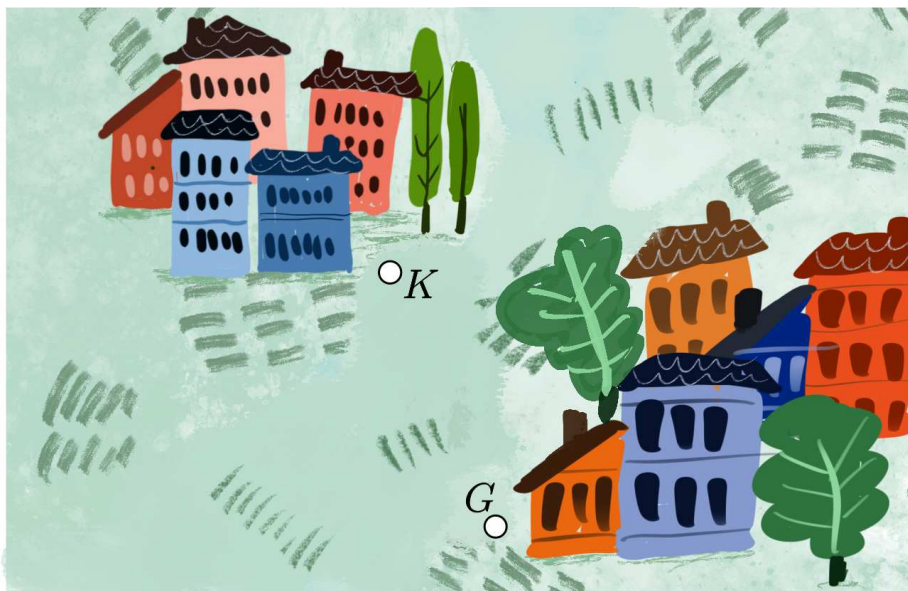




Zastosowanie własności symetralnej odcinka

Zastosowanie własności symetralnej odcinka

Źródło: dostępny w internecie: Pexels.com, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Dwie miejscowości – Kotlinka i Górka żyją od wielu lat we wzajemnym przymierzu. Aby to uhonorować, prezydenci miast postanowili postawić pomnik tak, aby z każdej miejscowości mieszkańcy mieli tak samo daleko do niego. Jak myślisz – w którym miejscu należałoby wybudować pomnik?

Aby odpowiedzieć na to pytanie, należy na planie znaleźć miejsce geometryczne punktu leżącego w tej samej odległości od punktu G i od punktu K .

W odnalezieniu tego punktu pomoże nam narysowanie [symetralnej odcinka \$KG\$](#) .

W dalszej części materiału zostanie przedstawione rozwiązanie tego problemu.

Czym jest [symetralna odcinka](#) i jakie ma własności, dowiesz się, analizując przykłady zamieszczone w tym materiale.

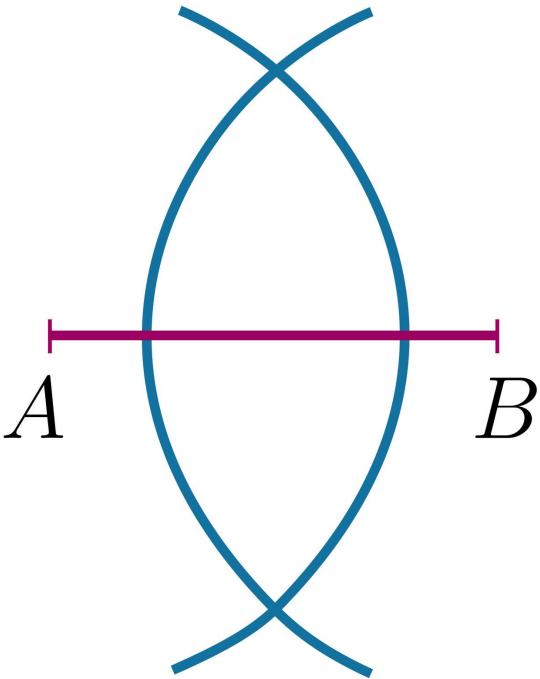
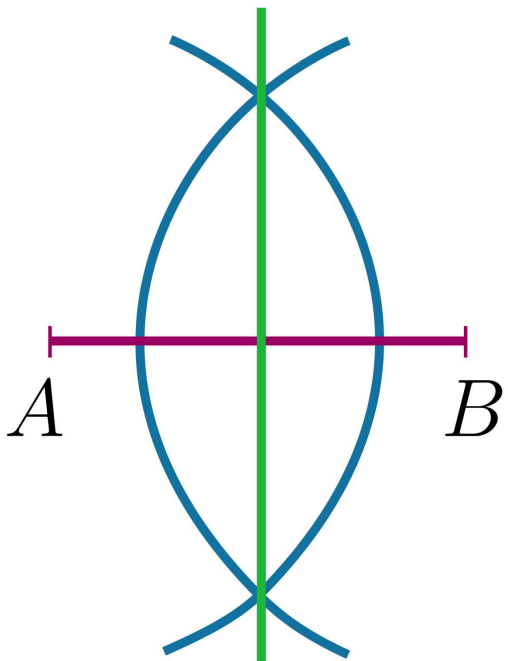
- 1. [Interaktywna treść merytoryczna](#)
- 2. [Animacja](#)
- 3. [Zestaw ćwiczeń interaktywnych](#)
- 4. [Słownik](#)

Twoje cele

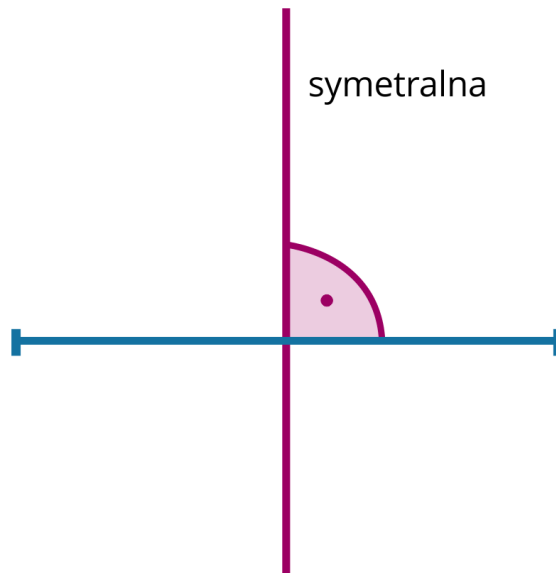
- Rozpoznaś symetralną odcinka.
- Skonstruujesz symetralną odcinka.
- Podzielisz konstrukcyjnie odcinek w danym stosunku.
- Wskażesz punkt równoodległy od dwóch danych punktów.

Zaopatrz się w linijkę i cyrkiel i postępuj według instrukcji przedstawionej w poniższej tabeli.

