 | cm^2 | m^2 | dm^2 | ha | a | cm^2 | m^2 | a | ha

mm^2 | mm^2 | km^2 | cm^2 | dm^2 | km^2 | a | ha | km^2 | km^2 | m^2

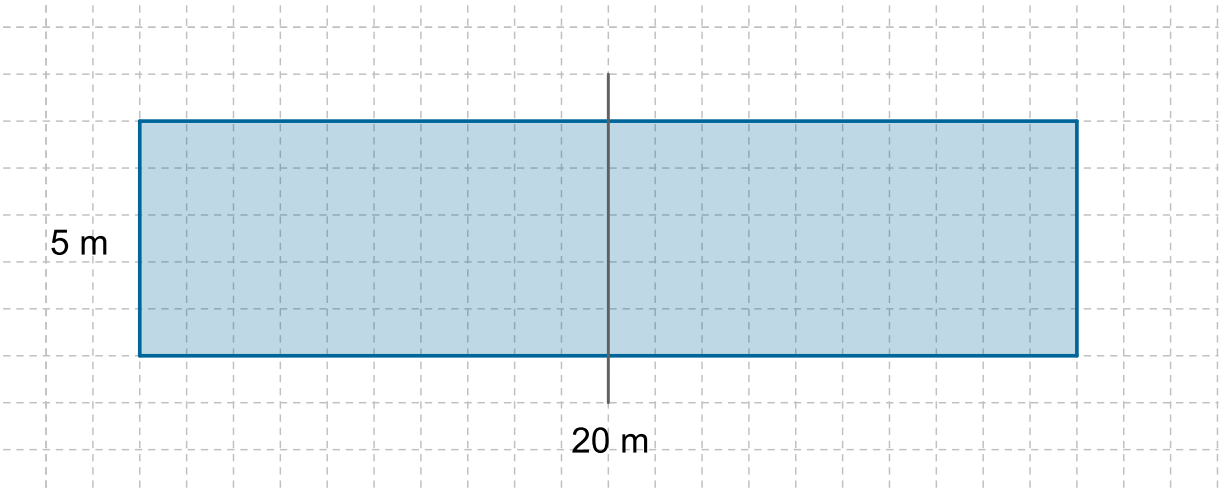
km^2 | mm^2 | a | dm^2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Korytarz szkolny ma kształt prostokąta o wymiarach $5\ \mathrm{m}$ i $20\ \mathrm{m}$. Czy jego pole powierzchni jest większa czy mniejsza od ara? Wykorzystaj rysunki i uzupełnij zdania.

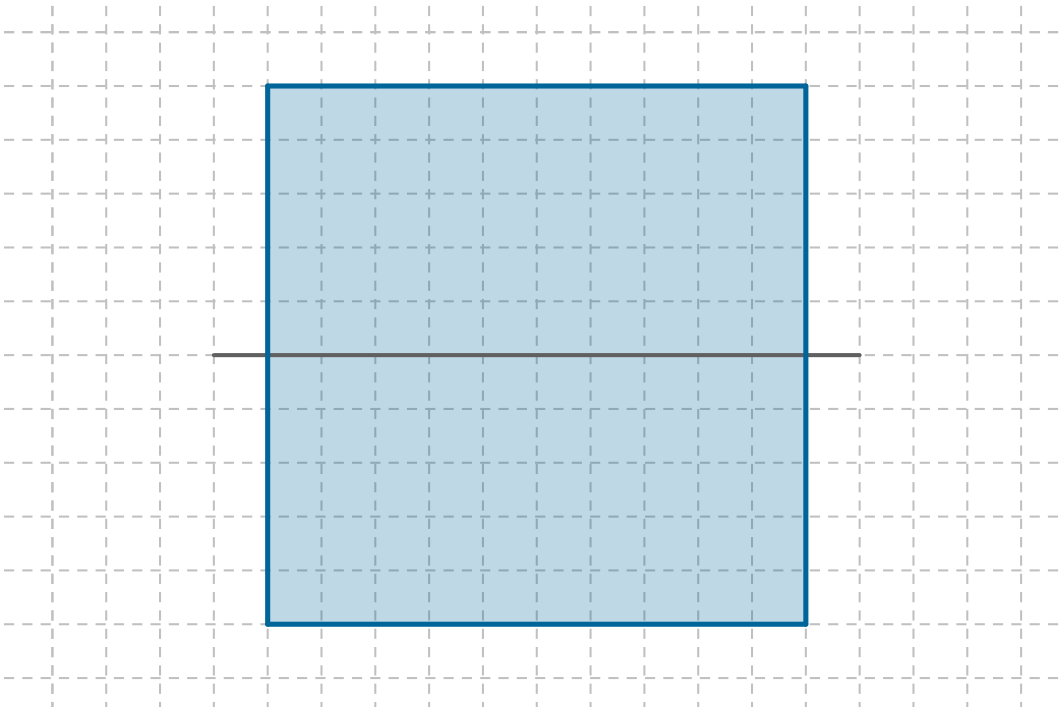
1.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Prostokąt można podzielić na dwa takie same prostokąty o wymiarach ... m i ... m i złożyć z nich ....

2.

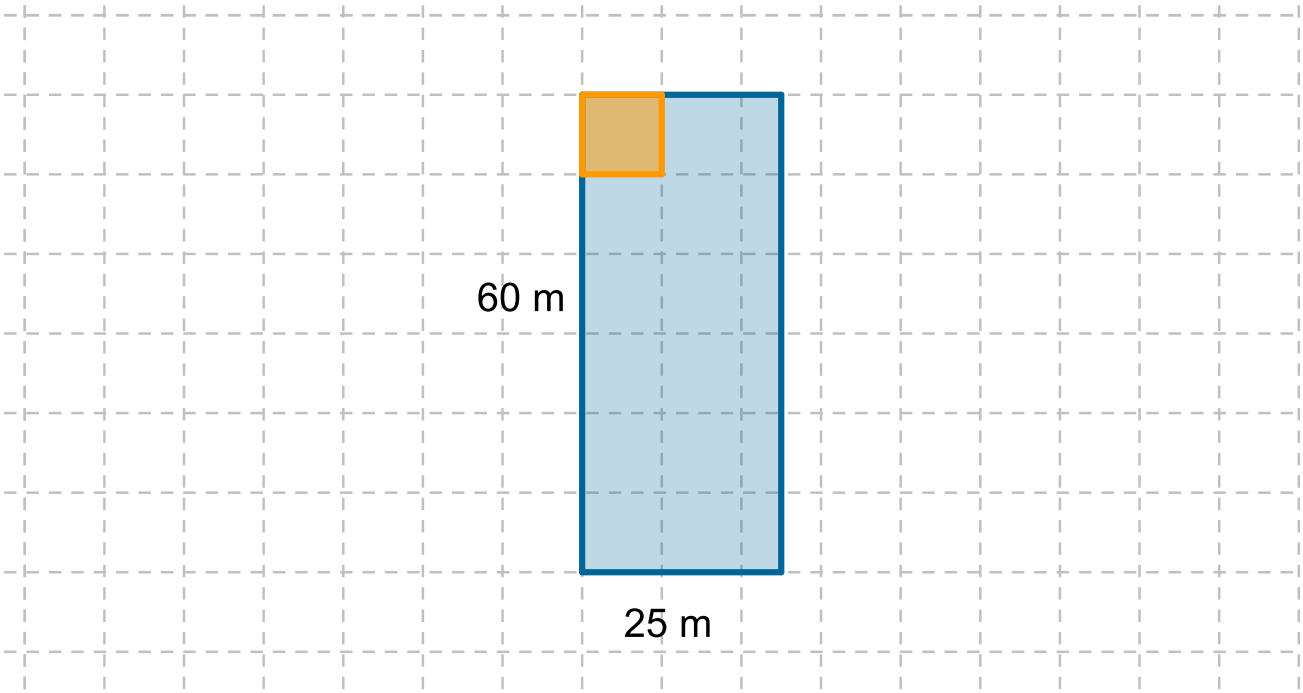


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Długość boku otrzymanego kwadratu wynosi ... m, zatem jego pole to ... a. Powierzchnia korytarza wynosi dokładnie ... a.

Ćwiczenie 8

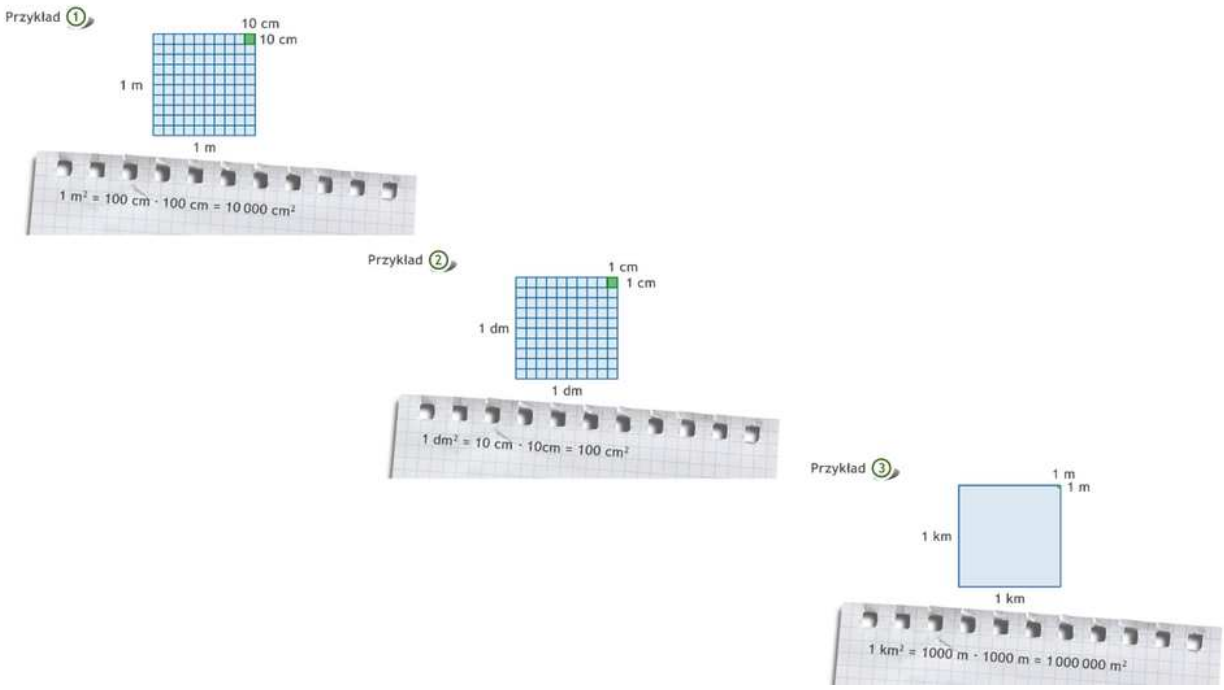
Szkolne boisko w kształcie prostokąta ma wymiary $60\ \mathrm{m}$ i $25\ \mathrm{m}$. Ile arów wynosi powierzchnia tego boiska? Uzupełnij zdania.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

1. Rzeczywista długość boku brązowego kwadratu wynosi . . . m.
2. Pole tego kwadratu jest równe 1 . . ..
3. Powierzchnia boiska składa się z . . . takich kwadratów, jest zatem równa . . . a.

Zamiana jednostek



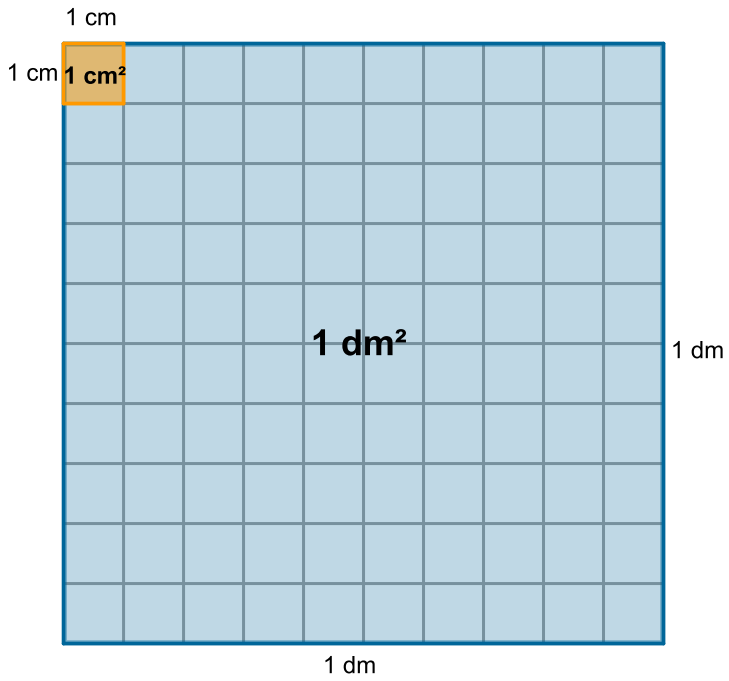
Film dostępny pod adresem /preview/resource/RavQcfndwPfsd

Pole figury_atrapa_animacja_72

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

- Sprawdźmy, ile mniejszych jednostek pola mieści się w kolejnej, większej jednostce. W tym celu wykorzystamy kilkakrotnie ten sam rysunek, ale sporządzony w różnych skalach.



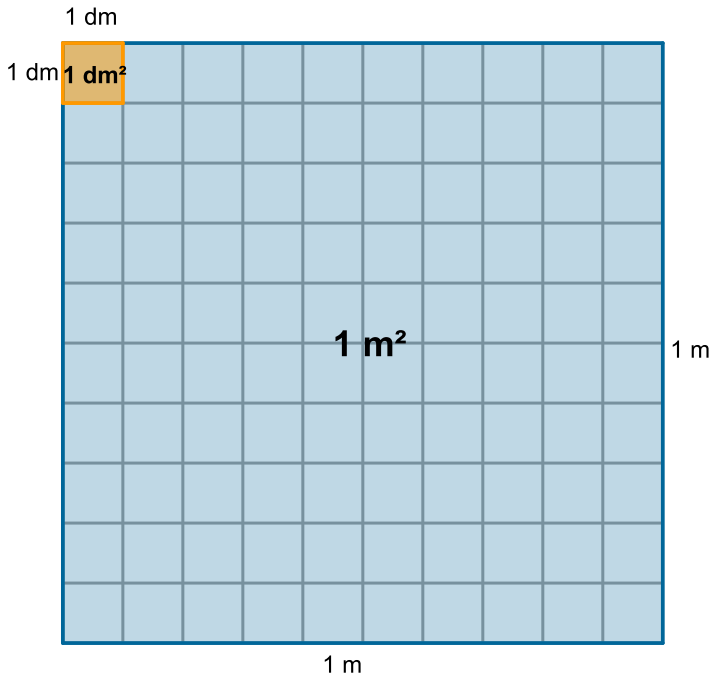
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Bok małego kwadratu ma długość 1 cm, zatem jego pole to $1\ \text{cm}^2$.

W dużym kwadracie mieści się 100 małych kwadratów.
Zatem

$$1\ \text{d}m^2 \ = \ 100\ c m^2.$$

- Wyobraźmy sobie, że kwadrat o boku długości 1 dm zmniejszamy dziesięciokrotnie i umieszczamy go w dużym kwadracie o boku dziesięciokrotnie dłuższym.



