



Badanie zmian energii podczas ruchu ciał

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Symulacja interaktywna](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

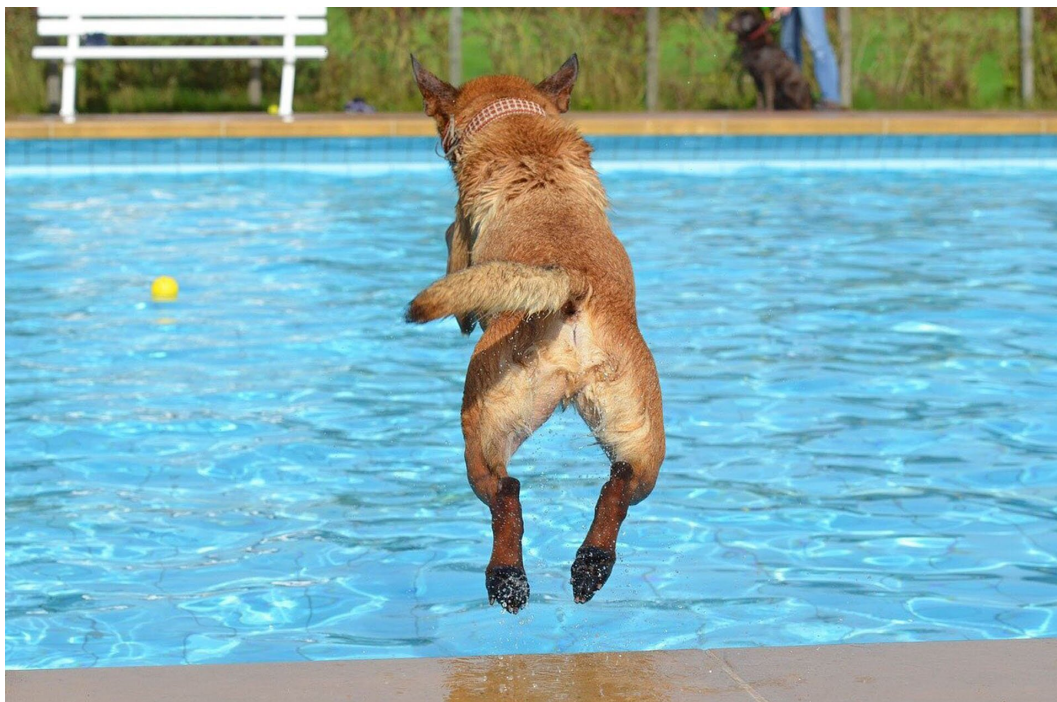


Badanie zmian energii podczas ruchu ciał

Źródło: dostępny w internecie: <https://unsplash.com/photos/OVRxj5h6n7o> [dostęp 30.08.2022], licencja: CC BY 4.0.

Czy to nie ciekawe?

Energia mechaniczna to suma energii kinetycznej i potencjalnej ciała. Energia kinetyczna zależy od bieżącej prędkości ciała, a energia potencjalna – od jego położenia. Oznacza to, że w przypadku ciał znajdujących się w ruchu, wartości energii kinetycznej i potencjalnej będą ulegać zmianie, jako że zmieniają się ich prędkość i położenie. W tym e-materiale skupimy się na analizie przemian energii zachodzących podczas różnych zjawisk fizycznych.



Rys. a. Z energią kinetyczną tego psiaka będą za chwilę działać się dziwne rzeczy.

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/pies-basen-zewn%c4%99trzny-pies-w-wodzie-665159/> [dostęp 31.08.2022], domena publiczna.

Twoje cele

- zrozumiesz, jakie przemiany energii zachodzą podczas ruchu ciał,
- zastosujesz zasadę zachowania energii do wyznaczania przemian energii ciał,
- zastosujesz zasadę zachowania energii w przypadku dwuwymiarowym,
- przeanalizujesz zmiany energii podczas ruchu ciał przy obecności siły oporu.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Podczas ruchu ciała, zazwyczaj dochodzi do przemian energii, jakie to ciało posiada. Najprostszym przykładem jest [spadek swobodny](#), podczas którego energia potencjalna grawitacji ciała przekształca się w energię kinetyczną. Energia potencjalna grawitacji związana jest z wysokością ciała nad Ziemią, a energia kinetyczna – z jego bieżącą prędkością. W tym e-materiale skupimy się na badaniu przemian energii podczas ruchu ciał. Analizować będziemy przemiany energii kinetycznej, potencjalnej grawitacji oraz potencjalnej sprężystości.

Energia kinetyczna E_k ciała o masie m poruszającego się w danym układzie odniesienia z prędkością v dana jest wzorem:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}.$$

Wartość tej energii ulega zmianie razem z prędkością ciała. Więcej informacji na ten temat znajdziesz w e-materiale „Energia kinetyczna”.

Energia potencjalna grawitacji E_{pg} ciała o masie m znajdującego się w pobliżu powierzchni planety (lub księżyca, gwiazdy czy innego ciała niebieskiego), gdzie występuje przyspieszenie grawitacyjne o wartości g dana jest wzorem:

$$E_{pg} = mgh.$$

Wielkość h oznacza odległość ciała od punktu, w którym przyjmujemy, że energia potencjalna jest równa zero (np. powierzchnia planety). Energia ta ulega zatem zmianie, gdy zmienia się położenie ciała. Więcej informacji na ten temat znajdziesz m.in. w e-materiale „Energia potencjalna grawitacyjna”.

