



Graniastosłup - opis

Materiał składa się z sekcji: "Rodzaje graniastosłupów", "Elementy graniastosłupa", "Rysowanie graniastosłupów".

Materiał zawiera ilustracje (fotografie, obrazy, rysunki), filmy, ćwiczenia, w tym ćwiczenia interaktywne.

Rysunki - rodzaje graniastosłupów, elementy graniastosłupów.

Przykłady - elementy graniastosłupów, rysowanie graniastosłupów, obliczanie długości odcinków w graniastosłupach.

Ćwiczenia - rodzaje graniastosłupów i ich elementy,

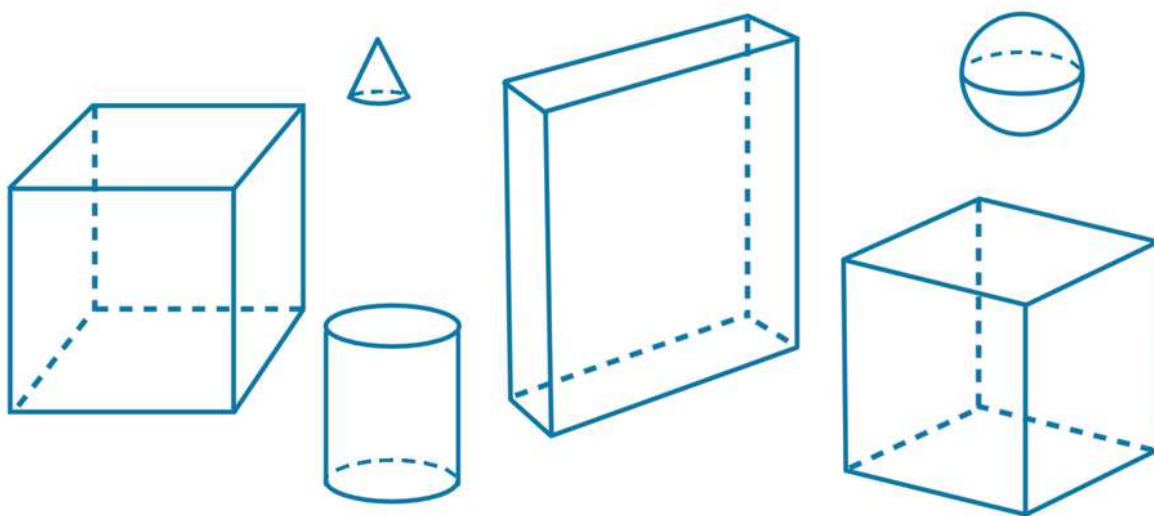
Graniastosłup - opis

W tym materiale przypomnisz sobie podstawowe informacje dotyczące graniastosłupów. Poznasz przykłady różnych rodzajów graniastosłupów i dowiesz się z jakich elementów składają się te bryły.

Rodzaje graniastosłupów



Na płaszczyźnie figury przestrzenne przedstawiamy w uproszczeniu.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RIS5Agww86Rb9>

Opis prostopadłościanu i sześcianu_atrapa_animacja_73

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia różnego rodzaju figury przestrzenne.

Prostopadłościan i sześcian są przykładami graniastosłupów prostych.

Graniastosłup prosty ma dwie podstawy w kształcie przystających wielokątów, leżące w równoległych płaszczyznach. Ściany boczne są prostokątami prostopadłymi do podstaw.

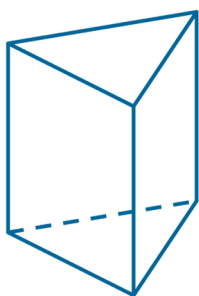
Nazwa graniastosłupa zależy od wielokąta, będącego jego podstawą.

Definicja: Graniastosłup prosty

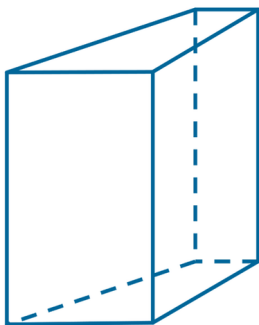
Graniastosłup prosty to taka figura przestrzenna, która ma

- dwie podstawy będące jednakowymi wielokątami,
- ściany boczne będące prostokątami.