Co musisz zrobić	Co otrzymasz
Narysuj odcinek AB .	 Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Co musisz zrobić	Co otrzymasz
Z punktów A i B zakresł łuki o tym samym promieniu tak, aby przecięły się.	 Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.
Przez otrzymane punkty przecięcia poprowadź prostą.	 Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Prosta, otrzymana w wyniku konstrukcji dzieli odcinek AB na dwie równe części i jest prostopadła do tego odcinka. Jest to **symetralna odcinka AB** .



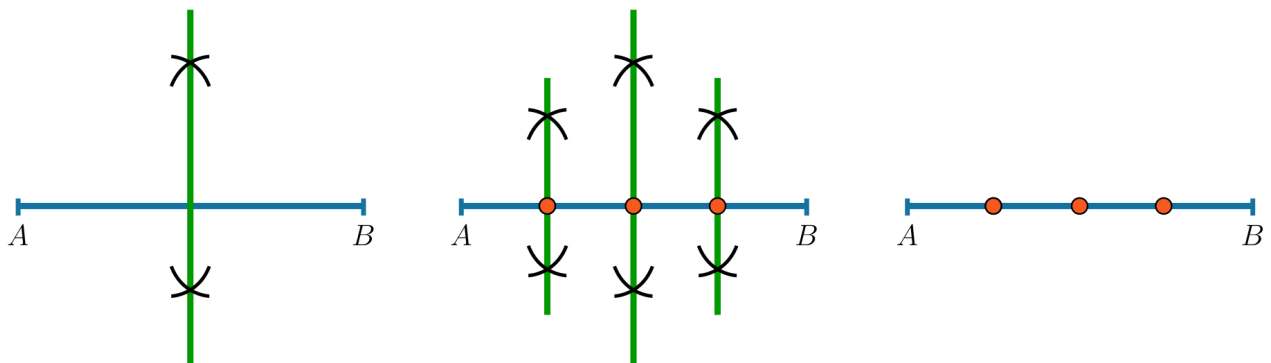
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Symetralną odcinka nazywamy prostą prostopadłą do tego odcinka i przechodzącą przez jego środek.

Przykład 1

Podzielimy odcinek AB na cztery równe części.

Aby znaleźć punkty podziału, dzielimy najpierw odcinek za pomocą symetralnej na dwie równe części, a następnie każdą z tak otrzymanych części ponownie dzielimy na pół.



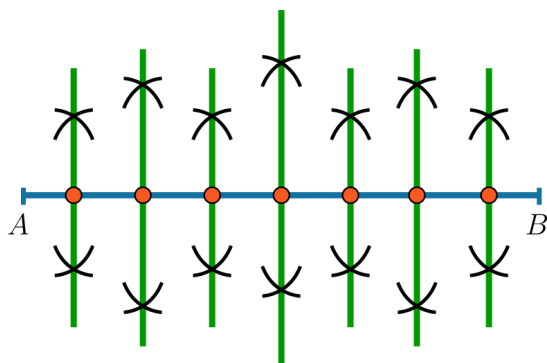
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Za pomocą symetralnej możemy również podzielić odcinek na części w danym stosunku.

Przykład 2

Narysujemy dowolny odcinek i podzielimy go w stosunku $3 : 5$.

Postępujemy podobnie, jak w Przykładzie 1. Dzielimy odcinek na $3 + 5 = 8$ równych części.

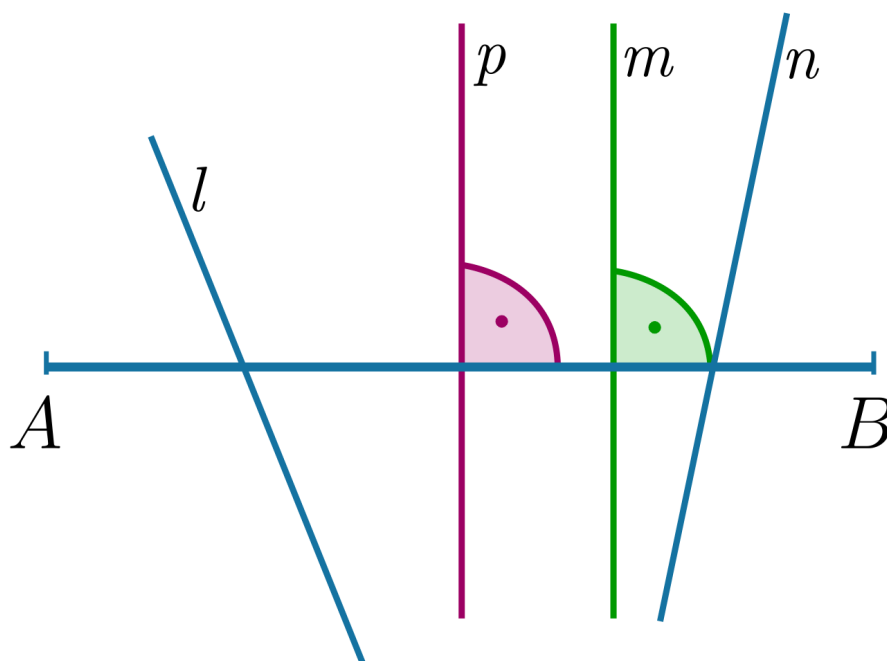


Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Pierwsze trzy części podziału to $\frac{3}{8}$ całego odcinka. Pozostałe pięć części to $\frac{5}{8}$ całego odcinka.

Przykład 3

Na rysunku tylko prosta p jest [symetralną odcinka \$AB\$](#) .

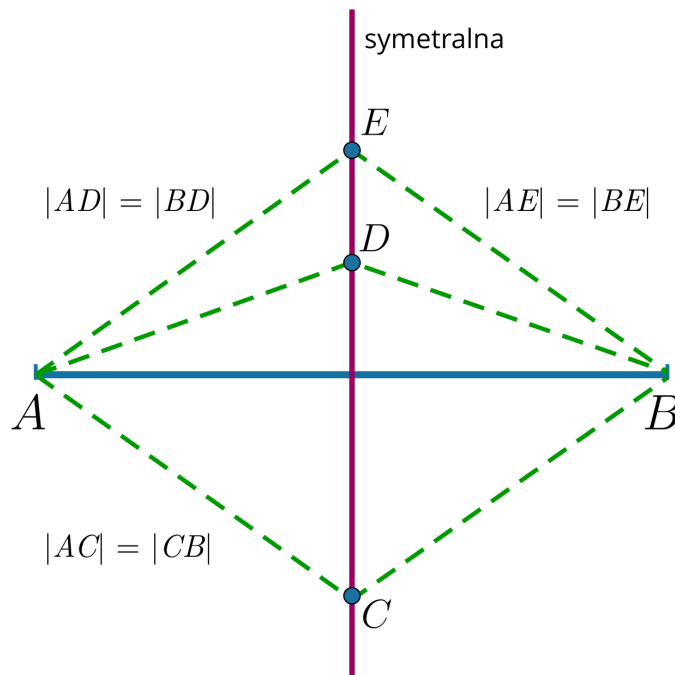


Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

[Symetralna odcinka](#) jest zbiorem punktów równo odległych od końców tego odcinka.