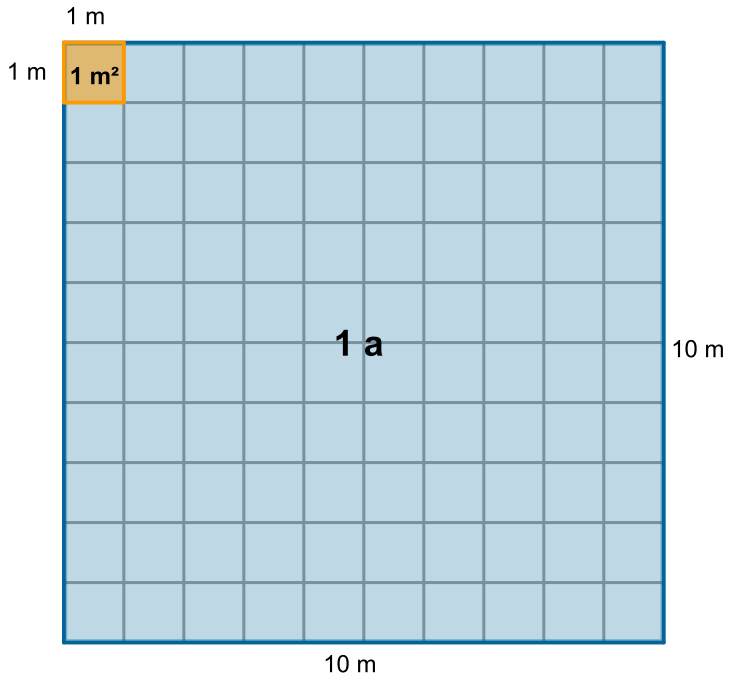
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Bok małego kwadratu ma długość 1 dm. Jego pole to $1\ \text{dm}^2$.

Zatem

$$1\ m^2 \ = \ 100\ \text{dm}^2.$$

- Teraz kwadrat o boku $1\ \mathrm{m}$ zmniejszamy stukrotnie i umieszczamy go w dużym kwadracie o boku dziesięciokrotnie dłuższym.



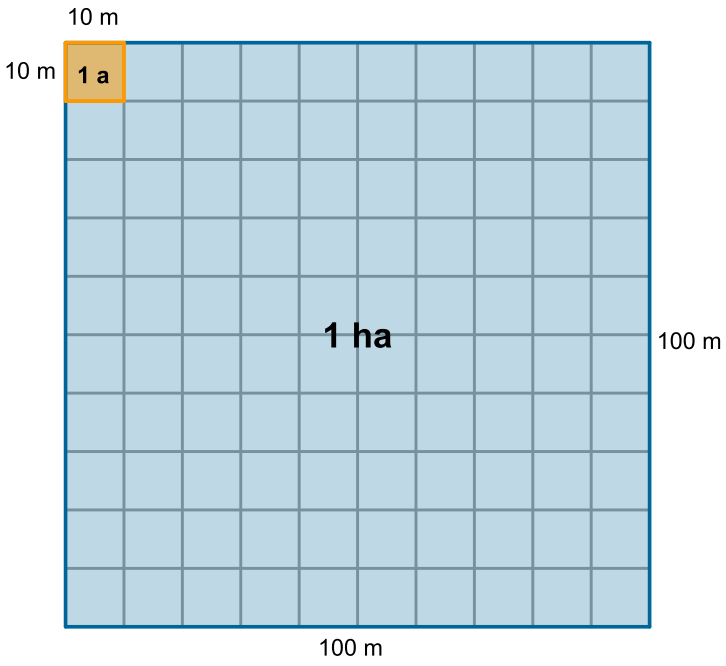
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Bok małego kwadratu ma długość $1\ \mathrm{m}$. Jego pole to $1\ m^2$.

Zatem

$$1\ \mathrm{a}\ =\ 100\ m^2.$$

- Na kolejnym rysunku mały kwadrat ma bok długości $10\ \mathrm{m}$.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

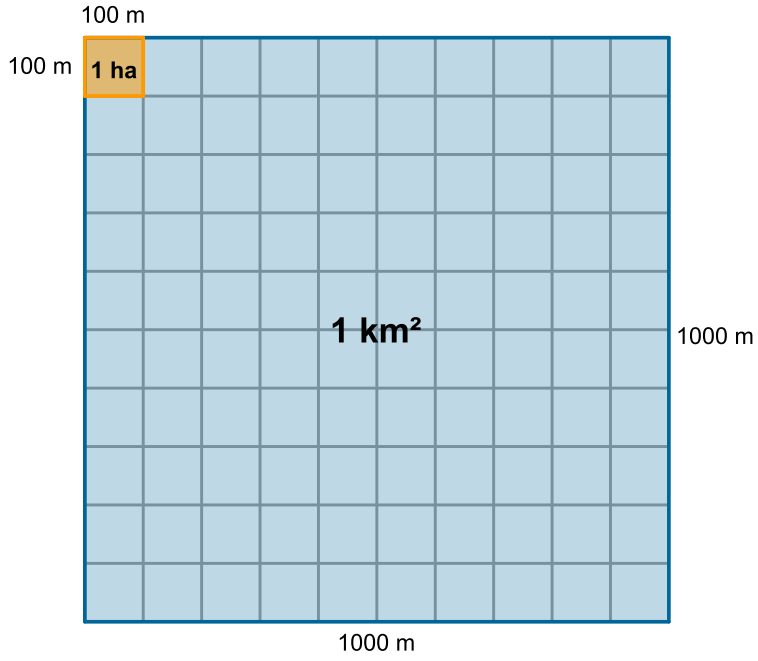
Bok małego kwadratu ma długość 10 m. Jego pole to 1 a.

Bok dużego kwadratu jest 10 razy dłuższy, więc ma długość 100 m. Jego pole to 1 ha.

Zatem

$$1 \text{ ha} = 100 \text{ a}.$$

- Mały kwadrat na rysunku ma bok długości 100 m.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

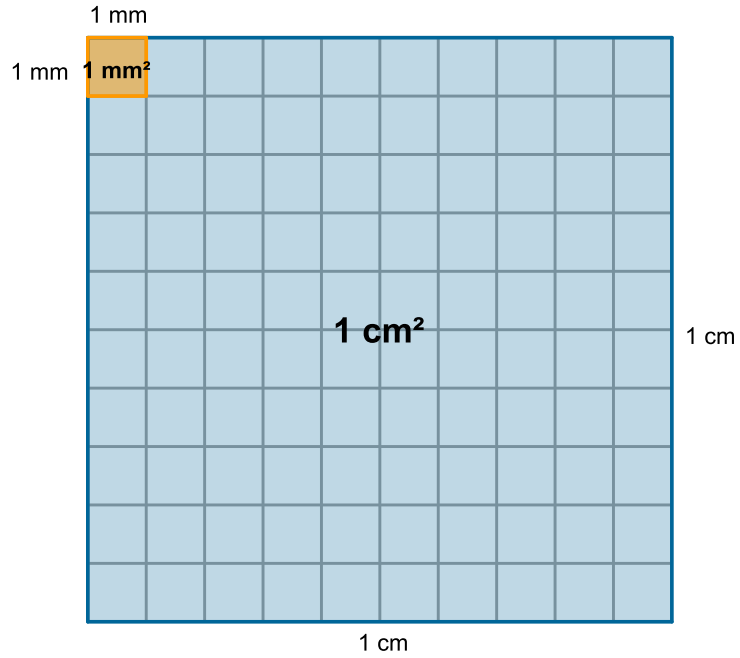
Bok małego kwadratu ma długość 100 m. Jego pole to 1 ha.

Bok dużego kwadratu ma długość 1000 m, czyli 1 km. Jego pole to 1 km^2.

Zatem

$$1 \text{ km}^2 = 100 \text{ ha}$$

- Jeżeli kwadrat o boku długości 1 mm dziesięciokrotnie powiększymy, to otrzymamy taki rysunek:



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Bok małego kwadratu ma teraz długość 1 mm. Jego pole to 1 mm^2.

Bok dużego kwadratu ma długość 1 cm. Jego pole to 1 cm^2.

Zatem

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ m}m^2$$

Ćwiczenie 9

Uzupełnij.

a) $2 \text{ cm}^2 =$ ☐ mm^2

b) $33 \text{ dm}^2 =$ ☐ cm^2

c) $5 \text{ a} =$ ☐ m^2

d) $14 \text{ ha} =$ ☐ a

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Uzupełnij.

a) $\square$ $\mathrm{mm}^2 = 1{,}5\ \mathrm{cm}^2$

b) $\square$ $\mathrm{dm}^2 = 8{,}5\ \mathrm{m}^2$

c) $\square$ $\mathrm{m}^2 = 0{,}01\ \mathrm{a}$

d) $\square$ $\mathrm{ha} = 0{,}02\ \mathrm{km}^2$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

W każdym wierszu skreśl wyrażenia oznaczające równe pola, ale zapisane w różnych jednostkach.

Litery na pozostałych polach, czytane z góry na dół, dadzą hasło. Odczytaj je i wpisz w kratki. Sprawdź, co to hasło oznacza.

Tabela. Dane

$3\ \mathrm{d}m^2$	$0{,}03\ m^2$	$300\ \mathrm{c}m^2$	$0{,}30\ m^2$	$30000\ \mathrm{m}m^2$
K	B	C	M	A
$500\ \mathrm{d}m^2$	$0{,}05\ \mathrm{ha}$	$5\ m^2$	$50000\ \mathrm{c}m^2$	$0{,}05\ \mathrm{a}$
R	O	L	T	Z
$1000\ m^2$	$100000\ \mathrm{d}m^2$	$10\ \mathrm{a}$	$0{,}10\ \mathrm{ha}$	$1000\ \mathrm{ha}$
$Ę$	O	L	A	R
$0{,}015\ \mathrm{k}m^2$	$15000\ m^2$	$105\ \mathrm{a}$	$1{,}5\ \mathrm{ha}$	$150\ \mathrm{a}$
A	W	G	$Ś$	M
$4000\ m^2$	$400\ \mathrm{a}$	$0{,}04\ \mathrm{k}m^2$	$40000\ m^2$	$4\ \mathrm{ha}$
A	S	O	B	$Ć$

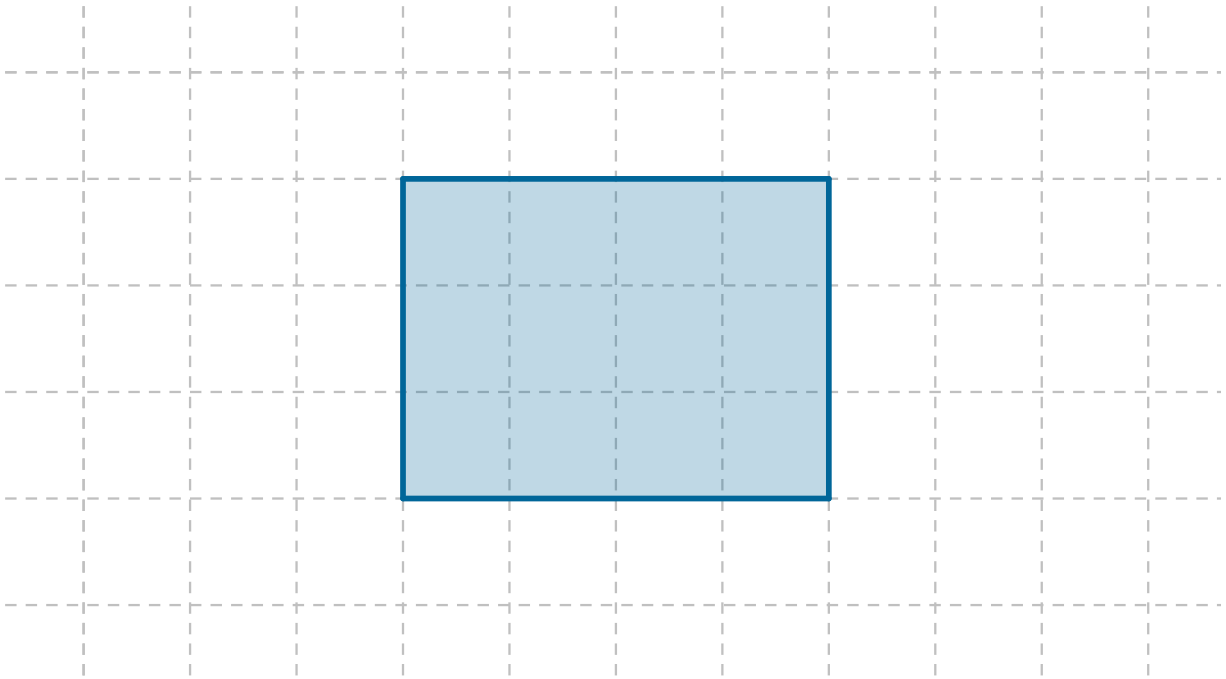
Pole prostokąta, pole kwadratu

Mierzyliśmy już pola wielokątów, wypełniając je jednakowymi kwadratami o różnych długościach boków. Wśród nich były kwadraty o polu jednostkowym, np. $1\ \mathrm{c}m^2$ czy $1\ \mathrm{d}m^2$.
Teraz będziemy obliczać pola prostokątów.

Ćwiczenie 1

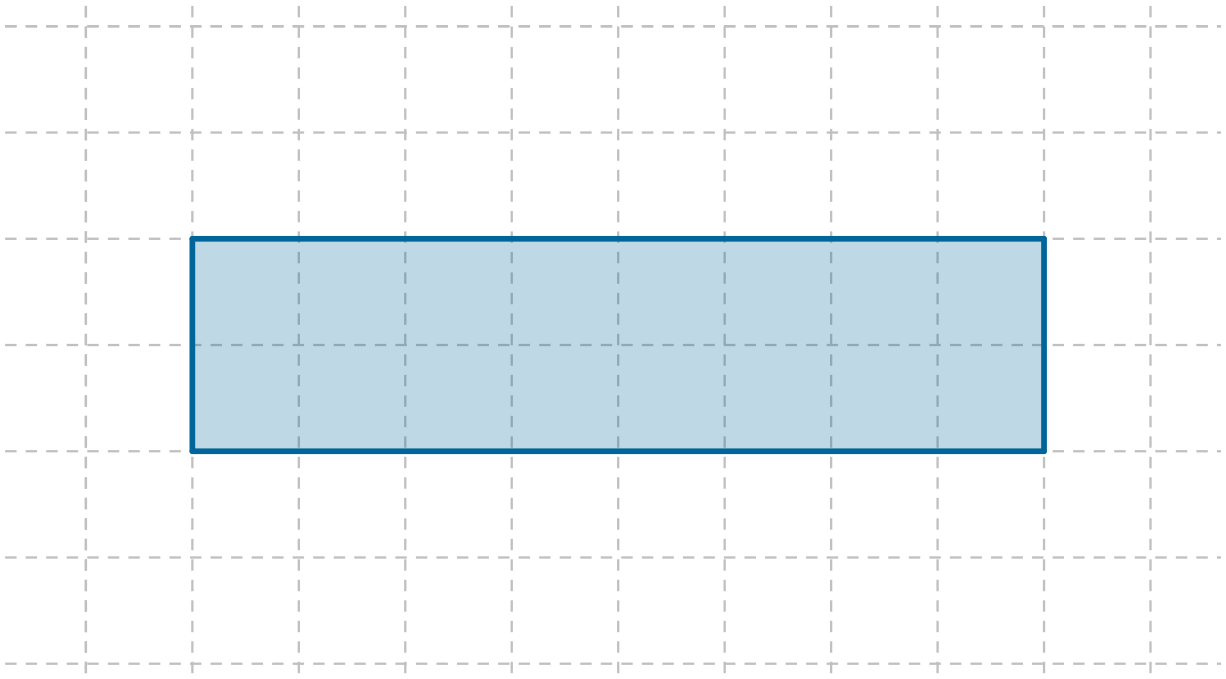
Na rysunku bok jednej kratki ma długość $1\ \mathrm{cm}$. Ile wynosi pole tego prostokąta?

1.



