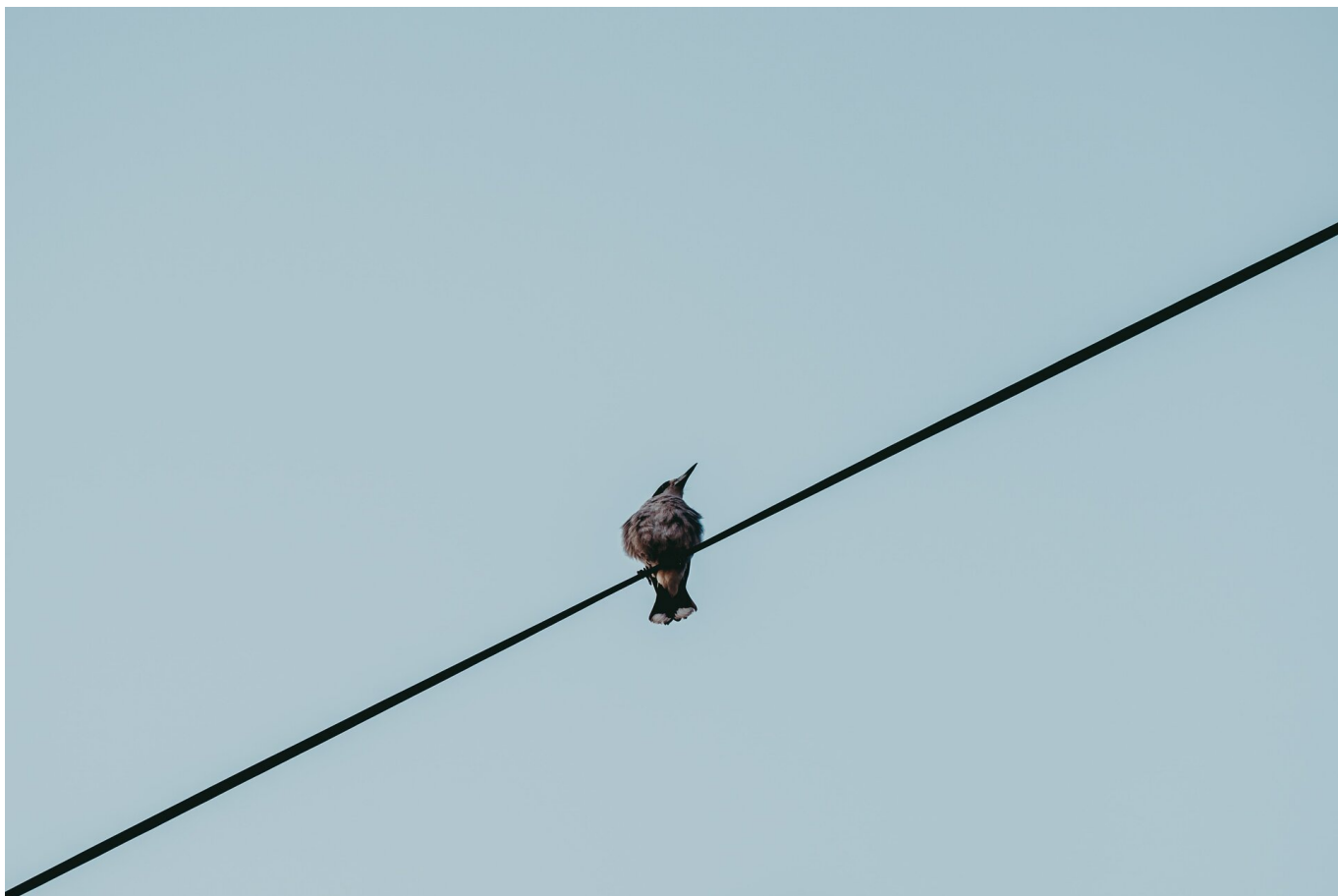
