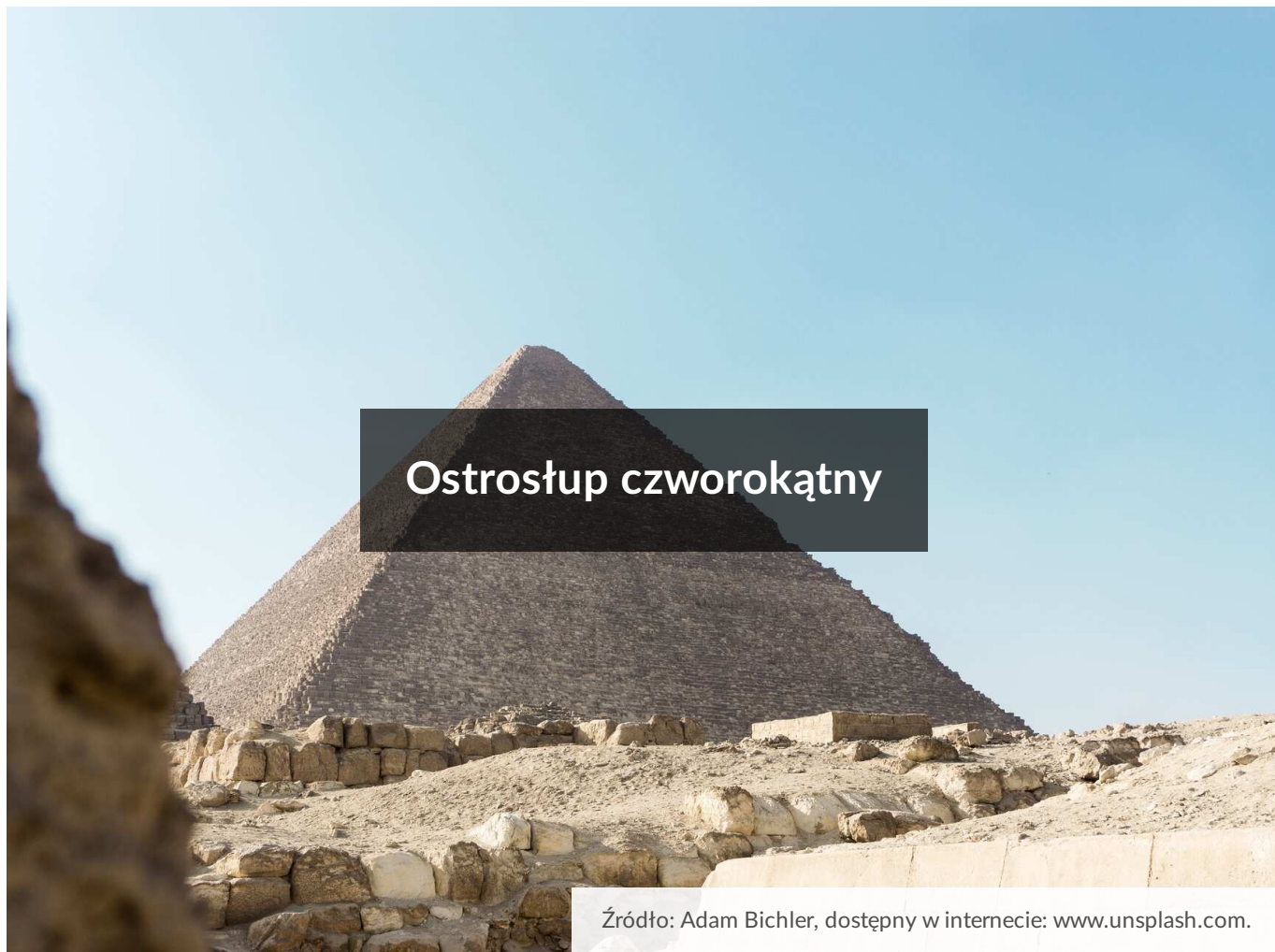




Ostrosłup czworokątny

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Galeria zdjęć interaktywnych](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Ostrosłup czworokątny

Źródło: Adam Bichler, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Ostrosłup czworokątny to bryła, którą najczęściej spotkamy w życiu codziennym. Gdziekolwiek spojrzymy, zobaczymy dachy w tym kształcie, altany, karmniki, wigwamy, itd.



Piramida w Rapie

Źródło: dostępny w internecie: commons.wikimedia.org, domena publiczna.

Zdjęcie przedstawia piramidę w Rapie na Mazurach. W Polsce jest dużo takich budowli. Dlatego warto wiedzieć, co to jest ostrosłup czworokątny, jakie są jego rodzaje i własności.

Tutaj właśnie się tym zajmiemy.

