



Analiza rzutu ukośnego

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Film samouczek
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



0098 Analiza rzutu ukośnego

Czy to nie ciekawe?

Jak daleko poleci kopnięta przez piłkarza piłka? Jaką szybkość należy nadać kuli armatniej, by trafiła w cel? Pod jakim kątem trzeba strzelać z łuku, by strzała poleciała najdalej? Analiza rzutu ukośnego pozwala odpowiedzieć na wszystkie te pytania.

Twoje cele

- dowiesz się, na czym polega rzut ukośny,
- poznasz równania opisujące rzut ukośny,
- zrozumiesz, w jaki sposób można opisywać rzut ukośny,
- zastosujesz równania ruchu do wyznaczenia zasięgu rzutu ukośnego,
- przeanalizujesz i zinterpretujesz różne przykłady rzutu ukośnego.

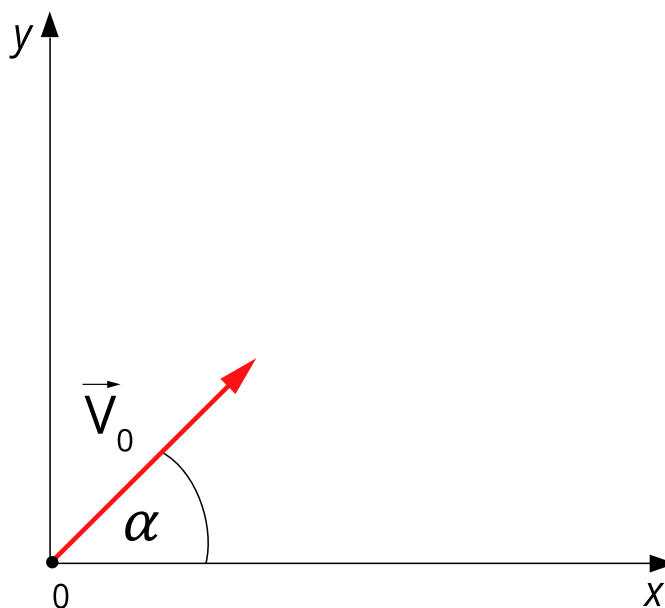
Przeczytaj

Warto przeczytać



Rys. 1. Przykład rzutu ukośnego - ruch piłki nożnej.

Rzut ukośny to ruch, w którym ciało ma pewną **prędkość** początkową \vec{v}_0 i które porusza się z **przyspieszeniem** pochodzącym od siły ciężenia w pobliżu powierzchni np. Ziemi.



Rys. 2. Warunki początkowe w opisie rzutu ukośnego.

Na Rys. 2. przedstawiona jest właśnie taka sytuacja. Ciało ma prędkość początkową skierowaną pod kątem ostrym do powierzchni Ziemi. Przyspieszenie grawitacyjne jest skierowane pionowo w dół. Ruch ciała będziemy rozpatrywać w dwóch kierunkach – oś x umieszczamy równoległe do powierzchni Ziemi, oś y pionowo, a cały układ ustawiamy w taki sposób, by wektor prędkości początkowej znajdował się w płaszczyźnie x - y . Środek układu współrzędnych umieszczamy tam, gdzie znajdowało się ciało w chwili $t = 0$.

Mając układ współrzędnych możemy zapisać współrzędne wektorów przyspieszenia, prędkości początkowej i położenia początkowego:

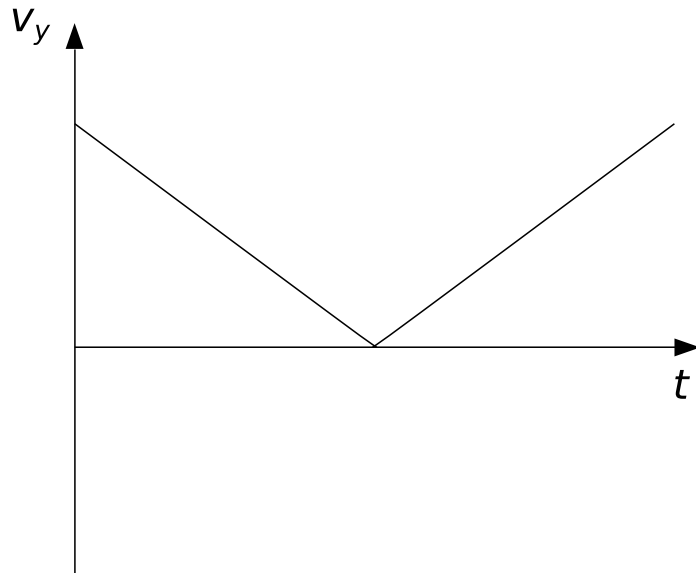
$$\vec{a} = [0, -g], \text{ gdzie } g \text{ jest wartością przyspieszenia grawitacyjnego. } \vec{v}_0 = [v_{0x}, v_{0y}]$$
$$\vec{r}_0 = [0, 0]$$