Dla ciał sprężystych, takich jak guma lub sprężyna, można wprowadzić energię potencjalną sprężystości E_{ps} . Jest to energia, którą posiada np. sprężyna, która została rozciągnięta lub skurczona względem swojego początkowego wymiaru. Można ją wyznaczyć jako:

$$E_{ps} = \frac{k(\Delta x)^2}{2},$$

gdzie k jest współczynnikiem sprężystości danego ciała, a Δx – zmianą długości tego ciała względem jego długości swobodnej. Więcej informacji o tej postaci energii uzyskasz

w e-materiałach „Energia potencjalna sprężystości” oraz „Jak obliczyć energię potencjalną sprężystości?”.

Suma energii kinetycznej oraz energii potencjalnej ciała nazywana jest energią mechaniczną. Podczas dowolnego ruchu spełniona musi być zasada zachowania energii mechanicznej. W najbardziej ogólnym przypadku mówi ona, że suma energii mechanicznej ciała oraz pracy mechanicznej wykonanej przez siły zewnętrzne jest wartością stałą. Więcej informacji na ten temat znajdziesz w e-materiale „O czym mówi zasada zachowania energii mechanicznej?”.



Rys. 1. W trakcie huśtania się na huśtawce ze sprężyną, zmianie ulegają wszystkie trzy składowe energii mechanicznej: kinetyczna, potencjalna grawitacji i potencjalna sprężystości

Źródło: dostępny w internecie: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Szk_RM\(48\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Szk_RM(48).jpg) [dostęp 24.04.2022], domena publiczna.

Przeanalizujemy teraz kilka przykładów, w których dochodzi do zmiany rodzaju energii ciała.

Przykład 1. – ruch klocka na sprężynie w płaszczyźnie poziomej

Klocek o masie m przyczepiono do sprężyny o współczynniku sprężystości k . Klocek ma możliwość ruchu wzdłuż poziomej linii prostej. W chwili początkowej, sprężynę rozciągnięto o x_0 i swobodnie puszczono. Klocek porusza się bez tarcia. Określ zależność energii kinetycznej i potencjalnej sprężystości od czasu. Czy energia mechaniczna przyjmuje stałą wartość?

Zależności wychylenia i prędkości klocka od czasu można opisać za pomocą zależności

$$x(t) = x_0 \cos(\omega t) \text{ oraz } v(t) = -x_0 \omega \sin(\omega t), \text{ gdzie } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

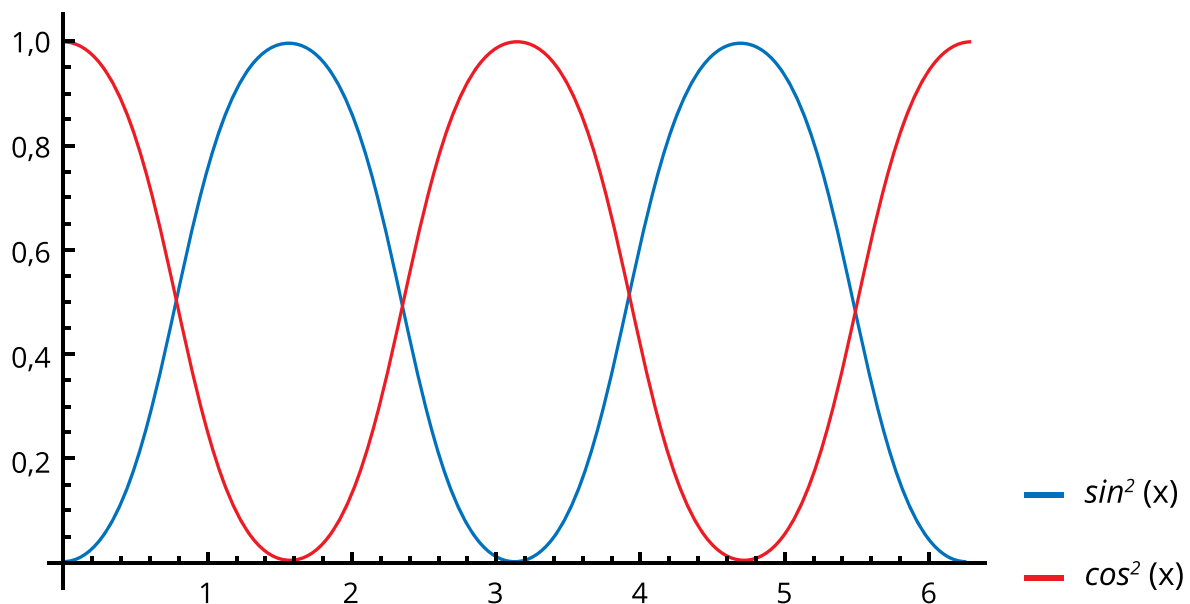
Rozwiązanie:

Wykorzystując wzory podane powyżej możemy zapisać zależności energii potencjalnej sprężystości i kinetycznej od czasu:

$$E_{ps}(t) = \frac{k[x(t)]^2}{2} = \frac{k}{2} x_0^2 \cos^2(\omega t),$$

$$E_k(t) = \frac{m[v(t)]^2}{2} = \frac{m}{2} x_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t).$$

Na Rys. 2. przedstawiliśmy wykresy funkcji $\sin^2(x)$ i $\cos^2(x)$. Zwróćmy uwagę, że w obszarach, w których funkcja $\sin^2(x)$ jest rosnąca, funkcja $\cos^2(x)$ maleje – i odwrotnie. Oznacza to, że gdy zwiększa się wartość jednego rodzaju energii klocka, wartość drugiej maleje.