Twoje cele

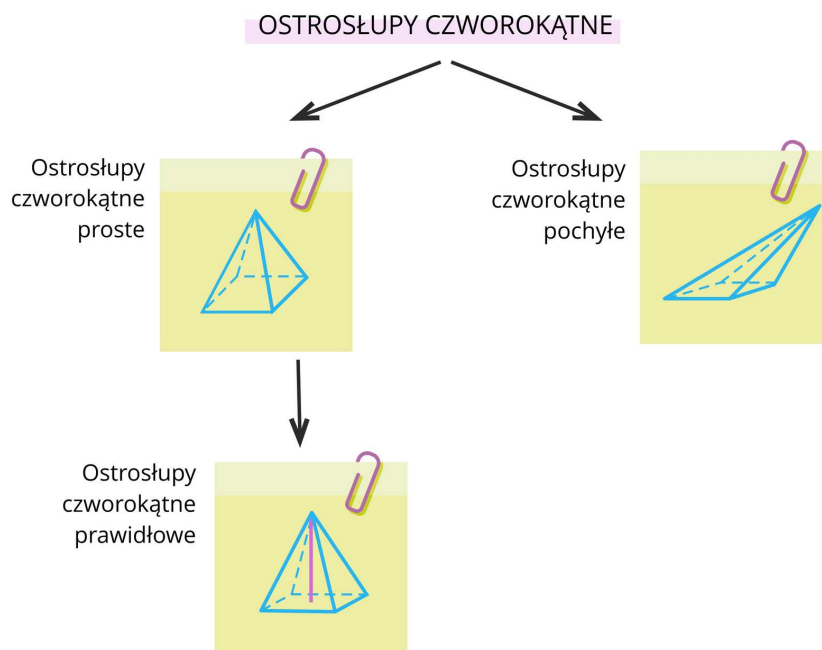
- Zdefiniujesz ostrosłup czworokątny.
- Zdefiniujesz ostrosłup czworokątny prosty, ostrosłup czworokątny pochyły i ostrosłup prawidłowy czworokątny.
- Obliczysz długość krawędzi, pole ścian bocznych i pole podstawy ostrosłupa.
- Wykorzystasz twierdzenie cosinusów i twierdzenie Pitagorasa do obliczania długości odcinków w ostrosłupie.
- Wykorzystasz wzór na długość promienia okręgu opisanego na trójkącie.
- Zastosujesz funkcje trygonometryczne do obliczania długości odcinków w ostrosłupie czworokątnym.

Przeczytaj

Ostrosłup to wielościan, którego jedna ściana (zwana podstawą) jest dowolnym wielokątem, a wszystkie pozostałe ściany (zwane ścianami bocznymi) są trójkątami o wspólnym wierzchołku.

Ostrosłup czworokątny to ostrosłup, w którym podstawa jest czworokątem.

Pokażemy klasyfikację ostrosłupów czworokątnych:



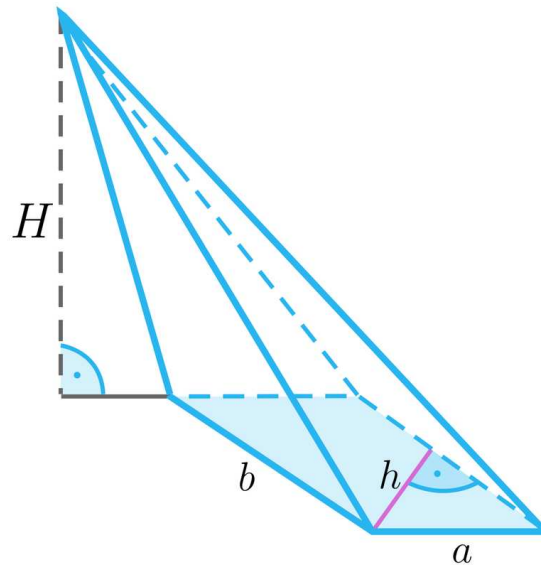
Ostrosłup czworokątny prosty – ostrosłup, którego podstawą jest czworokąt, a wszystkie krawędzie boczne są tej samej długości. Na podstawie **ostrosłupa prostego** da się opisać okrąg, a spodek wysokości jest jednocześnie środkiem tego okręgu. W ostrosłupie prostym krawędzie boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąty o równych miarach.

Ostrosłup czworokątny pochyły – ostrosłup, którego podstawą jest czworokąt a prosta prostopadła do płaszczyzny podstawy, przechodząca przez wierzchołek ostrosłupa, nie przecina podstawy w środku jej ciężkości. Krawędzie boczne nie są tej samej długości.

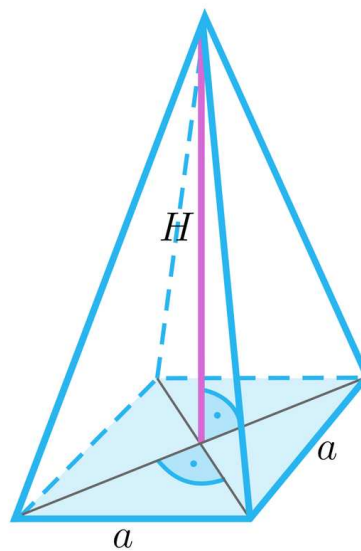
Ostrosłup prawidłowy czworokątny – ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat, a wszystkie krawędzie boczne są tej samej długości. Spodek jego wysokości pokrywa się z punktem przecięcia przekątnych kwadratu.

Oto przykłady niektórych ostrosłupów czworokątnych:

- **Ostrosłup pochyły** o podstawie równoległoboku.

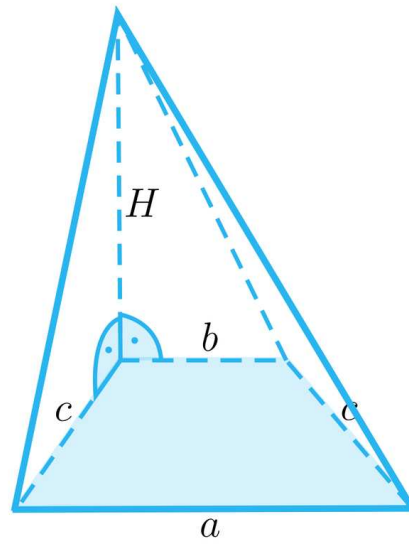


- Ostrosłup o podstawie rombu.

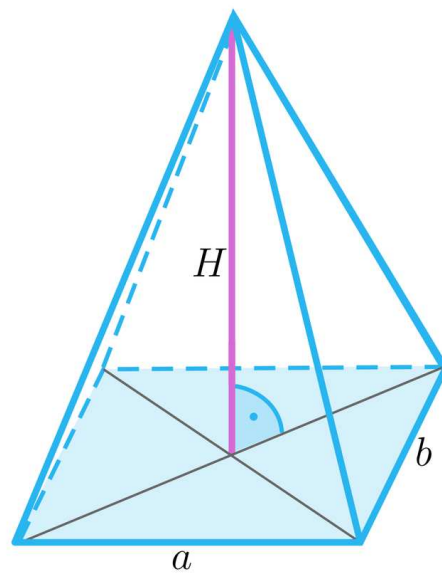


Zauważmy, że ostrosłup ten nie jest prosty, gdyż na rombie, który nie jest kwadratem, nie da się opisać okręgu.