Wynika z tego, że jeżeli punkt leży na [symetralnej odcinka \$AB\$](#) , to jego odległość od punktu A jest taka sama jak odległość od punktu B .

Zachodzi też własność odwrotna – każdy punkt płaszczyzny równo odległy od punktów A i B należących do tej płaszczyzny, leży na [symetralnej odcinka \$AB\$](#) .



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Odcinek ma tylko jedną symetralną.

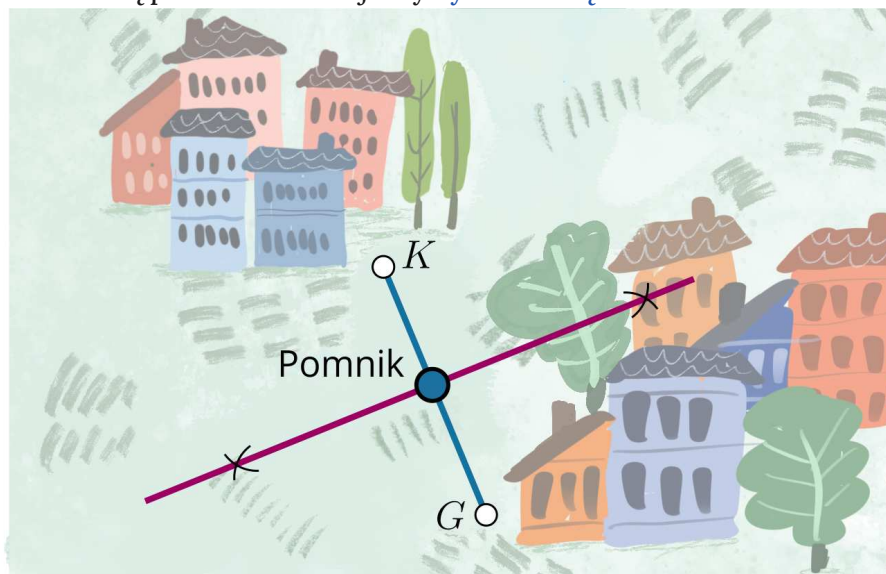
Rozwiążemy teraz problem, zamieszczony na początku materiału.

Przykład 4

Dwie miejscowości – Kotlinka i Górka żyją od wielu lat we wzajemnym przymierzu. Aby to uhonorować, prezydenci miast postanowili postawić pomnik tak, aby z każdej miejscowości mieszkańcy mieli tak samo daleko do niego. Jak myślisz – w którym miejscu należałoby wybudować pomnik?

Skorzystamy z tego, że punkt równo odległy od końców danego odcinka leży na [symetralnej odcinka](#).

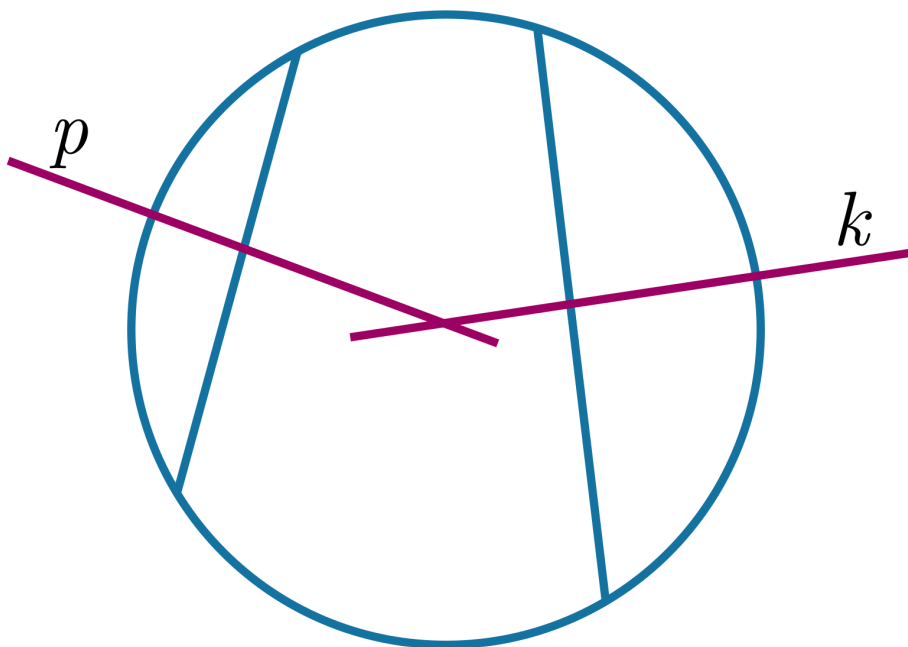
Tworzymy więc odcinek, którego końcami są punkty K i G , symbolizujące miejscowości Kotlinka i Górka. A następnie konstruujemy [symetralną odcinka \$KG\$](#) .



Punkt wspólny symetralnej i odcinka KG , będzie miejscem, w którym należy wybudować pomnik.

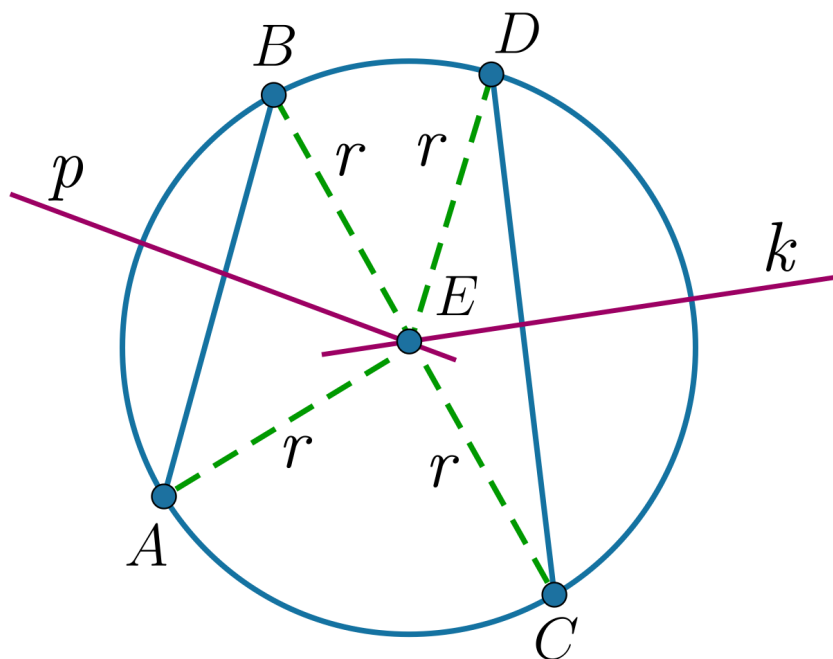
Przykład 5

Proste k i p są symetralnymi dwóch cięciw okręgu. Uzasadnimy, że punkt przecięcia tych symetralnych jest środkiem okręgu.



