



Rachunki pamięciowe i szacowanie wyników

Materiał zawiera:

- krótki wstęp uzasadniający, dlaczego warto liczyć w pamięci,
- dwa ćwiczenia interaktywne na liczenie w pamięci.

Materiał zawiera zadania interaktywne na dodawanie i odejmowanie liczb dwucyfrowych oraz na zapisywanie liczb w postaci sumy.

Materiał zawiera ćwiczenia interaktywne na dodawanie i odejmowanie pamięciowe liczb dwucyfrowych i trzycyfrowych.

Są to zadania na wybór poprawnej odpowiedzi, uzupełnienie działań, na przeciąganie takich liczb, aby uzyskać pożądaný wynik.

Materiał zawiera zestaw zadania na:

- mnożenie w pamięci liczb zakończonych zerami,
- mnożenie liczby jednocyfrowej przez dwucyfrową oraz przez trzycyfrową,
- zapisywanie liczb w postaci iloczynu,
- dzielenie liczb dwucyfrowych przez jednocyfrową,
- zapisywanie liczb w postaci ilorazu.

Materiał zawiera zestaw ćwiczeń interaktywnych na:

- dodawanie i odejmowanie w pamięci kilku liczb naturalnych,
- mnożenie i dzielenie w pamięci kilku liczb naturalnych.

Materiał zawiera:

- animację pokazującą przykłady z życia codziennego szacowania wyników,
- ćwiczenia interaktywne z kontekstem realistycznym na szacowanie wyników,
- ćwiczenie interaktywne na szacowanie sumy.

Rachunki pamięciowe i szacowanie wyników

Dlaczego warto liczyć w pamięci

Dlaczego warto nauczyć się wykonywania rachunków bez pomocy kalkulatora, kartki i długopisu? Na przykład dlatego, że czasem nie mamy tych przedmiotów pod ręką, a musimy wykonać potrzebne obliczenia. Inny powód jest taki, że dodawanie, odejmowanie, mnożenie i dzielenie pamięciowe pobudza logiczne myślenie i ćwiczy pamięć.

Ćwiczenie 1



Sprawdź swoją sprawność rachunkową i wykonaj obliczenia w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

- $24 + 36 =$
- $100 - 51 =$
- $24 \cdot 5 =$
- $217 : 7 =$
- $49 + 51 =$
- $60 - 24 =$
- $6 \cdot 31 =$
- $144 : 24 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 2



Nie ma lepszego sposobu niż pamięciowy na poradzenie sobie w następujących sytuacjach z życia codziennego. Oblicz w pamięci. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednie wyrażenie tak, aby uzupełnić puste pola.

- Krzysztof zamierza kupić 10 drobiazgów w sklepie „Wszystko po 4 złote”. Ile co najmniej pieniędzy musi ze sobą zabrać? zł
- Pani Danuta ma przy sobie 2400 zł w banknotach pięćdziesięciozłotowych. Ile ma tych banknotów?
- Kasia ma w skarbonce 345 zł, a Piotruś 241 zł. Ile mieliby pieniędzy, gdyby połączyli swoje oszczędności? zł
- Na jesienny piknik w lesie przygotowano 115 kiełbasek. Po pikniku okazało się, że zostało ich 17. Ile kiełbasek zjedzono podczas imprezy?
Czy wśród 97 uczestników pikniku znalazł się ktoś, kto zjadł więcej niż jedną kiełbaskę?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dodajemy i odejmujemy w pamięci

Ćwiczenie 3



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

- Do liczby 46 dodano pewną liczbę. Otrzymany wynik jest większy od 46 o 3 dziesiątki i 2 jedności. Jaką liczbę dodano?
- Do liczby 24 dodano pewną liczbę. Otrzymany wynik jest od 24 większy o 5 dziesiątek i 4 jedności. Jaką liczbę dodano?
- Od liczby 78 odjęto pewną liczbę. Otrzymany wynik jest od 78 mniejszy o 3 dziesiątki i 2 jedności. Jaką liczbę odjęto?