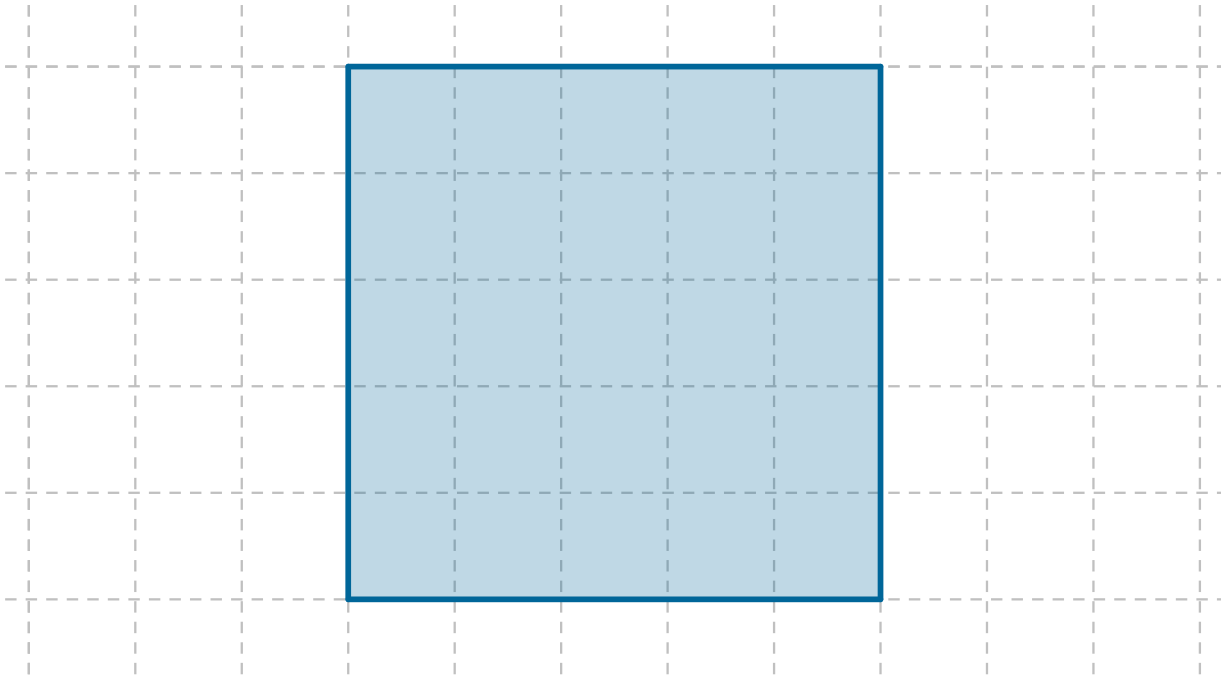
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



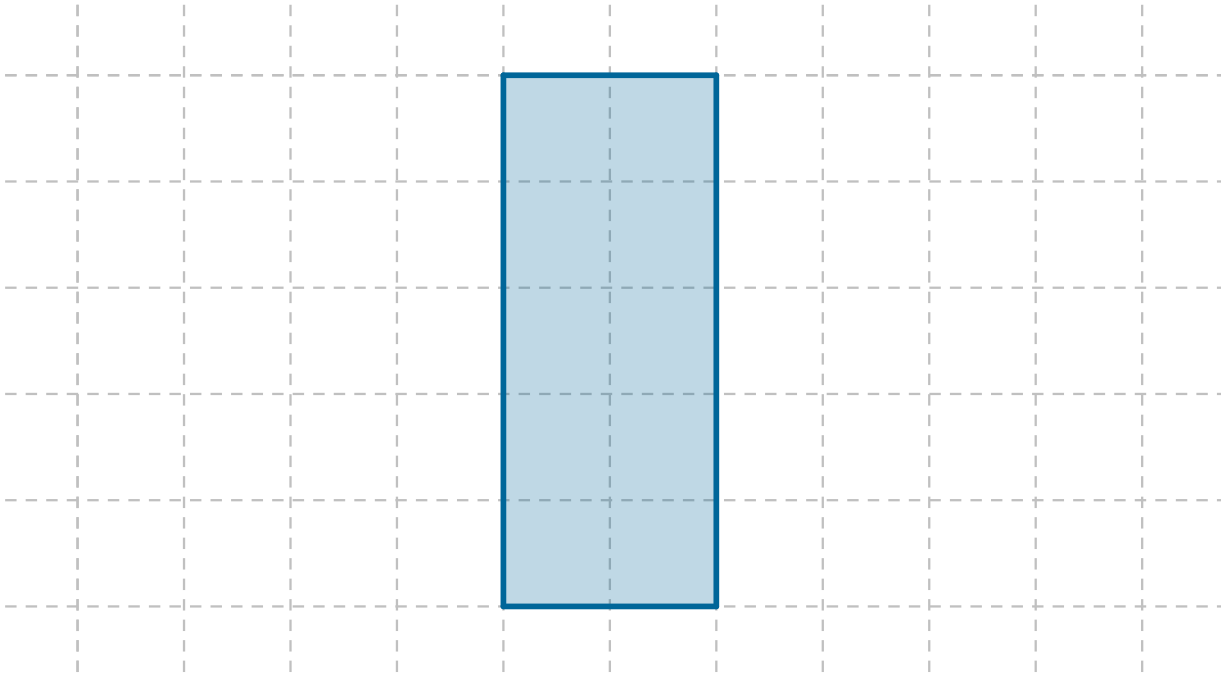
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.

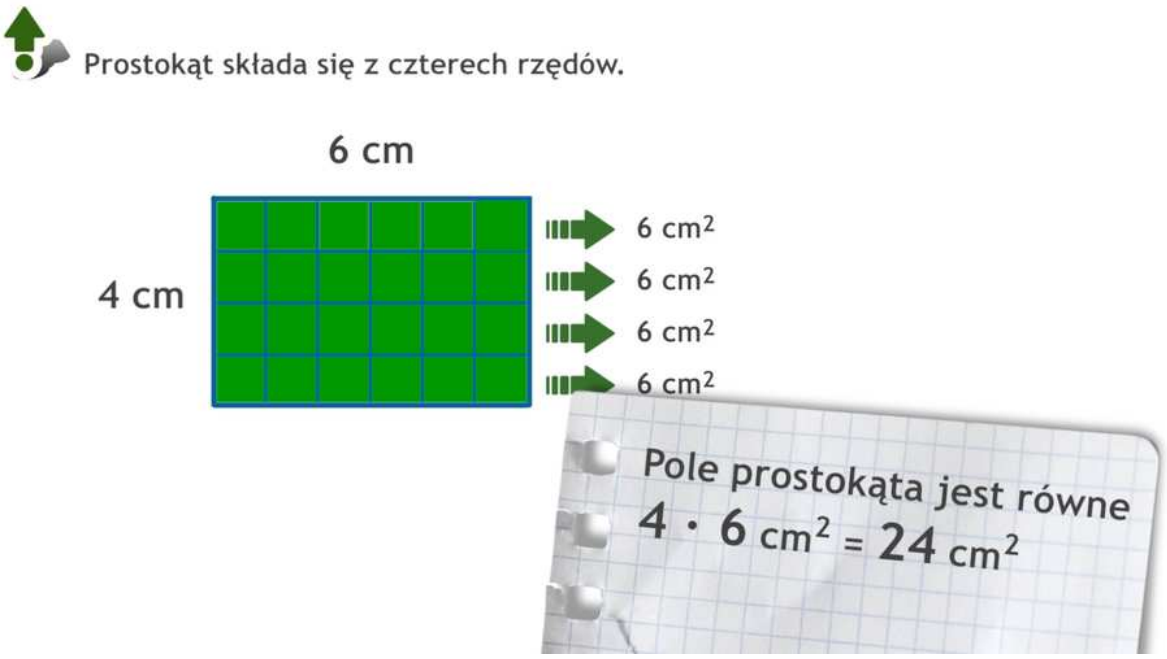


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

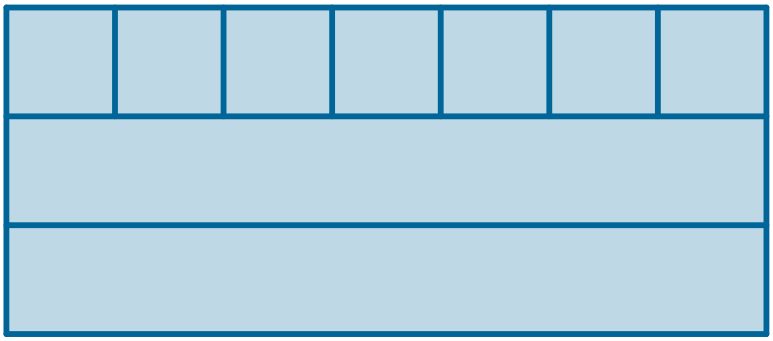
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 2

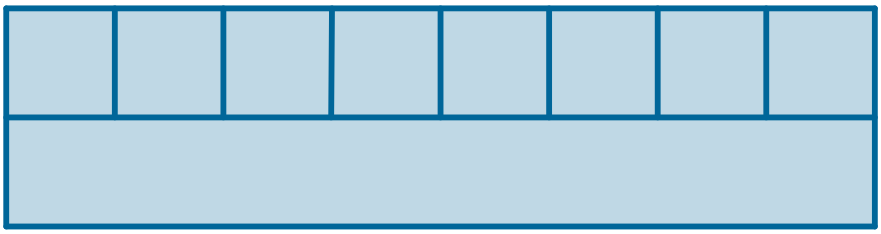
Ile wynosi pole prostokąta przedstawionego na rysunku? Za jednostkę przyjmij pole małego kwadratu.

1.



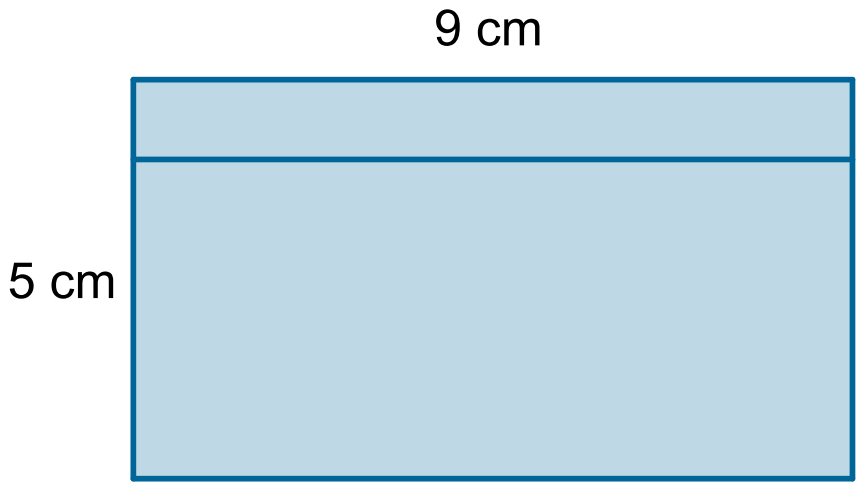
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.

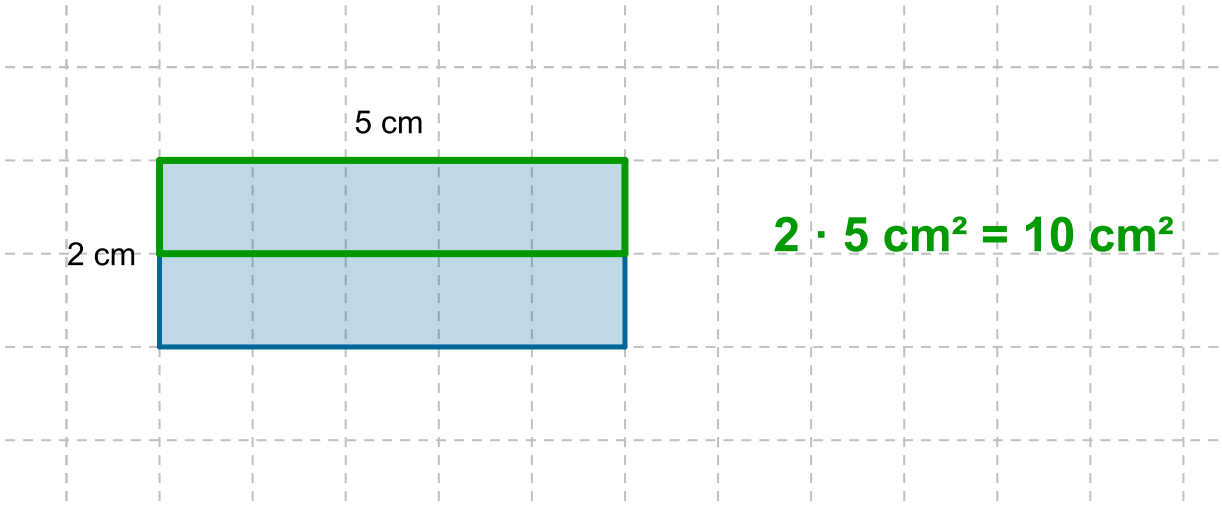


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

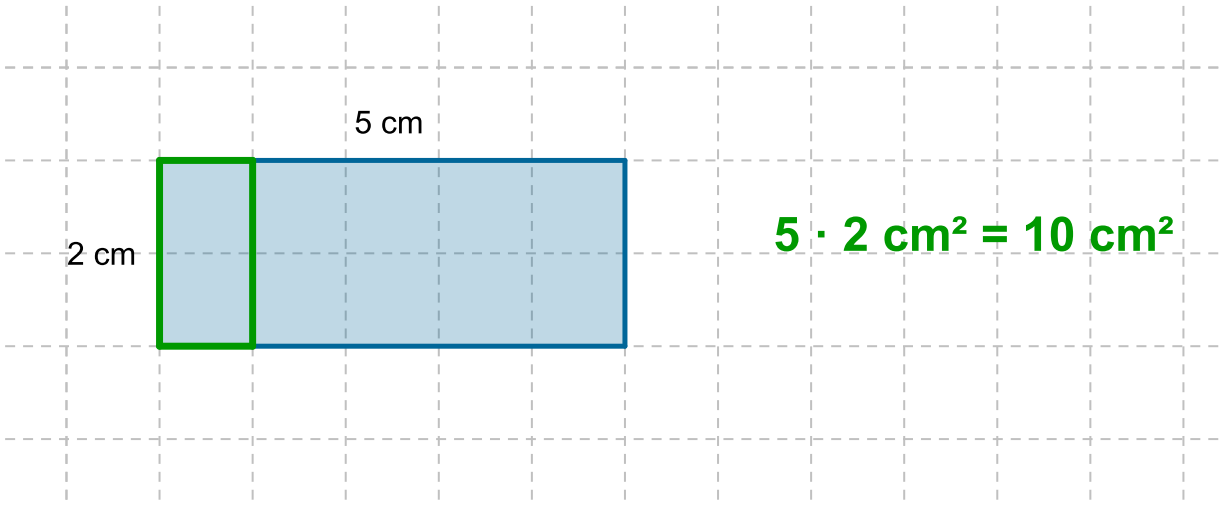
Pole prostokąta o wymiarach 5 cm i 2 cm możemy obliczyć trzema sposobami.