Zatem równania zależności poszczególnych współrzędnych wektora położenia od czasu będą wyglądać następująco:

$$x(t) = v_{0x}t,$$
$$y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t.$$

Rzut poziomy jest więc złożeniem **ruchu jednostajnego** z prędkością v_{0x} oraz ruchu ze stałym przyspieszeniem i prędkością początkową v_{0y} .

Ten drugi ruch nie jest ani **ruchem jednostajnie przyspieszonym**, ani jednostajnie opóźnionym – ciało najpierw porusza się w kierunku zgodnym ze zwrotem osi pionowej, a jego prędkość maleje jednostajnie, w pewnej chwili zatrzymuje się, a następnie zaczyna spadać z powrotem na Ziemię, a jego prędkość wtedy wzrasta. Możemy więc powiedzieć, że do chwili osiągnięcia przez ciało maksymalnej wysokości ruch wzdłuż osi pionowej jest jednostajnie opóźniony, a po tej chwili – jednostajnie przyspieszony. Widać to na Rys. 3.:



Rys. 3. Zależność wartości prędkości v_y od czasu w rzucie ukośnym, przy osi y skierowanej pionowo w górę.

Zastanówmy się teraz, jaki jest kształt toru w takim ruchu. Aby odpowiedzieć na to pytanie, musimy wyznaczyć zależność $y(x)$.

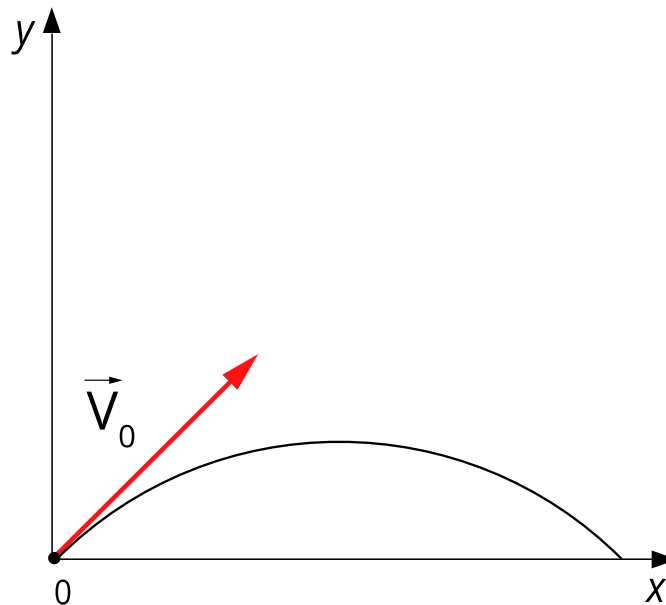
W tym celu z zależności $x(t)$ wyznaczmy t :

$$t = \frac{x}{v_{0x}}$$

i otrzymane wyrażenie wstawmy do zależności $y(t)$ eliminując z niej czas, a wprowadzając współrzędną x :

$$y(x) = y(t(x)) = -\frac{1}{2} \frac{g}{v_{0x}^2} x^2 + \frac{v_{0y}}{v_{0x}} x.$$

Otrzymana zależność jest zależnością kwadratową, a więc tor rzutu ukośnego jest fragmentem paraboli.



Rys. 4. Paraboliczny tor ciała w ruchu w polu ciężenia w pobliżu Ziemi.

Zasięg rzutu poziomego to odległość, którą ciało przebywa w kierunku x do chwili osiągnięcia wartości y , z której rozpoczął się ruch. Aby tę odległość wyznaczyć, ustalimy najpierw czas trwania ruchu. Ciało zakończy swój ruch na ziemi, gdy jego współrzędna y będzie równa zero. Musimy zatem rozwiązać równanie

$$-\frac{1}{2}gt^2 + v_{0y}t = 0.$$

Równanie to ma dwa rozwiązania: $t_0 = 0$ – czyli chwila, w której ciało rozpoczyna swój ruch oraz $t_k = 2v_{0y}/g$ i to jest właśnie szukany przez nas czas trwania ruchu.