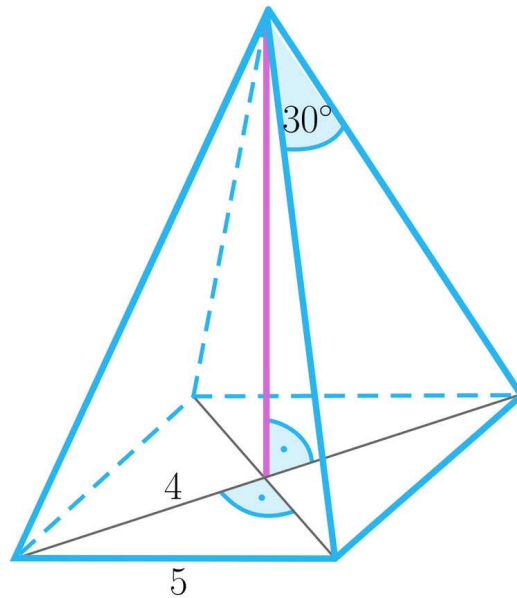
- Ostrosłup pochyły o podstawie trapezu równoramiennego.



- Ostrosłup prosty o podstawie prostokąta.



Przykład 1



Na rysunku przedstawiono ostrosłup o podstawie rombu. Obliczymy sumę długości krawędzi tego ostrosłupa.

Rozwiązanie

Skoro w podstawie mamy romb, to wszystkie krawędzie podstawy są tej samej długości. Obliczymy długości krawędzi bocznych; oznaczmy je jako k . Są one równe, bo wierzchołek ostrosłupa leży nad punktem przecięcia przekątnych rombu. Wiemy, że **kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa** ma miarę 30° . Wykorzystamy twierdzenie cosinusów:

$$5^2 = k^2 + k^2 - 2k^2 \cos 30^\circ$$

$$25 = 2k^2 - 2k^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$25 = 2k^2 - k^2 \sqrt{3}$$

$$25 = k^2 (2 - \sqrt{3})$$

$$\frac{25}{2 - \sqrt{3}} = k^2$$

$$k = \sqrt{\frac{25}{2 - \sqrt{3}}} = \sqrt{25(2 + \sqrt{3})} = 5\sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

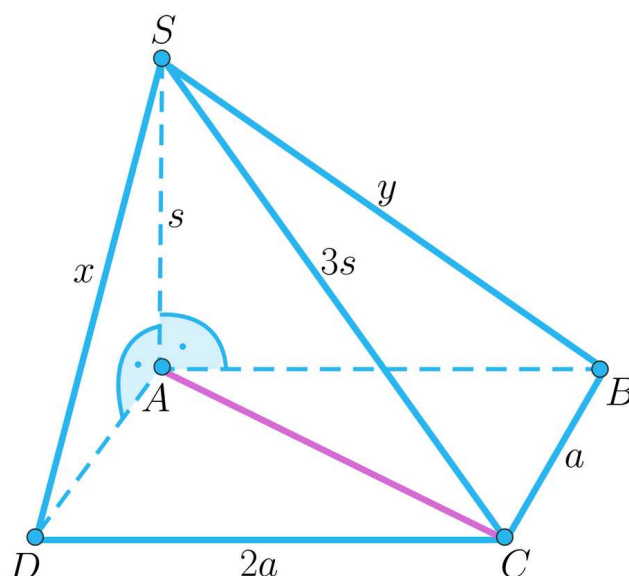
Zatem suma długości krawędzi ostrosłupa wynosi $20 + 20\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

Przykład 2

Podstawą ostrosłupa pochylego jest prostokąt $ABCD$. Krawędź AS jest wysokością tego ostrosłupa o długości s . Najdłuższa krawędź boczna ma długość $3s$, a stosunek długości boków podstawy wynosi $1 : 2$. Obliczymy sumę długości jego krawędzi.

Rozwiązanie

Wykonamy rysunek pomocniczy. Wprowadzimy dodatkowe oznaczenia na rysunku, które pomogą nam w późniejszych obliczeniach:



Przekątna podstawy ma długość:

$$|AC|^2 = a^2 + (2a)^2$$

$$|AC| = a\sqrt{5}$$

Trójkąt SAC jest prostokątny. Korzystając z twierdzenia Pitagorasa obliczymy a :

$$s^2 + (a\sqrt{5})^2 = (3s)^2$$

$$5a^2 = 9s^2 - s^2$$

$$5a^2 = 8s^2$$

$$a = s\sqrt{\frac{8}{5}} = s\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{2s\sqrt{10}}{5}.$$

Zatem:

$$2a = \frac{4s\sqrt{10}}{5}.$$

Trójkąt SAB jest prostokątny. Obliczymy krawędź y :

$$s^2 + \left(\frac{4s\sqrt{10}}{5}\right)^2 = y^2$$

$$s^2 + \frac{32}{5}s^2 = y^2$$

$$y^2 = \frac{37}{5} s^2$$

$$y = s \sqrt{\frac{37}{5}} = s \frac{\sqrt{37}}{\sqrt{5}} = \frac{s\sqrt{185}}{5}$$

Trójkąt SAD jest prostokątny. Obliczymy długość krawędzi x :

$$s^2 + \left(\frac{2s\sqrt{10}}{5} \right)^2 = x^2$$

$$s^2 + \frac{8}{5} s^2 = x^2$$

$$x^2 = \frac{13}{5} s^2$$

$$x = s \sqrt{\frac{13}{5}} = s \frac{\sqrt{13}}{\sqrt{5}} = \frac{s\sqrt{65}}{5}.$$

Obliczymy sumę długości krawędzi ostrosłupa:

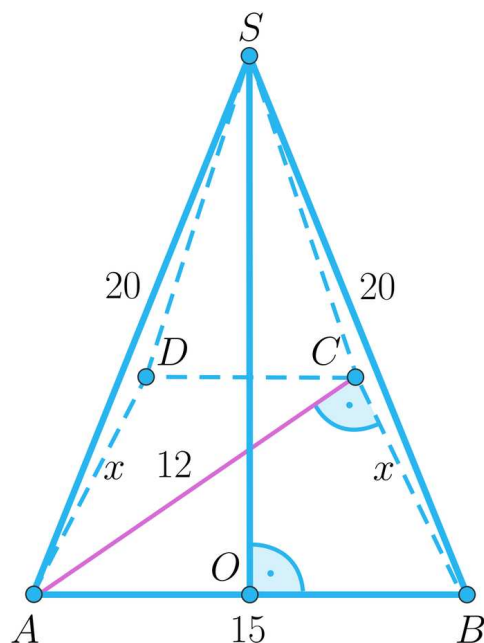
$$\frac{s\sqrt{65}}{5} + \frac{s\sqrt{185}}{5} + s + 3s + 2 \cdot \frac{2s\sqrt{10}}{5} + 2 \cdot \frac{4s\sqrt{10}}{5} = \frac{s(\sqrt{65} + \sqrt{185} + 20 + 12\sqrt{10})}{5}.$$

Przykład 3

Podstawą ostrosłupa jest trapez równoramienny, którego dłuższa podstawa ma długość 15 cm. Przekątna tego trapezu jest prostopadła do ramienia i ma 12 cm, a krawędzie boczne ostrosłupa mają po 20 cm długości. Obliczymy pole podstawy i wysokość ostrosłupa.

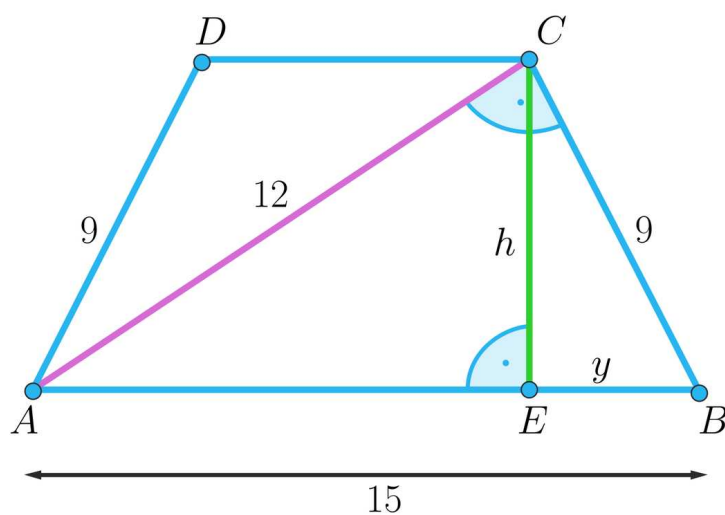
Rozwiązanie

Wykonamy rysunek pomocniczy ostrosłupa. Wprowadźmy dodatkowe oznaczenie. Niech x – długości ramion trapezu.



Ponieważ podstawa jest trapezem równoramiennym, to da się na niej opisać okrąg. Promień okręgu opisanego na tej podstawie jest równy promieniowi okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym ABC . Jego środek jest zatem środkiem boku AB i jednocześnie jest spodkiem wysokości ostrosłupa.

Wykonamy też rysunek podstawy:



Skoro przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia, to, z twierdzenia Pitagorasa, obliczymy jego długość:

$$x^2 = 15^2 - 12^2$$

$$x = 9.$$

$$\text{Obliczymy długość wysokości trapezu: } \frac{12 \cdot 9}{2} = \frac{15h}{2}$$

$$h = 7,2$$

Zatem

$$y^2 = 9^2 - 7,2^2$$

$$y = 5,4$$

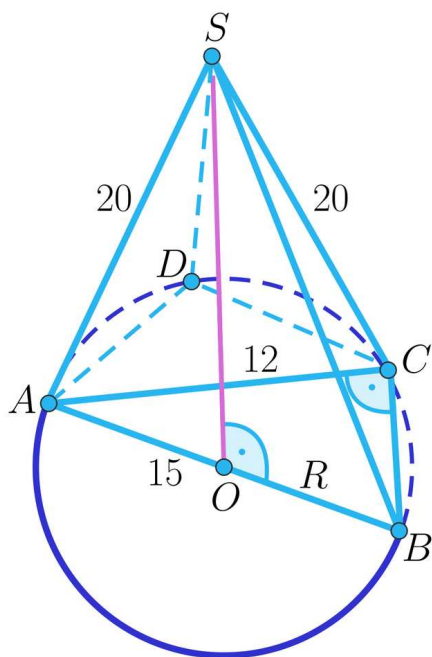
co oznacza, że górna podstawa trapezu ma długość:

$$15 - 2 \cdot 5,4 = 4,2$$

Obliczmy pole trapezu:

$$P_p = \frac{15+4,2}{2} \cdot 7,2 = 69,12 \text{ cm}^2.$$

Obliczmy teraz długość promienia okręgu opisanego na podstawie. Wykonamy rysunek pomocniczy.