- sposób *I*



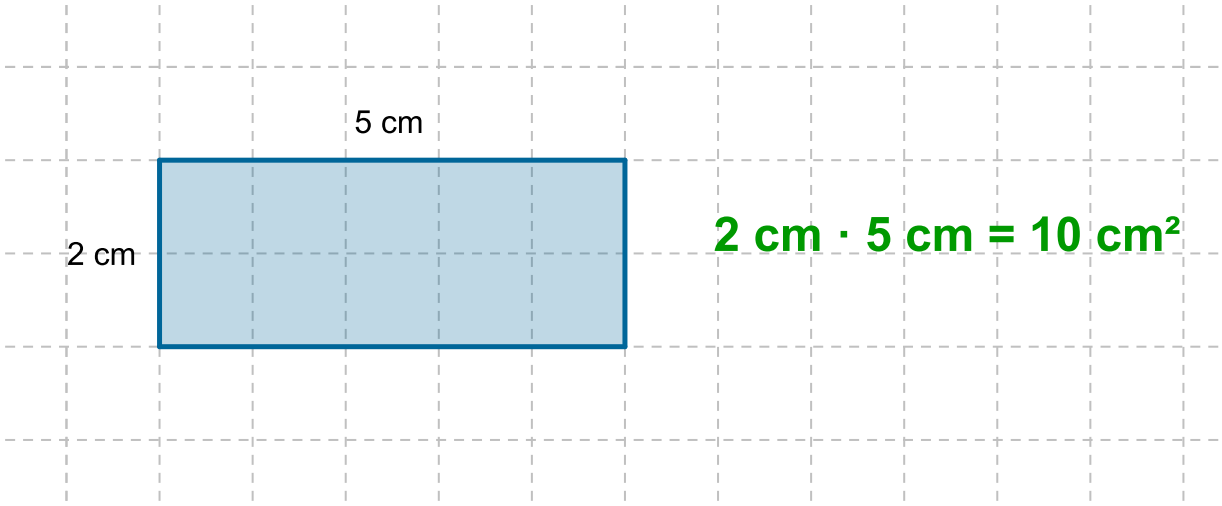
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- sposób II



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- sposób III



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

Pole prostokąta o wymiarach a i b wyraża się wzorem

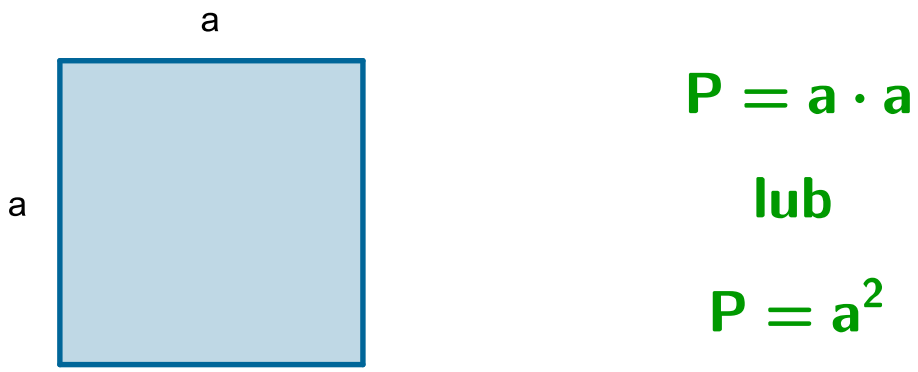
$$P = a \bullet b.$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole kwadratu o bokach długości a wyraża się wzorem

$$P = a^2.$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Pole prostokąta o wymiarach

a) $8\ \mathrm{cm}$ i $5\ \mathrm{cm}$ wynosi $\square$ cm^2

b) $3\ \mathrm{cm}$i $12\ \mathrm{cm}$ wynosi $\square$ cm^2

c) $6\ \mathrm{dm}$ i $7\ \mathrm{dm}$ wynosi $\square$ dm^2

d) $25\ \mathrm{dm}$ i $3\ \mathrm{dm}$ wynosi $\square$ dm^2

e) $2\ \mathrm{m}$ i $4\ \mathrm{m}$ wynosi $\square$ m^2

f) $18\ \mathrm{m}$ i $10\ \mathrm{m}$ wynosi $\square$ m^2

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Pole kwadratu, którego bok ma długość

a) 6 cm wynosi $\square$ cm^2.

b) 11 cm wynosi $\square$ cm^2.

c) 9 dm wynosi $\square$ dm^2.

d) 4 m wynosi $\square$ m^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Narysuj

1. prostokąt o polu $7\ cm^2$
2. prostokąt o polu $15\ cm^2$
3. kwadrat o polu $9\ cm^2$
4. kwadrat o polu $36\ cm^2$

Ćwiczenie 6

Narysuj

1. prostokąt o polu $0{,}5\ \mathrm{d}m^2$
2. prostokąt o polu $0{,}75\ \mathrm{d}m^2$
3. kwadrat o polu $0{,}25\ \mathrm{d}m^2$
4. prostokąt, niebędący kwadratem, o polu $9\ \mathrm{c}m^2$

Obliczanie pól prostokątów i kwadratów

Ćwiczenie 1

Oblicz pola powierzchni zdjęć przedstawionych na rysunku. Wszystkie wymiary (formaty zdjęć) podane są w centymetrach.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

Uzupełnij tabelę.

TABELA

Długości boków prostokąta	7 cm	5 cm		9 cm	14 cm
	8 cm		6 cm	6 cm	5 cm
Pole prostokąta		$45\ cm^2$	$48\ cm^2$		

Ćwiczenie 3

Jeden z boków prostokąta ma długość $7\ \mathrm{cm}$, a drugi jest od niego o $4\ \mathrm{cm}$ dłuższy.

Pole tego prostokąta jest równe $\square$ cm^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Jeden bok prostokąta ma długość $6\ \mathrm{cm}$, a drugi jest od niego dwa razy dłuższy.

Pole tego prostokąta jest równe $\square$ cm^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

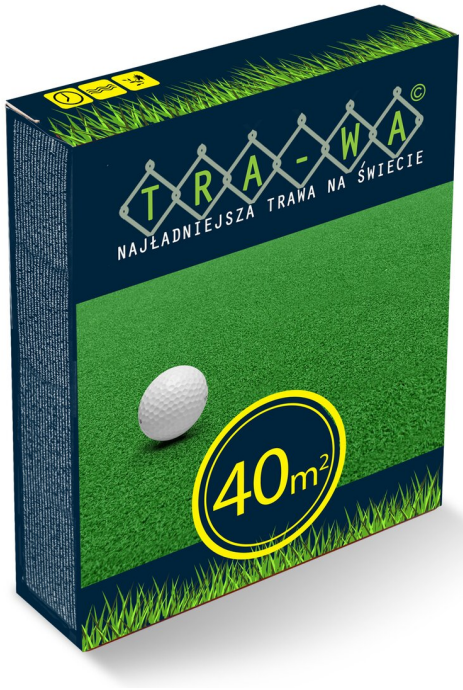
Pokój Krzysia ma kształt prostokąta o wymiarach 3 m i 4 m. Jakie jest pole powierzchni podłogi w pokoju Krzysia?

Odp.: Pole powierzchni podłogi w pokoju Krzysia jest równe $\square$ m^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

Pan Jan zakłada trawnik w kształcie prostokąta o wymiarach $10\ \mathrm{m}\ \mathrm{x}\ 16\ \mathrm{m}$. Ile opakowań trawy musi kupić, jeśli jedno opakowanie wystarcza na obsianie trawą $40\ m^2$ powierzchni?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Pan Zygmunt zamierza pomalować białą farbą prostokątny sufit o wymiarach $6\ \mathrm{m}\ \mathrm{x}\ 4\ \mathrm{m}$. Ile litrów farby musi kupić, jeśli jeden litr farby wystarcza na pomalowanie $12\ \mathrm{m}^2$ powierzchni?



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Prostokątna działka ma wymiary 120 m i 50 m. Ile arów wynosi pole powierzchni tej działki?

Odp.: Pole powierzchni działki wynosi [ ] arów.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Obwód prostokąta jest równy $32\ \mathrm{cm}$. Oblicz pole tego prostokąta, jeżeli długość jednego z jego boków jest równa $9\ \mathrm{cm}$.

Odp.: Pole prostokąta jest równe [ ] cm^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

Uzupełnij tabelę.

TABELA

Długość boku kwadratu	Pole kwadratu
7 cm	
	25 mm^2
3 dm	
	16 cm^2
13 mm	
14 m	
1 cm 6 mm	
1 dm 8 cm	
15 cm	
100 mm	
	100 m^2

Ćwiczenie 12

Obwód kwadratu wynosi $32\ \mathrm{cm}$. Oblicz pole tego kwadratu.

Odp.: Pole tego kwadratu jest równe [ ] cm^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13

Podłoga w pokoju ma kształt kwadratu o boku długości $5\ \mathrm{m}$. Oblicz, ile puszek lakieru potrzebujemy, aby pomalować podłogę dwukrotnie. Jedna puszka lakieru wystarcza na pomalowanie $10\ \mathrm{m}^2$ podłogi.

Odp.: Potrzebujemy [ ] puszek lakieru.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

Blat stołu ma kształt kwadratu o obwodzie 360 cm. Oblicz pole powierzchni blatu stołu. Wynik podaj w metrach kwadratowych.

Odp.: Pole powierzchni blatu stołu wynosi [ ] m^2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15

Prostokąt i kwadrat mają równe pola. Wymiary prostokąta wynoszą 5 cm i 20 cm. Oblicz obwód kwadratu.

Odp.: Obwód kwadratu jest równy [ ] cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

Rodzice Olgi kupili prostokątną działkę o wymiarach 30 m i 40 m. Na działce zbudowali piętrowy dom, którego podstawa jest prostokątem o wymiarach 15 m i 12 m. Działkę ogrodzili siatką, wstawiając furtkę i bramę wjazdową.

Rozstrzygnij, czy zdania są prawdziwe, czy fałszywe.

	Prawda	Fałsz
Powierzchnia działki jest równa 12 arów.	◯	◯
W skali 1 : 100 działka ma wymiary 3 cm x 4 cm.	◯	◯
Rodzice Olgi na ogrodzenie działki potrzebują dokładnie 140 m siatki.	◯	◯
Dom ma całkowitą powierzchnię 180 m^2.	◯	◯

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DnY0gjWNN

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 18

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DnY0gjWNN

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 19

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DnY0gjWNN

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Ćwiczenie 20

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DnY0gjWNN

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

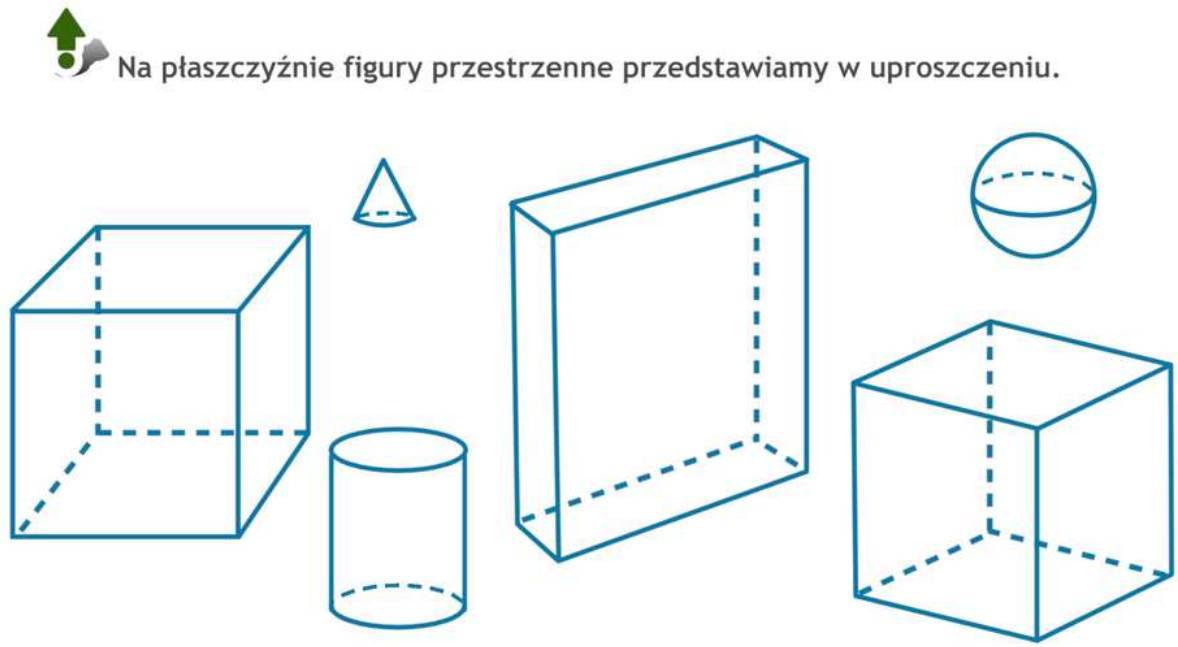
Ćwiczenie 21

Zasób interaktywny dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DnY0gjWNN

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY NC 3.0.

Opis prostopadłościanu i sześcianu

Wielokąty, proste, odcinki i kąty to figury płaskie. Wokół nas znajdują się także obiekty przestrzenne. Na zdjęciach możemy je zobaczyć z jednej, wybranej strony. Obiekty na rysunkach przedstawiamy najczęściej w dużym uproszczeniu. Są one modelami figur przestrzennych (brył).



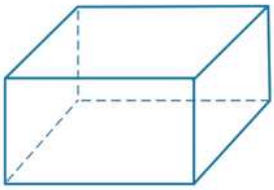
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Jedną z figur przestrzennych jest prostopadłościan. Wszystkie ściany prostopadłościanu są prostokątami.

Obejrzyj dokładnie model prostopadłościanu.





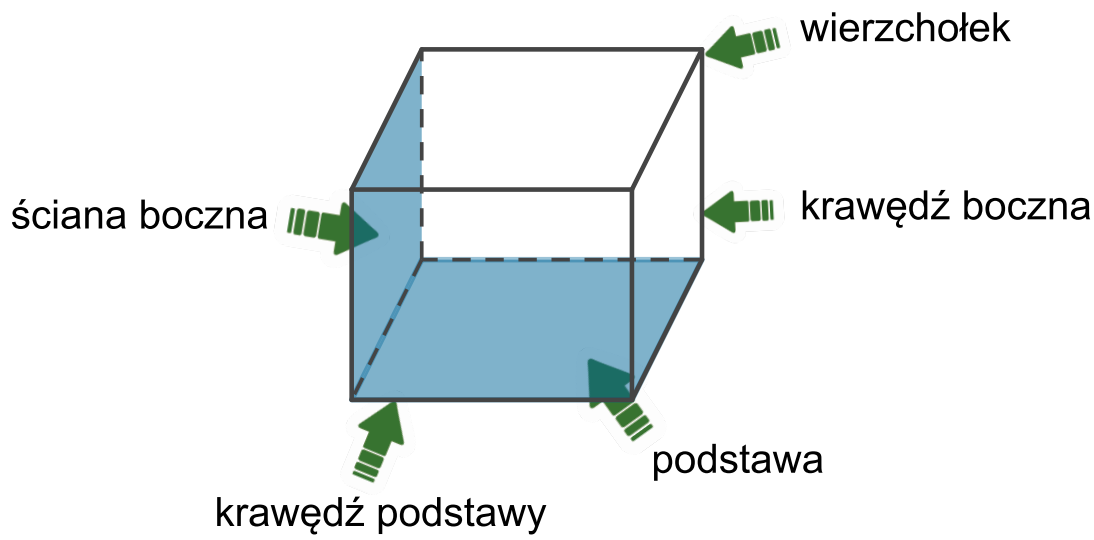
[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ważne!

- Każdy prostopadłościan ma sześć ścian, które są prostokątami. Dwie z nich nazywamy podstawami, pozostałe to ściany boczne.
- Boki prostokątów, które są ścianami prostopadłościanu, nazywamy krawędziami. Wśród nich są krawędzie podstawy i krawędzie boczne.
- Punkty wspólne krawędzi to wierzchołki prostopadłościanu.