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 4



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

• $34 + 52 =$

• $87 - 52 =$

• $45 + 23 =$

• $69 - 23 =$

• $61 + 37 =$

• $99 - 37 =$

• $74 + 14 =$

• $89 - 14 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 5



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

• $36 + 54 =$

• $91 - 54 =$

• $46 + 25 =$

• $72 - 25 =$

• $25 + 37 =$

• $63 - 37 =$

• $74 + 19 =$

• $94 - 19 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 6



Dlaczego w poniższych przykładach zawsze otrzymujemy ten sam wynik?

a) $136 + 29$,

b) $135 + 30$,

c) $134 + 31$,

d) $133 + 32$.

Wskaż prawidłową odpowiedź.



Ponieważ suma liczby zakończonej cyfrą 6 i liczby zakończonej cyfrą 9 musi kończyć się cyfrą 5.



Dlatego, że jeżeli jeden składnik sumy zwiększymy, a drugi zmniejszymy o tyle samo, to wynik dodawania się nie zmienia.



Ponieważ $136 + 29 = 165$.



Ponieważ suma liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą nieparzystą.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 7



Uzupełnij obliczenia. Wpisz odpowiednią liczbę w puste pole.

• $118 + 27 = \boxed{} + 30 = \boxed{}$

• $56 + 15 = 60 + \boxed{} = \boxed{}$

• $198 + 53 = \boxed{} + 51 = \boxed{}$

• $294 + 87 = 300 + \boxed{} = \boxed{}$

• $989 + 13 = \boxed{} + 2 = \boxed{}$

• $1234 + \boxed{} = 1200 + 100 = 1300$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 8



Dlaczego w poniższych przykładach zawsze otrzymujemy ten sam wynik?

- a) $134 - 29$,
- b) $133 - 28$,
- c) $132 - 27$,
- d) $131 - 26$,
- e) $130 - 25$.

Wskaż prawidłową odpowiedź.

- ☐ Ponieważ różnica liczby parzystej i nieparzystej jest liczbą nieparzystą.
- ☐ Ponieważ, jeżeli dwie liczby zmniejszymy lub zwiększymy o tyle samo, to różnica tych liczb nie zmienia się.
- ☐ Dlatego, że jeśli od liczby zakończonej cyfrą 4 odejmujemy liczbę zakończoną cyfrą 9, to wynik musi się kończyć cyfrą 5.
- ☐ Ponieważ $134 - 29 = 105$.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 9



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

- $145 - 16 =$
- $102 - 99 =$
- $328 - 129 =$
- $1001 - 13 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 10



Przeciągnij w luki brakujące liczby. Liczba w górnym wersie powinna być mniejsza niż liczba w dolnym wersie.

	3		
+			
	7	1	

6

5

3

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 11



Przeciągnij i upuść cyfry tak, aby odejmowanie było prawdziwe.

	8		
-			
	2	7	

6

2

9

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 12



Przeciągnij i upuść cyfry tak, aby dodawanie było prawdziwe. Uzupełnij luki tak, aby składnik leżący wyżej był liczbą większą od składnika leżącego pod nim.

$$\begin{array}{r} \boxed{} \boxed{} \boxed{} \\ + \boxed{} \boxed{8} \\ \hline \boxed{8} \boxed{5} \end{array}$$

7

3

4

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 13



Przeciągnij i upuść cyfry tak, aby odejmowanie było prawdziwe.

	6		
-			
	4	9	

4

3

1

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 14



Czy sposoby obliczeń opisane w poniższych krótkich zadaniach są poprawne? Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Mama Jadzi i Dorotki dała córkom 110 zł na klasową wycieczkę do ogrodu zoologicznego. Każdy uczeń miał wpłacić wychowawczyni po 53 złote. Dziewczęta podzieliły się równo resztą pieniędzy. Każda wzięła po 3 złote.

