



Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia - przykłady

Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia w rozwiązywaniu zadań. Ilustracja interaktywna - kwadrat sumy dwóch wyrażeń. Ilustracja interaktywna - różnica kwadratów dwóch wyrażeń. Animacje: kwadrat sumy dwóch wyrażeń, iloczyn sumy/różnicy dwóch wyrażeń.

Zastosowanie wzorów skróconego mnożenia - przykłady

Analizując przykłady zawarte w tym materiale, poznasz wzory skróconego mnożenia drugiego stopnia. Zapiszesz kwadrat dwumianu oraz iloczyn dwóch takich samych wyrażeń w postaci sumy algebraicznej.

Przykład 1

Zapisz iloczyn w postaci sumy.

a. $(3a + 2)(3a + 2)$

b. $(2 + 4x)(2 + 4x)$

c. $(x + y)(x + y)$

Korzystamy z rozdzielności mnożenia względem dodawania.

a. $(3a + 2)(3a + 2) = (3a)^2 + 6a + 6a + 4 = 9a^2 + 12a + 4$

b. $(2 + 4x)(2 + 4x) = 4 + 8x + 8x + 16x^2 = 4 + 16x + 16x^2$

c. $(x + y)(x + y) = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

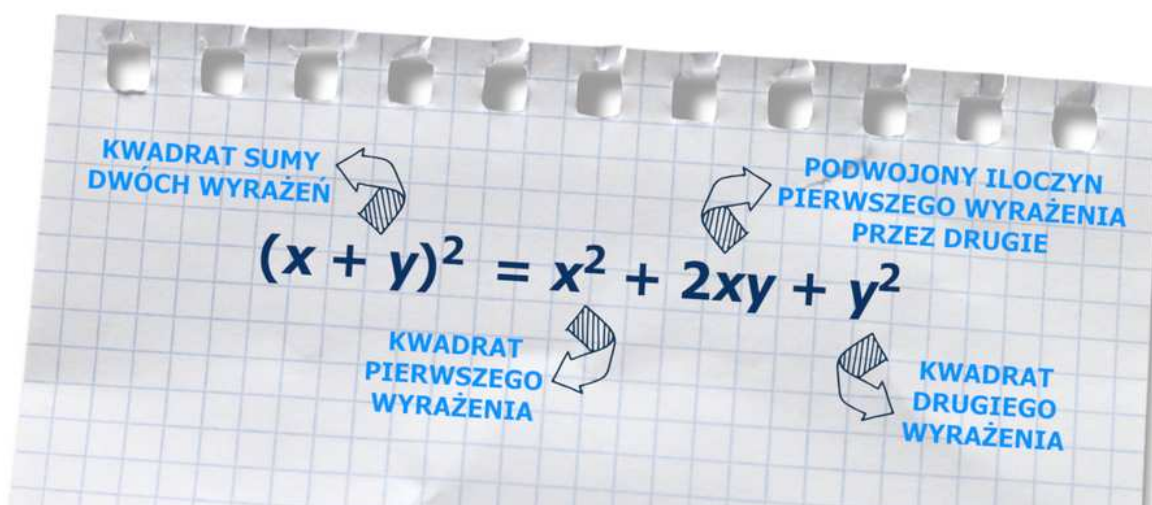
Iloczyn dwóch takich samych wyrażeń to inaczej kwadrat danego wyrażenia.

$$(x + y)(x + y) = (x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$



ZAPAMIĘTAJ!

Kwadrat sumy dwóch wyrażeń jest równy kwadratowi pierwszego wyrażenia plus podwojony iloczyn pierwszego wyrażenia przez drugie plus kwadrat drugiego wyrażenia.



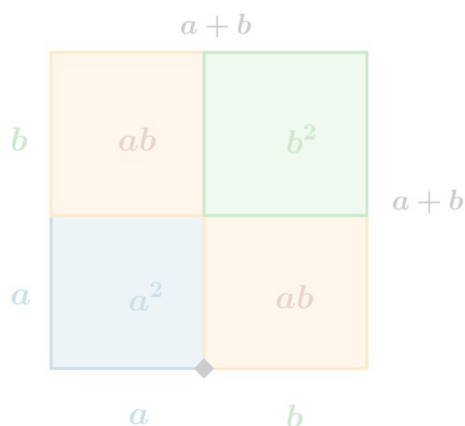
Animacja pokazuje jak wygląda oraz jak stosować wzór skróconego mnożenia na kwadrat sumy dwóch wyrażeń.

Graficznie można ten wzór zilustrować, obliczając pole kwadratu o boku $a + b$.

Kwadrat sumy dwóch wyrażeń

Pole kwadratu o boku $a + b$ jest równe sumie pól figur, na które został on podzielony.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PHxlLE5gx>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 2

Oblicz.

