



Dziedzina funkcji - przykłady i zadania

Określanie dziedziny funkcji. Sprawdzanie, czy dana liczba należy do dziedziny funkcji. Opisywanie zależności funkcją. Zadania o zróżnicowanym stopniu trudności. Zestaw zawiera interaktywne zadania generatorowe.

Dziedzina funkcji - przykłady i zadania

W tym materiale, na przykładach, omówione są sposoby wyznaczania dziedzin różnych funkcji, są tu także ćwiczenia, w których możesz sprawdzić swoje umiejętności z tego zakresu. Aby zrozumieć poruszane zagadnienie, przypomnij sobie informacje zawarte w materiale [Co to jest dziedzina funkcji?](#).

Przykład 1

Wyznamy dziedzinę funkcji $\frac{x+1}{2x+6}$.

Zauważmy, że we wzorze funkcji występuje ułamek, a wyrażenie w mianowniku nie może przyjmować wartości 0. Sprawdźmy, czy istnieją takie liczby, dla których jej mianownik wynosi 0.

$$2x + 6 = 0 \quad | -6$$

$$2x = -6 \quad | :2$$

$$x = -3$$

Dla liczby -3 wzór funkcji nie ma sensu liczbowego, co oznacza że liczba ta nie należy do dziedziny funkcji. Dziedziną tej funkcji jest zatem zbiór $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

Ćwiczenie 1

a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Liczba 7 nie należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{6}{2x-14}$

☐ $f(x) = \frac{12}{3x-7}$

☐ $f(x) = \frac{7x+1}{7x-7}$

☐ $f(x) = \frac{9}{x+7}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Liczba 3 nie należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{8}{3x-3}$

☐ $f(x) = \frac{5}{x+3}$

☐ $f(x) = \frac{3x+1}{3x-3}$

☐ $f(x) = \frac{2}{2x-6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Liczba 9 nie należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{14}{3x-9}$

☐ $f(x) = \frac{11}{x+9}$

☐ $f(x) = \frac{8}{2x-18}$

☐ $f(x) = \frac{9x+1}{9x-9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Liczba 4 nie należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{9}{3x-4}$

☐ $f(x) = \frac{6}{x+4}$

☐ $f(x) = \frac{3}{2x-8}$

☐ $f(x) = \frac{4x+1}{4x-4}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Liczba 6 nie należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{5}{2x-12}$

☐ $f(x) = \frac{8}{x+6}$

☐ $f(x) = \frac{6x+1}{6x-6}$

☐ $f(x) = \frac{11}{3x-6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{8-2x}$.

Zauważmy, że wzór funkcji zawiera pierwiastek kwadratowy. Wiemy, że wyrażenie pod takim pierwiastkiem nie może być mniejsze niż 0, ponieważ nie istnieją pierwiastki kwadratowe liczb ujemnych. Oznacza to, że wyrażenie pod pierwiastkiem musi spełniać następujący warunek:

$$8 - 2x \geq 0.$$

Wtedy

$$8 - 2x \geq 0 \quad | + 2x,$$

$$8 \geq 2x \mid : 2,$$

więc

$$x \leq 4.$$

Dziedziną tej funkcji jest przedział $(-\infty, 4\rangle$.

Ćwiczenie 2

- a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{15 - 3x}$ jest przedział

☐ $(-\infty, -5\rangle$

☐ $\langle -5, +\infty)$

☐ $(-\infty, 5\rangle$

☐ $\langle 5, +\infty)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{27 - 3x}$ jest przedział

☐ $(-\infty, -9\rangle$

☐ $\langle 9, +\infty)$

☐ $\langle -9, +\infty)$

☐ $(-\infty, 9\rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{18 - 3x}$ jest przedział

☐ $\langle 6, +\infty)$

☐ $\langle -6, +\infty)$

☐ $(-\infty, -6\rangle$

☐ $(-\infty, 6)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{12 - 3x}$ jest przedział

☐ $\langle 4, +\infty)$

☐ $\langle -4, +\infty)$

☐ $(-\infty, -4)$

☐ $(-\infty, 4)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{15 - 3x}$ jest przedział

☐ $\langle -5, +\infty)$

☐ $(-\infty, 5)$

☐ $(-\infty, -5)$

☐ $\langle 5, +\infty)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 3

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{2x^2+3x}{(x+2)(x-3)(x+5)}$.