Aby wyznaczyć zasięg rzutu musimy teraz wyznaczyć współrzędną x w tym właśnie czasie:

$$x(t_k) = v_{0x}t_k = \frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}.$$

Słowniczek

prędkość

(ang.: *velocity*) - wielkość wektorowa określająca, jak szybko zmienia się położenie w czasie.

przyspieszenie

(ang.: *acceleration*) - wielkość wektorowa opisująca, jak szybko zmienia się prędkość w czasie.

ruch jednostajny

(ang.: *uniform motion*) - ruch, w którym wartość prędkości jest stała.

ruch jednostajnie przyspieszony

(ang.: *motion with uniform acceleration*) - ruch, w którym wartość prędkości rośnie w sposób jednostajny.

Film samouczek

Analiza rzutu ukośnego

Trwa wczytywanie danych..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D17jfvPk4>

Wysłuchaj alternatywnej ścieżki lektorskiej.

Polecenie 1

Polecenie 2

Zastanów się nad tym, co moglibyśmy zrobić, aby piłka poleciała dwa razy dalej.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Zależność położenia od czasu dla pewnego ciała wygląda następująco:

$$x(t) = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$$

$$y(t) = -5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 + 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} t$$

Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Określ, które ciało poleci dalej – ciało rzucone z prędkością początkową o współrzędnych [3 m/s, 2 m/s] na Ziemi (wartość g przybliź przez 10 m/s²), czy ciało rzucone z prędkością początkową o współrzędnych [1 m/s, 2 m/s] na planecie, na której przyspieszenie grawitacyjne wynosi 4 m/s². Oś y układu współrzędnych w obu przypadkach ustawiona jest pionowo do góry, oś x – poziomo.

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Wyprowadź wzór na maksymalną wysokość, jaką osiąga ciało w rzucie ukośnym.

Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji:

Imię i nazwisko autora:	Agnieszka Ruzikowska
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Analiza rzutu ukośnego
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>6) tworzy teksty, tabele, diagramy lub wykresy, rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu; właściwie skaluje, oznacza i dobiera zakresy osi;</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.</p>
Kształtowane kompetencje kluczowe:	<p>Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:</p> <ul style="list-style-type: none">• kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,• kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,• kompetencje cyfrowe,• kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. objaśnia, na czym polega rzut ukośny, 2. podaje równania opisujące rzut ukośny, 3. objaśnia, w jaki sposób można opisywać rzut ukośny, 4. wyznacza zasięg rzutu ukośnego, 5. analizuje i interpretuje różne przykłady rzutu ukośnego.
Strategie nauczania:	IBSE
Metody nauczania:	doświadczalna
Formy zajęć:	praca w grupach
Środki dydaktyczne:	dla każdej grupy uczniów – komputer z odpowiednim oprogramowaniem (o czym niżej)
Materiały pomocnicze:	brak
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Uczniowie przed lekcją, w ramach pracy domowej oglądają film – samouczek. Na początku lekcji nauczyciel wyjaśnia uczniom ewentualne wątpliwości.	
Faza realizacyjna:	
<p>Uczniowie w grupach badają wpływ kąta pod jakim rzucone jest ciało na zasięg ciała. W zależności od umiejętności uczniów w tym celu:</p> <ul style="list-style-type: none"> - uczniowie piszą program, który po wprowadzeniu wartości prędkości początkowej oblicza zasięg rzutu lub - robią to samo używając na przykład arkusza kalkulacyjnego lub - korzystają z wstępnie przygotowanego arkusza kalkulacyjnego - jeśli uczniowie nie znają jeszcze funkcji trygonometrycznych nauczyciel przygotowuje tę część arkusza, która odpowiada za wyznaczanie składowych wektora prędkości początkowej. <p>Uczniowie za pomocą symulacji próbują znaleźć kąt prędkości początkowej, dla którego zasięg jest największy, mogą także dobrać kąt tak, aby zasięg był zbliżony do określonej wartości.</p>	
Faza podsumowująca:	
Uczniowie przedstawiają swoje obserwacje na forum klasy.	
Praca domowa:	
Zadanie 6 i 7 z zestawu ćwiczeń.	

Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium:	Film samouczek uczniowie mogą także obejrzeć na początku lekcji.
--	--