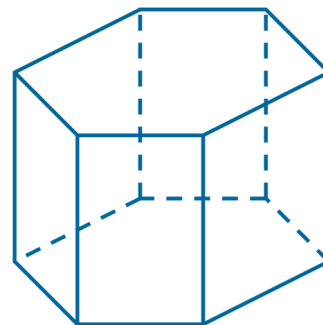
Nazwa graniastosłupa zależy od rodzaju wielokąta w podstawie.



**graniastosłup prosty
trójkątny**



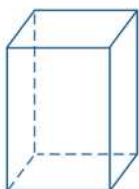
**graniastosłup prosty
czworokątny**



**graniastosłup prosty
sześciokątny**

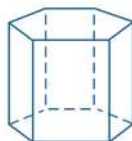
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład ①



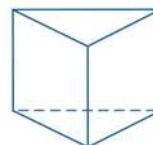
Graniastosłup o podstawie kwadratu.

Przykład ②



Graniastosłup o podstawie sześciokąta.

Przykład ③



Graniastosłup o podstawie trójkąta.

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RoqsbpwWYdxko>

Graniastosłup prosty_atrapa_animacja_710

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje przykłady trzech figur przestrzennych, które są graniastosłupami o różnych podstawach.

Jeśli podstawą graniastosłupa prostego jest wielokąt foremny (np. trójkąt równoboczny, kwadrat, pięciokąt foremny, sześciokąt foremny), wówczas graniastosłup taki nazywamy prawidłowym.

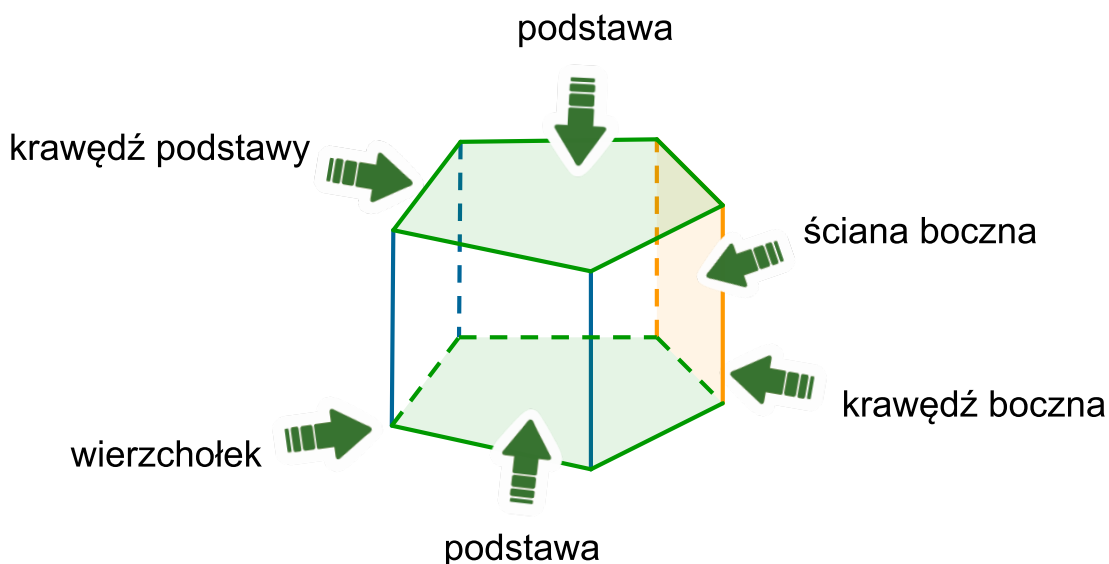
Inny rodzaj graniastosłupów to graniastosłupy pochyle. Ich ściany boczne są równoległobokami. Najczęściej leżą w płaszczyznach, które nie są prostopadłe do podstaw.

Elementy graniastosłupa

Ważne!

Graniastosłup ma dwie podstawy w kształcie wielokątów. Liczba ścian bocznych zależy od liczby boków podstawy. Ściany boczne są prostokątami (w przypadku graniastosłupów prostych) lub równoległobokami. Krawędzie boczne są równoległe i równe.