Zauważmy, że we wzorze funkcji występuje dzielenie. Wartości funkcji możemy obliczyć wtedy, gdy wyrażenie z mianownika nie będzie przyjmowało wartości

0. Sprawdźmy, dla jakich liczb rzeczywistych wyrażenie przyjmuje wartość 0.

$$(x + 2)(x - 3)(x + 5) = 0$$

Iloczyn trzech liczb równa się 0 wtedy i tylko wtedy, kiedy przynajmniej jedna z nich równa się 0. Musimy zatem wykluczyć liczby, dla których co najmniej jeden z nawiasów przyjmuje wartość 0.

$$x + 2 = 0, \text{ dla } x = -2$$

$$x - 3 = 0, \text{ dla } x = 3$$

$$x + 5 = 0, \text{ dla } x = -5$$

Oznacza to, że te trzy liczby nie należą do dziedziny funkcji f . Dziedziną funkcji f jest zatem zbiór $\mathbb{R} \setminus \{-5, -2, 3\}$.

Ćwiczenie 3

- a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{4x^2+5}{(x-4)(x+9)(x+5)}$ należy liczba

☐ 4

☐ -5

☐ -4

☐ -9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{6x^2+5}{(x-6)(x+11)(x+5)}$ należy liczba

☐ 6

☐ -4

☐ -11

☐ -5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{6x^2+7}{(x-6)(x+13)(x+7)}$ należy liczba

☐ -6

☐ 6

☐ -7

☐ -13

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{3x^2+3}{(x-3)(x+6)(x+3)}$ należy liczba

☐ 3

☐ -2

☐ -3

☐ -6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{4x^2+6}{(x-4)(x+10)(x+6)}$ należy liczba

☐ -10

☐ -5

☐ -6

☐ 4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 4

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{2x+6}{3x^2+1}$.

Zauważmy, że wzór funkcji jest ilorazem. Sprawdźmy, czy istnieją takie liczby dla których wyrażenie z mianownika przyjmuje wartość 0.

$$3x^2 + 1 = 0 \mid -1$$

$$3x^2 = -1 \mid : 3$$

$$x^2 = -\frac{1}{3}$$

Otrzymujemy sprzeczność, ponieważ wiemy, że każda liczba podniesiona do kwadratu jest nieujemna. Oznacza to, że dla każdej liczby rzeczywistej wartość wyrażenia z mianownika jest różna od 0, więc dla każdej liczby rzeczywistej wzór funkcji ma sens liczbowy. Zatem dziedziną tej funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych.

Ćwiczenie 4

a. Zaznacz funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{x^2+24}{x^2+6}$

☐ $f(x) = \frac{x-6}{x-6}$

☐ $f(x) = \frac{2x+7}{6x+1}$

☐ $f(x) = \frac{8}{6-7x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

b. Zaznacz funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{2x+70}{69x+1}$

☐ $f(x) = \frac{71}{69-70x}$

☐ $f(x) = \frac{4x^2+276}{x^2+69}$

☐ $f(x) = \frac{x-69}{x-69}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

c. Zaznacz funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{2x+57}{56x+1}$

☐ $f(x) = \frac{4x^2+224}{x^2+56}$

☐ $f(x) = \frac{x-56}{x-56}$

☐ $f(x) = \frac{58}{56-57x}$

d. Zaznacz funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{50}{48-49x}$

☐ $f(x) = \frac{4x^2+192}{x^2+48}$

☐ $f(x) = \frac{2x+49}{48x+1}$

☐ $f(x) = \frac{x-48}{x-48}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Zaznacz funkcję, której dziedziną jest zbiór liczb rzeczywistych.

☐ $f(x) = \frac{2x+45}{44x+1}$

☐ $f(x) = \frac{46}{44-45x}$

☐ $f(x) = \frac{4x^2+176}{x^2+44}$

☐ $f(x) = \frac{x-44}{x-44}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 5

Wyznamy jaką długość może mieć wybrany bok prostokąta, którego obwód wynosi 50.