Rys. 2. Wykresy funkcji $\sin^2(x)$ i $\cos^2(x)$

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Całkowita energia mechaniczna klocka jest sumą energii potencjalnej i kinetycznej:

$$E_m = E_{ps}(t) + E_k(t) = \frac{k}{2} x_0^2 \cos^2(\omega t) + \frac{m}{2} x_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t) = \frac{x_0^2}{2} [k \cos^2(\omega t) + m \omega^2 \sin^2(\omega t)].$$

Aby sprawdzić, czy energia mechaniczna przyjmuje stałą wartość, zwróćmy uwagę, że $m\omega^2 = k$, co pozwoli nam uprościć powyższe wyrażenie:

$$E_m = \frac{x_0^2}{2} \left[k \cos^2(\omega t) + k \sin^2(\omega t) \right] = \frac{kx_0^2}{2} = \text{constans.}$$

Przykład 2. – ruch ciężarka na sprężynie

Do sprężyny o współczynniku sprężystości $k = 15 \text{ N/m}$ dołączono ciężarek o masie $m = 100 \text{ g}$. Drugi koniec sprężyny przyczepiono do ściany. Sprężyna może wykonywać drgania w kierunku poziomym. Początkowa długość sprężyny wynosiła $x_1 = 20 \text{ cm}$. Wyznacz, jaką maksymalną prędkość uzyska drgający ciężarek, jeżeli sprężyna została rozciągnięta do długości $x_2 = 25 \text{ cm}$ i puszczona. Zaniedbaj tarcie.

Dane	Szukane
współczynnik sprężystości sprężyny $k = 15 \text{ N/m}$, początkowa długość sprężyny $x_1 = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$, długość rozciągniętej sprężyny $x_2 = 25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$, masa ciężarka $m = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$.	maksymalna prędkość ciężarka $v_{max} = ?$

Analiza zadania:

Na skutek pracy zewnętrznej siły rozciągającej sprężynę ponad jej długość początkową, rośnie energia potencjalna sprężystości sprężyny. Po puszczeniu sprężyny, sprężyna zaczyna drgać – energia sprężystości zostaje przekształcona w energię kinetyczną.

Rozwiązanie:

Zgodnie z zasadą zachowania energii mechanicznej, zmiana energii sprężystości musi być równa zmianie energii kinetycznej. Porównajmy zatem energię potencjalną sprężystości na początku ruchu z energią kinetyczną przy maksymalnej prędkości:

$$\Delta E_{ps} = \Delta E_k,$$

$$\frac{k(\Delta x)^2}{2} = \frac{mv_{max}^2}{2},$$

gdzie $\Delta x = x_2 - x_1$ i wyraża zmianę długości sprężyny pod wpływem siły rozciągającej. Stąd możemy wyznaczyć maksymalną prędkość ciała:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{k(\Delta x)^2}{m}} = \sqrt{\frac{15 \text{ N/m} \cdot (0,25 \text{ m} - 0,2 \text{ m})^2}{0,1 \text{ kg}}} \approx 0,61 \text{ m/s},$$

$$\left[v_{max} = \sqrt{\frac{\frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \frac{\text{m}}{\text{s}} \right].$$

Przykład 3. – spadek swobodny i nieswobodny

Papierową kulkę o masie $m = 50 \text{ g}$ upuszczono swobodnie z wysokości $H = 70 \text{ cm}$. Spadek kulki nie jest swobodny – oprócz siły ciężkości na kulkę działa siła oporu powietrza o stałej wartości $F_o = 0,05 \text{ N}$. Wyznacz prędkość kulki tuż przy powierzchni Ziemi. Jaką prędkość osiągnęłaby kulka spadając z tej samej wysokości w rurze, w której wypompowano powietrze? Jaką ilość energii utraciła kulka na skutek działania siły oporu powietrza?

Dane	Szukane
masa kulki $m = 50 \text{ g} = 0,05 \text{ kg}$, wysokość początkowa kulki $H = 70 \text{ cm} = 0,7 \text{ m}$, przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, siła oporu powietrza $F_o = 0,05 \text{ N}$.	prędkość kulki przy powierzchni Ziemi $v_2 = ?$ prędkość kulki przy powierzchni Ziemi po ruchu w rurze próżniowej $v_1 = ?$

Analiza zadania:

Na spadającą kulkę, oprócz siły grawitacji (**siły wewnętrznej** działającej w układzie kulka-Ziemia), działa siła oporu powietrza, będąca **siłą zewnętrzną**. Praca wykonana przez siłę oporu powoduje przemianę części energii mechanicznej kulki w ciepło. W przypadku, gdy kulka porusza się w rurze próżniowej, siła oporu powietrza nie występuje.