Wprowadźmy oznaczenia takie, jak na rysunku, gdzie AB i CD to cięciwy okręgu, E – punkt przecięcia symetralnych tych cięciw.

Zaznaczone cięciwy nie są do siebie równoległe, zatem ich proste symetralne przecinają się w jednym punkcie.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

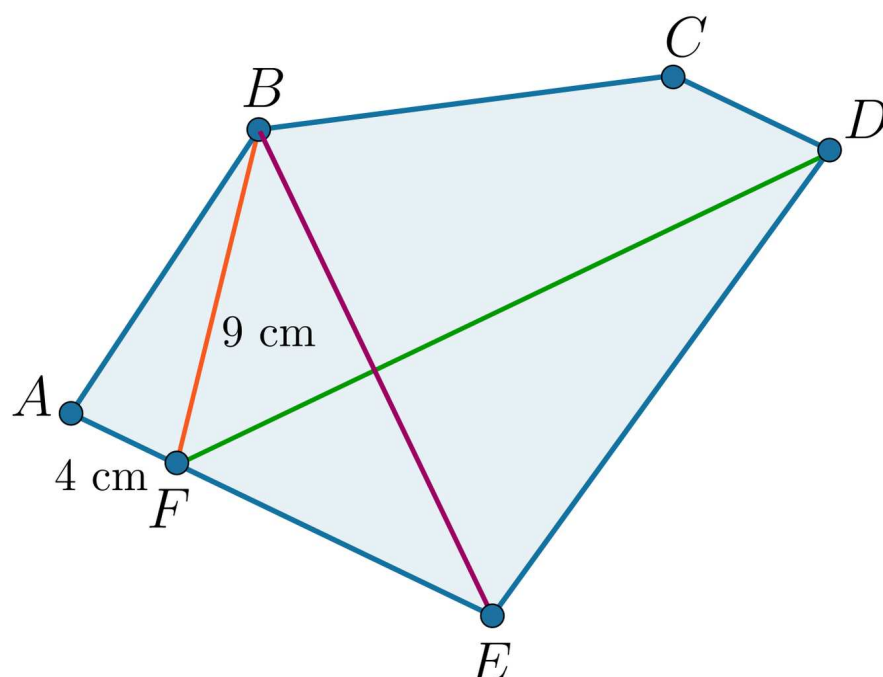
Wiadomo, że symetralna dowolnej cięciwy przechodzi przez środek okręgu. Wynika to z faktu, iż środek okręgu jest równoodległy od końców cięciwy, zatem leży na jej symetralnej.

Punkt E należy zarówno do symetralnej cięciwy AB , jak i do symetralnej cięciwy CD .

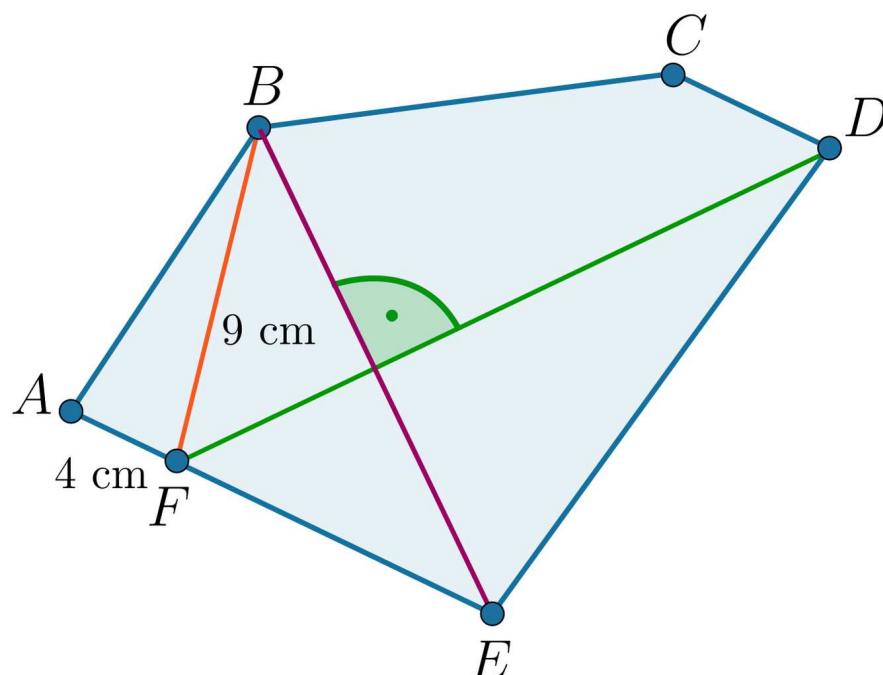
Zatem wynika stąd, że punkt przecięcia prostych symetralnych wyznacza środek okręgu.

Przykład 6

Dany jest pięciokąt $ABCDE$. Prosta DF jest symetralną odcinka BE oraz $|BF| = 9\text{ cm}$ i $|AF| = 4\text{ cm}$.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Obliczymy długość odcinka DE , jeżeli $|DE| = |AE|$.

Punkt F leży na symetralnej przekątnej BE zatem $|BF| = |FE|$, wynika z tego, że $|FE| = 9 \text{ cm}$.

Zatem

$$|AE| = |AF| + |FE|$$

$$|AE| = 4 + 9 = 13$$

$$|AE| = 13 \text{ cm}$$

Ponieważ $|DE| = |AE|$, zatem $|DE| = 13 \text{ cm}$.

Notatnik

Miejsce na Twoje notatki

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Animacja

Zapoznaj się z animacją. Poznasz ciekawe własności symetralnych boków trójkąta.