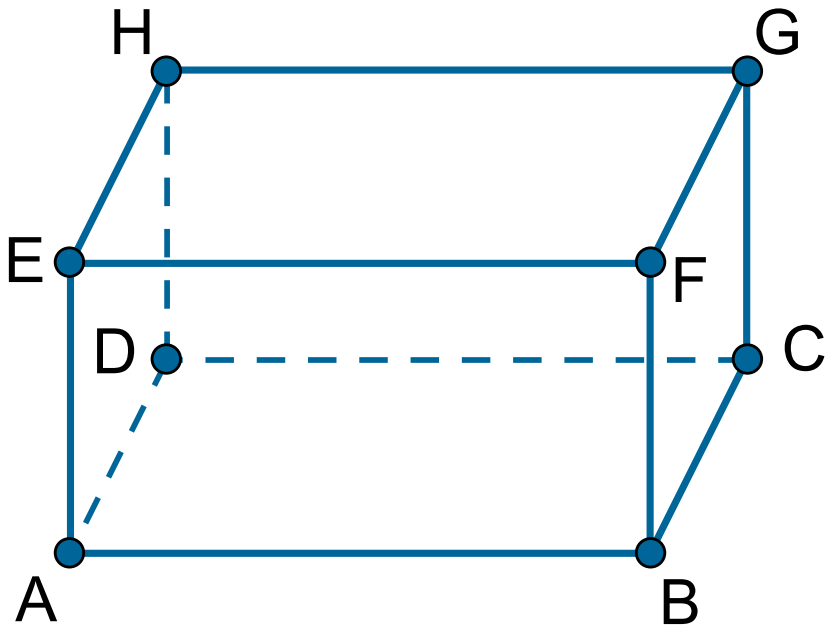


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

Dany jest prostopadłościan $ABCDEFGH$. Wypisz nazwy

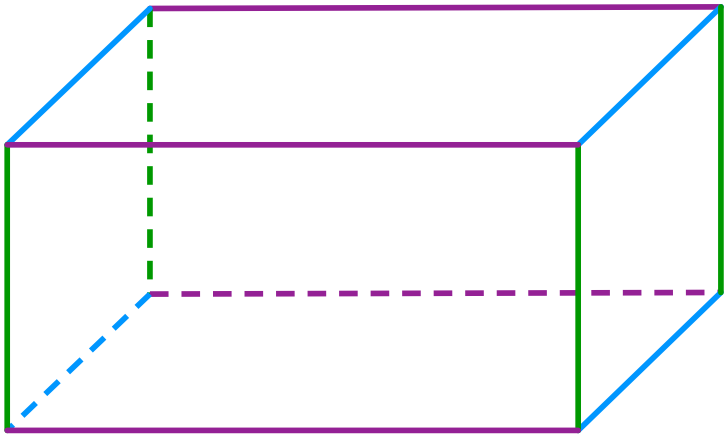
1. wierzchołków
2. krawędzi bocznych
3. krawędzi podstawy dolnej
4. krawędzi podstawy górnej
5. ścian bocznych
6. podstawy dolnej
7. podstawy górnej



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

W prostopadłościanie można wskazać krawędzie równoległe. Krawędzie, które są równoległe mają tę samą długość.

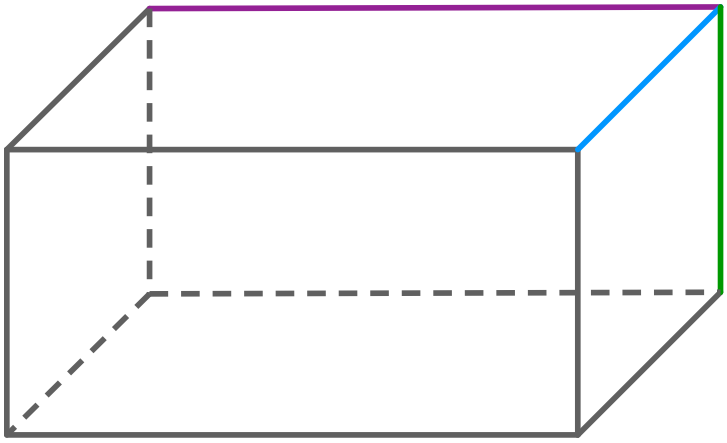


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Krawędzie zaznaczone tym samym kolorem są równej długości i są równoległe.

Ważne!

W prostopadłościanie krawędzie wychodzące z tego samego wierzchołka są prostopadłe.

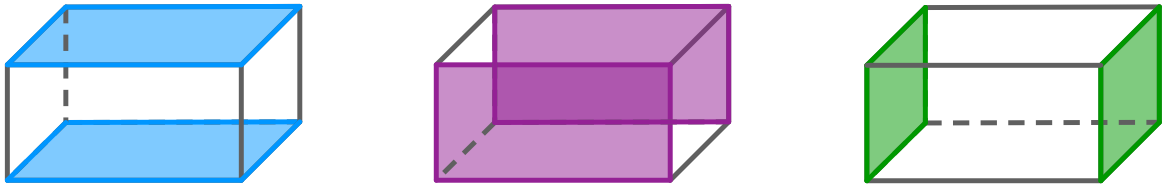


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Krawędź zielona jest prostopadła do fioletowej.
Krawędź niebieska jest prostopadła do zielonej.
Krawędź niebieska jest prostopadła do fioletowej.

Ważne!

W prostopadłościanie można wskazać trzy pary ścian równoległych.

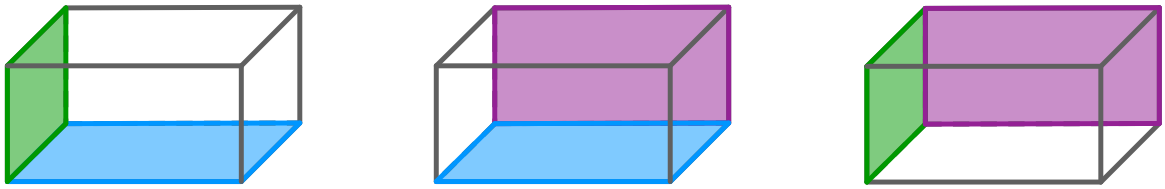


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ściany zaznaczone tym samym kolorem są równoległe.

Ważne!

W prostopadłościanie każde sąsiadujące ze sobą ściany są prostopadłe.



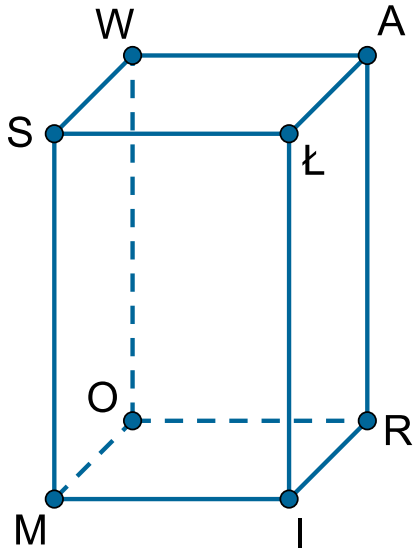
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zamalowane ściany to przykłady ścian prostopadłych.

Ćwiczenie 2

Rysunek przedstawia prostopadłościan $\mathrm{MIROS\,Ł\,AW}$. Na podstawie rysunku wypisz nazwy

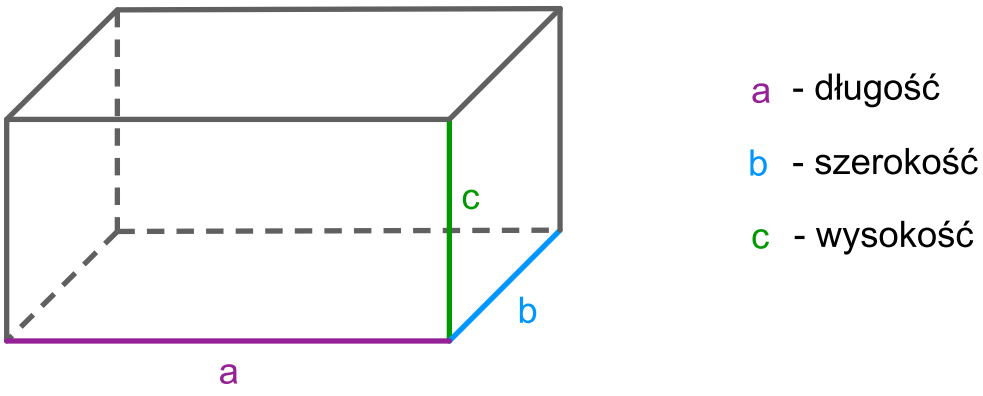
1. wierzchołków
2. krawędzi bocznych
3. krawędzi podstawy dolnej



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ważne!

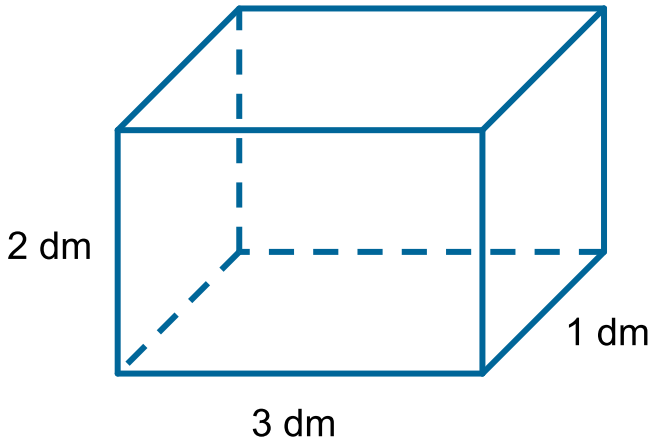
- Z każdego wierzchołka prostopadłościanu wychodzą trzy krawędzie.
- Długości tych krawędzi to wymiary prostopadłościanu, czyli długość, szerokość i wysokość.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

Oblicz łączną długość wszystkich krawędzi narysowanego prostopadłościanu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Prostopadłościan.



[Film dostępny na portalu epodreczniki.pl]

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Ćwiczenie 4

Narysuj prostopadłościan.

Ćwiczenie 5

Jaka jest suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu o wymiarach $8\ \text{cm},\ 5\ \text{cm}$ i $9\ \text{cm}$?

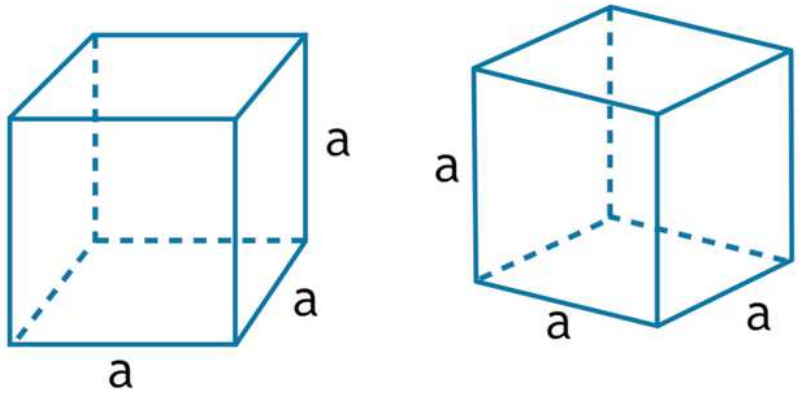
Ćwiczenie 6

Suma długości wszystkich krawędzi prostopadłościanu wynosi $120\ \text{cm}$. Jaką długość ma wysokość tego prostopadłościanu, jeśli jego podstawą jest prostokąt o bokach $10\ \text{cm}$ i $12\ \text{cm}$?

Definicja: Sześcian

Prostopadłościan, którego wszystkie krawędzie są równe to sześcian. Każda ściana sześcianu jest kwadratem.

Każda ściana sześcianu jest kwadratem.



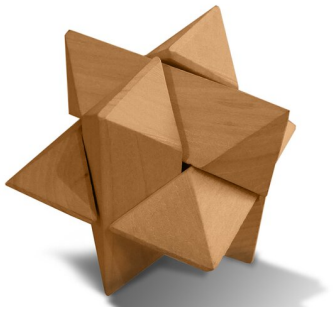
Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

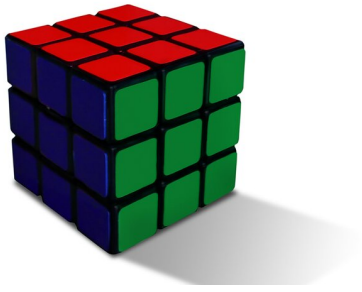
Animacja

Ćwiczenie 7

Wśród narysowanych przedmiotów wskaż te, które mają kształt sześcianu.





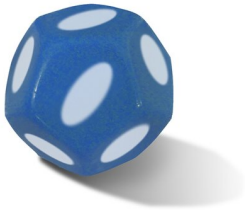




☐



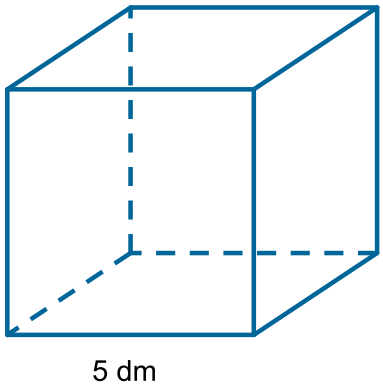
☐



☐

Ćwiczenie 8

Oblicz łączną długość wszystkich krawędzi sześcianu.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Krawędź sześcianu ma długość $17\ \mathrm{cm}$. Oblicz sumę długości wszystkich krawędzi tego sześcianu.

Ćwiczenie 10

Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi $72\ \mathrm{cm}$. Jaką długość ma krawędź tego sześcianu?

Ćwiczenie 11

Suma długości wszystkich krawędzi sześcianu wynosi $2{,}4\ \mathrm{m}$. Jaką długość ma krawędź tego sześcianu?

Ćwiczenie 12

Narysuj dowolny

1. prostopadłościan
2. sześcian

Rysunki wykonaj tak, aby dwie ściany każdego z prostopadłościanów były prostokątami mającymi rzeczywiste wymiary.

Ćwiczenie 13

Rozstrzygnij, czy zdania są prawdziwe, czy fałszywe.

- [ ] Każdy prostopadłościan ma wszystkie krawędzie równej długości.
- [ ] Prostopadłościan ma trzy pary ścian równoległych.
- [ ] Ściany prostopadłościanu mające wspólną krawędź są prostopadłe.
- [ ] Ściany sześcianu są jednakowymi kwadratami.
- [ ] Każdy sześcian jest prostopadłościanem.
- [ ] Każdy prostopadłościan jest sześcianem.

Ćwiczenie 13

Jedna ściana prostopadłościanu jest kwadratem o boku $8\ \mathrm{cm}$, a jedna z krawędzi tego prostopadłościanu ma długość $14\ \mathrm{cm}$. Jakie wymiary ma ściana niebędąca kwadratem?

Ćwiczenie 14

Czy narysowane prostokąty mogą być ścianami tego samego prostopadłościanu?







- [ ]
- [ ]
- [ ]

Ćwiczenie 15

Z sześcianów o krawędzi $4\ \text{cm}$ budowano prostopadłościany. Ile sześcianów użyto do zbudowania prostopadłościanu o krawędziach długości

1. $4\ \text{cm},\ 4\ \text{cm}$ i $8\ \text{cm}$
2. $4\ \text{cm},\ 8\ \text{cm}$ i $8\ \text{cm}$
3. $4\ \text{cm},\ 8\ \text{cm}$ i $12\ \text{cm}$
4. $8\ \text{cm},\ 8\ \text{cm}$ i $12\ \text{cm}$

Siatki i modele prostopadłościanów i sześcianów

Budujemy model prostopadłościanu

W każdym prostopadłościanie możemy wskazać sześć ścian w kształcie prostokąta. Rozetnijmy pudełko w kształcie prostopadłościanu. Rozłóżmy otrzymane elementy na płaszczyźnie.