Skoro jest to trójkąt prostokątny, to promień jest równy połowie przeciwprostokątnej.

$$R = 7,5$$

Możemy obliczyć więc długość wysokości ostrosłupa, wykorzystując twierdzenie Pitagorasa w trójkącie prostokątnym SOB :

$$H^2 = 20^2 - 7,5^2$$

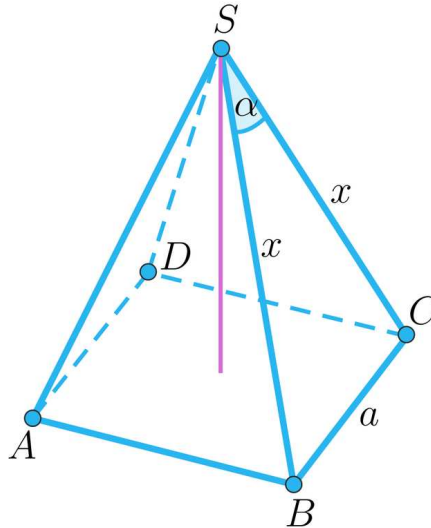
$$H = \sqrt{\frac{1375}{4}} = \frac{5\sqrt{55}}{2} \text{ cm.}$$

Przykład 4

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa ma miarę α oraz $\cos \alpha = \frac{41}{50}$. Obliczymy miarę kąta pomiędzy przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa wiedząc, że krawędź podstawy ma długość a .

Rozwiązanie

Wykonamy rysunek pomocniczy. Oznaczmy krawędzie boczne przez x .



Z twierdzenia cosinusów mamy:

$$a^2 = x^2 + x^2 - 2 \cdot x \cdot x \cdot \frac{41}{50}$$

$$a^2 = 2x^2 - 2x^2 \cdot \frac{41}{50}$$

$$50a^2 = 100x^2 - 82x^2$$

$$50a^2 = 18x^2$$

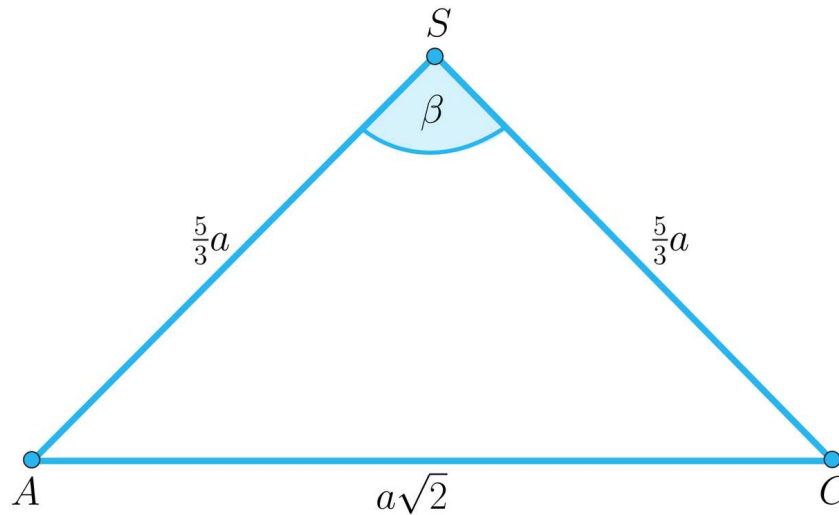
$$x^2 = \frac{50}{18}a^2$$

$$x^2 = \frac{25}{9}a^2$$

$$x = \frac{5}{3}a$$

Krawędzie boczne mają więc długość $\frac{5}{3}a$.

Obliczymy miarę kąta pomiędzy przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa. Oznaczmy go przez β . Jest to kąt przy wierzchołku trójkąta ACS . Narysujemy go.



Po raz kolejny wykorzystamy twierdzenie cosinusów:

$$\left(a\sqrt{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}a\right)^2 + \left(\frac{5}{3}a\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{5}{3}a\right) \cdot \left(\frac{5}{3}a\right) \cdot \cos \beta$$

$$2a^2 = \frac{25}{9}a^2 + \frac{25}{9}a^2 - 2 \cdot \frac{25}{9}a^2 \cdot \cos \beta$$

$$2a^2 = \frac{50}{9}a^2 - \frac{50}{9}a^2 \cdot \cos \beta \quad | \cdot 9$$

$$18a^2 = 50a^2 - 50a^2 \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{32}{50} = \frac{16}{25}.$$

Odczytujemy wartość kąta z tablic matematycznych.

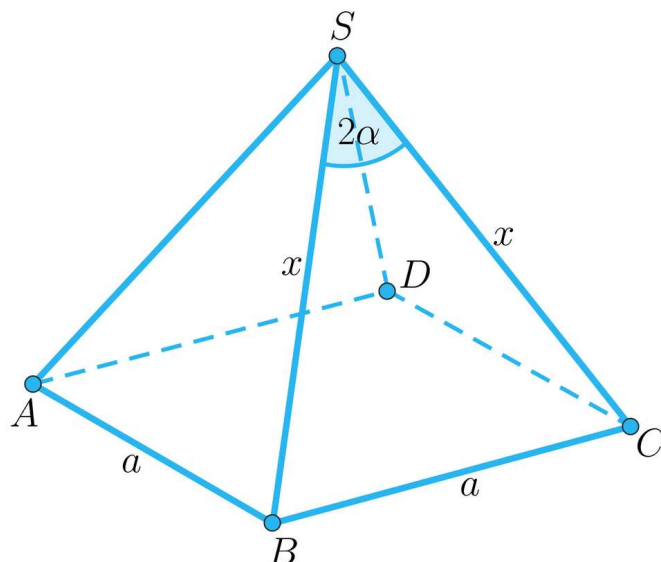
$$\beta \approx 50^\circ$$

Przykład 5

Pole ściany bocznej **ostrosłupa prawidłowego** czworokątnego jest równe S . **Kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa** ma miarę 2α . Obliczymy sumę długości krawędzi bocznych oraz stosunek długości wysokości ostrosłupa do długości jego krawędzi podstawy.

Rozwiązanie

Wprowadzimy oznaczenia pomocnicze. Niech x oznacza długość krawędzi bocznej, a – długość krawędzi podstawy. Wykonamy rysunek:



Pole ściany bocznej jest równe S .