Rozwiązanie:

W przypadku ruchu bez siły oporu powietrza, energia potencjalna grawitacji przekształca się w energię kinetyczną. Proces ten zachodzi pod wpływem pracy wykonanej przez siłę grawitacji.

$$mgH = \frac{mv_1^2}{2} \rightarrow v_1 = \sqrt{2gH},$$

$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,7 \text{ m}} \approx 3,70 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Gdy występuje siła oporu powietrza, część energii potencjalnej kulki zostaje przekształcona na ciepło i rozproszona. Praca siły oporu jest równa $W_T = F_0 \cdot H \cdot \cos 180^\circ = -F_0 \cdot H$. Bilans energii w tym przypadku możemy zapisać jako:

zmiana energii = praca sił oporu,

$$\Delta E = W_T,$$

$$\frac{mv_2^2}{2} - mgH = -F_0 \cdot H,$$

$$v_2 = \sqrt{2H \left(g - \frac{F_o}{m} \right)},$$

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot 0,7 \text{ m} \cdot \left(9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - \frac{0,05 \text{ N}}{0,05 \text{ kg}} \right)} \approx 3,51 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Końcowa prędkość jest mniejsza niż w przypadku, gdy kulka poruszałaby się w próżni.

Wartość utraconej energii jest równa pracy siły oporu powietrza:

$$W_T = -F_o H = -0,05 \text{ N} \cdot 0,7 \text{ m} = -0,035 \text{ J}.$$



Rys. 3. Innym przypadkiem spadku nieswobodnego jest ruch spadających z drzewa liści

Źródło: dostępny w internecie: <https://unsplash.com/photos/Fd3NFkSLkzs> [dostęp 24.04.2022], licencja: CC BY 4.0.

Przykład 4. – rzut piłką lekarską

Podczas ćwiczeń, Zosia wyrzuca piłkę lekarską z prędkością początkową $v_0 = 3 \text{ m/s}$, z wysokości $H_0 = 1,2 \text{ m}$, pod kątem 45° do poziomu. Wyznacz:

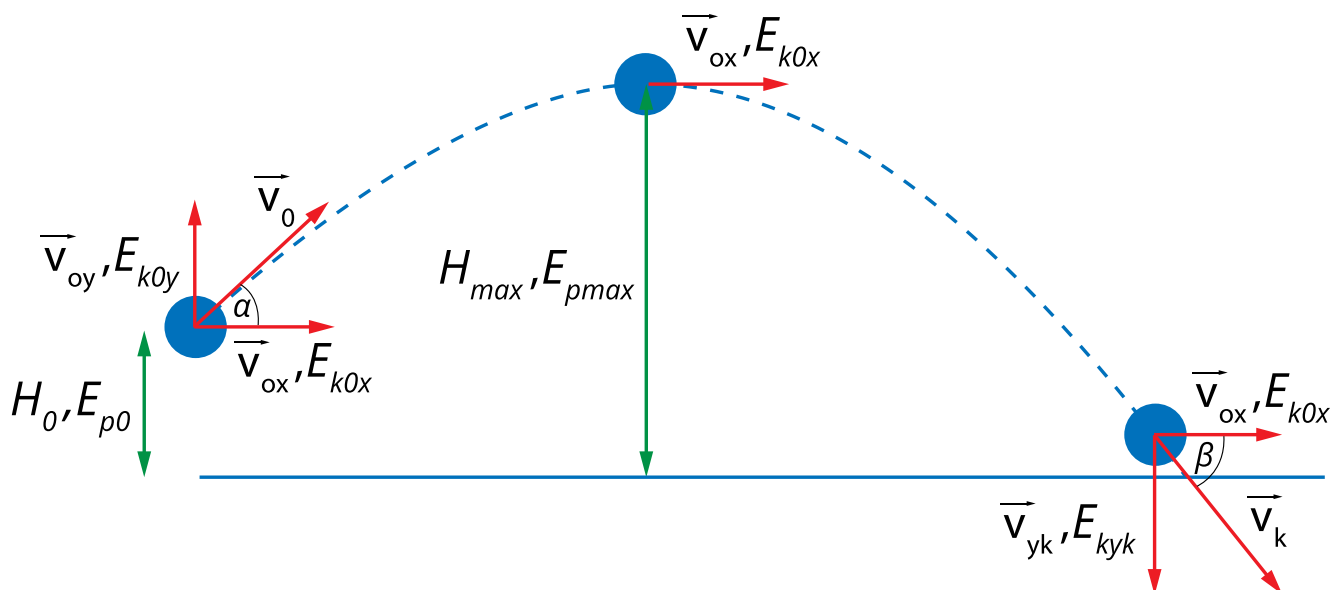
1. na jaką maksymalną wysokość dotrze piłka,
2. z jaką prędkością piłka uderzy w ziemię,
3. pod jakim kątem (względem poziomu) piłka uderzy w ziemię.

Zaniedbaj opory ruchu. Wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Dane	Szukane
prędkość początkowa piłki: $v_0 = 3 \text{ m/s}$,	
wysokość początkowa piłki: $H = 1,2 \text{ m}$,	maksymalna wysokość piłki: $H_{max} = ?$
kąt wyrzutu (do poziomu): $\alpha = 45^\circ$,	prędkość piłki przy uderzeniu w ziemię: $v_k = ?$
przyspieszenie ziemskie: $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.	kąt, pod jakim piłka uderzy w ziemię (względem poziomu): $\beta = ?$

Analiza zadania:

Podczas ruchu piłki spełniona musi być zasada energii mechanicznej. Poszczególne etapy ruchu piłki, odpowiednie prędkości oraz rodzaje energii przedstawiliśmy na Rys. 4.



