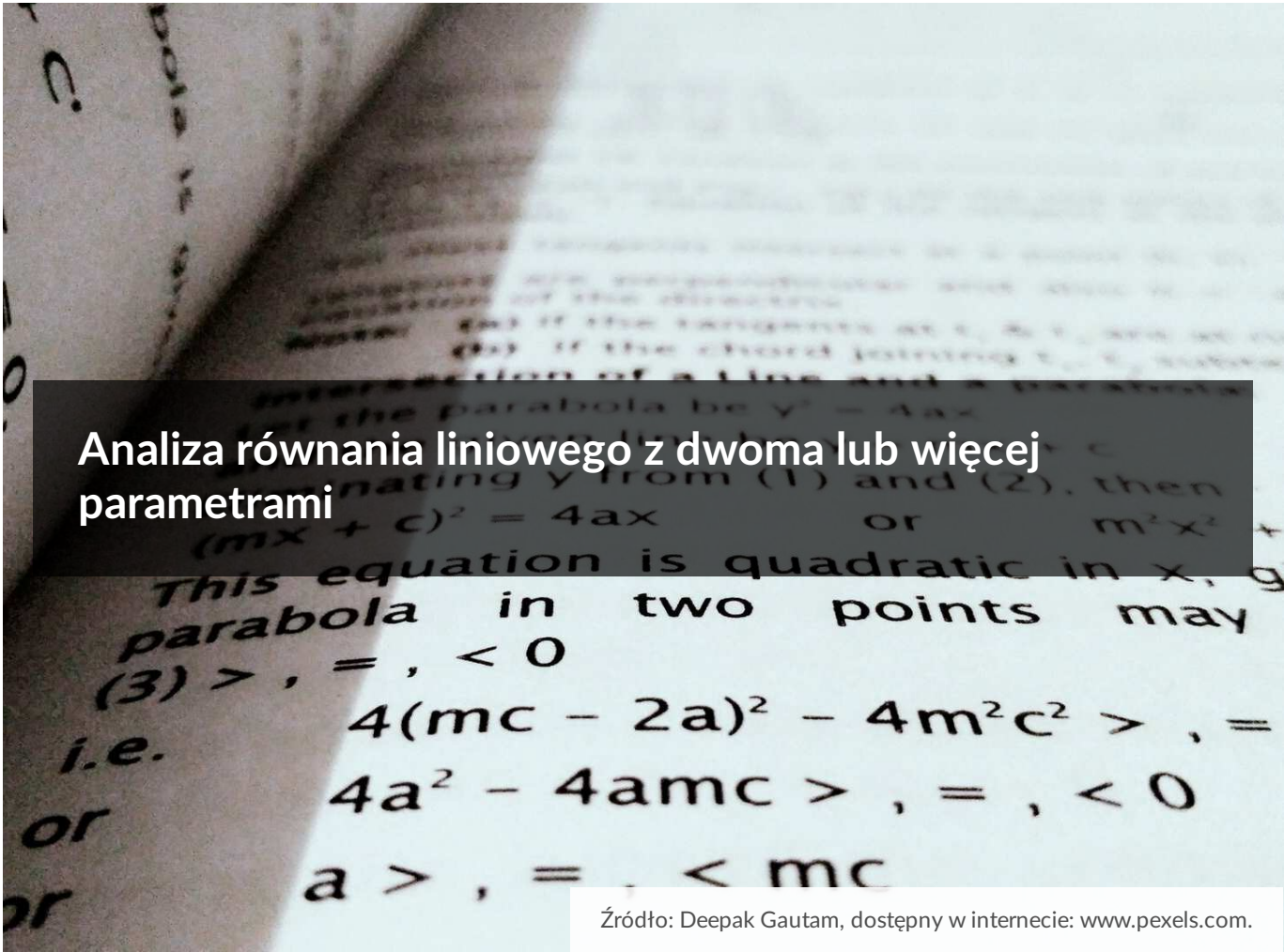




Analiza równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Analiza równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami

Źródło: Deepak Gautam, dostępny w internecie: www.pexels.com.

Potrafisz już przeprowadzać analizę równania liniowego z jednym parametrem. Równanie liniowe może mieć więcej parametrów. Rozwiązanie równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami wykonujemy podobnie do rozwiązywania równań z jednym parametrem.