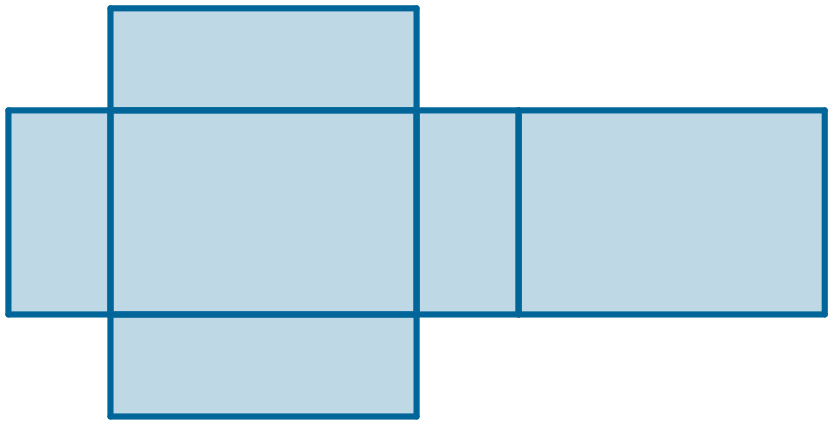
Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DxlkvS4Gb

Animacja 3D pokazuje kolumny. Kreślone są krawędzie jednej kolumny – powstaje prostopadłościan. Dwa jednakowe prostopadłościany rozkładają się na dwie różne siatki prostopadłościanu.

Ważne!

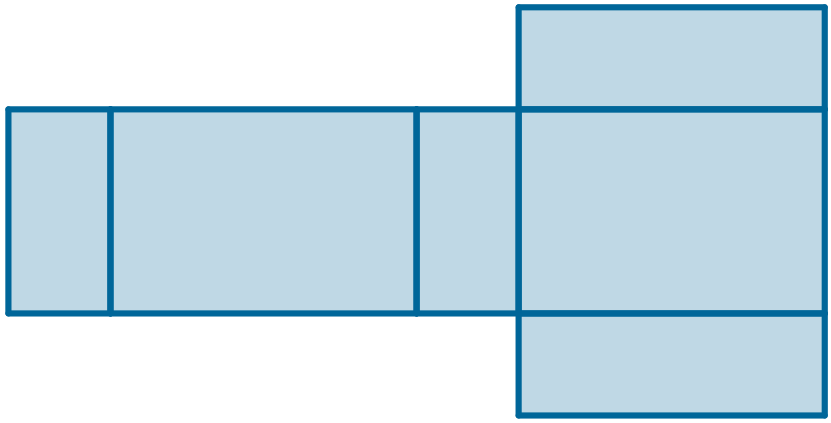
Siatką prostopadłościanu jest figura płaska, z której można złożyć model prostopadłościanu. Siatka prostopadłościanu składa się z trzech par jednakowych prostokątów.

1.



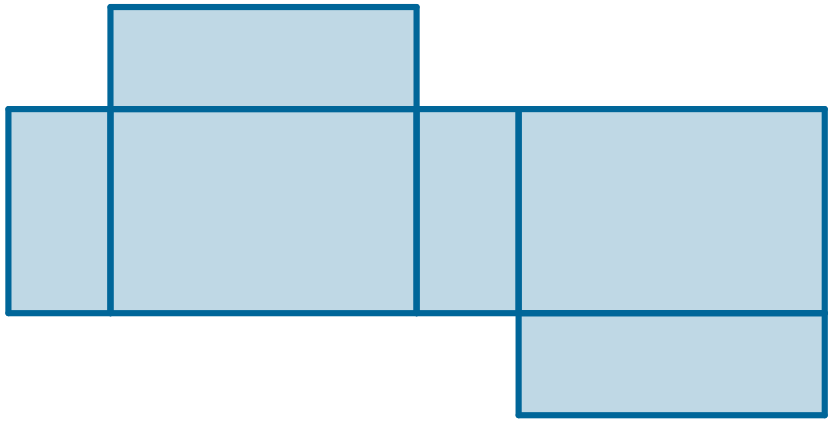
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



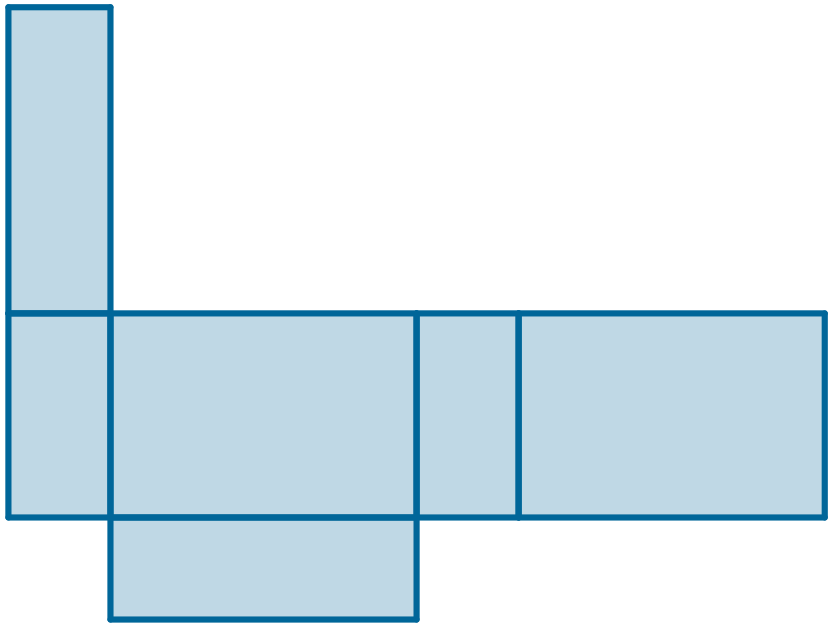
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

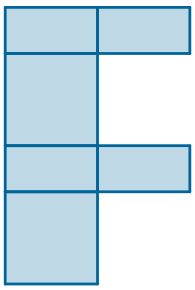
4.



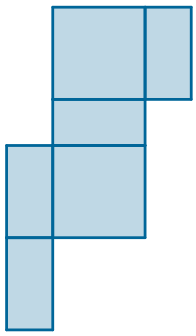
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 1

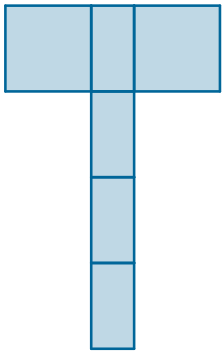
Które figury są siatkami prostopadłościanu?



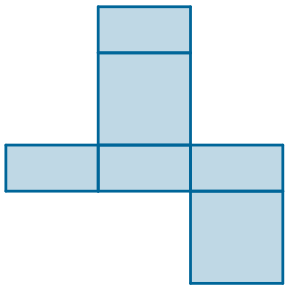
☐

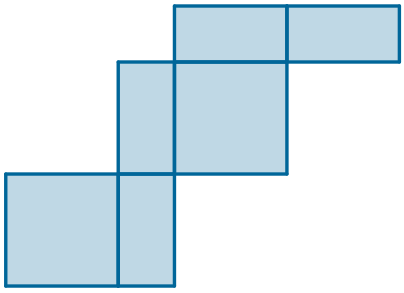


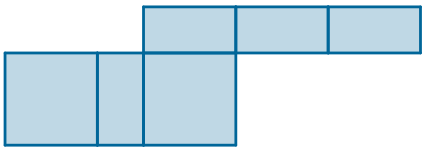
☐



☐



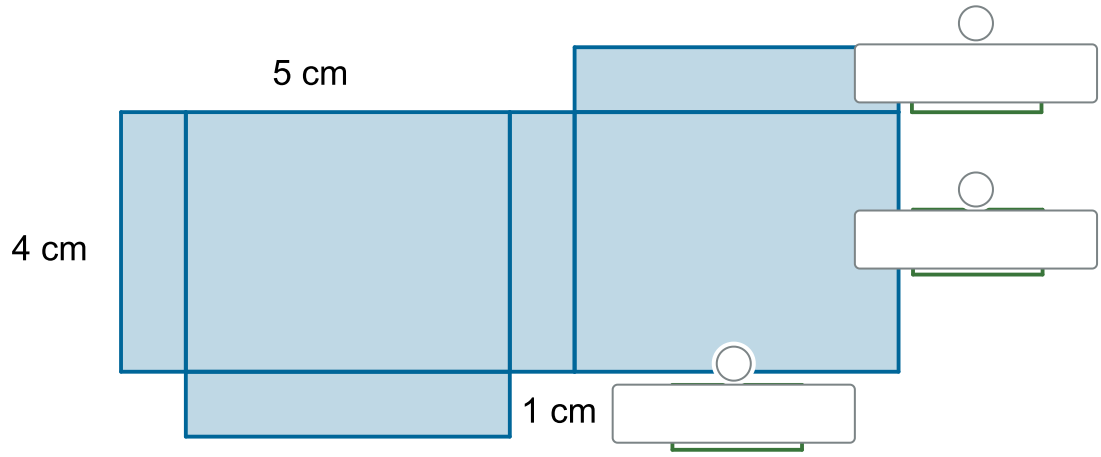




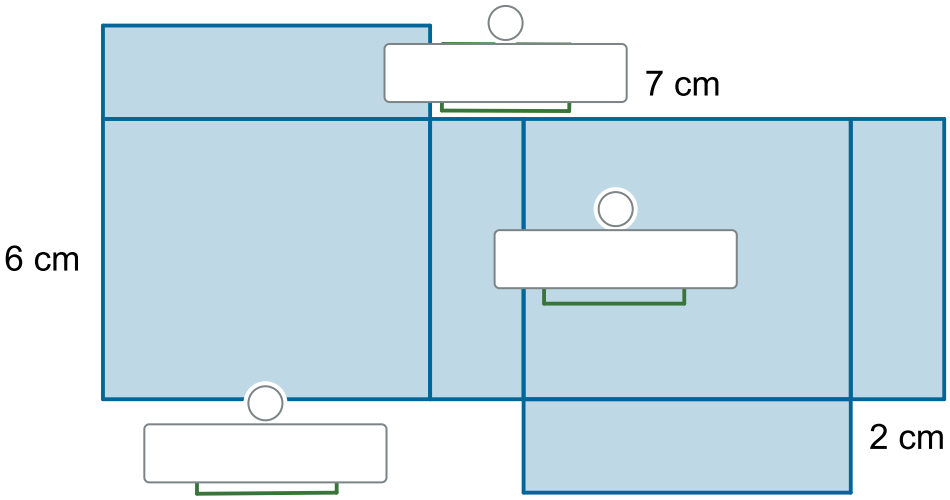
Ćwiczenie 2

Wpisz w puste kratki długości krawędzi prostopadłościanu, którego siatkę przedstawia rysunek.

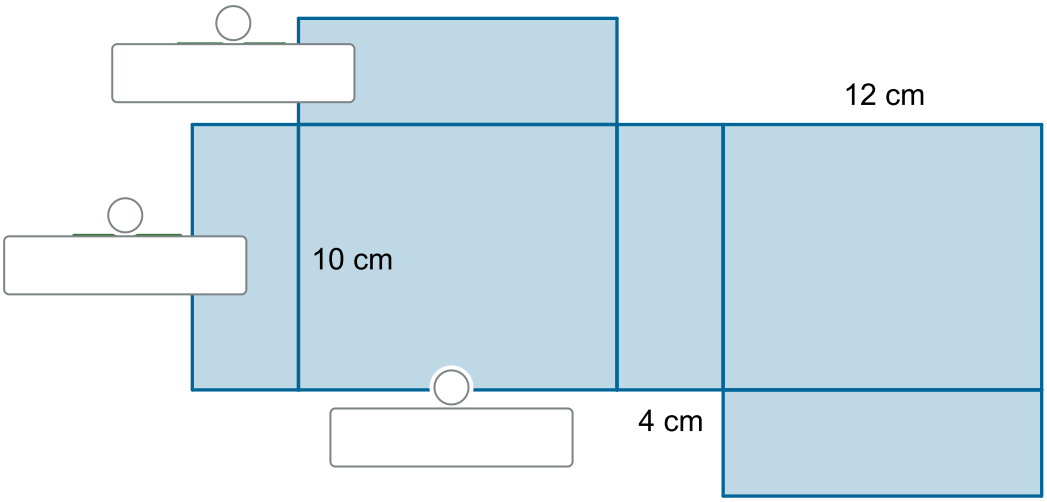
1.



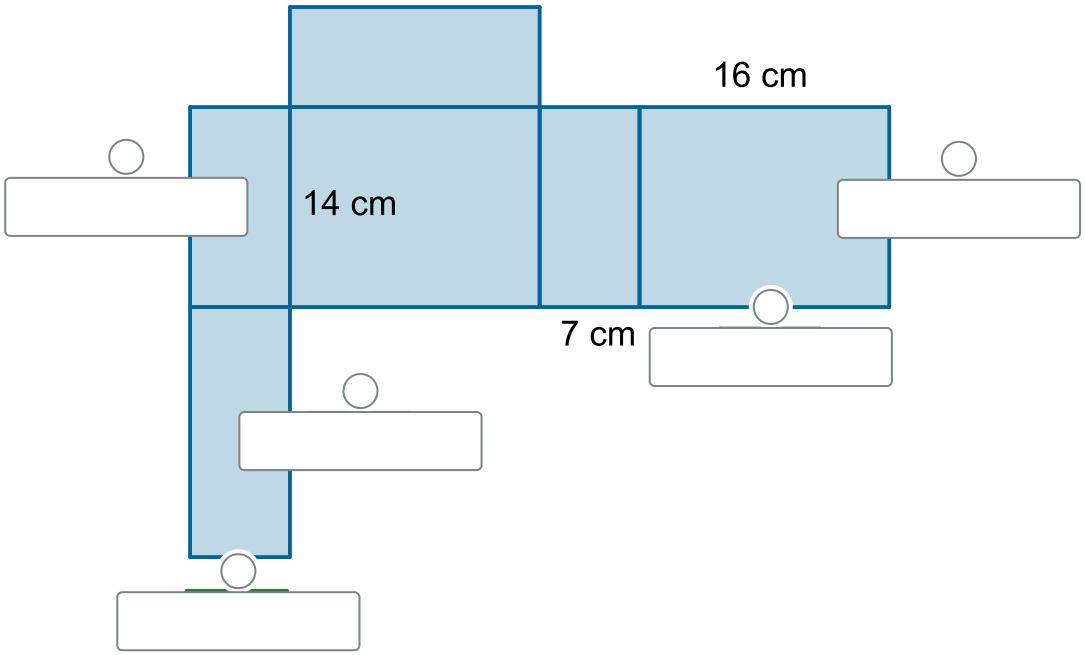
2.



3.



4.



Ćwiczenie 3

Narysuj na kartce siatkę prostopadłościanu, tak aby

1. ściany były w kształcie prostokątów
2. dwie ściany modelu były kwadratami

Wytnij siatki, zagnij wzdłuż krawędzi i złóż modele.

Budujemy model sześcianu

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DxlkvS4Gb

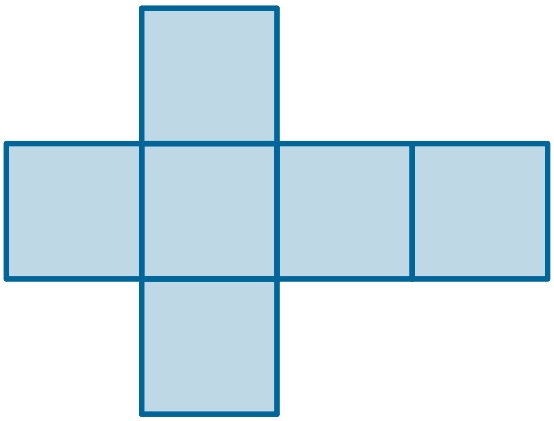
Animacja 3D pokazuje leżące na stole kostki do gry. Kreślone są krawędzie jednej kostki – powstaje sześcian. Dwa jednakowe sześciany rozkładają się na dwie różne siatki sześcianu.