Obejrzyj dokładnie model graniastosłupa.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

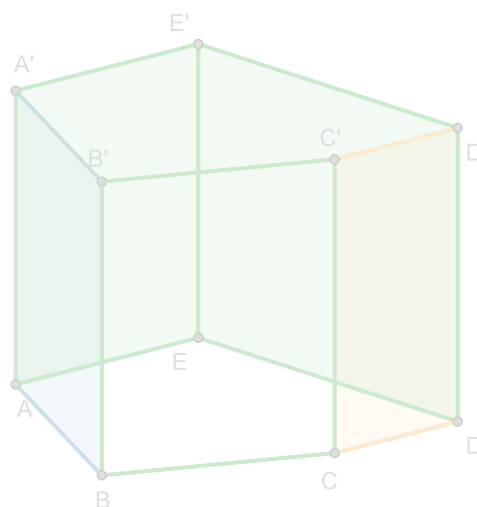
Przykład 1

Elementy graniastosłupa

Oto wybrane elementy graniastosłupa wraz z ich nazwami.

Wciskaj poniższe przyciski w celu pokazania obiektów lub ich ukrycia.

- ☐ podstawa górna
- ☐ podstawa dolna
- ☐ krawędź podstawy dolnej
- ☐ kąt nachylenia krawędzi bocznej do podstawy
- ☐ ściana boczna



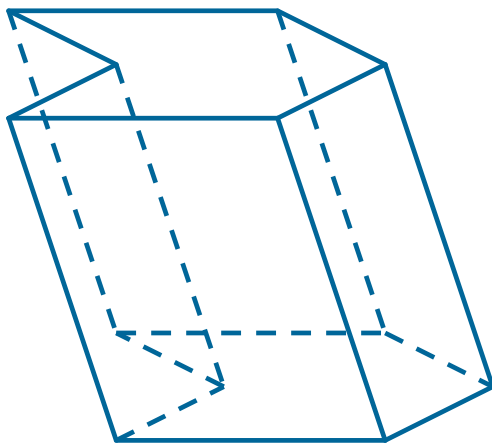
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PGJVbUrTl>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Rysunek przedstawia graniastosłup.

- Ustalimy liczbę wierzchołków podstawy dolnej i liczbę wszystkich wierzchołków.
- Wyznamy liczbę krawędzi bocznych tego graniastosłupa oraz liczbę wszystkich jego krawędzi.
- Podamy liczbę ścian bocznych tego graniastosłupa oraz liczbę wszystkich jego ścian.

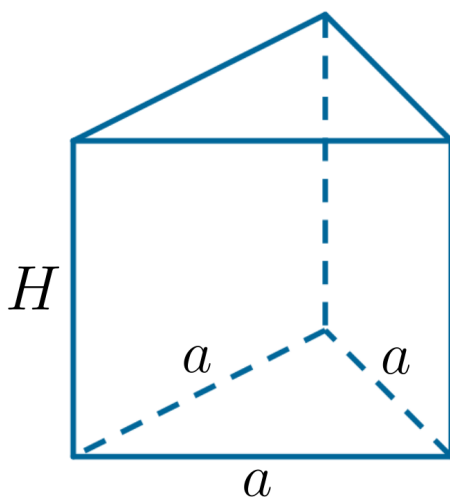


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

- Podstawa dolna tego graniastosłupa jest sześciokątem, więc liczba wierzchołków podstawy dolnej to 6. Graniastosłup posiada dwie takie same podstawy, więc liczba wszystkich wierzchołków tego graniastosłupa to 12.
- Liczba krawędzi bocznych tego graniastosłupa to 6. Liczba wszystkich krawędzi tego graniastosłupa to 18.
- Ten graniastosłup posiada 6 ścian bocznych. Liczba wszystkich ścian tego graniastosłupa to 8.

Przykład 3

Podstawą graniastosłupa prawidłowego jest trójkąt o polu $25\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Wysokość graniastosłupa jest równa 12 cm. Obliczmy, ile centymetrów listewek potrzeba na wykonanie szkieletowego modelu tego graniastosłupa.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Graniastosłup jest prawidłowy trójkątny, zatem jego podstawą jest trójkąt równoboczny.

