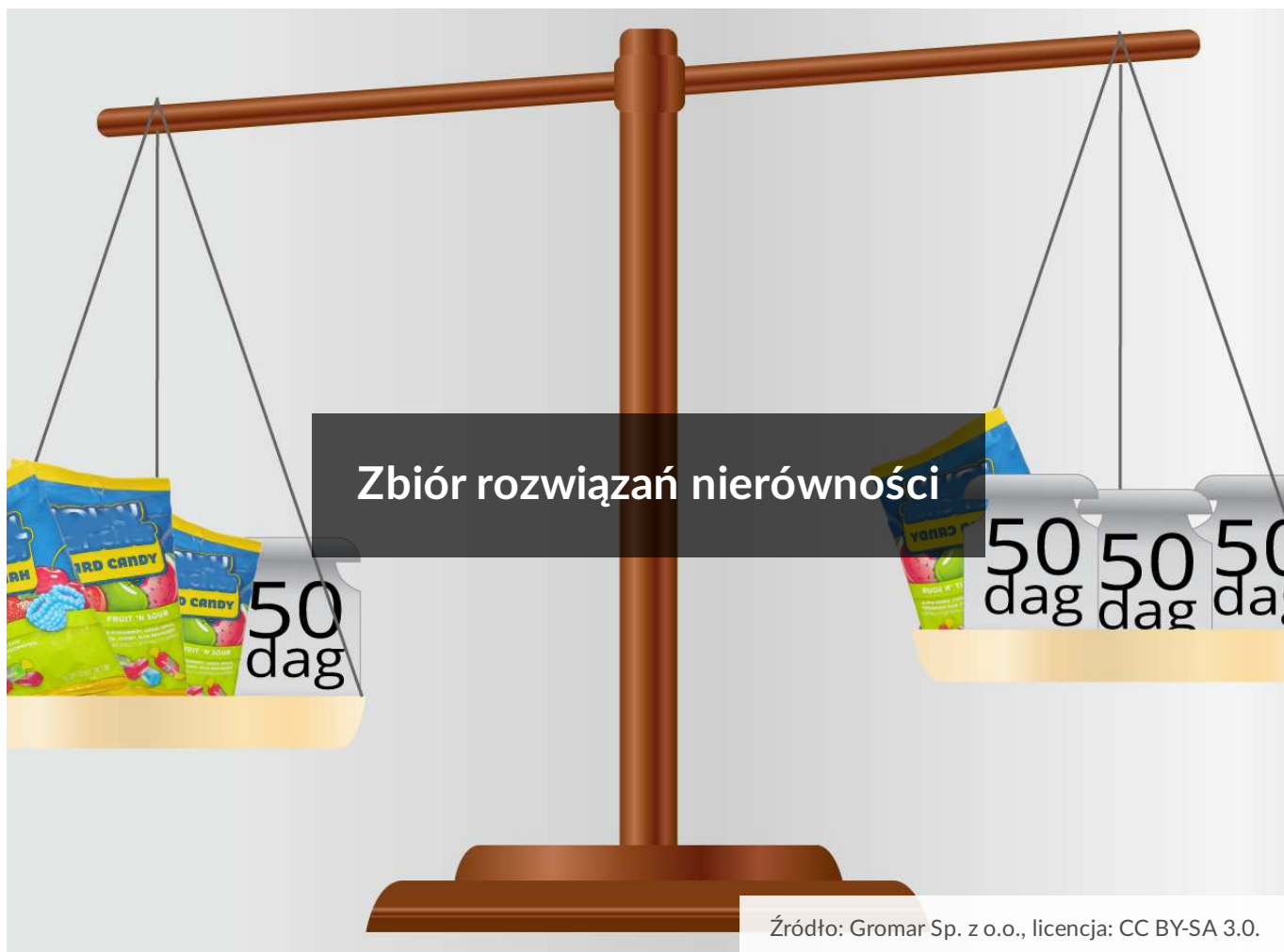




Zbiór rozwiązań nierówności

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Patrząc na wagę, która nie pozostaje w równowadze, możesz spróbować zgadnąć, ile maksymalnie może ważyć jedna cytryna. Co trzeba zrobić, aby przekonać się czy to prawda?