Rys. 4. Ruch wyrzuconej piłki lekarskiej

Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

W momencie wyrzutu piłka posiada energię potencjalną grawitacji E_{p0} (związaną z wysokością nad Ziemią) oraz kinetyczną E_{k0} (związaną z prędkością wyrzutu). Wektor prędkości piłki $\vec{v}_0$ można rozłożyć na składowe: poziomą $\vec{v}_{0x}$ i pionową $\vec{v}_{0y}$. Energię kinetyczną piłki związaną z prędkością $\vec{v}$ można wyrazić jako sumę energii kinetycznych związanych z odpowiednimi składowymi prędkościami:

$$\vec{v}_0 = \vec{v}_{0x} + \vec{v}_{0y},$$

$$E_{k0} = E_{k0x} + E_{k0y},$$

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_{0x}^2}{2} + \frac{mv_{0y}^2}{2}.$$

Wraz z ruchem piłki do góry, pod wpływem siły grawitacji, zmienia się pionowa składowa prędkości piłki $\vec{v}_y$ i związana z nią energia kinetyczna. Składowa pozioma prędkości $\vec{v}_{0x}$ nie ulega zmianie, gdyż na piłkę nie działa żadna siła w kierunku poziomym. W najwyższym punkcie toru piłka posiada jedynie energię potencjalną grawitacji E_{pmax} oraz energię kinetyczną E_{k0x} związaną ze składową $\vec{v}_{0x}$. Następnie piłka zaczyna opadać – jej energia potencjalna maleje kosztem energii kinetycznej związanej z rosnącą składową $\vec{v}_y$. Widzimy, że energia kinetyczna związana ze składową $\vec{v}_x$ w ogóle nie ulega zmianie w trakcie ruchu.

Używając prostych relacji trygonometrycznych, możemy zapisać:

$$v_x = v \cos \alpha,$$

$$v_y = v \sin \alpha.$$

Rozwiązanie:

Aby wyznaczyć maksymalną wysokość piłki, zastosujemy zasadę zachowania energii dla pierwszego etapu ruchu:

$$E_{p0} + E_{k0x} + E_{k0y} = E_{pmax} + E_{k0x},$$

$$mgH_0 + \frac{mv_{0y}^2}{2} = mgH_{max},$$

$$H_{max} = H_0 + \frac{v_{0y}^2}{2g} = H_0 + \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g}.$$

Aby określić dwie pozostałe niewiadome, przeanalizujemy drugi etap ruchu piłki. Zasada zachowania energii przyjmuje wtedy następującą postać:

$$E_{pmax} + E_{k0x} = E_{kyk} + E_{k0x},$$

$$mgH_{max} = \frac{mv_{yk}^2}{2} \rightarrow v_{yk} = \sqrt{2gH_{max}}.$$

Całkowitą prędkość $\vec{v}$ możemy wyznaczyć, zauważając, że jest ona przekątną prostokąta wyznaczonego przez wektory $\vec{v}_{0x}$ oraz $\vec{v}_{yk}$:

$$v_k = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{yk}^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + v_{yk}^2}.$$

Aby określić kąt, jaki wektor prędkości tworzy z ziemią, możemy posłużyć się dowolną funkcją trygonometryczną, np.:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_{yk}}{v_{0x}} = \frac{v_{yk}}{v_0 \cos \alpha}.$$

Podstawiając odpowiednie wartości, otrzymujemy:

$$H_{max} = 1,2 \text{ m} + \frac{(3 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ)^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \approx 1,43 \text{ m},$$

$$v_{yk} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,43 \text{ m}} \approx 5,30 \text{ m/s},$$

$$v_k = \sqrt{(3 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ)^2 + (5,30 \text{ m/s})^2} \approx 5,71 \text{ m/s},$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{5,30 \text{ m/s}}{3 \text{ m/s} \cdot \sin 45^\circ} \approx 2,5 \rightarrow \beta \approx 68,2^\circ.$$

Komentarz

Prędkość końcowa i kąt uderzenia piłki w ziemię mają inne wartości niż początkowe parametry wyrzutu. Na początku, piłka oprócz energii kinetycznej posiadała energię potencjalną, która to energia pod koniec ruchu również zostaje zamieniona w energię kinetyczną. W sytuacji, gdyby piłka była wyrzucana z podłogi (zerowa wysokość), końcowe kąt i prędkość byłyby identyczne z początkowymi.

Słowniczek

Spadek swobodny

(ang. *free fall*) – ruch ciała upuszczonego w dół bez prędkości początkowej, jedynie pod wpływem siły grawitacji.

Siła wewnętrzna

(ang. *internal force*) – siła działająca w obrębie danego układu ciał, np. w układzie Słońce-Ziemia siła grawitacji między tymi ciałami niebieskimi jest siłą wewnętrzną.

Siła zewnętrzna

(ang. *external force*) – siła pochodząca z oddziaływań „poza” badanym układem, np. w przypadku spadającego liścia siłą zewnętrzną jest siła oporu powietrza (gdyż pochodzi spoza układu liść-Ziemia).