WŁASNOŚCI SYMETRALNEJ

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RVljPYbNYutMv>

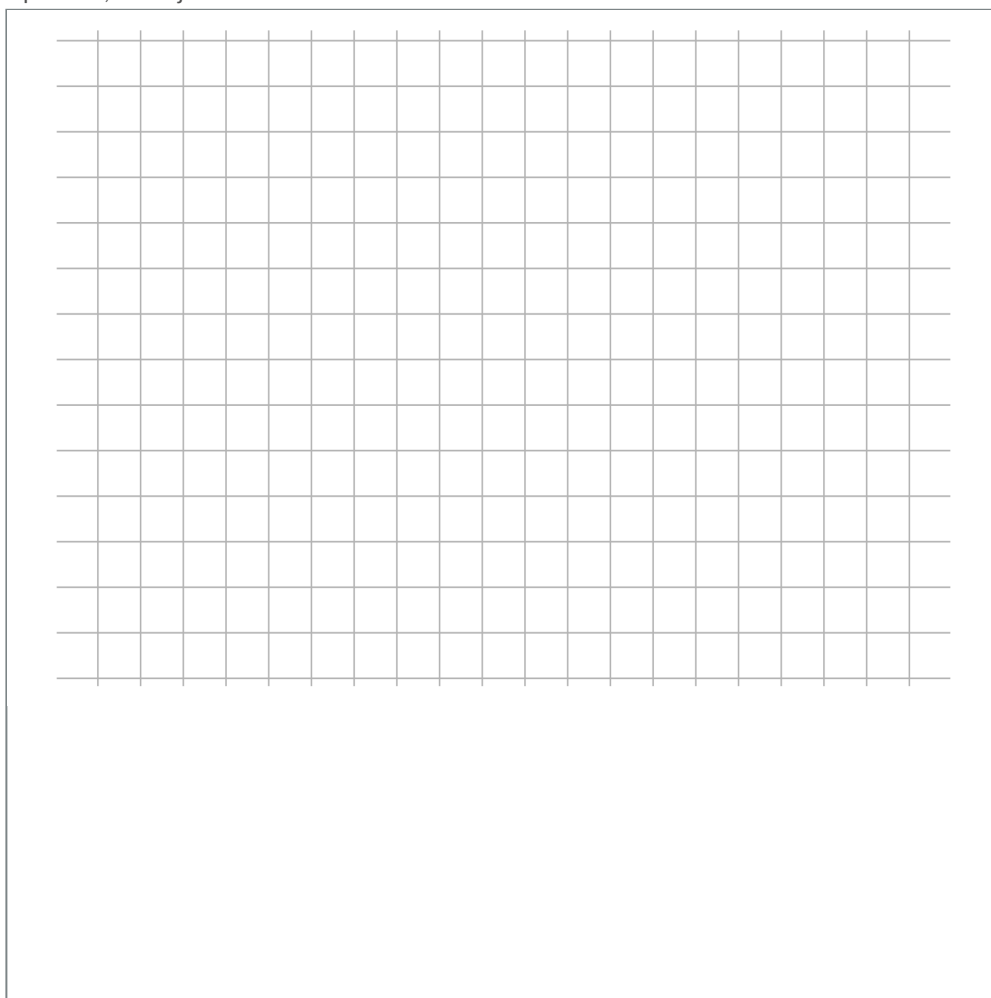
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Animacja nawiązująca do treści materiału

Polecenie 1

W trójkącie ostrokątnym ABC symetralne boków AB i CB przecinają się pod kątem 140° .
Oblicz miarę kąta ABC .

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

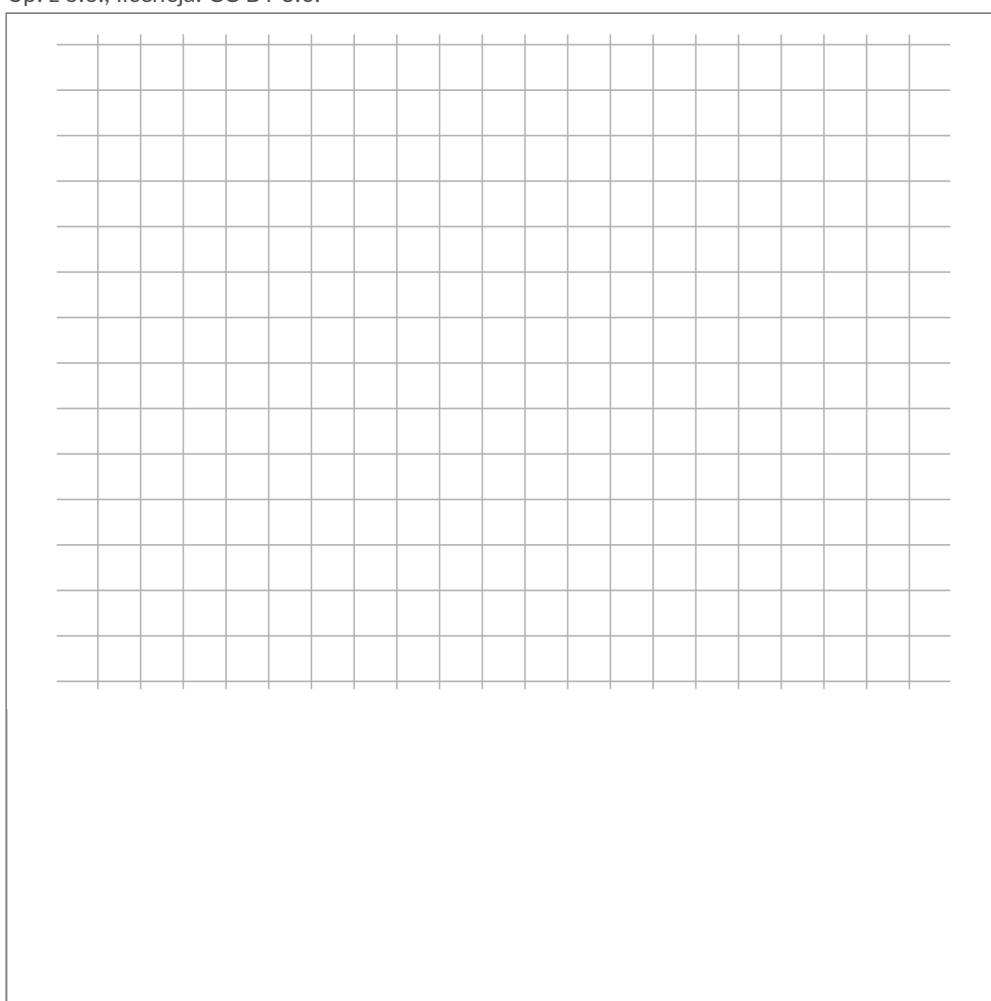


Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 2

Narysuj trójkąt rozwartokątny ALE i znajdź punkt równoodległy od każdego z wierzchołków tego trójkąta.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