Źródło: Gromar Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

W przypadku nierówności, podobnie jak w wyrażeniach algebraicznych czy równaniach, można podstawiać liczby w miejsce niewiadomych. Otrzymywane wówczas nierówności mogą być prawdziwe lub fałszywe. Jest to czasochłonne i czasami wymaga wielu prób, ale czasem udaje się znaleźć zbiór liczb spełniających dany warunek. Najczęściej jednak okazuje się, że tych liczb jest nieskończenie wiele.

Twoje cele

- Obliczysz wartość liczbową lewej strony oraz prawej strony nierówności.
- Poznasz pojęcia: rozwiązanie nierówności i zbiór rozwiązań nierówności.
- Sprawdzisz, czy dana liczba spełnia nierówność.
- Określisz zbiór rozwiązań nierówności.

Przeczytaj

Przykład 1

Podstawimy do lewej i prawej strony nierówności $x - 8 \geq 2 - x$ w miejsce niewiadomej x liczbę (-2) , a następnie odpowiemy na pytanie, czy otrzymaliśmy nierówność prawdziwą, czy fałszywą.

$$x - 8 \geq 2 - x, x = (-2)$$

Po podstawieniu liczby (-2) w miejsce niewiadomej x do lewej strony nierówności otrzymujemy wyrażenie.

$$L = -2 - 8 = (-10)$$

Po podstawieniu liczby (-2) w miejsce niewiadomej x do prawej strony nierówności otrzymujemy wyrażenie.

$$P = 2 - (-2) = 4$$

Lewa strona nierówności przyjmuje dla x równego (-2) mniejszą wartość niż prawa strona. Wynika stąd, że $L < P$. Zatem po podstawieniu liczby (-2) do obu stron nierówności otrzymaliśmy nierówność fałszywą.

Liczba (-2) nie spełnia tej nierówności.

Przykład 2

Podstawmy do lewej i prawej strony nierówności $3x - 2 < 5 - x$ w miejsce niewiadomej x liczbę 1 , a następnie odpowiemy na pytanie, czy otrzymaliśmy nierówność prawdziwą, czy fałszywą.

$$3x - 2 < 5 - x, x = 1$$

Po podstawieniu liczby 1 w miejsce niewiadomej x do lewej strony nierówności otrzymujemy wyrażenie.

$$L = 3 \cdot 1 - 2 = 1$$

Po podstawieniu liczby 1 w miejsce niewiadomej x do prawej strony nierówności otrzymujemy wyrażenie.

$$P = 5 - 1 = 4$$

Lewa strona nierówności przyjmuje dla x równego 1 mniejszą wartość niż prawa strona. Wynika stąd, że $L < P$. Zatem po podstawieniu liczby 1 do obu stron nierówności otrzymaliśmy nierówność prawdziwą.

Liczba 1 spełnia tę nierówność.

Ważne!

Liczba spełnia daną nierówność, jeżeli po podstawieniu jej w miejsce niewiadomej i wykonaniu działań po obu stronach nierówności, otrzymamy nierówność arytmetyczną prawdziwą.

Definicja: Zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą

Zbiorem rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą nazywamy zbiór wszystkich liczb spełniających tę nierówność.

Przykład 3

Sprawdzimy, czy każda z liczb należących do zbioru $\{0, 1, 2\}$ spełnia poniższą nierówność.

$$3x + 2 < 2 \cdot \left(\frac{1}{2}x + 16\right)$$

Najpierw podstawimy do obu stron nierówności liczbę 0.

$$3 \cdot 0 + 2 < 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 0 + 16\right)$$

$$2 < 2 \cdot 16$$

$$2 < 32$$

Otrzymaliśmy nierówność prawdziwą, zatem liczba 0 jest **liczbą spełniającą nierówność**.