Obliczamy długość a krawędzi podstawy – korzystamy ze wzoru na pole trójkąta równobocznego.

$$P = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{100 \text{ cm}^2} = 10 \text{ cm}.$$

Wszystkie krawędzie boczne graniastosłupa są równe i mają długość 12 cm.

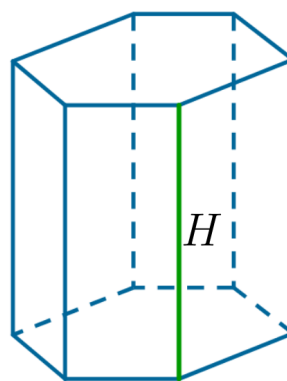
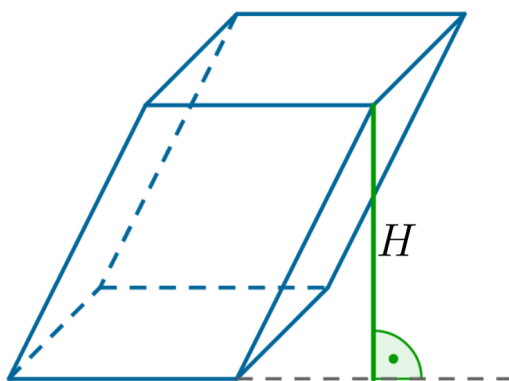
Graniastosłup ma 6 krawędzi podstaw i 3 krawędzie boczne. Zatem potrzeba 6 listewek długości 10 cm i trzech długości 12 cm.

$$6 \cdot 10 \text{ cm} + 3 \cdot 12 \text{ cm} = 60 \text{ cm} + 36 \text{ cm} = 96 \text{ cm}.$$

Odpowiedź:

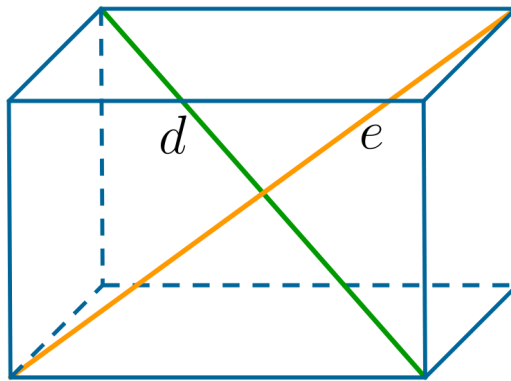
Na wykonanie modelu graniastosłupa potrzeba 96 cm listewek.

Wysokością graniastosłupa nazywamy odległość między płaszczyznami zawierającymi jego podstawy. W przypadku graniastosłupów prostych, wysokość jest równa długości krawędzi bocznej.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przekątna graniastosłupa to odcinek łączący dwa wierzchołki leżące w różnych podstawach i różnych ścianach bocznych.



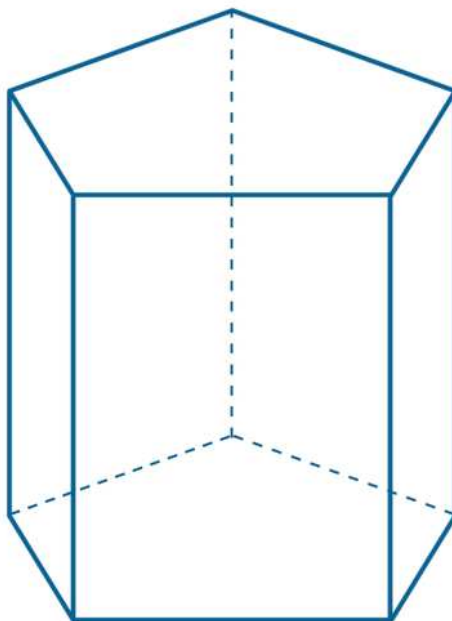
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Rysowanie graniastosłupów

Rysowanie graniastosłupa najlepiej rozpocząć od narysowania jego podstawy dolnej. Następnie rysujemy krawędzie boczne i łączymy ich końce, tworząc wielokąt będący podstawą górną. Niewidoczne krawędzie warto zaznaczyć liniami przerywanymi.