☐ Tomek oddał 54 zł pożyczki, którą zaciągnął u Bartka. Przekazał mu 60 zł, a Bartek wydał mu 4 zł.

☐ Basia zapłaciła za soki 27 złotych. Podała pani w kasie 30 zł i otrzymała 3 złote reszty.

☐ Krzyś, dodając liczby 37 i 28, dla uproszczenia rachunku do liczby 37, dodał 30 i od wyniku odjął 2.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Mnożymy i dzielimy w pamięci

Ćwiczenie 15



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

• $10 \cdot 16 =$

• $20 \cdot 16 =$

• $30 \cdot 16 =$

• $3 \cdot 160 =$

• $240 : 8 =$

• $240 : 80 =$

• $2400 : 8 =$

• $2400 : 80 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 16



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

• $4 \cdot 18 =$

• $2 \cdot 36 =$

• $8 \cdot 9 =$

• $12 \cdot 6 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 17



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

• $5 \cdot 12 =$

• $10 \cdot 6 =$

• $20 \cdot 3 =$

• $15 \cdot 4 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 18



Oblicz w pamięci. Wpisz rozwiązanie w puste pole.

- $4 \cdot 36 =$
- $2 \cdot 72 =$
- $9 \cdot 16 =$
- $6 \cdot 24 =$
- $12 \cdot 12 =$
- $8 \cdot 28 =$
- $4 \cdot 56 =$
- $2 \cdot 112 =$
- $16 \cdot 14 =$
- $32 \cdot 7 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 19



Uzupełnij obliczenia. Wpisz odpowiednią liczbę w puste pole.

- $16 \cdot 15 = 8 \cdot$ $= 4 \cdot$ $= 2 \cdot$ $=$
- $27 \cdot 13 = 9 \cdot$ $= 3 \cdot$ $=$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 20



Oblicz w pamięci i zastanów się, co te przykłady mają ze sobą coś wspólnego. Uzupełnij ostatni podpunkt tak, aby wynik działania pasował do pozostałych.

- $39 : 3$
- $78 : 6$
- $156 : 12$
- $117 :$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Reguła: Działania

- Jeżeli jeden z czynników zmniejszymy pewną liczbę razy, a drugi zwiększymy tyle samo razy, to wynik mnożenia się nie zmienia.
- Jeżeli każdą z dwóch liczb ilorazu zmniejszymy lub zwiększymy tyle samo razy, to wynik dzielenia się nie zmienia.

Ćwiczenie 21



Uzupełnij obliczenia. Wpisz odpowiednią liczbę w puste pole.

- $108 : 6 = 54 : \boxed{} = \boxed{}$
- $180 : 15 = 60 : \boxed{} = \boxed{}$
- $810 : 18 = \boxed{} : 2 = \boxed{}$
- $420 : 14 = \boxed{} : 7 = \boxed{}$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 22



Oblicz w pamięci. Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednią liczbę.

- $6 \cdot 22 = \boxed{}$
- $24 \cdot 5 = \boxed{}$
- $64 \cdot 10 = \boxed{}$
- $300 \cdot 50 = \boxed{}$
- $69 : 3 = \boxed{}$
- $168 : 12 = \boxed{}$
- $280 : 70 = \boxed{}$
- $5600 : 800 = \boxed{}$

7

640

15000

23

14

4

132

41

72

120

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Zadania – rachunki pamięciowe

Ćwiczenie 23



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednią liczbę.

- $36 + 51 + 14 =$
- $71 + 98 + 19 =$
- $133 + 43 + 67 =$
- $56 + 123 + 11 =$
- $87 + 27 + 16 =$
- $15 + 23 + 122 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 24



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednią liczbę.