Wykorzystamy wzór na pole trójkąta:

$$P = \frac{1}{2}ab \sin \alpha$$

Wówczas mamy:

$$S = \frac{1}{2}x^2 \sin 2\alpha$$

Wyznamy z tego równania długości krawędzi bocznych:

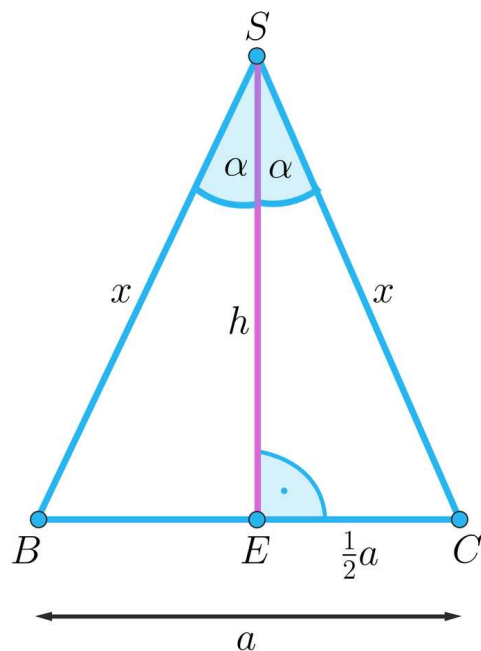
$$2S = x^2 \sin 2\alpha$$

$$x^2 = \frac{2S}{\sin 2\alpha}$$

$$x = \sqrt{\frac{2S}{\sin 2\alpha}}$$

Suma krawędzi bocznych wynosi więc: $4\sqrt{\frac{2S}{\sin 2\alpha}}$.

Zajmiemy się teraz obliczeniem długości krawędzi podstawy i wysokości ostrosłupa.
Narysujemy jedną ścianę boczną.



Przez h oznaczmy wysokość trójkąta, więc trójkąt SEC jest prostokątny.

Wiemy, że pole tego trójkąta wynosi S , więc mamy równanie:

$$\frac{1}{2}ah = S.$$

Ponadto z funkcji trygonometrycznych mamy, że:

$$\frac{\frac{1}{2}a}{h} = \operatorname{tg} \alpha,$$

co daje:

$$\frac{1}{2}a = h \cdot \operatorname{tg} \alpha.$$

Podstawiamy zależność do pierwszego równania. Wówczas mamy:

$$h \cdot \operatorname{tg} \alpha \cdot h = S$$

$$h^2 \operatorname{tg} \alpha = S$$

$$h^2 = \frac{S}{\operatorname{tg} \alpha}$$

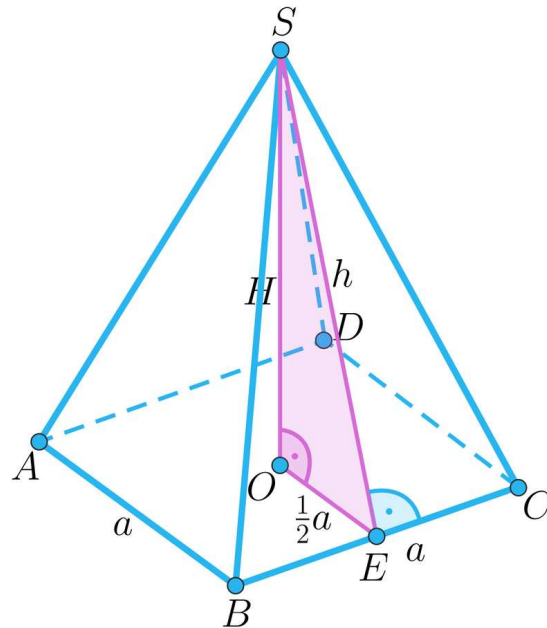
$$h = \sqrt{\frac{S}{\operatorname{tg} \alpha}}.$$

Obliczamy długość krawędzi podstawy:

$$\frac{1}{2}a = \sqrt{\frac{S}{\operatorname{tg} \alpha}} \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$a = 2\sqrt{S \operatorname{tg} \alpha}.$$

Aby policzyć długość wysokości ostrosłupa, oznaczmy ją przez H . Wykonajmy kolejny rysunek pomocniczy:



Trójkąt SOE jest prostokątny. Wykorzystamy więc twierdzenie Pitagorasa:

$$H^2 = h^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2$$

$$H^2 = \frac{S}{\operatorname{tg} \alpha} - S \operatorname{tg} \alpha$$

$$H^2 = \frac{S - S \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$H^2 = \frac{S(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha}$$

$$H = \sqrt{\frac{S(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha}}.$$

Obliczymy zatem stosunek wysokości ostrosłupa do długości jego krawędzi podstawy:

$$\frac{H}{a} = \frac{\sqrt{\frac{S(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{\operatorname{tg} \alpha}}}{2\sqrt{S \operatorname{tg} \alpha}} = \sqrt{\frac{S(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)}{4S \operatorname{tg}^2 \alpha}} = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}}{2 \operatorname{tg} \alpha}.$$

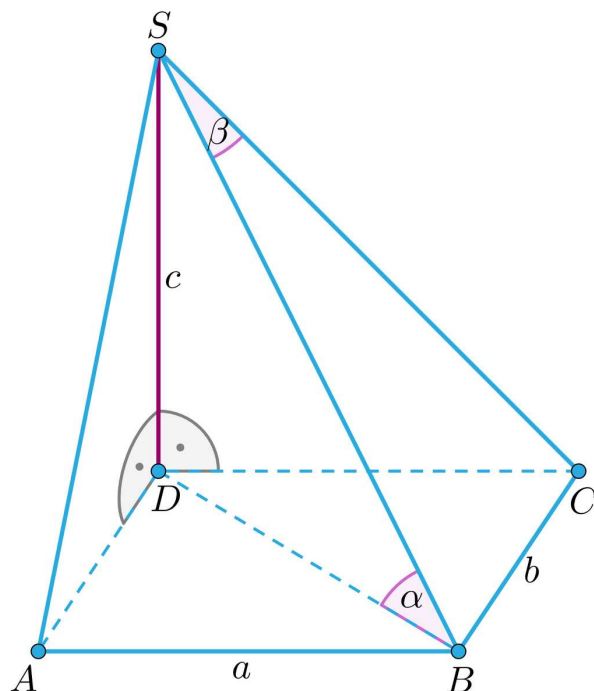
Przykład 6

Krawędź SD ostrosłupa, którego podstawą jest prostokąt $ABCD$, ma długość c i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Najdłuższa krawędź boczna tworzy z podstawą kąt o mierze α , a jedną z sąsiednich krawędzi bocznych kąt o mierze β . Pokażemy, że trójkąt SBC jest prostokątny.