Przykład 4

Narysuj graniastosłup prosty, który w podstawie ma pięciokąt.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/R1JvgbMkvRaLK>

Graniastosłup – opis bryły_atrapa_animacja_rys_grniast_1892

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja przedstawia w jaki sposób możemy narysować graniastosłup prosty.

Ćwiczenie 1



Zaznacz wszystkie zdania fałszywe.

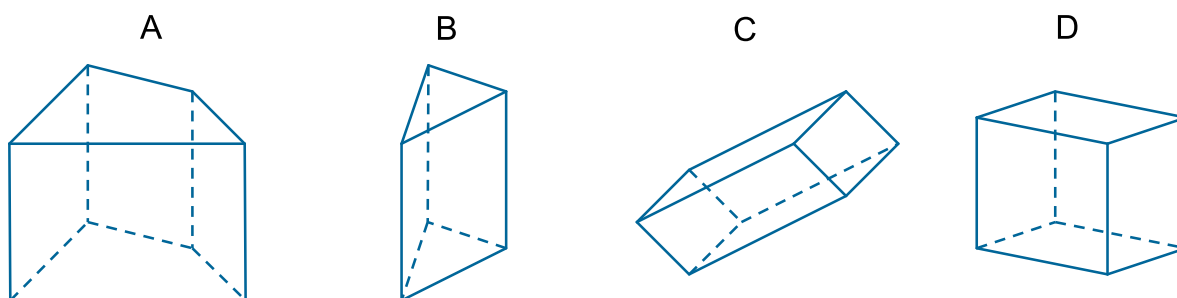
- ☐ Podstawy graniastosłupa są wzajemnie prostopadłe.
- ☐ Każda z podstaw graniastosłupa pochyłego ma inną liczbę krawędzi.
- ☐ Podstawą graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest trójkąt prostokątny.
- ☐ Graniastosłup ma tyle krawędzi bocznych, ile ma wierzchołków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Określ w każdym z graniastosłupów liczbę ścian bocznych, wierzchołków, krawędzi bocznych i podstaw.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Uzupełnij komórki tabeli, wpisując odpowiednie wartości.

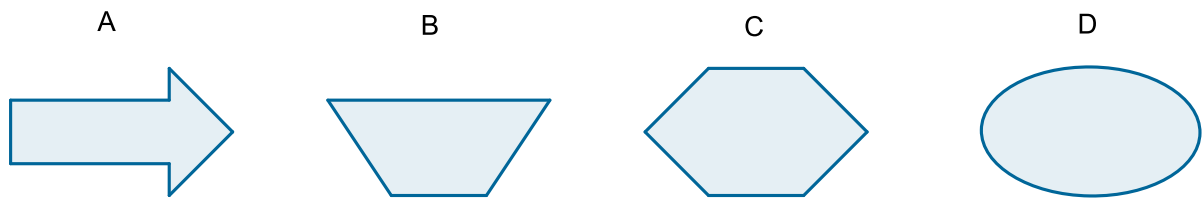
Nazwa graniastosłupa	Liczba ścian bocznych	Liczba wierzchołków	Liczba krawędzi bocznych	Liczba podstaw
<i>A</i>				
<i>B</i>				
<i>C</i>				
<i>D</i>				

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 3



Wskaż figurę, która nie może być podstawą graniastostupa.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ B

☐ D

☐ A

☐ C

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Pewien graniastostup ma 16 wierzchołków. Ile krawędzi ma ten graniastostup? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 64

☐ 8

☐ 24

☐ 32

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5

Uzupełnij luki w zdaniach podanymi wyrazami lub liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę i wybierz poprawną odpowiedź w każdym przypadku.

1. Graniastosłup, który nie ma przekątnej, ma krawędzi. Jego podstawą jest .
2. Sześcian to graniastosłup prawidłowy .
3. Podstawą graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Dokończ zdanie, wybierając poprawną odpowiedź.

Nie istnieje graniastosłup, który ma:

☐ 7 krawędzi jednej z podstaw.

☐ wysokość równą 7.

☐ 7 krawędzi bocznych.