- $5 \cdot 15 \cdot 2 =$
- $25 \cdot 18 \cdot 4 =$
- $50 \cdot 34 \cdot 2 =$
- $25 \cdot 12 \cdot 8 =$
- $20 \cdot 27 \cdot 5 =$
- $2 \cdot 30 \cdot 5 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 25



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednią liczbę.

- $54 + 42 - 15 =$
- $43 + 29 - 19 =$
- $67 + 52 - 17 =$
- $65 - 42 + 77 =$
- $76 - 18 + 12 =$
- $91 - 15 + 19 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 26



Uzupełnij poniższe równości odpowiednimi liczbami. Kliknij w lukę, aby rozwinąć listę, i wybierz odpowiednią liczbę.

- $56 : 8 \cdot 4 =$
- $144 : 12 \cdot 5 =$
- $180 : 15 \cdot 12 =$
- $200 : 25 \cdot 40 =$
- $99 : 3 \cdot 4 =$
- $66 : 11 \cdot 12 =$
- $25 \cdot 16 : 10 =$
- $24 \cdot 8 : 6 =$
- $8 \cdot 40 : 20 =$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Szacowanie wyników

Jak sobie poradzić bez kalkulatora, kartki i długopisu, gdy nasze umiejętności rachunkowe nie pozwalają nam szybko i sprawnie liczyć? Kiedy nie ma czasu na żmudne dodawanie, odejmowanie, mnożenie lub dzielenie, to wykonujemy szacowanie. Zadowolamy się wtedy wynikiem przybliżonym.

? Ile osób jest w tłumie?



$$9 \cdot 9 = 81$$

W tłumie jest około 80 osób.

? Ile jest ziarenek kawy?



$$20 \cdot 9 = 180$$

Jest około 180 ziarenek kawy.

? O ile kilometrów droga z Gdańska do Marsylii jest dłuższa od drogi z Gdańska do Częstochowy?



Gdańsk - Częstochowa 500 km
Gdańsk - Marsylia około 2000 km

Film dostępny pod adresem </preview/resource/RdBTONStzz9Lj>

Rachunki pamięciowe i szacowanie wyników_atrapa_animacja_384

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Animacja pokazująca przykłady szacowania wyników.

Ćwiczenie 27



Do wyprodukowania jednej tony papieru potrzeba około 17 drzew. Zbierając makulaturę, ocalamy lasy. Dlatego też w szkole urządzono zbiórkę makulatury. Klasy czwarte zebrały 3230 kg makulatury, piąte 4350 kg, a szóste 2312 kg. Oszacuj, ile w przybliżeniu drzew można ocalić, wprowadzając zebraną przez uczniów makulaturę do ponownego użycia. Zaznacz prawidłową odpowiedź.

☐ Około 150 drzew

☐ Około 140 drzew

☐ Około 120 drzew

☐ Około 170 drzew

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 28



Pierwszy król Polski – Bolesław Chrobry – był koronowany w roku 1025, a ostatni – Stanisław August Poniatowski – w roku 1764. Wybierz liczbę, która najdokładniej określi, ile lat upłynęło między tymi dwoma wydarzeniami.

☐ 800

☐ 700

☐ 850

☐ 750

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Ćwiczenie 29



Nie wykonując dokładnych obliczeń, połącz w pary.

5908

$2344 + 2314$

4658

$2333 + 2645$

6738

$1917 + 4821$

4978

$3456 + 2452$

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.



Tabela przedstawia liczbę ludności wybranych krajów Europy w roku 2012.

Kraj	Liczba ludności w tysiącach
Niemcy	81306
Włochy	61261
Polska	38415
Rumunia	21849
Grecja	10768
Słowacja	5483
Litwa	3526

Na podstawie tabelki uzupełnij zdania.

Wpisz prawidłowe liczby.

W roku 2012:

1. Niemców było około razy więcej niż Rumunów.
2. Polaków było około razy więcej niż Słowaków.
3. Włochów było około razy więcej niż Greków.
4. Niemców było około razy więcej niż Polaków.

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.