Zauważmy, że każdy prostokąt ma dwie pary boków o takich samych długościach, oznacza to, że suma długości prostopadłych boków prostokąta musi być równa połowie jego obwodu, w naszym przypadku 25.

Wiemy, że bok prostokąta musi mieć długość większą niż 0 i jednocześnie musi być krótszy niż połowa obwodu tego prostokąta.

Oznacza to, że długość wybranego boku tego prostokąta znajduje się w przedziale $(0, 25)$.

Ćwiczenie 5

- a. Rozważmy wszystkie prostokąty, których obwód jest równy 48. Zaznacz prawidłowe zakończenia zdania. Wybrany bok takiego prostokąta może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału

☐ $(\frac{1}{2}, \frac{147}{4})$

☐ $(1, 27)$

☐ $\langle 0, 12 \rangle$

☐ $(0, 24)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Rozważmy wszystkie prostokąty, których obwód jest równy 28. Zaznacz prawidłowe zakończenia zdania. Wybrany bok takiego prostokąta może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału

☐ $(0, 14)$

☐ $\langle 0, 7 \rangle$

☐ $(1, 17)$

☐ $(\frac{1}{2}, \frac{87}{4})$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Rozważmy wszystkie prostokąty, których obwód jest równy 60. Zaznacz prawidłowe zakończenia zdania. Wybrany bok takiego prostokąta może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału

☐ $(1, 33)$

☐ $(0, 30)$

☐ $\langle 0, 15 \rangle$

☐ $\left(\frac{1}{2}, \frac{183}{4} \right)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Rozważmy wszystkie prostokąty, których obwód jest równy 64. Zaznacz prawidłowe zakończenia zdania. Wybrany bok takiego prostokąta może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału

☐ $(1, 35)$

☐ $(0, 32)$

☐ $\langle 0, 16 \rangle$

☐ $\left(\frac{1}{2}, \frac{195}{4} \right)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Rozważmy wszystkie prostokąty, których obwód jest równy 56. Zaznacz prawidłowe zakończenia zdania. Wybrany bok takiego prostokąta może być dowolną liczbą rzeczywistą z przedziału

☐ $(0, 28)$

☐ $(1, 31)$

☐ $\left(\frac{1}{2}, \frac{171}{4} \right)$

☐ $\langle 0, 14 \rangle$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6

- a. Zaznacz funkcję, do dziedziny której należy każda liczba ze zbioru $\{-15, -6, 0, 6\}$.

☐ $f(x) = \frac{21x-1}{2x+30}$

☐ $f(x) = \frac{2x-15}{3x+18}$

☐ $f(x) = \frac{x-2}{48-8x}$

☐ $f(x) = \frac{-15x-6}{4-4x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz funkcję, do dziedziny której należy każda liczba ze zbioru $\{-16, -3, 0, 3\}$.

☐ $f(x) = \frac{x-2}{24-8x}$

☐ $f(x) = \frac{19x-1}{2x+32}$

☐ $f(x) = \frac{2x-16}{3x+9}$

☐ $f(x) = \frac{-16x-3}{7-7x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz funkcję, do dziedziny której należy każda liczba ze zbioru $\{-13, -9, 0, 9\}$.

☐ $f(x) = \frac{x-2}{72-8x}$

☐ $f(x) = \frac{2x-13}{3x+27}$

☐ $f(x) = \frac{-13x-9}{5-5x}$

☐ $f(x) = \frac{22x-1}{2x+26}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Zaznacz funkcję, do dziedziny której należy każda liczba ze zbioru $\{-17, -5, 0, 5\}$.

☐ $f(x) = \frac{22x-1}{2x+34}$

☐ $f(x) = \frac{2x-17}{3x+15}$

☐ $f(x) = \frac{x-2}{40-8x}$

☐ $f(x) = \frac{-17x-5}{2-2x}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Zaznacz funkcję, do dziedziny której należy każda liczba ze zbioru $\{-14, -5, 0, 5\}$.

