



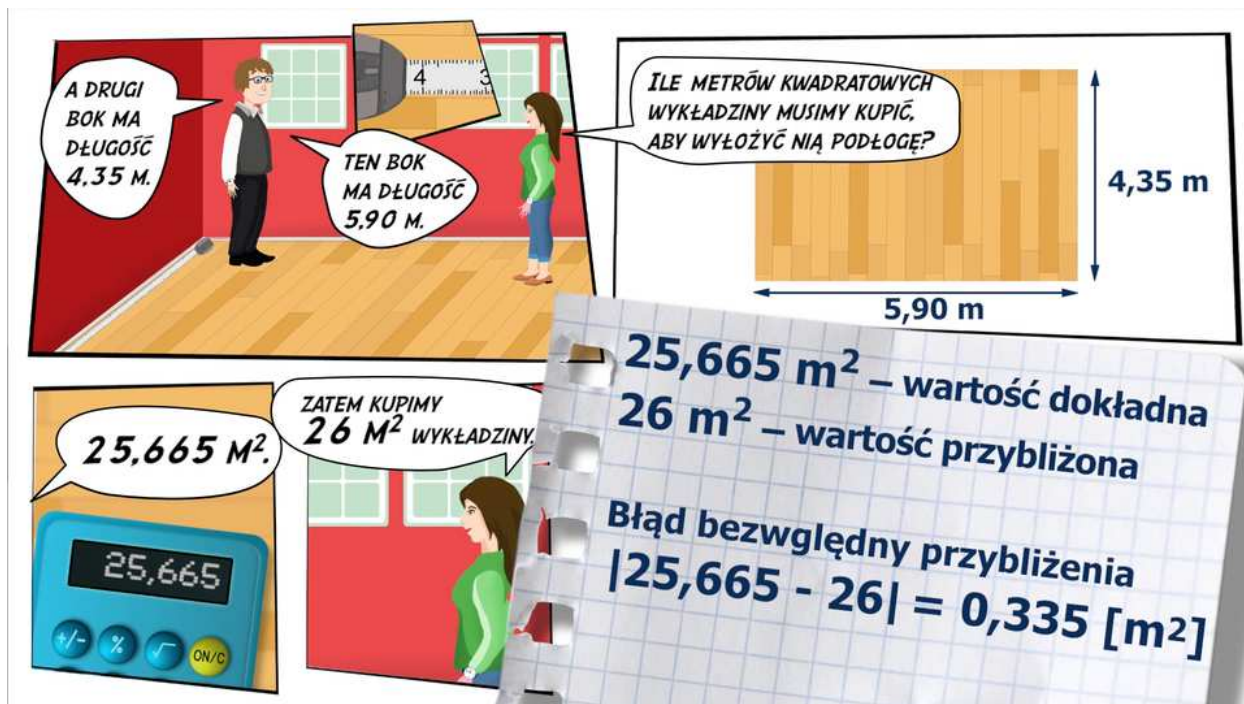
Błąd bezwzględny, błąd względny

Definicja błędu bezwzględnego. Przykłady zadań na obliczanie. Definicja błędu względnego. Animacje: przykłady wystąpienia błędu bezwzględnego przy obliczaniu pola powierzchni.

Błąd bezwzględny, błąd względny

W tym materiale obliczysz błąd względny oraz błąd bezwzględny przybliżenia, również w kontekście realistycznym. Zawarte są w nim podstawowe definicje oraz przykłady zastosowań obu rodzajów błędów w życiu codziennym.

Przykład 1



Film dostępny pod adresem </preview/resource/Rg07vfAuqrmYV>

Zaokrąglenia i przybliżenia_atrapa_animacja_1139

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje, w jaki sposób obliczamy błąd bezwzględny przybliżenia.

Należy pomalować lakierem podłogę w prostokątnym pokoju o wymiarach 5,9 m i 4,35 m. Powierzchnia podłogi jest równa $5,9 \text{ m} \cdot 4,35 \text{ m} = 25,665 \text{ m}^2$. W celu oszacowania, ile lakieru należy kupić, możemy przyjąć, że powierzchnia podłogi jest równa 26 m^2 . Pomylimy się wtedy o $0,335 \text{ m}^2$.

Jest to błąd bezwzględny tego przybliżenia.

Definicja: Błąd bezwzględny

Jeżeli liczba a_p jest przybliżeniem liczby a , to liczbę $|a - a_p|$ nazywamy błędem bezwzględnym tego przybliżenia.