Rozwiązanie

Wykonamy rysunek pomocniczy. Wprowadzimy dodatkowe oznaczenia:

a i b – długości boków prostokąta.



Zauważmy, że trójkąty SDA , SDC , SDB są prostokątne. Powstają więc równania:

$$c^2 + a^2 = |SC|^2, c^2 + b^2 = |SA|^2, c^2 + |DB|^2 = |SB|^2.$$

Ponadto wiemy, że:

$$|DB|^2 = a^2 + b^2 \text{ oraz } \operatorname{tg} \alpha = \frac{c}{|DB|} \text{ co daje, że}$$

$$|DB| = \frac{c}{\operatorname{tg} \alpha}.$$

Natomiast $\frac{c}{|SB|} = \sin \alpha$, więc

$$|SB| = \frac{c}{\sin \alpha}.$$

Z trójkątów SDC i SDB mamy zatem:

$$\begin{cases} c^2 + a^2 = |SC|^2 \\ c^2 + |DB|^2 = |SB|^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c^2 + a^2 = |SC|^2 \\ c^2 + a^2 + b^2 = |SB|^2 \end{cases}$$

Zatem $|SC|^2 + b^2 = |SB|^2$, co daje, że $b^2 = |SB|^2 - |SC|^2$.

Zauważmy, że krawędzie SC i SB są bokami trójkąta SBC . Z twierdzenia cosinusów dla tego trójkąta mamy równanie:

$$b^2 = |SB|^2 + |SC|^2 - 2 \cdot |SB| \cdot |SC| \cdot \cos \beta$$

$$|SB|^2 - |SC|^2 = |SB|^2 + |SC|^2 - 2 \cdot |SB| \cdot |SC| \cdot \cos \beta$$

$$-2|SC|^2 = -2 \cdot |SB| \cdot |SC| \cdot \cos \beta$$

$$|SC| = |SB| \cos \beta$$

$$\cos \beta = \frac{|SC|}{|SB|}.$$

Oznacza to, że trójkąt SBC jest prostokątny.

Słownik

ostrosłup prosty

to taki ostrosłup, którego wszystkie krawędzie boczne są równe. Warunek ten jest równoważny warunkom:

1. w podstawie ostrosłupa prostego znajduje się wielokąt, na którym można opisać okrąg,
2. spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem okręgu opisanego na podstawie

ostrosłup prawidłowy

ostrosłup prosty, którego podstawą jest wielokąt foremny

ostrosłup pochyły

ostrosłup, w którym spodek wysokości nie jest środkiem ciężkości podstawy

kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa

kąt, którego wierzchołkiem jest wierzchołek ostrosłupa a ramiona są krawędziami ściany bocznej

Galeria zdjęć interaktywnych

Polecenie 1

Oglądając galerię zdjęć interaktywnych, spróbuj najpierw samodzielnie rozwiązać zamieszczone tam zadanie, a w kolejnym kroku porównaj rozwiązania.

Polecenie 2

Podstawą ostrosłupa jest prostokąt, którego boki mają długość $2x$ i $4x$. Krawędzie boczne są tej samej długości, a miara kąta płaskiego przy wierzchołku ostrosłupa w większej ścianie bocznej wynosi α . Oblicz wysokość ostrosłupa.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Podstawą ostrosłupa jest kwadrat $ABCD$ o boku długości 8. Krawędź boczna AS jest prostopadła do podstawy oraz $|DS| = 12$. Połącz w pary wielkości z ich wartościami.

długość wysokości ostrosłupa

$$4\sqrt{5}$$

cosinus kąta BSC

$$\frac{3\sqrt{13}}{13}$$

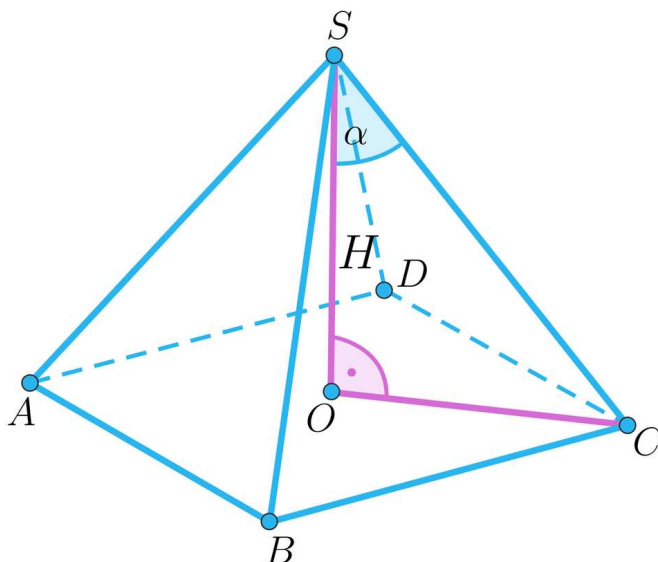
długość najdłuższej krawędzi bocznej
ostrosłupa

$$4\sqrt{13}$$

Ćwiczenie 2



Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości H i kącie między wysokością a krawędzią boczną o mierze α .



Uzupełnij zdania, przeciągając odpowiedź w puste miejsca.

- Krawędź boczna ostrosłupa prawidłowego czworokątnego przedstawionego na rysunku ma długość .
- Przekątna podstawy ma długość .
- Krawędź podstawy ma więc długość , a suma długości wszystkich krawędzi wynosi .