☐ $f(x) = \frac{-14x-5}{5-5x}$

☐ $f(x) = \frac{19x-1}{2x+28}$

☐ $f(x) = \frac{x-2}{40-8x}$

☐ $f(x) = \frac{2x-14}{3x+15}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 6

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \sqrt{7-x} + \sqrt{x-5}$.

Zauważmy, że wzór funkcji jest sumą dwóch pierwiastków kwadratowych. Wiemy, że wyrażenie pod pierwiastkiem kwadratowym nie może być mniejsze niż 0, ponieważ nie istnieją pierwiastki kwadratowe liczb ujemnych. Oznacza to, że wyrażenia pod pierwiastkami muszą spełniać następujące warunki:

$$7 - x \geq 0 \text{ oraz } x - 5 \geq 0.$$

Zatem, aby można było obliczyć wartości tej funkcji muszą być spełnione jednocześnie warunki:

$$x \leq 7 \text{ oraz } x \geq 5.$$

Oznacza to, że dziedziną tej funkcji jest zbiór $\langle 5, 7 \rangle$.

Ćwiczenie 7

- a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{9-x} + \sqrt{x-6} \text{ należy liczba}$$

☐ 10

☐ 5

☐ 11

☐ 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{7-x} + \sqrt{x-4} \text{ należy liczba}$$

☐ 3

☐ 9

☐ 8

☐ 5

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{6-x} + \sqrt{x-3} \text{ należy liczba}$$

☐ 4

☐ 2

☐ 7

☐ -

☐ 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{12 - x} + \sqrt{x - 9} \text{ należy liczba}$$

☐ 13

☐ 8

☐ 14

☐ 10

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{10 - x} + \sqrt{x - 7} \text{ należy liczba}$$

☐ 11

☐ 6

☐ 12

☐ 8

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 7

Wyznamy dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{1}{4x+2} + \frac{7}{x-5}$.

Zauważmy, że wzór funkcji jest sumą dwóch ułamków, a wartości wyrażeń w mianownikach nie mogą być równe 0. Sprawdźmy, czy istnieją takie liczby, dla których mianowniki ułamków wynoszą 0. Sprawdźmy, dla jakich liczb zachodzą równości

$$4x + 2 = 0 \text{ oraz } x - 5 = 0.$$

Rozwiązaniem powyższych równości są liczby

$$x = -\frac{1}{2} \text{ oraz } x = 5.$$

Oznacza to, że dziedziną tej funkcji jest zbiór $\mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}, 5\}$.

Ćwiczenie 8

- a. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \frac{1}{14x-14} + \frac{2}{x+14} \text{ nie należy liczba}$$

☐ -13

☐ 1

☐ -14

☐ -12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \frac{1}{7x-7} + \frac{2}{x+7} \text{ nie należy liczba}$$

☐ -5

☐ -6

☐ -7

☐ 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \frac{1}{16x-16} + \frac{2}{x+16} \text{ nie należy liczba}$$

☐ -16

☐ 1

☐ -14

☐

☐ -15

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$f(x) = \frac{1}{20x-20} + \frac{2}{x+20}$ nie należy liczba

☐ -18

☐ -20

☐ 1

☐ -19

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$f(x) = \frac{1}{25x-25} + \frac{2}{x+25}$ nie należy liczba

☐ -24

☐ -25

☐ -23

☐ 1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9

- a. Do dziedziny której z poniższych funkcji, należy każda liczba rzeczywista większa od 9?
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $f(x) = \sqrt{9-x}$

☐ $f(x) = \frac{3x-9}{\sqrt{x-8}}$

☐ $f(x) = \frac{2x+9}{x-10}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+9x}{x^2-64}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Do dziedziny której z poniższych funkcji, należy każda liczba rzeczywista większa od 3?
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $f(x) = \sqrt{3-x}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+3x}{x^2-4}$

☐ $f(x) = \frac{3x-3}{\sqrt{x-2}}$

☐ $f(x) = \frac{2x+3}{x-4}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Do dziedziny której z poniższych funkcji, należy każda liczba rzeczywista większa od 7?
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $f(x) = \sqrt{7-x}$