> **Ćwiczenie 4**
> Zaprojektuj, najlepiej na kolorowej kartce, siatkę prostopadłościanu, którego wszystkie ściany są kwadratami. Wytnij ją i złóż model. Zmierz długości krawędzi wykonanego prostopadłościanu.

Ćwiczenie 5

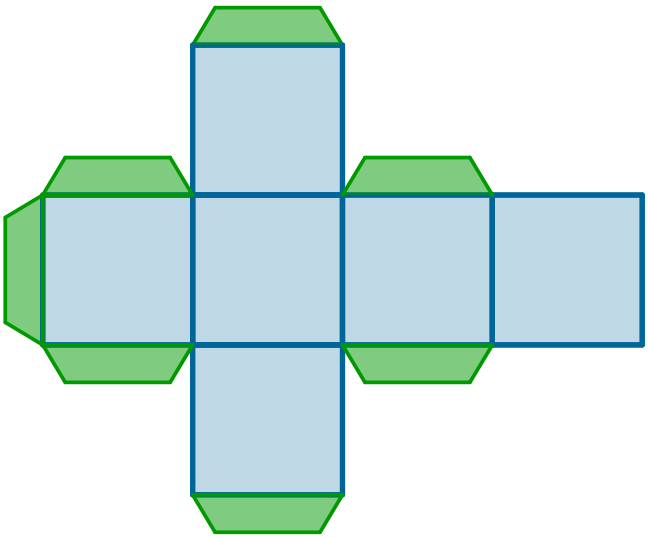
Wykonaj zadanie zgodnie z poniższą instrukcją.

1. Wykorzystaj zrobioną wcześniej siatkę sześcianu i przyklej ją do innej kartki.



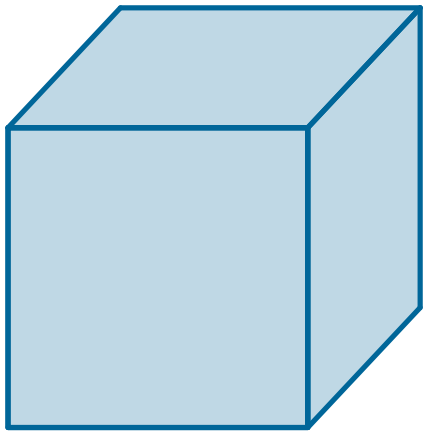
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2. Zaplanuj miejsca przeznaczone na zakładki i dorysuj je. W każdej siatce prostopadłościanu trzeba umieścić 7 zakładek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3. Wytnij siatkę razem z zakładkami. Posmaruj zakładki klejem i sklej model sześcianu.

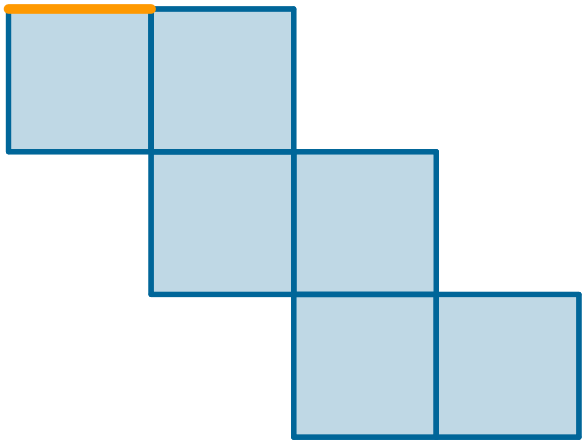


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

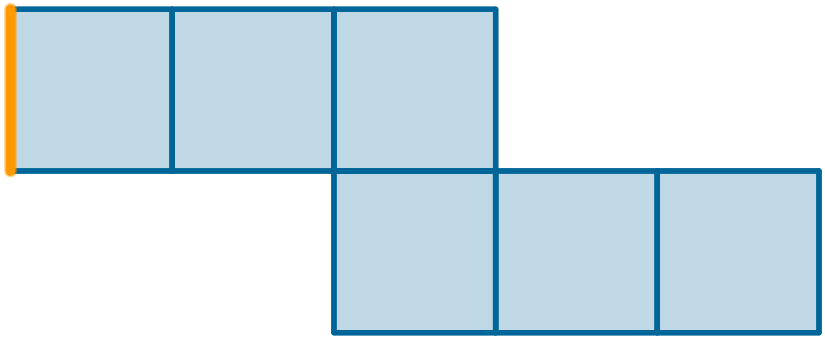
W którym miejscu trzeba dorysować zakładkę, żeby przy budowaniu modelu przykleić ją przy zaznaczonej krawędzi.

1.



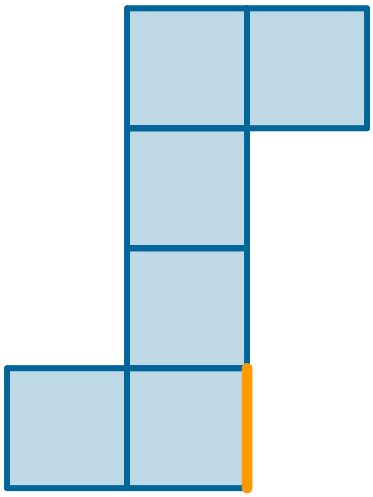
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

2.



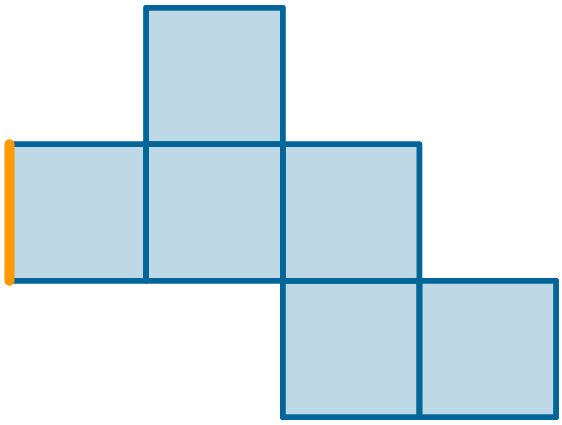
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

3.



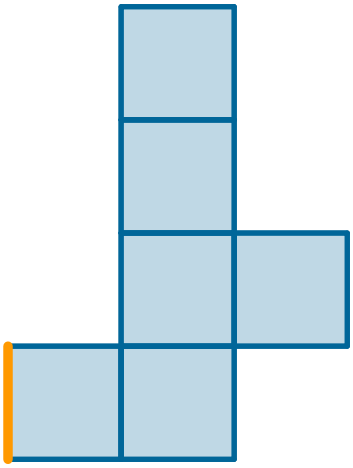
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

4.



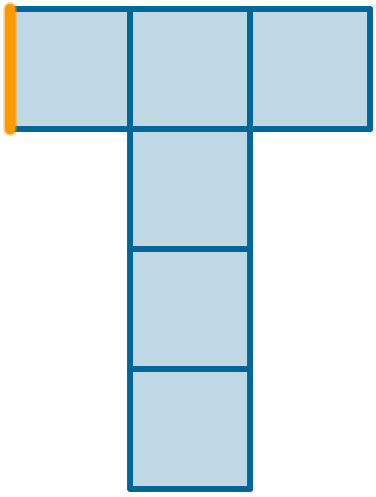
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

5.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

6.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

Znajdź zdjęcia, na których są obiekty w kształcie prostopadłościanów lub sześcianów.

Zobacz jak powstaje prostopadłościan.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DxlkvS4Gb

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciany, które łączą się w prostopadłościan złożony z dwudziestu czterech sześcianów.

Zobacz jak powstaje sześcian.

Film dostępny pod adresem https://zpe.gov.pl/a/DxlkvS4Gb

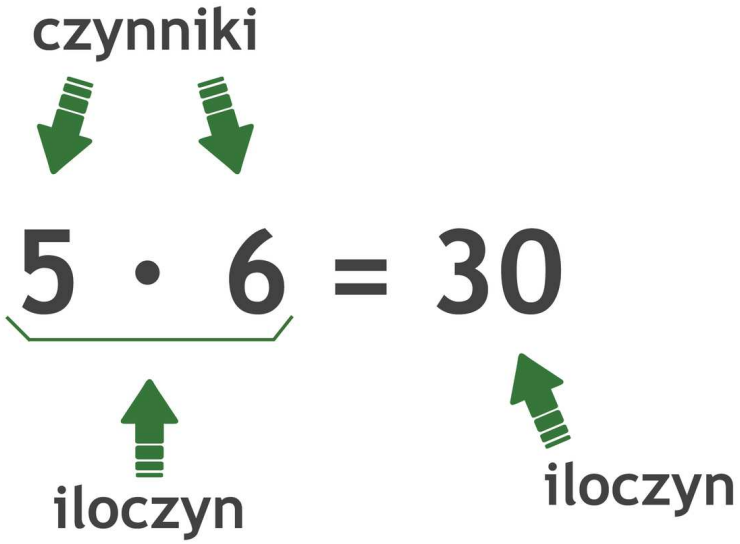
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja 3D pokazuje krążące jednakowe sześciany, które łączą się w duże sześciany – jeden złożony z ośmiu sześcianów oraz drugi złożony z dwudziestu siedmiu sześcianów.

Słowniczek

Definicja: Czynniki, iloczyn

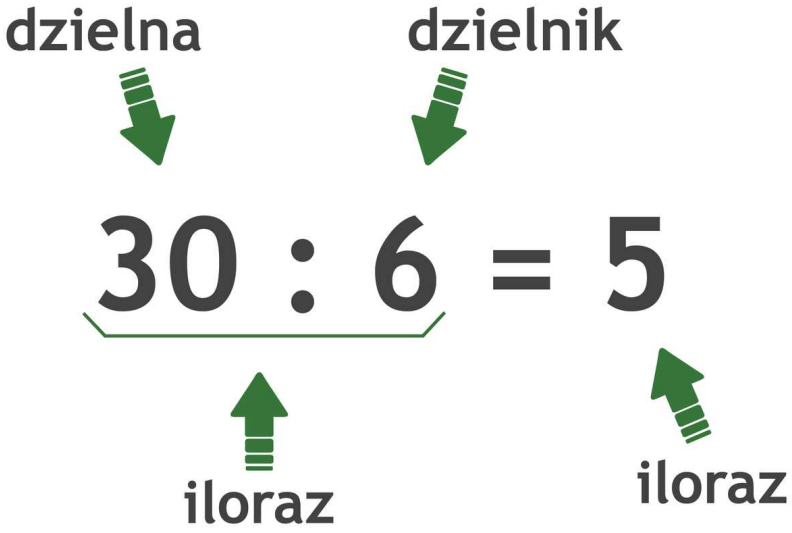
Liczby w mnożeniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Dzielna, dzielnik, iloraz

Liczby występujące w dzieleniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Kąt

Dwie półproste o wspólnym początku rozcinają płaszczyznę na dwie części. Każdą z tych części, wraz z tymi półprostymi nazywamy kątem.

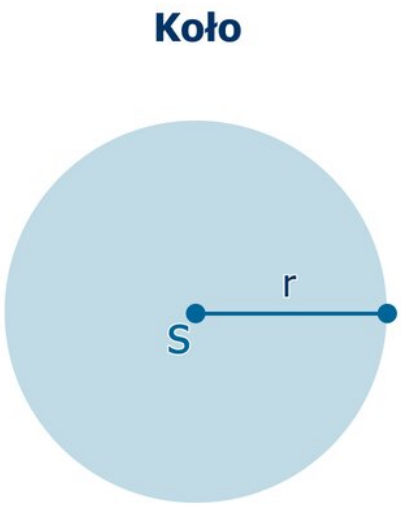
Reguła: Kolejność wykonywania działań

Działania wykonujemy w następującej kolejności:

1. najpierw wykonujemy działania w nawiasach,
2. następnie mnożenie lub dzielenie,
3. na końcu dodawanie lub odejmowanie.

Definicja: Koło

Kołem o środku w punkcie S i promieniu r nazywamy figurę zbudowaną ze wszystkich punktów płaszczyzny, których odległość od punktu S jest mniejsza bądź równa promieniowi.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

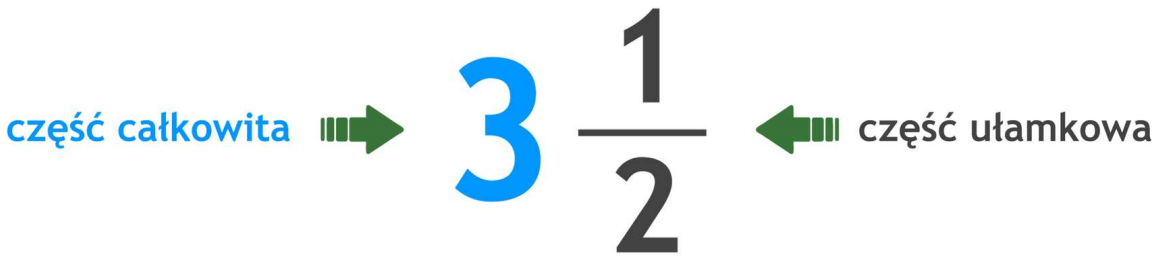
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Definicja: Liczby mieszane

Liczby mieszane składają się z części całkowitej i części ułamkowej.
Na przykład

$$3\frac{1}{2},\ \ 5\frac{3}{7}, 1\frac{8}{13}$$



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Liczby naturalne

Liczby naturalne to: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, ..., 56, ..., 99, 100, ..., 238, ...$.
Do zapisu liczb naturalnych służą **cyfry**: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ i 9 nazywane cyframi arabskimi.

Własność: Łączność dodawania

Wykonując dodawanie kilku liczb, można dowolnie łączyć po dwa sąsiadujące składniki, a suma nie ulegnie zmianie.
Mówimy, że dodawanie jest łączne.

$$(3 + 2) + 8 = 3 + (2 + 8)$$

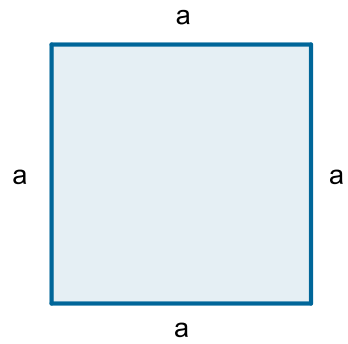
Własność: Łączność mnożenia

Wykonując mnożenie kilku liczb, można dowolnie łączyć dwa sąsiadujące czynniki, a iloczyn nie ulegnie zmianie. Mówimy, że mnożenie jest łączne.

$$(3 \cdot 2) \cdot 5 = 3 \cdot (2 \cdot\ 5)$$

Definicja: Obwód kwadratu

Suma długości wszystkich boków kwadratu to jego obwód.