- Błąd bezwzględny zawsze wyrażamy w takich samych jednostkach jak przybliżaną wielkość.

- Błąd bezwzględny jest zawsze liczbą nieujemną.

Przykład 2

Prostokątną podłogę balkonu zmierzono taśmą mierniczą z dokładnością do 1 cm. Określono, że podłoga ma wymiary 250 cm na 145 cm. Na tej podstawie obliczono, że pole powierzchni podłogi jest równe $250 \text{ cm} \cdot 145 \text{ cm} = 36250 \text{ cm}^2$. Jaki największy błąd bezwzględny mógł być popełniony?

Ponieważ pomiaru dokonano taśmą z podziałką centymetrową, zatem możliwy błąd popełniony przy pomiarze długości każdego z boków wynosi 1 cm (z nadmiarem lub z niedomiarem).

Długość podłogi balkonu (250 cm)	Szerokość podłogi balkonu (145 cm)	Powierzchnia (36250 cm^2)	Błąd bezwzględny
249 cm	144 cm	35856 cm^2	$ 36250 - 35856 = 394 \text{ (cm}^2\text{)}$
251 cm	146 cm	36646 cm^2	$ 36250 - 36646 = 396 \text{ (cm}^2\text{)}$

Zatem największy możliwy błąd bezwzględny jest równy 396 cm^2 .

Przykład 3

TRZEBA WYMIENIĆ PODŁOGĘ W TEJ SALI.

PROSZĘ OBLICZYĆ POWIERZCHNIĘ TEJ PODŁOGI.

24,10 m

10,65 m

256,665 m²

256,665

PRAWIE 257 m².

256,665 m² – wartość dokładna

257 m² – wartość przybliżona

Błąd bezwzględny przybliżenia

$|256,665 - 257| =$

$= 0,335 \text{ [m}^2\text{]}$

Film dostępny pod adresem [/preview/resource/R100qDyZW6Wex](#)

Zaokrąglenia i przybliżenia_atrapa_animacja_1140

Animacja pokazuje, w jaki sposób obliczamy błąd bezwzględny przybliżenia.

Prostokątna podłoga w sali gimnastycznej długości 24,1 m i szerokości 10,65 m wymaga wymiany parkietu. Dokładne pole powierzchni podłogi tej sali jest równe

$$24,1 \text{ m} \cdot 10,65 \text{ m} = 256,665 \text{ m}^2.$$

Jeśli przyjmiemy, że pole powierzchni jest równe 257 m^2 , to popełniony przez nas błąd bezwzględny będzie równy $257 \text{ m}^2 - 256,665 \text{ m}^2 = 0,335 \text{ m}^2$, czyli dokładnie tyle samo, ile błąd bezwzględny obliczony w pierwszym przykładzie.

Błędy bezwzględne w obu przypadkach są równe, ale odnoszą się do różnych wielkości.

Obliczmy, jaką częścią przybliżanej wielkości jest każdy z błędów:

- w przypadku pokoju: $\frac{0,335}{25,665} \approx 0,013053 \approx 1,3\%$,
- w przypadku sali gimnastycznej: $\frac{0,335}{256,665} \approx 0,0013053 \approx 0,13\%$.

Możemy więc powiedzieć, że w pewnym sensie błąd popełniony w pierwszej sytuacji jest 10 razy większy od błędu popełnionego w drugiej sytuacji.

Definicja: Błąd względny

Jeżeli liczba a_p jest przybliżeniem liczby a , to liczbę $\frac{|a - a_p|}{a}$ nazywamy błędem względnym tego przybliżenia.

Błąd względny jest wielkością, którą możemy wyrazić w procentach.

Przykład 4

Michał robi zakupy w supermarkecie. Oszacował, że za wybrane produkty będzie musiał zapłacić 250 zł. Po dokładnym policzeniu okazało się, że koszt zakupów wyniósł 317,78 zł. Przyjmując, że wartością dokładną jest faktyczny koszt zakupu, oblicz błąd względny oszacowania, jakiego dokonał Michał.

Błąd bezwzględny jest równy:

$$|250 - 317,78| \text{ zł} = 67,78 \text{ zł}.$$

Błąd względny jest równy

$$\frac{67,78}{317,78} \approx 21,33\%.$$

| Michał pomylił się o więcej niż 21%.