☐ 7 wierzchołków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Zaznacz zdanie prawdziwe.

- ☐ Krawędzie boczne graniastosłupa prostego są równe.
- ☐ Liczba wszystkich krawędzi graniastosłupa prawidłowego jest zawsze parzysta.
- ☐ W graniastosłupie prawidłowym wszystkie krawędzie są równe.
- ☐ Jeśli wszystkie krawędzie graniastosłupa są równe, to jest to graniastosłup prawidłowy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Każdy graniastosłup prawidłowy czworokątny jest sześcianiem.
- ☐ Każdy sześcián jest graniastosłupem prawidłowym czworokątnym.
- ☐ Każdy prostopadłościan jest graniastosłupem prostym.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Zaznacz zdanie prawdziwe.

- ☐ Jeśli w graniastosłupie prostym ściany boczne są przystającymi prostokątami, to graniastosłup ten jest prawidłowy.
- ☐ Jeśli w graniastosłupie prostym wszystkie ściany są przystającymi kwadratami, to graniastosłup ten jest prawidłowy.
- ☐ Jeśli w graniastosłupie prostym podstawy są wielokątami przystającymi, to graniastosłup ten jest prawidłowy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Graniastosłup prawidłowy jest graniastosłupem prostym.
- ☐ W graniastosłupie prawidłowym podstawy są wielokątami foremnymi.
- ☐ W graniastosłupie krawędzie boczne są prostopadłe do podstaw.
- ☐ W graniastosłupie prawidłowym ściany boczne są przystającymi prostokątami
- ☐ W graniastosłupie prostym ściany boczne są prostokątami.

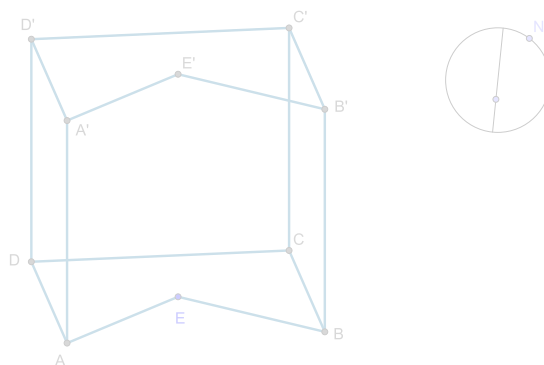
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 5

Opisywanie graniastosłupa

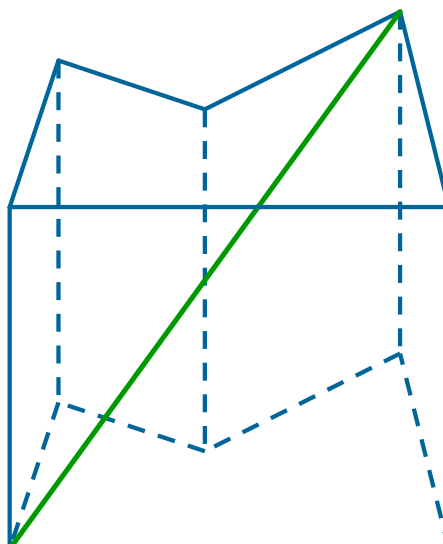
Poznaj nazwy niektórych odcinków umieszczonych w graniastosłupie.

- ☐ przekątna graniastosłupa
- ☐ przekątna podstawy
- ☐ wysokość
- ☐ przekątna ściany bocznej



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PGJVbUrTl>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zaznacz prawidłowe zakończenie zdania. Zaznaczony odcinek w graniastosłupie, to

☐ przekątna graniastosłupa.

☐ przekątna ściany bocznej.

☐ wysokość.

☐ przekątna podstawy.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Dany jest graniastostup n -kątny.

Uzupełnij poniższe luki. Kliknij w nie, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną odpowiedź.

- liczba podstaw:
- liczba krawędzi podstaw:
- liczba ścian bocznych:
- liczba krawędzi bocznych:
- liczba wszystkich ścian:
- liczba wszystkich krawędzi:
- liczba wierzchołków:

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Podaj, ile krawędzi, ścian bocznych, podstaw i wierzchołków ma graniastostup o podanych podstawach.