☐ $f(x) = \frac{3x-7}{\sqrt{x-6}}$

☐ $f(x) = \frac{2x+7}{x-8}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+7x}{x^2-36}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Do dziedziny której z poniższych funkcji, należy każda liczba rzeczywista większa od 6?
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $f(x) = \sqrt{6-x}$

☐ $f(x) = \frac{3x-6}{\sqrt{x-5}}$

☐ $f(x) = \frac{2x+6}{x-7}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+6x}{x^2-25}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Do dziedziny której z poniższych funkcji, należy każda liczba rzeczywista większa od 4?
Zaznacz wszystkie poprawne odpowiedzi.

☐ $f(x) = \sqrt{4-x}$

☐ $f(x) = \frac{3x-4}{\sqrt{x-3}}$

☐ $f(x) = \frac{2x+4}{x-5}$

☐ $f(x) = \frac{x^2+4x}{x^2-9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10

- a. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Każda ujemna liczba całkowita należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{4}{x-11}$

☐ $f(x) = \sqrt{13-x}$

☐ $f(x) = \frac{x-12}{x+11}$

☐ $f(x) = \sqrt{x-12}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Każda ujemna liczba całkowita należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{x+8}{x-5}$

☐ $f(x) = \sqrt{7-x}$

☐ $f(x) = \frac{x-6}{x+5}$

☐ $f(x) = \sqrt{x-6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Każda ujemna liczba całkowita należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \sqrt{x-16}$

☐ $f(x) = \frac{x-16}{x+15}$

☐ $f(x) = \sqrt{17-x}$

☐ $f(x) = \frac{x+18}{x-15}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Każda ujemna liczba całkowita należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \sqrt{x-8}$

☐ $f(x) = \frac{x-8}{x+7}$

☐ $f(x) = \sqrt{9-x}$

☐ $f(x) = \frac{x+10}{x-7}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Każda ujemna liczba całkowita należy do dziedziny funkcji

☐ $f(x) = \frac{x+6}{x-3}$

☐ $f(x) = \sqrt{x-4}$

☐ $f(x) = \sqrt{5-x}$

☐ $f(x) = \frac{x-4}{x+3}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11

- a. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zbiór $\mathbb{R}$ wszystkich liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji

☐ $f(x) = \frac{14x+14}{7x-7}$

☐ $f(x) = \frac{7x+1}{28x^2-7}$

☐ $f(x) = \sqrt{x^2 + 7}$

☐ $f(x) = \frac{x-7}{9}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zbiór $\mathbb{R}$ wszystkich liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji

☐ $f(x) = \frac{5x+1}{20x^2-5}$

☐ $f(x) = \frac{x-5}{7}$

☐ $f(x) = \sqrt{x^2 + 5}$

☐ $f(x) = \frac{10x+10}{5x-5}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zbiór $\mathbb{R}$ wszystkich liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji

☐ $f(x) = \frac{8x+1}{32x^2-8}$

☐ $f(x) = \sqrt{x^2 + 8}$

☐ $f(x) = \frac{16x+16}{8x-8}$

☐ $f(x) = \frac{x-8}{10}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zbiór $\mathbb{R}$ wszystkich liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji

☐ $f(x) = \sqrt{x^2 + 11}$

☐ $f(x) = \frac{x-11}{13}$

☐ $f(x) = \frac{22x+22}{11x-11}$

☐ $f(x) = \frac{11x+1}{44x^2-11}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zbiór $\mathbb{R}$ wszystkich liczb rzeczywistych jest dziedziną funkcji

☐ $f(x) = \sqrt{x^2 + 6}$

☐ $f(x) = \frac{x-6}{8}$

☐ $f(x) = \frac{12x+12}{6x-6}$

☐ $f(x) = \frac{6x+1}{24x^2-6}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12

- a. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{3x - 33} + \sqrt{12 - x}$ należy liczba

☐ 13

☐ 11

☐ 14

☐ 12

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{3x - 18} + \sqrt{7 - x}$ należy liczba