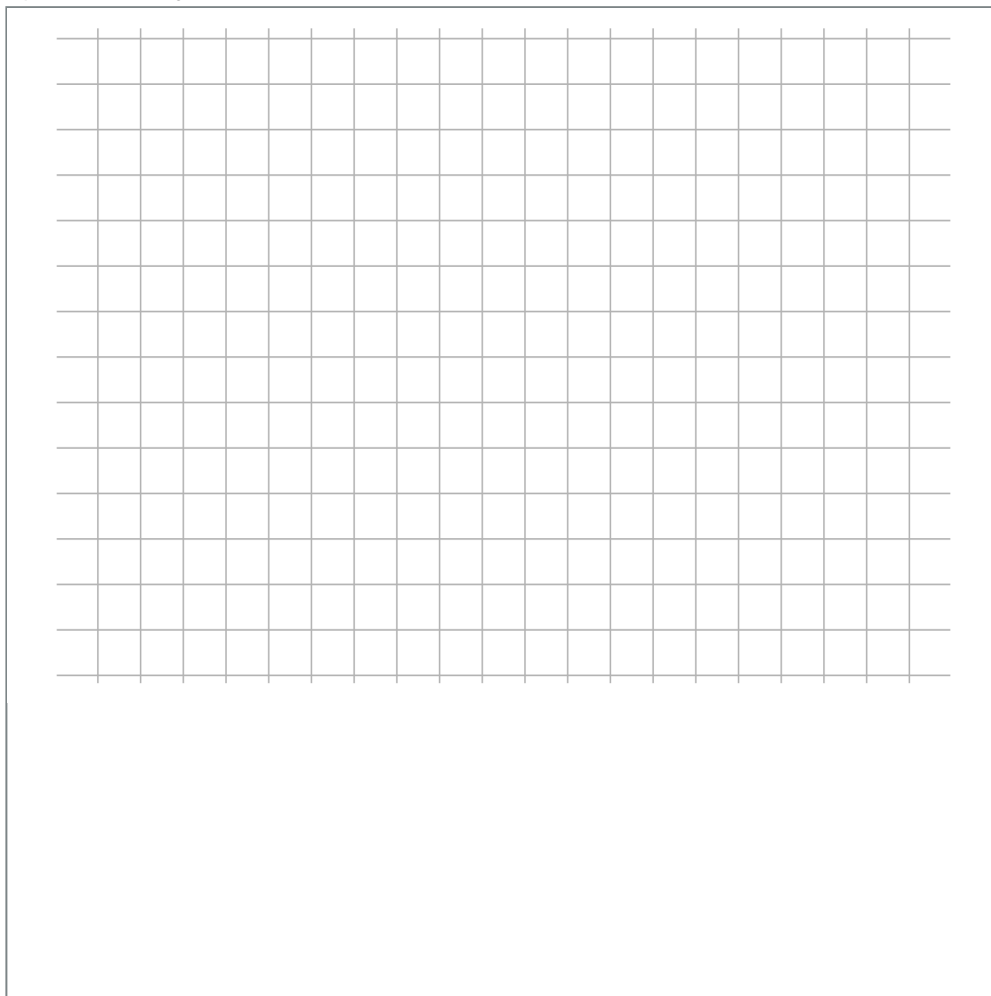


Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Polecenie 3

Pod jakim kątem ostrym przecinają się symetralne boków trójkąta równobocznego?

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.



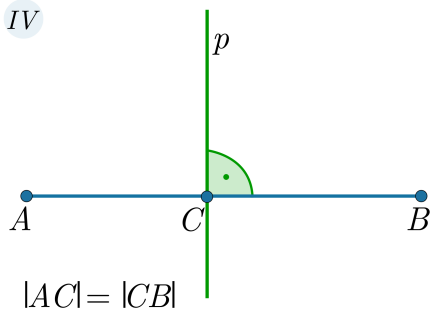
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Zestaw ćwiczeń interaktywnych

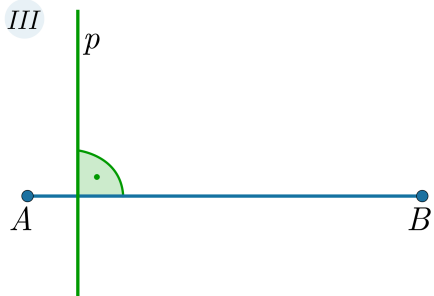
Ćwiczenie 1

Wskaż rysunek, na którym prosta p jest symetralną odcinka AB .

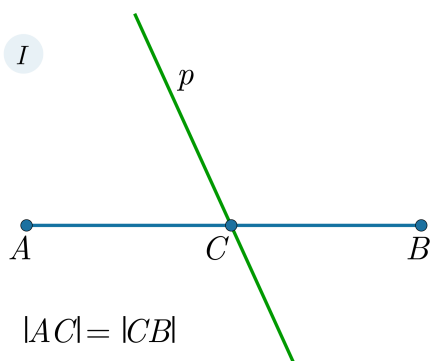
IV

☐

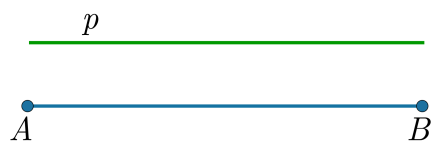
III

☐

I

☐

II

☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2

W trapezie prostokątnym $ABCD$, w którym $AB \parallel CD$ poprowadzono przekątną AC . Środkiem odcinka AC będzie punkt przecięcia tego odcinka z

☐ symetralną odcinka AC

☐ przekątną DB

☐ dwusieczną kąta DCB

☐ symetralną boku AB

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3

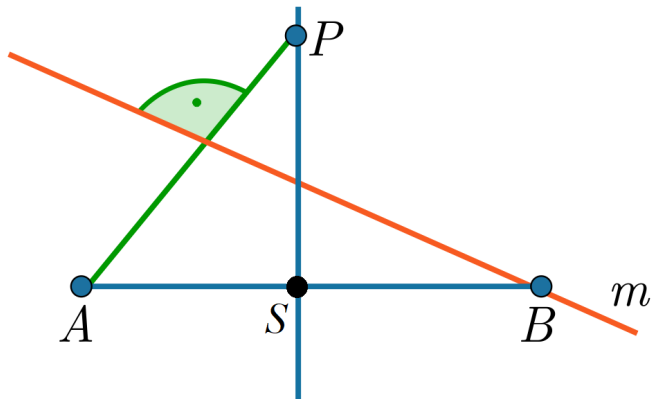
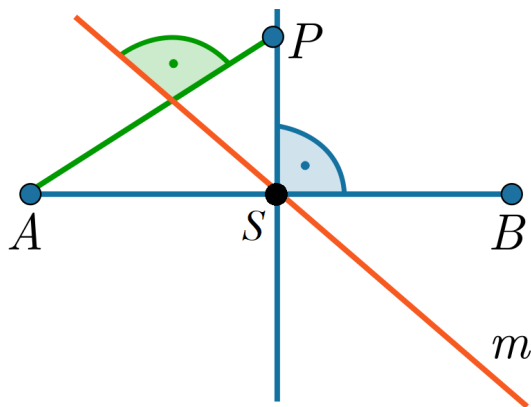
Zaznacz, które zdanie jest prawdziwe, a które fałszywe.

