



Tablice funkcji trygonometrycznych

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Tablice funkcji trygonometrycznych

Źródło: Kelly Lacy, dostępny w internecie: www.pexels.com.

W ramach eksperymentu wybierz jedno z twierdzeń matematycznych i spóbuć przepisać je bez użycia symboli. Wyobraź sobie, że w ten sposób wyglądałyby tablice matematyczne, z których będziesz korzystał na maturze. Tablice stałyby się wtedy grubą książką! W matematyce staramy się opisywać rzeczywistość w bardzo zwięzłej formie. Dlatego korzystamy z wzorów i tablic danych. W tej lekcji nauczymy się jak korzystać z tablic wartości funkcji trygonometrycznych.

Twoje cele

- Odczytasz z tablic wartości funkcji trygonometrycznych zadanego kąta ostrego.
- Ustalisz miarę kąta ostrego znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych.

Przeczytaj

Trygonometria pojawiła się już w starożytnej Grecji, choć wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta badano wówczas jako zależności między cięciwą a długością łuku opartego na tej cięciwie, a nie jako stosunki długości boków w trójkącie prostokątnym.



Aryabhata

Źródło: dostępny w internecie: <https://wiki.commons.org>, domena publiczna.

Za twórcę pierwszych tablic trygonometrycznych uważa się hinduskiego uczonego Aryabhatę (476 – 550 n. e.). Podał on wartości funkcji sinus i cosinus co $3,75^\circ$ stopnia od 0° do 90° z dokładnością do czterech miejsc znaczących. W X wieku islamski matematyk Abu al-Wafa stworzył tablice sinusa z krokiem $0,25^\circ$ i dokładnością 8 cyfr dziesiętnych, a także dokładne tablice tangensa.

W dobie komputerów umiemy znajdować wartości funkcji trygonometrycznych z dużą dokładnością. Często są to liczby niewymierne, więc w praktyce posługujemy się przybliżonymi wartościami. W tablicach funkcji trygonometrycznych, z których będziesz mógł korzystać na maturze, podane są wartości funkcji trygonometrycznych

(sinus, cosinus oraz tangens) kątów od 0° do 90° z dokładnością do czterech miejsc po przecinku.

W tej lekcji nauczysz się jak korzystać z tablic trygonometrycznych.

Na początek zobaczymy jak znaleźć w tablicach przybliżoną wartość wskazanej funkcji trygonometrycznej danego kąta.

Przykład 1

Znajdziemy w tablicach trygonometrycznych przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych dla wskazanych kątów:

$$\sin 9^\circ, \sin 77^\circ, \sin 31^\circ, \cos 19^\circ, \cos 49^\circ, \cos 85^\circ, \operatorname{tg} 22^\circ, \operatorname{tg} 41^\circ, \operatorname{tg} 75^\circ.$$

W zamieszczonej poniżej tablicy znajdziemy odpowiednią komórkę, a następnie odczytamy przybliżoną wartość wskazanej funkcji trygonometrycznej.

Oczywiście z pomocą tablic możemy również znaleźć miarę kąta, znając przybliżoną wartość jednej z funkcji trygonometrycznych tego kąta.

Przykład 2

Korzystając z [tablic wartości funkcji trygonometrycznych](#), wskażemy kąt α , znając przybliżoną wartość jednej z funkcji trygonometrycznych tego kąta:

$$\sin \alpha = 0,5446, \sin \alpha = 0,6691, \sin \alpha = 0,9272, \cos \alpha = 0,9205, \cos \alpha = 0,7193, \cos \alpha = 0,0872, \operatorname{tg} \alpha = 0,6745, \operatorname{tg} \alpha = 1,7321, \operatorname{tg} \alpha = 14,3007.$$

W zamieszczonej poniżej tablicy wskażemy odpowiednią komórkę, a następnie odczytamy miarę kąta, który spełnia wskazany w poleceniu warunek.

Co zrobić, jeśli będziemy szukać kąta α , dla którego $\sin \alpha = \frac{1}{3}$? Wartość $\frac{1}{3}$ nie występuje w tablicach, którymi się posługujemy.

Przykład 3

Korzystając z [tablic wartości funkcji trygonometrycznych](#) wskażemy kąt α , dla którego:

a) $\sin \alpha = \frac{4}{9}$

b) $\cos \alpha = \frac{4}{5}$

c) $\operatorname{tg} \alpha = 3$

Rozwiązanie

a) $\frac{4}{9} = 0,4444\dots$. Sprawdzamy w tablicach, że $\sin 26^\circ \approx 0,4384$ oraz $\sin 27^\circ \approx 0,4540$, więc kąt α ma miarę pomiędzy 26° a 27° . Możemy przyjąć $\alpha \approx 26^\circ$.

b) $\frac{4}{5} = 0,8$. Sprawdzamy w tablicach, że $\cos 36^\circ \approx 0,8090$ oraz $\cos 37^\circ \approx 0,7968$, więc kąt α ma miarę pomiędzy 36° a 37° . Możemy przyjąć $\alpha \approx 37^\circ$.

c) Sprawdzamy w tablicach, że $\operatorname{tg} 71^\circ \approx 2,9042$ oraz $\operatorname{tg} 72^\circ \approx 3,0777$, więc kąt α ma miarę pomiędzy 71° a 72° . Możemy przyjąć $\alpha \approx 72^\circ$.

Skoro tablice funkcji trygonometrycznych podają przybliżone wartości, to musimy nauczyć się porównywać uzyskane wyniki.