- a. $(a - 3)^2$
- b. $(4x - 1)^2$
- c. $(x - y)^2$

Różnicę dwóch wyrażeń zapisujemy w postaci sumy i korzystamy ze wzoru na kwadrat sumy. Otrzymamy wtedy:

- a. $(a - 3)^2 = (a + (-3))^2 = a^2 + 2 \cdot (-3) \cdot a + (-3)^2 = a^2 - 6a + 9$
- b. $(4x - 1)^2 = (4x + (-1))^2 = (4x)^2 + 2 \cdot (-1) \cdot 4x + (-1)^2 = 16x^2 - 8x + 1$
- c. $(x - y)^2 = (x + (-y))^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot (-y) + (-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Otrzymujemy wzór na kwadrat różnicy dwóch wyrażeń

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2.$$

Przykład 3

Zapisz iloczyn w postaci sumy.

- a. $(3x - 1)(3x + 1)$
- b. $(2a - 4)(2a + 4)$
- c. $(x + y)(x - y)$

Korzystając z rozdzielności mnożenia względem dodawania, otrzymujemy

- a. $(3x - 1)(3x + 1) = 9x^2 - 3x + 3x - 1 = 9x^2 - 1$
- b. $(2a - 4)(2a + 4) = 4a^2 - 8a + 8a - 16 = 4a^2 - 16$
- c. $(x + y)(x - y) = x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2$

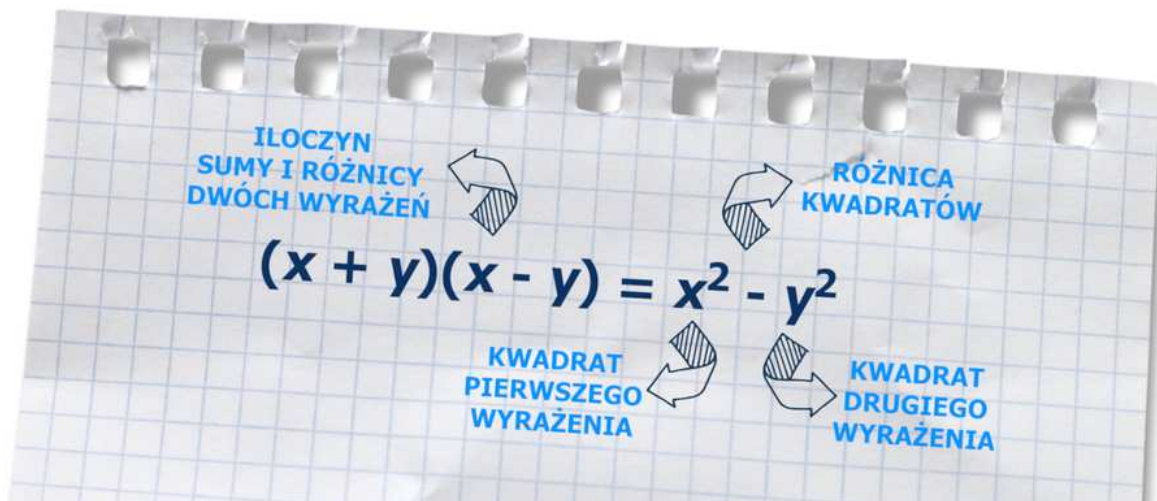
Zauważmy, że po pomnożeniu sumy dwóch wyrażeń przez ich różnicę, otrzymamy różnicę kwadratów tych wyrażeń:

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2.$$



ZAPAMIĘTAJ!

Iloczyn sumy i różnicy dwóch wyrażeń jest równy różnicy kwadratu pierwszego wyrażenia i kwadratu drugiego wyrażenia.



Film dostępny pod adresem </preview/resource/RI7AiRBekfupk>

Przykłady_atrapa_animacja_roznica_kwadratow

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazuje jak wygląda oraz jak stosować wzór skróconego mnożenia na iloczyn sumy i różnicy dwóch wyrażeń.

Przykład 4

Powyższy wzór możemy zilustrować graficznie, porównując pola sześciokąta i prostokąta.

Różnica kwadratów dwóch wyrażeń

Interpretacja graficzna



Pole kwadratu o boku x jest równe x^2 .

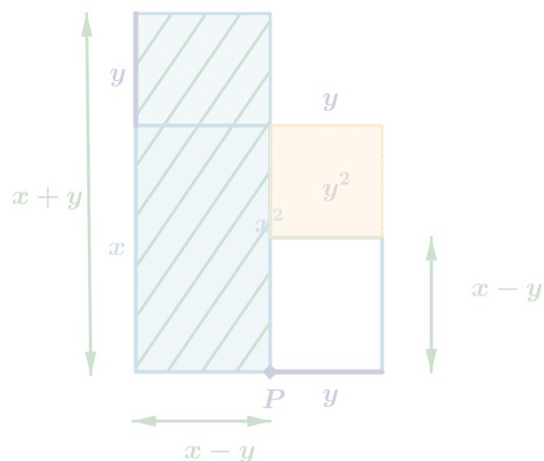
Punktem P możesz zmniejszać długość boku kwadratu.

Pole niebieskiego sześciokąta jest równe $x^2 - y^2$.

Pole prostokąta o bokach $x + y$ i $x - y$ jest równe $(x + y)(x - y)$.

Zauważmy, że pola prostokąta i sześciokąta są równe

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y).$$



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PHxlLE5gx>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.