Zdanie	Prawda	Fałsz
W trójkącie równobocznym symetralna boku jest zarazem prostą, na której leży jedna z wysokości tego trójkąta.	☐	☐
W trójkącie równoramiennym symetralne boków przecinają się w punkcie leżącym we wnętrzu tego trójkąta.	☐	☐
Symetralne boków kwadratu przecinają się pod kątem prostym.	☐	☐
Symetralne boków równoległoboku przecinają się w punkcie przecięcia przekątnych tego równoległoboku.	☐	☐

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4

Na symetralnej odcinka AB zaznaczono punkt P , a następnie poprowadzono symetralną m odcinka AP .



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij zdania, przeciągając odpowiednie równości lub kliknij w lukę, aby wyświetlić listę i wybrać prawidłową odpowiedź.

Prosta m przetnie środek S odcinka AB , gdy .

Prosta m przejdzie przez punkt B , gdy .

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij zdania, wpisując odpowiednie liczby.

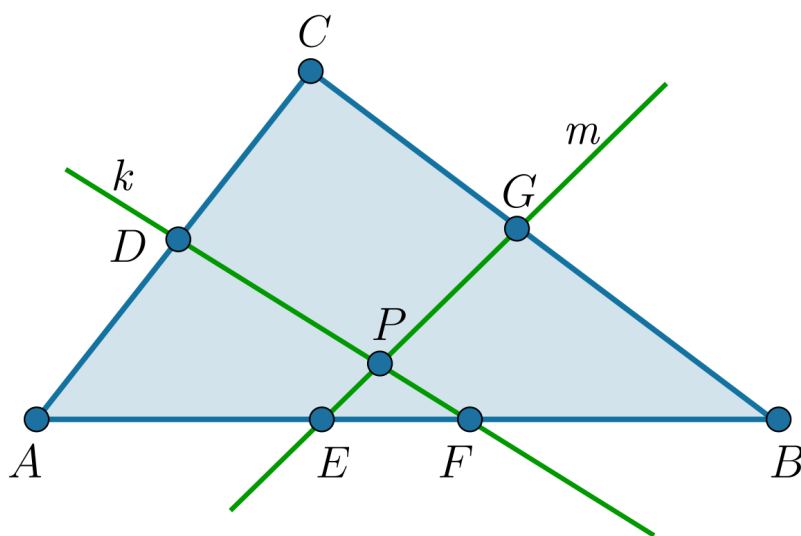
W trójkącie ABC kąt BAC ma miarę 46° , kąt ACB ma miarę 80° .

Symetralna boku AB przecina prostą AC pod kątem ostrym $^\circ$

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

W trójkącie ABC prosta k jest symetralną boku AC , prosta m jest symetralną boku CB . Proste te przecinają się w punkcie P (patrz rysunek).



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Połącz w pary równe odcinki.

PF

EP

CG

BG

BP

AP

AD

CD

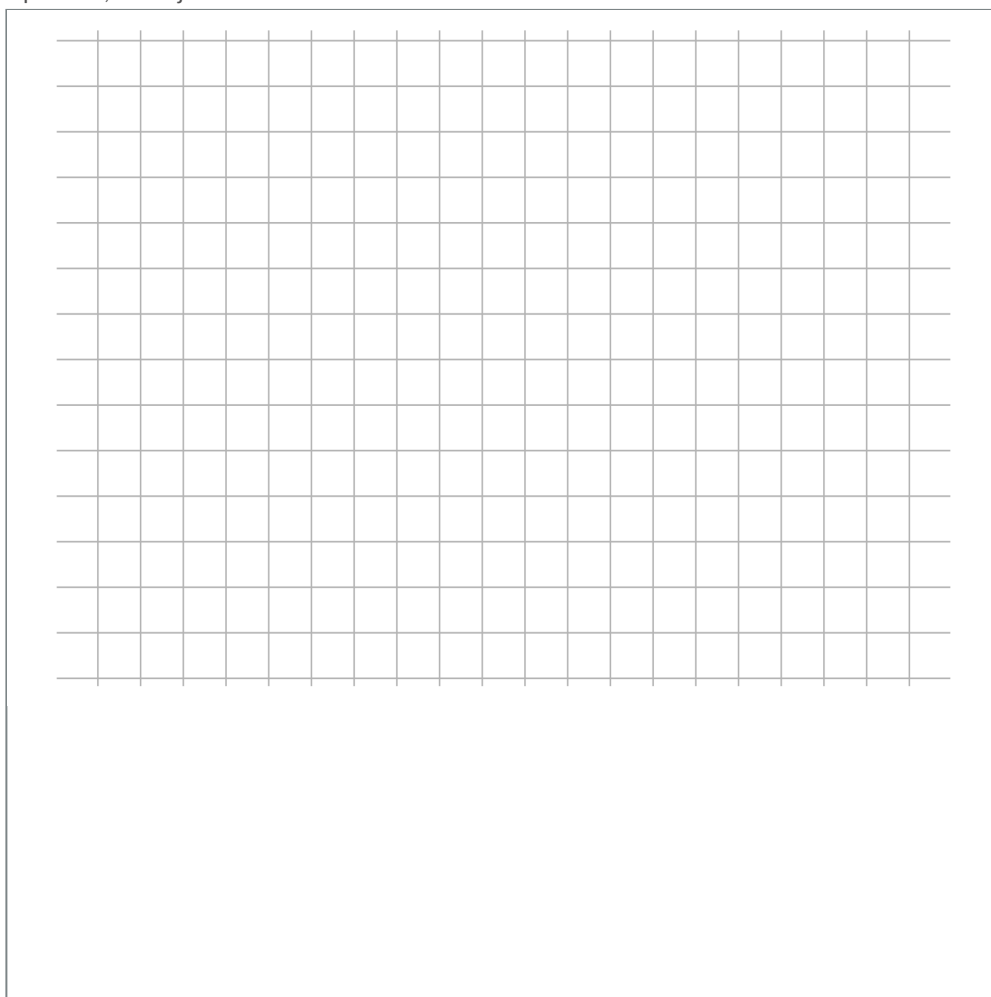
Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7

Na symetralnej odcinka AB obrano punkty C i D leżące po przeciwnych stronach tego odcinka.