Symulacja interaktywna

Badanie zmian energii podczas ruchu ciał

Za pomocą tej symulacji możesz zbadać ruch kuli wpadającej do lepkiego płynu. Zaznaczone są siły działające na poruszającą się kulę: siła ciężkości, siła wyporu oraz siła oporu. Na bieżąco, podczas ruchu, rysowane są wykresy zależności prędkości, energii kinetycznej i potencjalnej kuli od czasu.

Zapoznaj się z symulacją i wykonaj polecenia.

Polecenie 1

Jak za pomocą zależności energii od czasu określić, jaka ilość energii zamieniana jest przez pracę siły oporu na energię wewnętrzną układu?

Polecenie 2

Wartość siły oporu działającej na poruszającą się w cieczy kulę zależy od jej promienia r , prędkości v oraz lepkości cieczy η , zgodnie ze wzorem $F_o = 6\pi\eta r v$.

Wyznacz wzór na maksymalną prędkość (zwaną prędkością graniczną), jaką może uzyskać kula dla danych wartości gęstości i promienia kuli oraz gęstości i lepkości cieczy.

Oblicz wartość prędkości granicznej dla kuli bakelitowej o promieniu 3 cm poruszającej się w oliwie. Gęstość oliwy $\rho_c = 911 \text{ kg/m}^3$, lepkość $\eta = 0,084 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, gęstość bakelitu $\rho = 1400 \text{ kg/m}^3$. Przyjmij wartość $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

Sprawdź swoje obliczenia przy pomocy symulacji.

Polecenie 3

Uruchom symulację na poziomie rozszerzonym. Ustaw prędkość początkową kuli równą 20 m/s. Przeanalizuj wykresy prędkości dla kuli bakelitowej o różnych promieniach. Wyjaśnij obserwowane różnice.

Wybierz kulę ze szkła, a potem ze stali. Czy obserwujesz podobny efekt? Wyjaśnij.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Dopasuj przedstawione sytuacje do zachodzących w nich zmian energii.

Pod wpływem pocierania rąk o siebie, ręce nagrzewają się.

Energia kinetyczna ciała przekształca się w energię wewnętrzną.

Lądująca na wodzie kaczka wytraca swoją prędkość.

Energia potencjalna grawitacji przekształca się w energię potencjalną sprężystości oraz energię kinetyczną ruchu ciał.

Piłka tenisowa uderza w siatkę, napręża ją i odbija się.

Energia potencjalna grawitacji i kinetyczna ciała przekształcają się w energię wewnętrzną i energię fal akustycznych.

Po umieszczeniu małego ciężarka na haczyku siłomierza, sprężyna siłomierza zaczyna się rozciągać.

Energia kinetyczna ciała przekształca się w energię sprężystości. Następnie zachodzi proces odwrotny.

Ćwiczenie 2



Źródło: dostępny w internecie: <https://unsplash.com/photos/FwdZYz0yc9g> [dostęp 24.04.2022], licencja: CC BY 4.0.

Uzupełnij poniższy opis, dotyczący przemian energii w startującym samolocie.

Gdy samolot startuje, się jego energia kinetyczna. Energia potencjalna grawitacji . Całkowita energia mechaniczna samolotu , gdyż na samolot zewnętrzna siła.

działa

maleje

rośnie

zmniejsza

nie działa

zwiększa

rośnie

maleje

stała

Ćwiczenie 3



Wskaż, jak zmienia się (rośnie/maleje/pozostaje bez zmian/nie występuje w zagadnieniu) energia kinetyczna i potencjalna ciał w przedstawionych sytuacjach

Zjawisko	Energia kinetyczna	Energia potencjalna grawitacji	Energia potencjalna sprężystości
Przyczepiony do sprężyny klocek wykonuje ruch drgający w płaszczyźnie poziomej bez tarcia. W badanej chwili klocek kurczy sprężynę. W odniesieniu do układu:			
Podrzucona do góry piłka znajduje się w najwyższym położeniu. Od tego momentu, w odniesieniu do piłki:			
Dziecko skacze na trampolinie. W badanej chwili dno trampoliny obniża się. W odniesieniu do trampoliny:			
Jadący ze stałą prędkością pociąg zaczyna wjeżdżać pod górę zbocza. Kolejne wagony połączone są sprężystymi sprzęgami, które nieco rozciągają się podczas jazdy w górę. W odniesieniu do sprzęgów:			

nie występuje w zagadnieniu

maleje

maleje

rośnie

rośnie

rośnie

maleje

pozostaje bez zmian

maleje

pozostaje bez zmian

rośnie

rośnie

Ćwiczenie 4



Po wymianie zerwanej struny gitarowej, muzyk musi ponownie nastroić instrument. W tym celu rozciąga początkowo swobodną strunę o współczynniku sprężystości $k = 210 \text{ N/m}$ o $\Delta x = 7 \text{ mm}$. Wyznacz pracę, którą należało wykonać, aby nastroić gitarę.



Źródło: dostępny w internecie: <https://unsplash.com/photos/4Hpljf9Y1ko> [dostęp 24.04.2022], licencja: CC BY 4.0.

Odpowiedź: $W =$ mJ.

Wprowadzenie do zadań 5. i 6.