Podstawimy do obu stron nierówności kolejną liczbę 1.

$$3 \cdot 1 + 2 < 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1 + 16\right)$$

$$5 < 2 \cdot 16\frac{1}{2}$$

$$5 < 33$$

Również otrzymaliśmy nierówność prawdziwą, czyli liczba 1 spełnia tę nierówność.

Teraz podstawimy do obu stron nierówności liczbę 2.

$$3 \cdot 2 + 2 < 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2 + 16\right)$$

$$8 < 2 \cdot 17$$

$$8 < 34$$

Otrzymaliśmy nierówność prawdziwą, czyli liczba 2 spełnia tę nierówność.

Zatem każda liczba ze zbioru $\{0, 1, 2\}$ spełnia tę nierówność.

Można jeszcze zastanowić się, czy są to wszystkie liczby naturalne spełniające tę nierówność.

Spróbuj poszukać innych liczb naturalnych spełniających nierówność, podstawiając wybrane liczby do nierówności.

Słownik

liczba spełniająca nierówność

liczba, po podstawieniu której w miejsce niewiadomej otrzymamy nierówność arytmetyczną prawdziwą

zbiór rozwiązań nierówności z jedną niewiadomą

wszystkie liczby rzeczywiste spełniające daną nierówność

Animacja

Polecenie 1

Przeanalizuj przedstawioną w animacji metodę sprawdzania, czy liczba należy do zbioru rozwiązań nierówności.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D17e7U44R>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej zbioru rozwiązań nierówności.

Polecenie 2

Sprawdź, czy podane liczby należą do zbioru rozwiązań nierówności

$$\frac{x-1}{3} - 2x > -2(x+3) + 5:$$

1. (-5) ,

2. (-2) ,

3. 0 .

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Zbiór rozwiązań nierówności

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza wartości liczbowe lewej i prawej strony nierówności
- formułuje pojęcie rozwiązania nierówności i zbioru rozwiązań nierówności
- sprawdza, czy dana liczba spełnia nierówność
- określa zbiór rozwiązań nierówności

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem medium bazowego i ćwiczeń interaktywnych
- dyskusja
- burza mózgów

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w parach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Uczniowie przypominają sobie sposoby przekształcania równań w sposób równoważny.
2. Mają za zadanie przygotować przykład opisu za pomocą nierówności sytuacji z życia codziennego.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrany przez nauczyciela uczeń przypomina definicję nierówności i podaje przykłady opisu za pomocą nierówności sytuacji z życia codziennego.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie dyskutują jak sprawdzić, czy dana liczba spełnia nierówność. Poszukują odpowiedzi, analizując konkretne przykłady. Wspólnie ustalają, czym jest zbiór rozwiązań nierówności.
2. Uczniowie pracują w parach. Jeden uczeń podaje liczbę, która może być przykładowym rozwiązaniem nierówności, drugi sprawdza, czy po podstawieniu tej liczby otrzymamy nierówność prawdziwą. Następnie uczniowie zamieniają się rolami.
3. Uczniowie analizują animację i omawiają ją wraz z nauczycielem.
4. Uczniowie indywidualnie wykonują ćwiczenia interaktywne wskazane przez nauczyciela. Wspólnie omawiają odpowiedzi.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące zbioru rozwiązań nierówności i liczby rozwiązań nierówności. Prosi wybranych uczniów o podanie i sprawdzenie przykładów liczb, które spełniają daną nierówność.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej. Omawia ewentualne problemy, które powstały podczas rozwiązywania ćwiczeń interaktywnych.

Praca domowa:

Uczniowie dobierają się w pary i tworzą dla drugiej osoby zadania analogiczne do zadań 6 i 7 z części „Sprawdź się”.

Materiały pomocnicze:

- [Wykorzystanie przedziałów do opisu rozwiązań nierówności](#)
- [Interpretacja graficzna zbioru rozwiązań nierówności](#)

Wskazówki metodyczne:

Animacje można wykorzystać jako powtórzenie wiadomości dotyczących zbioru rozwiązań nierówności.