Oblicz obwód czworokąta $ACBD$ wiedząc, że $|AD| = 2|AC|$ i $|AC| = 3$ cm.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

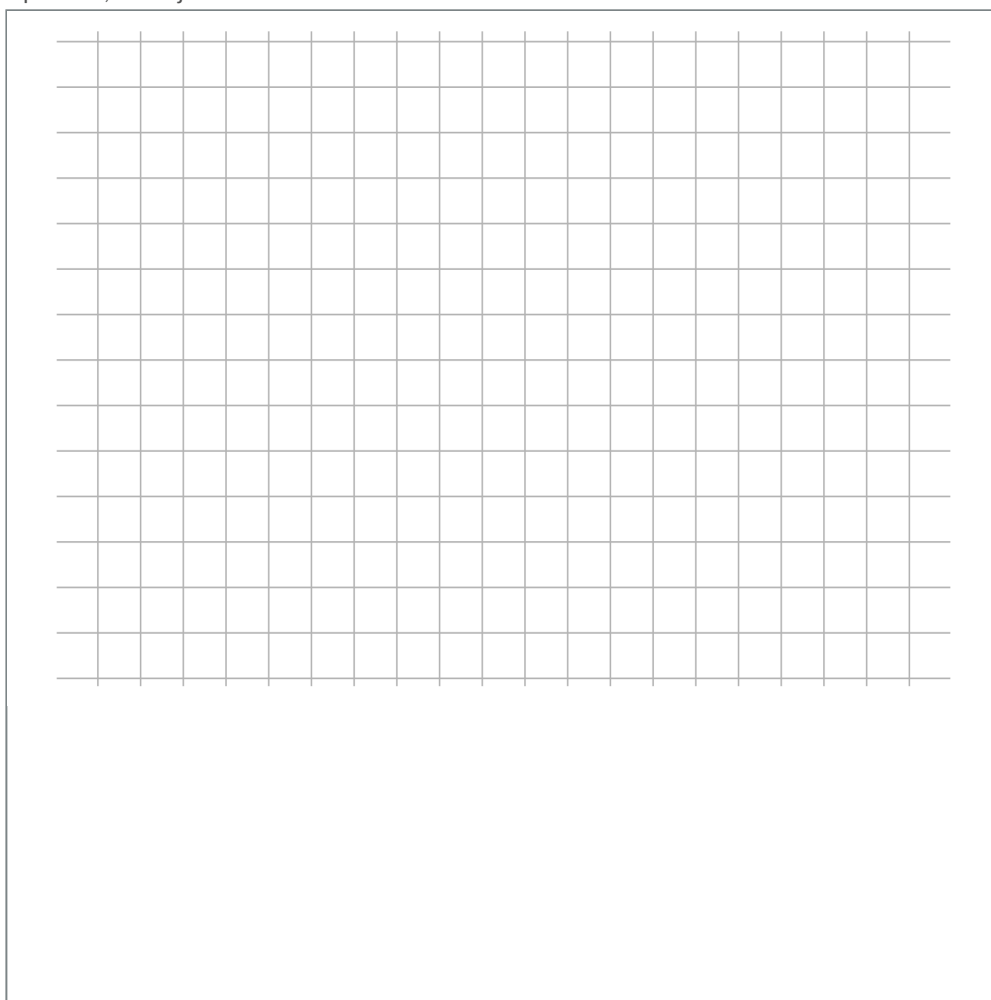


Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8

W pięciokącie $ABCDE$ każdy kąt ma miarę α . Punkt S jest punktem przecięcia symetralnych boków AB i CD . Wykaż, że proste ES i BC przecinają się pod kątem prostym.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

Skrzaty Gapcio, Klucznik i Miłek mieszkają w domach położonych tak, jak na rysunku. Znajdź punkt, w którym powinna stanąć budka z watą cukrową, aby każdy ze skrzatów miał do budki tak samo daleko.



G



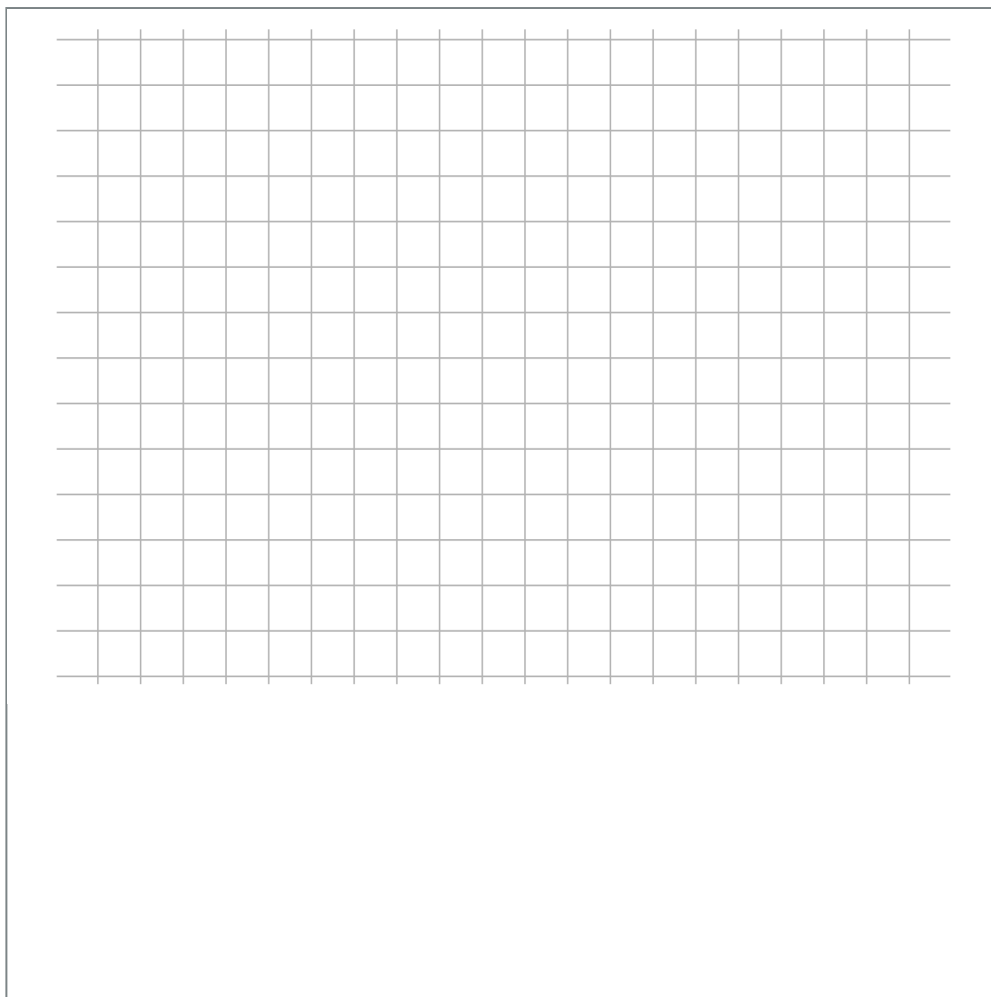
K



M

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.



Źródło: GroMar Sp. z o.o., licencja: CC BY 3.0.

Słownik

symetralna odcinka

prosta prostopadła do tego odcinka i przechodząca przez jego środek.

Bibliografia

Bryński M., Włodarski L., *Konstrukcje geometryczne*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1999

Iwaskiewicz B., *Geometria elementarna cz. I*, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa, 1963

Krysicki W., Pisarewska H., Świątkowski T., *Z geometrią za pan brat*, Wydawnictwo Akapit Press, Łódź, 2000