Uzupełnij odpowiedzi, wpisując odpowiednie wartości w puste pola.

1. Podstawą jest ośmiokąt.

Odpowiedź: Figura ta ma: krawędzi, ścian bocznych,
 podstawy i wierzchołków.

2. Podstawą jest dwudziestokąt

Odpowiedź: Figura ta ma: krawędzi, ścian bocznych,
 podstawy i wierzchołków.

3. Podstawą jest stekąt

Odpowiedź: Figura ta ma: krawędzi, ścian bocznych,
 podstawy i wierzchołków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Uzupełnij luki w zdaniach, wpisując odpowiednie liczby.

1. Liczba krawędzi graniastosłupa o 20 wierzchołkach wynosi .
2. Liczba ścian bocznych graniastosłupa, mającego 15 krawędzi wynosi .
3. Liczba wierzchołków graniastosłupa zbudowanego z 22 ścian wynosi .

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 15



Uzupełnij luki w zdaniach, wpisując odpowiednie liczby.

1. Graniastosłup o podstawie czworokątnej posiada przekątne.
2. Graniastosłup o podstawie pięciokątnej posiada przekątnych.
3. Graniastosłup o podstawie sześciokątnej posiada przekątnych.
4. Graniastosłup o podstawie siedmiokątnej posiada przekątnych.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Ile przekątnych ma graniastosłup ośmiokątny? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 32

☐ 48

☐ 36

☐ 40

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ile przekątnych ma graniastosłup stukątny? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $100 \cdot 100$

☐ $(100 - 3) \cdot 100$

☐ $(10 - 3) \cdot 100$

☐ $(100 - 3) \cdot 10$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ile przekątnych ma graniastosłup n -kątny? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $(n - 3) \cdot (n - 3)$

☐ $3 \cdot n$

☐ $(n - 3) \cdot n$

☐ $(n + 3) \cdot n$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Podstawą graniastopu prostego o wysokości 10 cm jest trójkąt prostokątny, którego przyprostokątne mają długości 2 cm i 3 cm. Jaką długość ma najdłuższa z przekątnych ścian bocznych? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $\sqrt{9}$ cm

☐ $\sqrt{13}$ cm

☐ 10 cm

☐ $\sqrt{113}$ cm

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Przekątna ściany bocznej graniastostupa prawidłowego trójkątnego jest nachylona do podstawy pod kątem 60° . Krawędź podstawy ma długość 2 cm. Oblicz długość tej przekątnej i wysokość graniastostupa. Dokończ zdania, wybierając poprawną odpowiedź.

Długość przekątnej wynosi:

☐ 3,5 cm.

☐ 3 cm.

☐ 4 cm.

☐ 6 cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Wysokość graniastostupa jest równa:

☐ 3,6 cm.

☐ 4 cm.

☐ $2\sqrt{3}$ cm.

☐ $3\sqrt{2}$ cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



W graniastosłupie prawidłowym, którego wysokość jest równa 10 cm, podstawą jest sześciokąt o krawędzi długości 2 cm. Oblicz długości przekątnych tego graniastosłupa. Uzupełnij luki w odpowiedzi. Kliknij w nie, aby rozwinąć listę, a następnie wybierz poprawną liczbę.

Odpowiedź: Krótsza przekątna d_1 jest równa cm, a dłuższa przekątna d_2 wynosi cm.

- 15,5
- 16
- 14,2
- $\sqrt{112}$
- $\sqrt{258}$
- 12
- $\sqrt{140}$
- $\sqrt{116}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Oblicz sumę długości krawędzi graniastosłupa prawidłowego o podanych podstawach, którego wysokość jest równa 4 dm. Uzupełnij lukę w odpowiedzi, wpisując odpowiednią liczbę.

1. Podstawą jest trójkąt o boku długości 9 cm.

Odpowiedź: Suma długości krawędzi wynosi cm.

2. Podstawą jest kwadrat o boku długości 5 cm.

Odpowiedź: Suma długości krawędzi jest równa cm.

3. Podstawą jest pięciokąt o boku długości 1 dm.

Odpowiedź: Suma długości krawędzi jest równa cm.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.