☐ 6

☐ 9

☐ 8

☐ 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji $f(x) = \sqrt{3x - 15} + \sqrt{6 - x}$ należy liczba

☐ 5

☐ 8

☐ 7

—

☐ 6

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

d. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{3x - 12} + \sqrt{5 - x} \text{ należy liczba}$$

☐ 6☐ 5☐ 4☐ 7

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

e. Zaznacz wszystkie prawidłowe zakończenia zdania. Do dziedziny funkcji

$$f(x) = \sqrt{3x - 39} + \sqrt{14 - x} \text{ należy liczba}$$

☐ 13☐ 16☐ 15☐ 14

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 8

Wyznamy wzór funkcji opisujący wysokość h trójkąta równoramiennego o podstawie długości 6 i ramieniu długości x , uzależniony od zmiennej x .

Do wyznaczenia wzoru poszukiwanej funkcji wykorzystamy twierdzenie Pitagorasa. Zauważmy, że

$$h^2 + 3^2 = x^2 \quad | - 3^2$$

$$h^2 = x^2 - 3^2$$

$$h = \sqrt{x^2 - 9}$$

Oznacza to, że poszukiwany wzór to

$$h(x) = \sqrt{x^2 - 9}.$$

Ćwiczenie 13

- a. Rozpatrzmy wszystkie trójkąty równoramienne, których podstawa ma długość 9. Przyjmijmy, że ramię takiego trójkąta ma długość x . Jeżeli wysokość h takiego trójkąta uzależnimy od x , to

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(0, +\infty)$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(\frac{9}{2}, +\infty)$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 + \frac{81}{4}}$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 - \frac{81}{4}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Rozpatrzmy wszystkie trójkąty równoramienne, których podstawa ma długość 11. Przyjmijmy, że ramię takiego trójkąta ma długość x . Jeżeli wysokość h takiego trójkąta uzależnimy od x , to

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(0, +\infty)$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(\frac{11}{2}, +\infty)$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 + \frac{121}{4}}$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 - \frac{121}{4}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Rozpatrzmy wszystkie trójkąty równoramienne, których podstawa ma długość 8. Przyjmijmy, że ramię takiego trójkąta ma długość x . Jeżeli wysokość h takiego trójkąta uzależnimy od x , to

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 + 16}$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(4, +\infty)$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 - 16}$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(0, +\infty)$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Rozpatrzmy wszystkie trójkąty równoramienne, których podstawa ma długość 3. Przyjmijmy, że ramię takiego trójkąta ma długość x . Jeżeli wysokość h takiego trójkąta uzależnimy od x , to

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(\frac{3}{2}, +\infty)$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(0, +\infty)$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 - \frac{9}{4}}$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Rozpatrzmy wszystkie trójkąty równoramienne, których podstawa ma długość 7. Przyjmijmy, że ramię takiego trójkąta ma długość x . Jeżeli wysokość h takiego trójkąta uzależnimy od x , to

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(\frac{7}{2}, +\infty)$

☐ dziedziną otrzymanej funkcji h jest przedział $(0, +\infty)$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 - \frac{49}{4}}$

☐ h jest funkcją x postaci $h(x) = \sqrt{x^2 + \frac{49}{4}}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14

- a. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Najmniejsza liczba całkowita, która należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+8} + \frac{8x-1}{\sqrt{x+10}}$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Najmniejsza liczba całkowita, która należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+10} + \frac{10x-1}{\sqrt{x+12}}$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Najmniejsza liczba całkowita, która należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+9} + \frac{9x-1}{\sqrt{x+11}}$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Najmniejsza liczba całkowita, która należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+5} + \frac{5x-1}{\sqrt{x+7}}$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Uzupełnij poniższe zdanie, wpisując w lukę odpowiednią liczbę.

Najmniejsza liczba całkowita, która należy do dziedziny funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+4} + \frac{4x-1}{\sqrt{x+6}}$ to .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 9

Wyznamy wzór funkcji opisujący obwód l prostokąta o polu równym 25 i długości jednego z boków równej x , uzależniony od zmiennej x .