Przykład 4

Porównajmy następujące wielkości:

a) 54° i miarę kąta α , dla którego $\sin \alpha = 0,8$

b) liczbę $\sqrt{5}$ i wartość funkcji $\operatorname{tg} 66^\circ$

c) sumę $\sin 22^\circ + \operatorname{tg} 43^\circ$ oraz sumę $\operatorname{tg} 68^\circ - \sin 77^\circ$

Rozwiązanie

a) Z tablic odczytujemy, że $\sin 53^\circ \approx 0,7986$ oraz $\sin 54^\circ \approx 0,8090$, więc $53^\circ < \alpha < 54^\circ$.

b) $\sqrt{5} \approx 2,2361$, natomiast $\operatorname{tg} 66^\circ \approx 2,2460$, więc $\sqrt{5} < \operatorname{tg} 66^\circ$.

c) $\sin 22^\circ + \operatorname{tg} 43^\circ \approx 0,3746 + 0,9325 = 1,3071$ natomiast $\operatorname{tg} 68^\circ - \sin 77^\circ \approx 2,4751 - 0,9744 = 1,5007$, więc $\sin 22^\circ + \operatorname{tg} 43^\circ < \operatorname{tg} 68^\circ - \sin 77^\circ$.

Korzystając z własności trójkątów o kątach $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ oraz $45^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, umiemy łatwo wskazać dokładne wartości funkcji trygonometrycznych. Dlatego, aby znaleźć wartości funkcji trygonometrycznych kątów $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$, korzystamy z tablicy:

α	0°	30°	45°	60°	90°
0	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Słownik

trygonometria

dział matematyki zajmujący się związkami między bokami i kątami trójkątów oraz funkcjami trygonometrycznymi

tablice wartości funkcji trygonometrycznych

tablice, w których można odczytać przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych poszczególnych kątów ostrych

sinus kąta ostrego

we współczesnym ujęciu - stosunek długości przyprostokątnej leżącej naprzeciwko tego kąta ostrego do długości przeciwprostokątnej

cosinus kąta ostrego

we współczesnym ujęciu - stosunek długości przyprostokątnej leżącej przy tym kącie ostrym do długości przeciwprostokątnej

Animacja

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją a następnie rozwiąż zaproponowane w tej lekcji polecenia.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DidmEDXxv>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej tablic funkcji trygonometrycznych.

Polecenie 2

Korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych, oblicz:

a) $\sin 41^\circ + \cos 29^\circ - \operatorname{tg} 79^\circ$

b) $\sin 45^\circ - \operatorname{tg} 30^\circ + \cos 60^\circ$

c) $\cos^2 55^\circ$

Polecenie 3

Korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych, oblicz:

a) $\alpha + \beta$, gdzie α i β są takimi kątami ostrymi, dla których $\sin \alpha = 0,342$ a $\cos \beta = 0,9774$

b) $\alpha - \beta$, gdzie α i β są takimi kątami ostrymi, dla których $\operatorname{tg} \alpha = 2,246$ a $\operatorname{tg} \beta = 0,5317$

c) $2\alpha - 3\beta$, gdzie α i β są takimi kątami ostrymi, dla których $\cos \alpha = 0,891$ a $\cos \beta = 0,0175$

Polecenie 4

Korzystając z tablic wartości funkcji trygonometrycznych, wskaż przybliżoną miarę kąta α , dla którego:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

b) $\cos \alpha = \frac{3}{7}$

c) $\operatorname{tg} \alpha = 10$

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5

Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Julia Wódka

Przedmiot: Matematyka

Temat: Tablice funkcji trygonometrycznych

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Cele kształcenia – wymagania ogólne:

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście, zarówno matematycznym, jak i popularnonaukowym, a także w formie wykresów, diagramów, tabel.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

VII. Trygonometria. Zakres podstawowy. Uczeń:

2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych zadanego kąta ostrego,
- odnajduje kąt ostry znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z zagadnieniami, które będą poruszane podczas lekcji.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel określa temat lekcji: „Tablice funkcji trygonometrycznych” oraz cele, wybrana osoba formułuje kryteria sukcesu.
2. Prowadzący prosi uczniów, aby zgłaszali swoje propozycje pytań do tematu. Jedna osoba może zapisywać je na tablicy. Gdy uczniowie wyczerpią pomysły, a pozostały jakieś ważne kwestie do poruszenia, nauczyciel je dopowiada.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel dzieli uczniów na 4-osobowe grupy. Uczniowie w grupach zapoznają się z informacjami w sekcji „Przeczytaj”. Analizują przedstawione przykłady i notują pytania. Następnie przedstawiają pytania na forum klasy. Odpowiadają na nie uczniowie z innych grup. Nauczyciel wyjaśnia ewentualne wątpliwości. Nauczyciel czyta polecenie numer 1 - „Zapoznaj się z animacją a następnie rozwiąż zaproponowane w tej lekcji polecenia” z sekcji „Animacja”. Uczniowie zapoznają się z treścią materiału, następnie na forum klasy wspólnie wyjaśniają ewentualne wątpliwości.
2. Prowadzący zapowiada uczniom, że w kolejnym kroku będą rozwiązywać ćwiczenia numer 1 i 2. Każdy z uczniów robi to samodzielnie. Po ustalonym czasie wybrani uczniowie przedstawiają odpowiedzi, a reszta klasy wspólnie ustosunkowuje się do nich. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.
3. W kolejnym kroku uczniowie realizują w parach ćwiczenia 3-5, po ich wykonaniu porównują otrzymane wyniki z inną parą.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.
2. Nauczyciel przypomina temat zajęć: „Tablice funkcji trygonometrycznych” i podsumowuje przebieg zajęć. Wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, które nie zostały dokończone na zajęciach.

Materiały pomocnicze:

- [Sinus, cosinus i tangens kąta ostrego](#)

Wskazówki metodyczne:

- Medium w sekcji „Animacja” można potraktować jako zadania domowe dotyczące analizy problemu w temacie „Tablice funkcji trygonometrycznych”.