Twoim zadaniem będzie zbadanie liczby rozwiązań równania, czyli podanie, dla jakich wartości parametrów równanie ma dokładnie jedno rozwiązanie, dla jakich jest sprzeczne i kiedy ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Twoje cele

- Znajdziesz wszystkie takie wartości rzeczywiste parametrów, aby dana liczba była rozwiązaniem równania.
- Zbadasz liczbę rozwiązań równania w zależności od parametrów występujących w równaniu.

Przeczytaj

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $3x - 2a + 1 = b + 2 - c$ z niewiadomą x , gdzie a , b i c są parametrami równania.

$$3x - 2a + 1 = b + 2 - c$$

$$3x = 2a + b - c + 1$$

Podzielimy obie strony równania przez liczbę 3.

$$3x = 2a + b - c + 1 \quad | : 3$$

$$x = \frac{2a+b-c+1}{3}$$

Dla dowolnych wartości parametrów a , b i c równanie ma jedno rozwiązanie.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $ax + 4 = b + 2$ z niewiadomą x , gdzie a i b są parametrami równania. Mamy tu przykład [równania liniowego z niewiadomą \$x\$ oraz parametrami \$a\$ i \$b\$](#) .

$$ax + 4 = b + 2$$

$$ax = b - 2$$

Abyśmy mogli podzielić obie strony równania przez wyrażenie znajdujące się przy x , należy najpierw założyć, że $a \neq 0$.

Wówczas otrzymamy rozwiązanie:

$$x = \frac{b-2}{a}$$

Jeżeli $a = 0$ wówczas równanie ma postać $x \cdot 0 = b - 2$:

1. Jeżeli $b - 2 = 0$, czyli $b = 2$, wówczas równanie jest tożsamościowe.
2. Jeżeli $b \neq 2$, wtedy równanie jest sprzeczne.

Zatem dla $a \neq 0$ równanie ma jedno rozwiązanie:

$$x = \frac{b-2}{a}$$

Dla $a = 0$ i $b = 2$ równanie ma nieskończenie wiele rozwiązań.

Dla $a = 0$ i $b \neq 2$ równanie nie ma rozwiązania.

Przykład 3

Dane jest równanie $4x - a = 3 \cdot (x - b)$ z niewiadomą x .

Określimy, dla jakich wartości parametrów a i b rozwiązaniem równania jest liczba nieujemna.

$$4x - a = 3 \cdot (x - b)$$

$$4x - a = 3x - 3b$$

$$x = a - 3b$$

$$\text{Czyli } a - 3b \geq 0.$$

$$\text{Zatem } a \geq 3b.$$

Aby rozwiązaniem równania była liczba nieujemna $a \geq 3b$.

Przykład 4

Określimy liczbę rozwiązań równania dla $k = 3$ i $n = -3$.

$$(k - 3)x = n + 1$$

Podstawiając do równania podane wartości parametrów k i n otrzymujemy:

$$(3 - 3)x = -3 + 1$$

$$0 \cdot x = -2$$

$$0 = -2$$

Otrzymaliśmy równość fałszywą.

Zatem dla $k = 3$ i $n = -3$ równanie jest sprzeczne, czyli nie posiada rozwiązania.

Słownik

równanie liniowe z niewiadomą x oraz parametrami a i b

równanie postaci $ax + b = 0$, gdzie x jest niewiadomą, natomiast a i b są parametrami równania liniowego

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją oraz ze sposobami analizy równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1E1sRKAD>

Film nawiązujący do treści materiału

Polecenie 2

Określ liczbę rozwiązań równania $nx + 2 = m - 5$ w zależności od wartości parametrów m i n .

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wpisz w okienko odpowiednią liczbę.

Rozwiązanie równania $bx - 4 = 2a + 3x$ z niewiadomą x dla $a = -2$ i $b = 0$ jest równe:

Rozwiązanie równania $-x^3a + 1 = -y - 2x$ z niewiadomą a dla $x = -1$ i $y = 3$ jest równe: .

Ćwiczenie 2



Równanie $ax + b = 0$ z niewiadomą x jest sprzeczne dla:

☐ $a = 0$ i $b = 0$

☐ $a \neq 0$

☐ $a = 0$ i $b \neq 0$

☐ $a \in \mathbb{R}$ i $b = 0$

Ćwiczenie 3



Dla jakiej wartości parametrów a i b równanie $ax + b = 0$ z niewiadomą x ma nieskończenie wiele rozwiązań?