Skoro jeden bok tego prostokąta ma długość x , a pole prostokąta wynosi 25, to drugi bok tego prostokąta musi mieć długość $\frac{25}{x}$.

Do wyznaczenia wzoru szukanej funkcji wykorzystamy wzór na obwód prostokąta.

$$l = 2x + 2 \cdot \frac{25}{x}$$

Oznacza to, że poszukiwany wzór to

$$l(x) = 2x + 50 \cdot \frac{1}{x}.$$

Ćwiczenie 15

- a. Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o polu równym 100. Oznaczmy wierzchołki takiego prostokąta przez A, B, C, D i przyjmijmy, że $|AB| = x$. Uzależnij od x obwód l prostokąta $ABCD$ i ustal dziedzinę funkcji l , a następnie uzupełnij poniższe zapisy, wpisując w luki odpowiednie liczby.

$$l(x) = 2x + \boxed{} \cdot \frac{1}{x}$$

$$D_l = (\boxed{}, \infty)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o polu równym 36. Oznaczmy wierzchołki takiego prostokąta przez A, B, C, D i przyjmijmy, że $|AB| = x$. Uzależnij od x obwód l prostokąta $ABCD$ i ustal dziedzinę funkcji l , a następnie uzupełnij poniższe zapisy, wpisując w luki odpowiednie liczby.

$$l(x) = 2x + \boxed{} \cdot \frac{1}{x}$$

$$D_l = (\boxed{}, \infty)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o polu równym 49. Oznaczmy wierzchołki takiego prostokąta przez A, B, C, D i przyjmijmy, że $|AB| = x$. Uzależnij od x obwód l prostokąta $ABCD$ i ustal dziedzinę funkcji l , a następnie uzupełnij poniższe zapisy, wpisując w luki odpowiednie liczby.

$$l(x) = 2x + \boxed{} \cdot \frac{1}{x}$$

$$D_l = (\boxed{}, \infty)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o polu równym 81. Oznaczmy wierzchołki takiego prostokąta przez A, B, C, D i przyjmijmy, że $|AB| = x$. Uzależnij od x obwód l prostokąta $ABCD$ i ustal dziedzinę funkcji l , a następnie uzupełnij poniższe zapisy, wpisując w luki odpowiednie liczby.

$$l(x) = 2x + \boxed{} \cdot \frac{1}{x}$$

$$D_l = (\boxed{}, \infty)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Rozpatrzmy wszystkie prostokąty o polu równym 64. Oznaczmy wierzchołki takiego prostokąta przez A, B, C, D i przyjmijmy, że $|AB| = x$. Uzależnij od x obwód l prostokąta $ABCD$ i ustal dziedzinę funkcji l , a następnie uzupełnij poniższe zapisy, wpisując w luki odpowiednie liczby.

$$l(x) = 2x + \boxed{} \cdot \frac{1}{x}$$

$$D_l = (\boxed{}, \infty)$$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16

- a. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{36-3x}}{x-10} + \frac{\sqrt{x+13}}{x+11}$, a następnie uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: $D_f = \langle -13, -11 \rangle \cup (-11, 10) \cup (\text{ }, \text{ })$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- b. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{12-3x}}{x-2} + \frac{\sqrt{x+5}}{x+3}$, a następnie uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: $D_f = \langle -5, -3 \rangle \cup (-3, 2) \cup (\text{ }, \text{ })$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- c. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{39-3x}}{x-11} + \frac{\sqrt{x+14}}{x+12}$, a następnie uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: $D_f = \langle -14, -12 \rangle \cup (-12, 11) \cup (\text{ }, \text{ })$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- d. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{27-3x}}{x-7} + \frac{\sqrt{x+10}}{x+8}$, a następnie uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: $D_f = \langle -10, -8 \rangle \cup (-8, 7) \cup (\text{ }, \text{ })$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- e. Wyznacz dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{\sqrt{24-3x}}{x-6} + \frac{\sqrt{x+9}}{x+7}$, a następnie uzupełnij odpowiedź, wpisując w luki odpowiednie liczby.

Odpowiedź: $D_f = \langle -9, -7 \rangle \cup (-7, 6) \cup (\text{ }, \text{ })$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.