Ćwiczenie 3



Podstawą ostrosłupa jest romb o obwodzie długości L i kącie ostrym α . Krawędź boczna wyprowadzona z wierzchołka kąta α jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Dwie ściany boczne tworzą z płaszczyzną podstawy kąt $\beta \neq 90^\circ$. Uzupełnij zdania, przeciągając prawidłowe odpowiedzi w puste miejsca.

- Wysokość ostrosłupa ma długość .
- Pole podstawy ma miarę .

$$\frac{L^2 \sin \alpha}{16}$$

$$L \operatorname{tg} \beta$$

$$\frac{L^2 \sin \alpha}{4}$$

$$\frac{L \sin \alpha \operatorname{tg} \beta}{4}$$

Ćwiczenie 4



Każda ściana ostrosłupa prawidłowego czworokątnego ma pole P . Jaką długość ma wysokość tego ostrosłupa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\frac{P\sqrt{15}}{2}$

☐ $\frac{\sqrt{15P}}{4}$

☐ $\frac{\sqrt{15P}}{2}$

Ćwiczenie 5



Podstawą ostrosłupa jest trapez równoramienny o kącie ostrym α , w którym ramię i krótsza podstawa mają długość a . Przekątna trapezu jest prostopadła do ramienia, a wszystkie krawędzie boczne ostrosłupa mają długość $2a$. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Przy każdym zdaniu w tabeli zaznacz „Prawda” albo „Fałsz”.

	Prawda	Fałsz
Promień okręgu opisanego na podstawie ostrosłupa ma długość $\frac{a(1+2\cos\alpha)}{2}$	☐	☐
Wysokość ostrosłupa ma długość $\frac{a\sqrt{15-2\cos\alpha}}{2}$	☐	☐
Pole podstawy wynosi $a^2 \sin \alpha (1 + \cos \alpha)$	☐	☐
Suma długości krawędzi ostrosłupa wynosi $12a(1 + \cos \alpha)$	☐	☐

Ćwiczenie 6



Dany jest ostrosłup, którego podstawa $ABCD$ jest kwadratem o boku a . Ściana boczna ADS jest trójkątem równobocznym i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy. Ile wynosi pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $a^2(1 + \sqrt{3} + \sqrt{7})$

☐ $\frac{1}{4}a^2(4 + \sqrt{3} + \sqrt{7})$

☐ $\frac{1}{4}a^2(1 + \sqrt{3} + \sqrt{7})$

Ćwiczenie 7



Pole ściany bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe polu jego podstawy. Jaką miarę ma kąt płaski przy wierzchołku ostrosłupa? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 62°

☐ 28°

☐ 26°

Ćwiczenie 8



Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest trapez prostokątny $ABCD$ o polu równym S , w którym $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $|AB| = 2|CD|$, $|AD| = |DC|$. Wysokość ostrosłupa jest krawędzią SD i jej długość jest równa długości krótszej podstawy trapezu. Oblicz sumę krawędzi ostrosłupa oraz sinus kąta nachylenia krawędzi SB do płaszczyzny podstawy.

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora: Grażyna Kielczykowska

Przedmiot: Matematyka

Temat zajęć: Ostrosłup czworokątny

Grupa docelowa: III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

X. Stereometria. Zakres podstawowy.

Uczeń:

6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,
- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- definiuje ostrosłup czworokątny,
- definiuje ostrosłup czworokątny prosty, ostrosłup czworokątny pochyły i ostrosłup prawidłowy czworokątny,
- oblicza długość krawędzi, pole ścian bocznych i pole podstawy ostrosłupa,
- korzysta z twierdzenia cosinusów i twierdzenia Pitagorasa do obliczania długości odcinków w ostrosłupie,
- korzysta ze wzóru na długość promienia okręgu opisanego na trójkącie,
- stosuje funkcje trygonometryczne do obliczania długości odcinków w ostrosłupie czworokątnym.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody nauczania:

- dyskusja,
- mapa myśli,
- pogadanka z wykorzystaniem ćwiczeń interaktywnych.

Formy zajęć:

- praca indywidualna,
- praca w grupach,
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każda grupa uczniów miała do dyspozycji komputer, najlepiej w pracowni komputerowej. Lekcję tę można przeprowadzić, mając do dyspozycji jeden komputer z rzutnikiem multimedialnym.

Przebieg lekcji**Faza wprowadzająca:**

1. Nauczyciel pyta uczniów, czy pamiętają, czym charakteryzuje się ostrosłup czworokątny.
2. Nauczyciel dzieli klasę na dwie grupy, które tworzą mapy myśli. Pierwsza grupa ma uwzględnić jak najwięcej własności ostrosłupa prostego czworokątnego, druga – pochyłego. Uczniowie przedstawiają przykłady takich ostrosłupów.
3. Nauczyciel zadaje pytanie, w której grupie znajdzie się ostrosłup prawidłowy czworokątny.
4. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć, uczniowie ustalają kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi uczniów, aby otworzyli Galerię zdjęć interaktywnych i przeanalizowali w parach zamieszczone tam zadanie.
2. Uczniowie, pracując w parach, rozwiązują Polecenie 2.
3. Uczniowie wspólnie omawiają wyniki.
4. Uczniowie wykonują zaproponowane ćwiczenia interaktywne.

Faza podsumowująca:

1. Nauczyciel prosi wybranych uczniów o przedstawienie najważniejszych elementów, jakie były omawiane w trakcie lekcji.

Praca domowa

- Nauczyciel poleca uczniom wykonać te ćwiczenia interaktywne, które nie zostały wykonane podczas lekcji.

Materiały pomocnicze:

- [Ostrosłup i jego własności](#)

Wskazówki metodyczne:

Zadania zawarte w galerii zdjęć interaktywnych można wykorzystać do obliczania pola i objętości ostrosłupa.