☐ $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ i $b = 0$

☐ $a = 0$ i $b \neq 0$

☐ $a \neq 0$

☐ $a = 0$ i $b = 0$

Ćwiczenie 4



Przeciągnij w puste miejsca w tekście odpowiednie wyrażenia.

Dane jest równanie $(m - 5)x = n + 1$ z niewiadomą x i parametrami m i n .

Dla równanie jest sprzeczne, dla równanie jest tożsamościowe, a dla równanie ma jedno rozwiązanie.

$m = 5, n = -1$

$m \neq 5, n \in \mathbb{R}$

$m = 5, n \neq -1$

Ćwiczenie 5



Określ liczbę rozwiązań podanych równań dla $m = 2$ i $n = -3$. Przeciągnij równanie do odpowiedniego obszaru.

Równania sprzeczne

$$2nx + 6x + 2 = m$$

$$(n + 3)x = m - 2$$

$$nx - m = 1 - 5x$$

Równania, które mają jedno rozwiązanie

$$x(n + 3) = m + 1$$

$$x(n + 4) = 2m$$

$$3nx + 9x = 2m + 2$$

Równania tożsamościowe

Ćwiczenie 6



Dane jest równanie $5x - 2a = 4 \cdot (x - 1) + b + 4$ z niewiadomą x . Przeciągnij poprawne wyrażenie w odpowiednie miejsce.

Dla jakich wartości parametrów a i b rozwiązaniem równania jest liczba dodatnia?

Dla jakich wartości parametru a i b rozwiązaniem równania jest liczba mniejsza od 5?

$$2a < 5 - b$$

$$2a - b > 0$$

$$2a + b > 5$$

$$2a + b > 0$$

Ćwiczenie 7



Dane jest równanie $m(x + 2) - n(x - 4) = 6$ z niewiadomą x . Jeżeli $m = n \neq 1$, to równanie:

☐ ma dwa rozwiązania

☐ jest sprzeczne

☐ jest tożsamościowe

☐ ma jedno rozwiązanie

Ćwiczenie 8



Ustal liczbę rozwiązań równania $|x - 1| = a + 2b$ w zależności od parametru a i b . Określ, czy zdanie jest prawdziwe, czy fałszywe?

Pytania	Prawda	Fałsz
Równanie ma jedno rozwiązanie dla $a = -2b$.	☐	☐
Równanie jest sprzeczne dla $a < -2b$.	☐	☐
Równanie jest sprzeczne dla $a \leq -2b$.	☐	☐

Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Analiza równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres rozszerzony.

Uczeń:

5) analizuje równania i nierówności liniowe z parametrami oraz równania i nierówności kwadratowe z parametrami, w szczególności wyznacza liczbę rozwiązań w zależności od parametrów, podaje warunki, przy których rozwiązania mają żądaną własność, i wyznacza rozwiązania w zależności od parametrów.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- znajduje wszystkie takie wartości rzeczywiste parametrów, aby dana liczba była rozwiązaniem równania
- bada liczbę rozwiązań równania w zależności od parametrów występujących w równaniu
- przeprowadza rozumowania związane z analizą równania liniowego z dwoma lub więcej parametrami, formułuje wnioski i uzasadnia ich poprawność

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem animacji i ćwiczeń interaktywnych
- dyskusja
- konkurs zadaniowy

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z przykładami zadań umieszczonymi w sekcji „Przeczytaj”.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie indywidualnie oglądają animację i rozwiązują polecenia umieszczone pod animacją.
2. Uczniowie w grupach 4 osobowych rozwiązują ćwiczenia uczestnicząc w konkursie zadaniowym.
3. Grupa, która pierwsza poprawnie rozwiąże zadania otrzymuje oceny bardzo dobre.
4. Uczniowie wspólnie omawiają odpowiedzi i ewentualne problemy związane z rozwiązaniami.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące analizy równań liniowych z dwoma lub więcej parametrami, które pojawiły się w ćwiczeniach interaktywnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Rozwiązanie zadań 7 i 8 w sekcji „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Równanie liniowe](#)
- [Zadania generatorowe](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacja może być wykorzystane przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania samouczka pokazującego sposoby analizy równania liniowego z trzema parametrami.