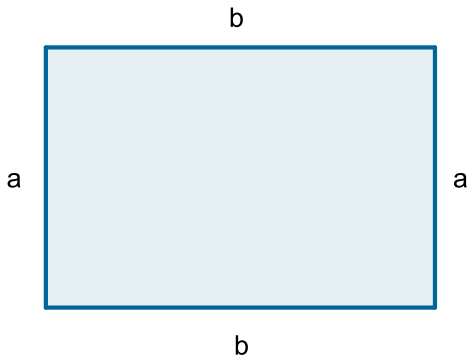
$$Ob = a + a + a + a$$

$$Ob = 4 \cdot a$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Obwód prostokąta

Suma długości wszystkich boków prostokąta to jego obwód.



$$Ob = a + b + a + b$$

$$Ob = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Odjemna, odjemnik, różnica

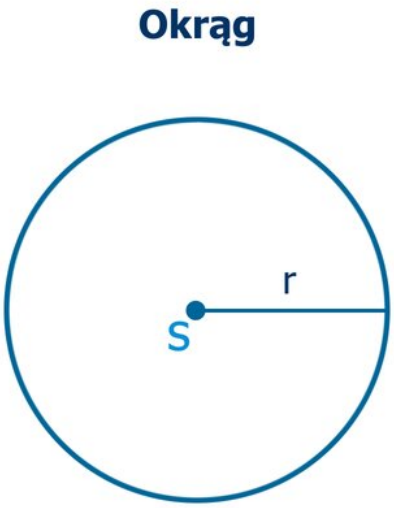
Liczby występujące w odejmowaniu mają swoje nazwy.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Okrąg

Okręgiem nazywamy figurę złożoną ze wszystkich punktów płaszczyzny równo oddalonych od ustalonego punktu, zwanego środkiem okręgu.



Film dostępny na portalu epodreczniki.pl

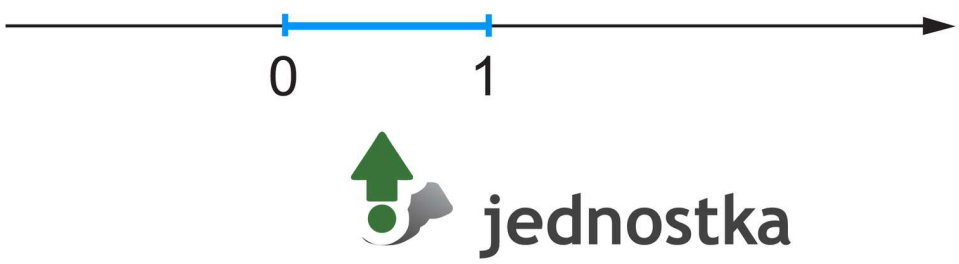
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Definicja: Oś liczbowa

Oś liczbowa to prosta, na której zaznaczamy

- zwrot (strzałkę wskazującą, w którą stronę liczby się zwiększają)
- liczbę 0
- liczbę 1

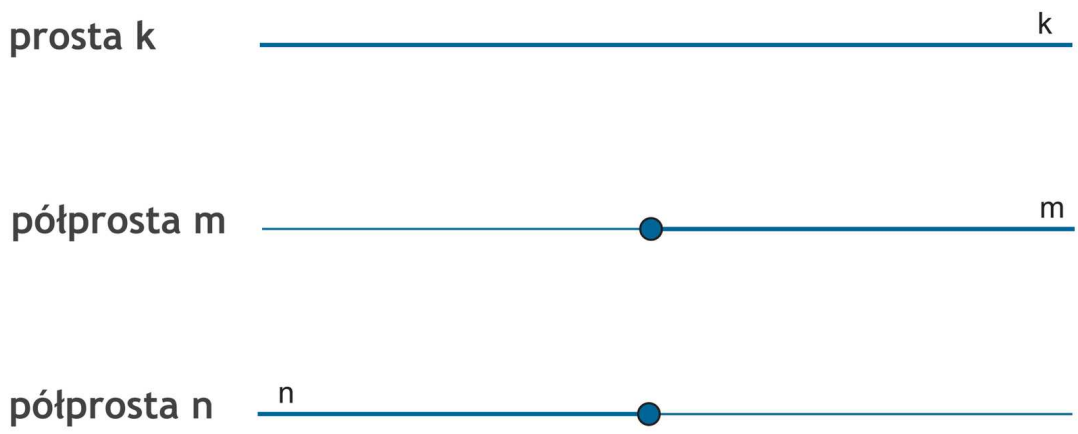


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Punkty odpowiadające liczbom 0 i 1 są końcami odcinka, który nazywamy jednostką osi liczbowej.
Długość odcinka jednostkowego wynosi 1.

Definicja: Półprosta

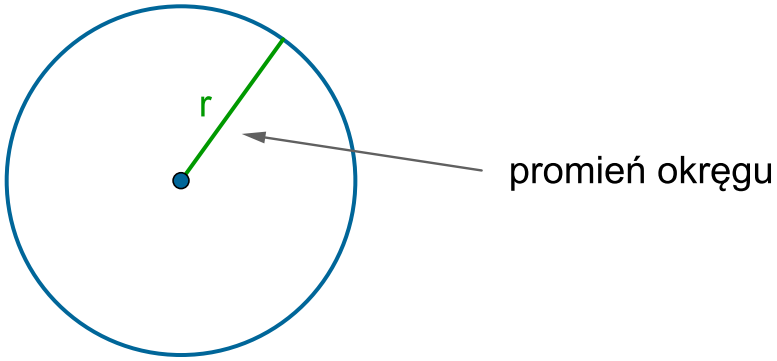
Dowolny punkt leżący na prostej dzieli tę prostą na dwie części. Każdą z tych części nazywamy **półprostą**. Każda półprosta ma początek, ale nie ma końca. Początkiem półprostej jest punkt dzielący prostą.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Promień okręgu

Odcinek łączący środek okręgu z punktem leżącym na okręgu, nazywamy promieniem okręgu.
Oznaczamy go najczęściej małą literą r.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Własność: Przemienność dodawania

W dodawaniu można zmieniać kolejność składników, a suma nie ulegnie zmianie. Mówimy, że dodawanie jest przemienne.

$$2 + 3 = 3 + 2$$

Własność: Przemienność mnożenia

W mnożeniu możemy zamienić kolejność czynników, a wynik nie ulegnie zmianie. Mówimy, że mnożenie jest przemienne.

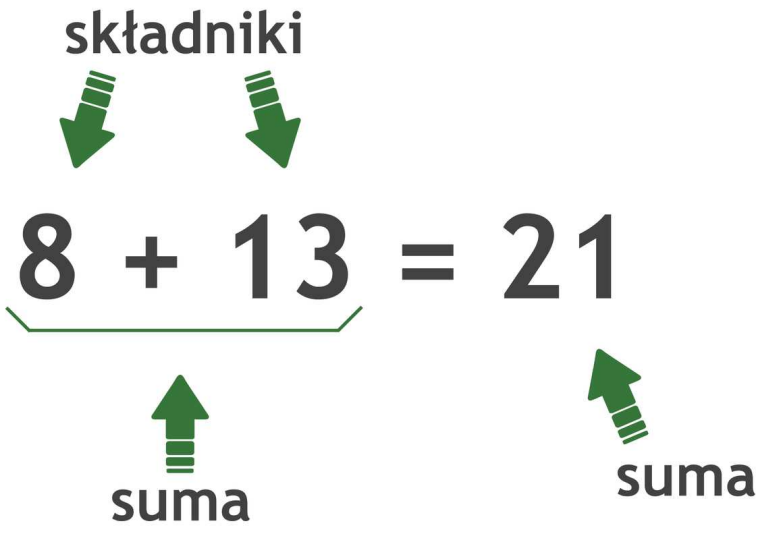
$$6 \cdot 3 = 3 \cdot 6$$

Definicja: Rozszerzanie ułamka 01

Jeśli pomnożymy licznik i mianownik ułamka przez tę samą liczbę, różną od zera, to mówimy, że rozszerzyliśmy ułamek, a wartość ułamka się nie zmieni.

Definicja: Składniki, suma

Liczby występujące w dodawaniu mają swoje nazwy:



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Definicja: Skracanie ułamków

Jeśli licznik i mianownik ułamka podzielimy przez tę samą liczbę, różną od zera, to wartość ułamka nie zmieni się. Mówimy, że skróciliśmy ułamek.
Na przykład
Skracając ułamek $\frac{12}{18}$ przez 2, otrzymujemy $\frac{6}{9}$.

Definicja: Sześcian

Prostopadłościan, którego wszystkie krawędzie są równe to sześcian. Każda ściana sześcianu jest kwadratem.

Definicja: Ułamek dziesiętny

Ułamek, którego mianownik jest liczbą $10,\ 100,\ 1000, \ldots$ nazywamy ułamkiem dziesiętnym.

Definicja: Ułamek nieskracalny

Ułamek, którego nie można skrócić nazywamy ułamkiem nieskracalnym.

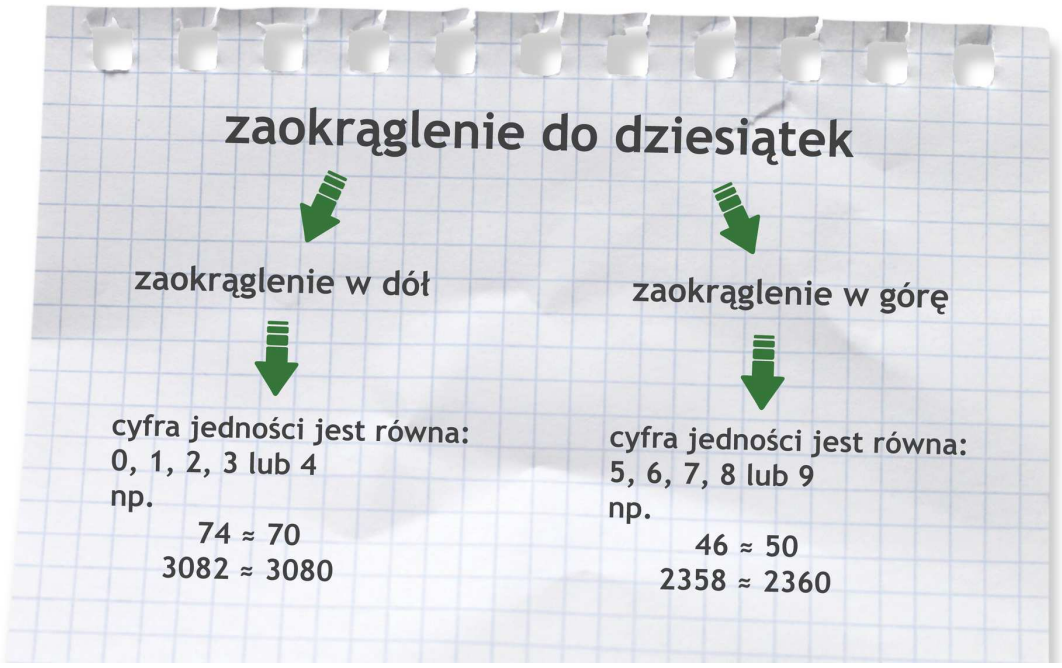
Definicja: Wierzchołek kąta

Wierzchołkiem kąta nazywamy wspólny początek obu półprostych, a każdą z półprostych nazywamy ramieniem kąta.

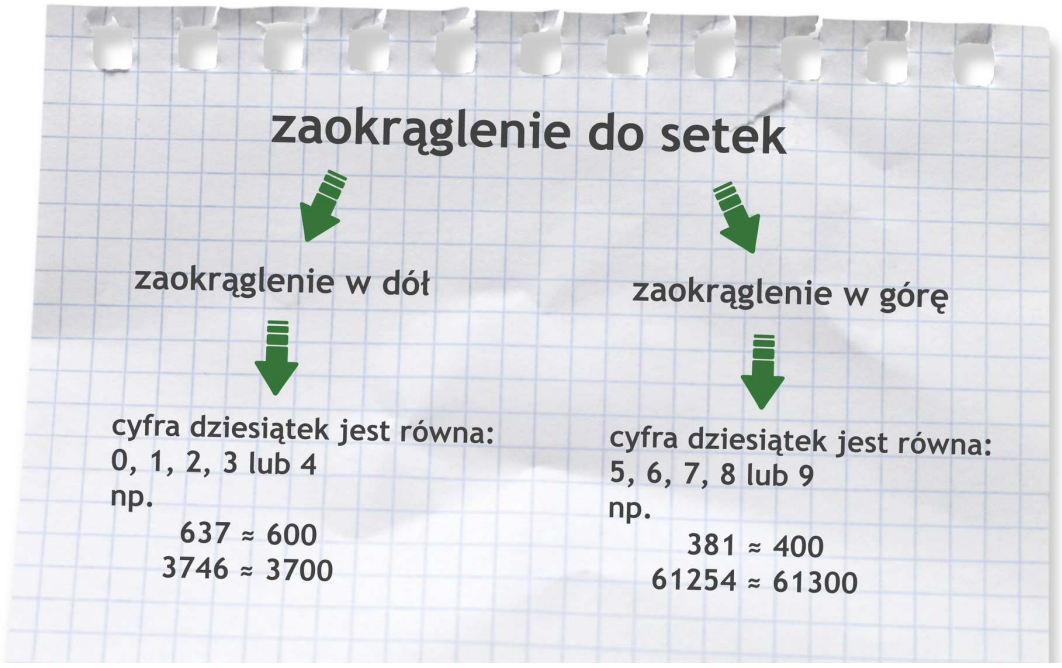
Definicja: Wyrażenia dwumianowane

Gdy masę danego przedmiotu podajemy z użyciem dwóch jednostek (mian), to mówimy, że zapisaliśmy masę za pomocą wyrażenia dwumianowanego, np.
2 kg 15 dag.

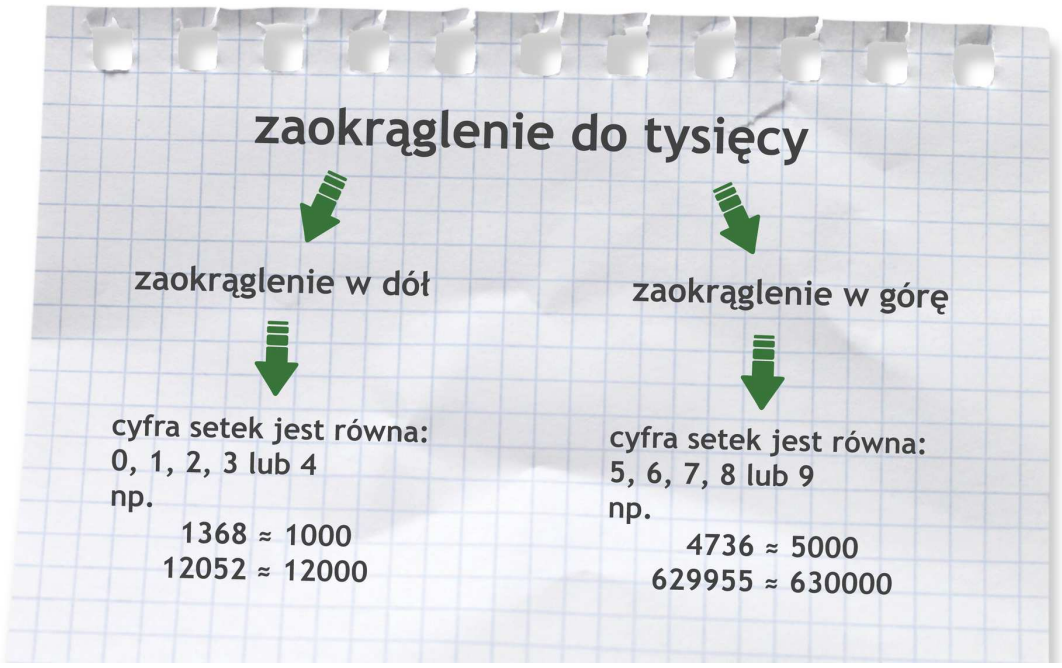
Reguła: Zaokrąglanie liczb



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Podobnie postępujemy, gdy zaokrąglamy liczby do pełnych dziesiątek tysięcy, setek tysięcy itd.
Aby zaokrąglić liczbę z dokładnością do określonego rzędu, należy zwrócić uwagę na cyfrę z rzędu o 1 niższego. Jeśli tą cyfrą jest $0,\ 1,\ 2,\ 3$ lub 4, to zaokrąglamy w dół, jeśli jest $5,\ 6,\ 7,\ 8$ lub 9 – to w górę.