Piłkę podrzucono do góry z prędkością początkową $v_0 = 5 \text{ m/s}$.

Ćwiczenie 5



Na jaką maksymalną wysokość może wznieść się piłka? Przyjmij wartość $g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Wynik zaokrąglaj do dwóch miejsc znaczących.

Odpowiedź: $h_{max} =$ m.

Ćwiczenie 6



Jaki warunek musi być spełniony, aby piłka mogła osiągnąć wyliczoną w poprzednim zadaniu wysokość?

Odpowiedź: Opór powietrza być zaniedbywalny.

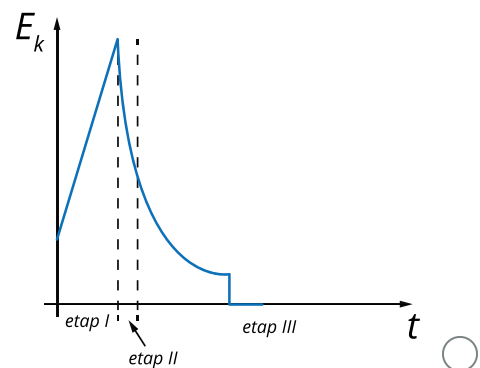
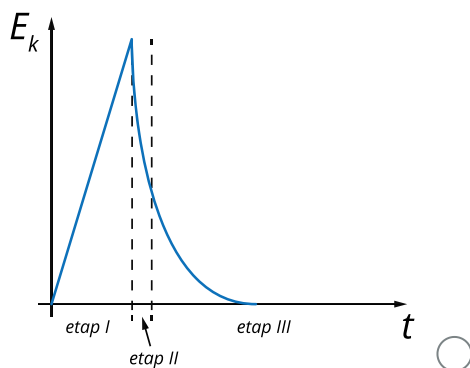
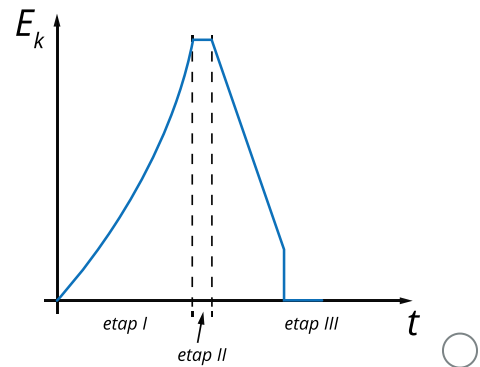
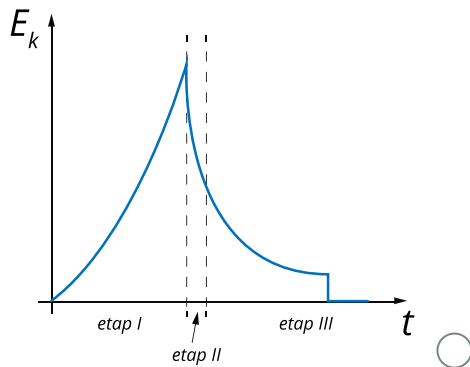
Wprowadzenie do zadań 7. i 8.

Metalowa kulka spada z wysokości H i wpada do wody. O ile w powietrzu ruch kulki można potraktować jako swobodny spadek, o tyle w wodzie na kulkę, oprócz siły grawitacji, działają: stała siła wyporu oraz zmienna siła oporu cieczy. Siła oporu jest proporcjonalna do bieżącej prędkości kulki – oznacza to, że im większa jest prędkość kulki, tym większa jest siła oporu. Ruch kulki składał się z kilku etapów: I) swobodny spadek w powietrzu, II) zderzenie z wodą, III) spadek kulki w wodzie aż do zetknięcia się z dnem basenu i zatrzymania.

Ćwiczenie 7



Wskaż, który wykres poprawnie przedstawia zależność energii kinetycznej kulki od czasu, jeśli w momencie zetknięcia się kulki z dnem basenu jej prędkość była różna od zera.



Źródło: Politechnika Warszawska Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0. <https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/deed.pl>.

Ćwiczenie 8



W których etapach ruchu energia mechaniczna kulki była zachowana?

☐ I

☐ II

☐ III

Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Przemysław Michalski
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Jak możemy opisać ruch wykorzystując zasadę zachowania energii mechanicznej?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	Cele kształcenia – wymagania ogólne I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. Zakres rozszerzony Treści nauczania – wymagania szczegółowe I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 16) przeprowadza obliczenia i zapisuje wynik zgodnie z zasadami zaokrąglania oraz zachowaniem liczby cyfr znaczących wynikającej z dokładności pomiaru lub z danych; 19) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. III. Mechanika. Uczeń: 20) posługuje się pojęciami pracy mechanicznej, mocy, energii kinetycznej, energii potencjalnej wraz z ich jednostkami; stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do obliczeń.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. definiuje zasadę zachowania energii mechanicznej, 2. wymienia wzory opisujące energię kinetyczną, potencjalną grawitacji i potencjalną sprężystości, 3. opisuje przemiany energii mechanicznej w danym zjawisku, 4. uwzględnia wpływ rozpraszania energii, 5. stosuje zasadę zachowania energii mechanicznej do opisu ruchu ciał i wyznaczania parametrów tego ruchu.
Strategie nauczania:	strategia kształcenia wyprzedzającego
Metody nauczania:	pogadanka, rozwiązywanie zadań, burza mózgów
Formy zajęć:	praca w parach, grupach
Środki dydaktyczne:	tablica, projektor, ekran
Materiały pomocnicze:	-
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Nauczyciel prosi uczniów o przypomnienie definicji energii mechanicznej oraz wzorów opisujących wszystkie „składowe” tej energii. Następnie, nauczyciel prosi uczniów o wskazanie przykładów zjawisk związanych z ruchem, w których można wykorzystać zasadę zachowania energii mechanicznej do wyznaczenia parametrów ruchu (np. ruch planet wokół Słońca). Nauczyciel wykorzystuje zebrane przez uczniów pomysły, by podkreślić powszechność zasady zachowania energii w odniesieniu do zjawisk związanych z ruchem.	
Faza realizacyjna:	
Nauczyciel dzieli uczniów na pary bądź małe grupy i wyświetla na ekranie treść zadań (poniżej). Nauczyciel prosi uczniów o rozwiązanie tych zadań w swoich grupach. Następnie, członkowie dwóch grup „na ochotnika” rozwiązują zadanie przy tablicy i dodatkowo tłumaczą je pozostałym uczniom. Przy wsparciu nauczyciela, uczeń wchodzi zatem w jego rolę. Zadaniem ucznia jest rozwiązanie zadania i poprawne wskazanie i opisanie przemian energii zachodzących w danym przypadku. Zad. 1. Wagi do ważenia ciężkich, przemysłowych przedmiotów składają się ze sprężyny, która przyczepiona jest na stałe do podstawy wagi. Na drugim końcu sprężyny zainstalowana jest ruchoma platforma. Sprężyna ugina się pod wpływem położonego na platformie ciężaru. Podczas przenoszenia na wagę skrzyni o pewnej masie urywa się ona z dźwigu	

i spada na platformę wagi z wysokości $h = 1m$. Na skutek tego platforma obniża się o $\Delta h = 45cm$. Zakładając, że nie doszło do zniszczenia skrzyni ani wagi, oblicz masę skrzyni, jeśli współczynnik sprężystości sprężyny w wadze $k = 3000 \frac{N}{m}$. Przyjmij, że w momencie uderzenia do układu przekazane zostaje 80% energii mechanicznej skrzyni. Sprężyna była początkowo ściśnięta o $\Delta x = 20cm$ z powodu ciężaru platformy. Przyjmij wartość $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$. Wynik zaokrąglaj do pełnych kilogramów (analiza, synteza).

Prawidłowa odpowiedź: $m = 73 \text{ kg}$

Szkic rozwiązania:

Uderzająca w platformę skrzynia przekazuje do układu energię równą 80% początkowej energii potencjalnej. Energia ta jest przekształcana w energię sprężystości:

$$\Delta E_s = 0,8mgh$$

Zmianę energii sprężystości można wyrazić jako (sprężyna była początkowo ugięta):

$$\Delta E_s = E_{s2} - E_{s1} = \frac{k(\Delta x + \Delta h)^2}{2} - \frac{k(\Delta x)^2}{2}$$

Porównując ze sobą obie zależności można wyznaczyć masę skrzyni.

Zad. 2.

W konkursie strzelania do celu, zadaniem zawodników jest wystrzelenie pocisku w taki sposób, by po drodze ominął on różne przeszkody. Pod jakim minimalnym kątem do poziomu α należy wystrzelić z procy pocisk, by mógł on przelecieć nad murem o wysokości $H = 4m$? Prędkość pocisku wynosi $V_0 = 20 \frac{m}{s}$. Zaniedbaj opór powietrza. Przyjmij wartość $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$. Wynik podaj z dokładnością do trzech miejsc znaczących. (analiza, synteza).

Odpowiedź: $\alpha = 26,3^\circ$

Szkic rozwiązania:

Energia kinetyczna związana z pionową składową prędkości musi być co najmniej równa energii potencjalnej pocisku na wysokości H:

$$\frac{mv_y^2}{2} \geq mgH$$

$$\frac{m(v_0 \sin \alpha)^2}{2} \geq mgH$$

Na tej podstawie można określić minimalny kąt wystrzału.

Faza podsumowująca:

Nauczyciel odpowiada na dodatkowe pytania uczniów i wyjaśnia wątpliwości.

Praca domowa:

Nauczyciel prosi uczniów o wyznaczenie dodatkowych parametrów związanych z badanymi zjawiskami, np. w zadaniu 1 – dlaczego jedynie 80% energii mechanicznej skrzyni zostaje przekształcone w energię układu? Jaka energia jest tracona? Ile wynosi masa samej platformy? Jakie będzie równowagowe położenie platformy po dociążeniu jej skrzynią? W zadaniu 2 – na jaką maksymalną wysokość wzniesie się dane ciało dla dowolnego kąta wystrzału? Jak daleko zaleci? Jaki będzie zasięg i wysokość dla ustalonego kąta, podanego przez nauczyciela?

**Wskazówki
metodyczne opisujące
różne zastosowania
danego multimedium:**

Multimedium można przeznaczyć uczniowi do samodzielnej analizy zjawiska rozpraszania energii przez tarcie lub wykorzystać podczas lekcji dotyczącej siły wyporu w cieczach, tarcia lub tłumienia.