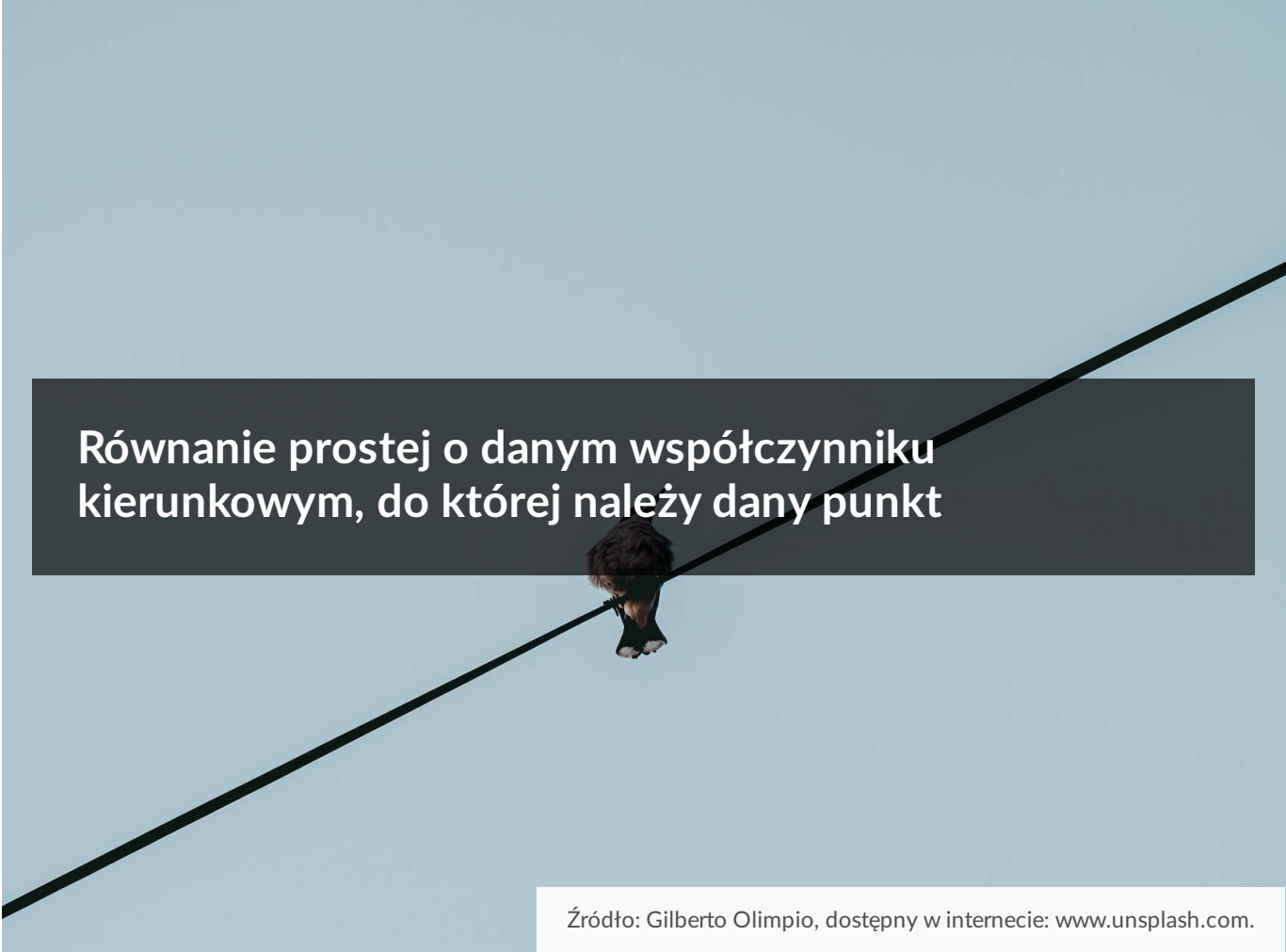




Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)

A hawk is perched on a thick black diagonal line that runs from the bottom-left towards the top-right of the frame. The background is a solid light blue. A dark grey rectangular box is positioned in the upper-middle part of the image, containing white text. The hawk is facing away from the viewer, looking down the line.

Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt

Źródło: Gilberto Olimpio, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

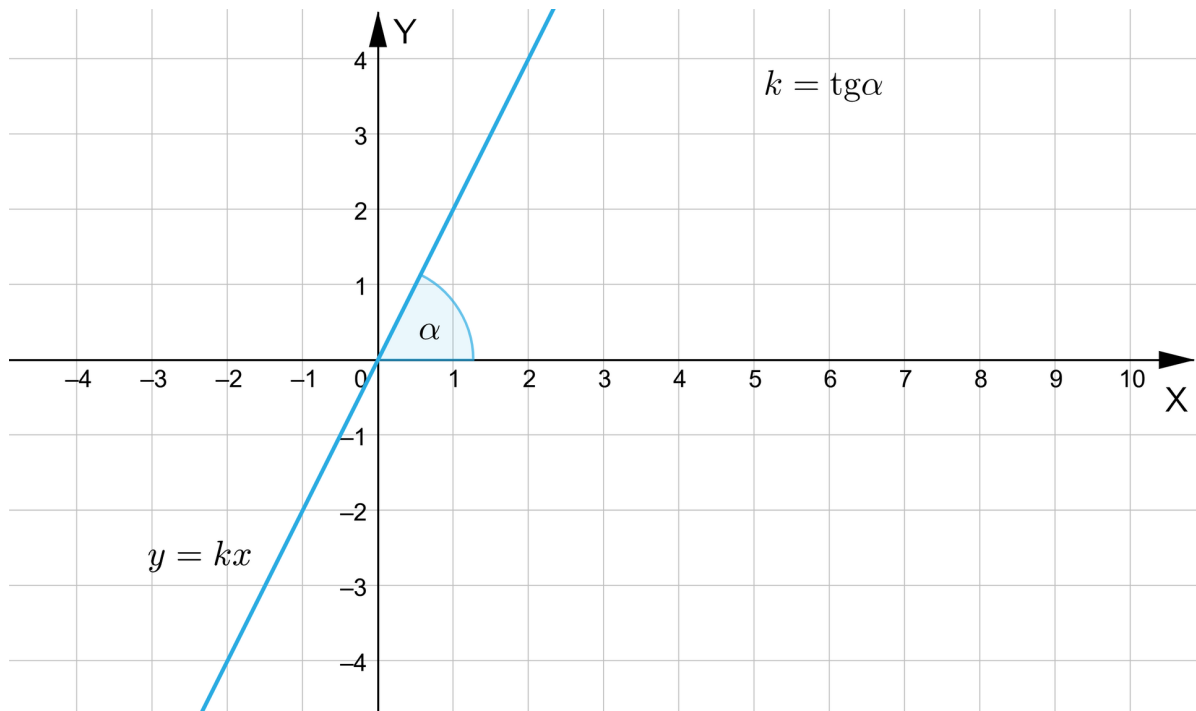
W tej lekcji zajmiemy się równaniami prostych o danym nachyleniu do dodatniej półosi X . Będziemy wyznaczać równania takich prostych przeprowadzonych przez konkretny punkt w układzie współrzędnych.

Twoje cele

- Wyznaczysz równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt.
- Zastosujesz poznaną zależność do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Przeczytaj

Przypomnijmy, że **proste o równaniach postaci** $y = k \cdot x$ przechodzą przez początek układu współrzędnych, czyli punkt o współrzędnych $(0; 0)$. Wiemy też, że współczynnik kierunkowy k takich prostych jest równy tangensowi kąta ich nachylenia do dodatniej półosi X .



Przypomnijmy również, że **współczynniki kierunkowe prostych równoległych** są takie same. Naszym celem będzie wyznaczenie równania prostej o danym współczynniku kierunkowym k przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(x_0; y_0)$.

Oczywiście będzie ona równoległa do prostej o równaniu $y = k \cdot x$, czyli jej równanie będzie postaci $y = k \cdot x + b$. Wyznamy takie b , aby punkt o współrzędnych $(x_0; y_0)$ należał do tej prostej. W tym celu podstawiamy $(x_0; y_0)$ do równania prostej:

$$y_0 = k \cdot x_0 + b$$

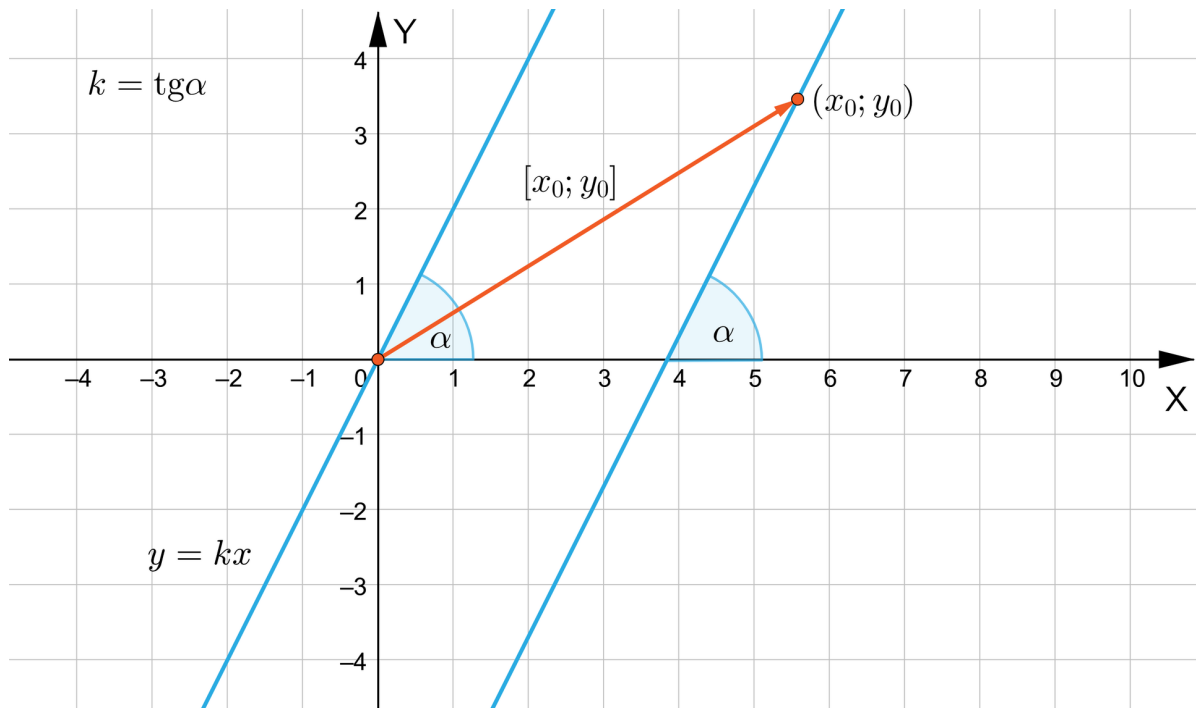
$$y_0 - k \cdot x_0 = b$$

Wynika stąd, że prosta o współczynniku kierunkowym k przechodząca przez punkt o współrzędnych $(x_0; y_0)$ ma równanie:

$$y = k \cdot x + y_0 - k \cdot x_0$$

$$y - y_0 = k \cdot x - k \cdot x_0$$

$$y - y_0 = k \cdot (x - x_0)$$



Zwróćmy jeszcze uwagę, że prosta o współczynniku kierunkowym k przechodząca przez punkt o współrzędnych $(x_0; y_0)$ powstaje z prostej o równaniu $y = k \cdot x$ przez przesunięcie (translację) o wektor $[x_0; y_0]$.

Przykład 1

Równanie prostej o współczynniku kierunkowym (-3) przechodzącej przez punkt $(-3; 2)$ ma postać $y - 2 = -3(x - (-3))$, co jest równoważne kolejno:

$$y - 2 = -3(x + 3)$$

$$y = -3(x + 3) + 2$$

$$y = -3x - 9 + 2$$

$$y = -3x - 7$$

Przykład 2

Dany jest trójkąt o wierzchołkach w punktach $A = (1; 3)$, $B = (4; 1)$, $C = (-1; -2)$.

Wyznamy równanie prostej przechodzącej przez środki boków AB i BC tego trójkąta.

Przypomnijmy, że odcinek łączący środki boków AB i BC trójkąta ABC jest równoległy do boku AC . Wynika stąd, że prosta przechodząca przez środki boków AB i BC ma taki sam współczynnik kierunkowy jak prosta AC , czyli:

$$\frac{-2-3}{-1-1} = \frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}.$$

Środek boku AB ma współrzędne

$$\left(\frac{4+1}{2}; \frac{1+3}{2} \right) = (2, 5; 2).$$

Zatem szukane równanie ma postać:

$$y - 2 = \frac{5}{2}(x - 2, 5)$$

$$y = \frac{5}{2}x - \frac{25}{4} + 2$$
$$y = \frac{5}{2}x - \frac{17}{4}.$$

Słownik

współczynnik kierunkowy prostych równoległych

proste równoległe mają takie same współczynniki kierunkowe

proste o równaniach postaci $y = k \cdot x$

przechodzą przez początek układu współrzędnych, czyli punkt o współrzędnych $(0; 0)$.
Ich współczynnik kierunkowy k jest równy tangensowi kąta ich nachylenia do dodatniej półosi X

Animacja

Polecenie 1

Obejrzyj animację i dowiedz się, jak wyznaczyć równania kierunkowej prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DK4oTgvPT>

Film nawiązujący do tematu lekcji dotyczącej równania prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt.

Polecenie 2

Rozwiąż test.

Pytania	Odpowiedzi	
Równanie prostej o współczynniku kierunkowym równym $\frac{2}{3}$ przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(6, 1)$ to	$y = \frac{2}{3}x + 5$ ☐	$y = \frac{2}{3}x - 3$ ☐
Równanie prostej nachylonej do osi X pod kątem o mierze 30° przechodzącej przez punkt o współrzędnych $(-\sqrt{3}, 2)$ to	$y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$ ☐	$y = \sqrt{3}x + 5$ ☐
Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (1, 5)$, $B = (4, -1)$, $C = (-3, -3)$. Równanie prostej równoległej do boku AB dzielącej trójkąt ABC na trapez i trójkąt podobny do trójkąta ABC w skali $1 : 2$ to	$y = -2x - 1$ ☐	$y = -2x$ ☐
Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (1, 5)$, $B = (4, -1)$, $C = (-3, -3)$. Równanie prostej równoległej do boku CB dzielącej trójkąt ABC na trapez i trójkąt podobny do trójkąta ABC w skali $1 : 2$ to	$y = \frac{2}{7}x + \frac{9}{7}$ ☐	$y = \frac{7}{2}x + \frac{9}{2}$ ☐

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 2

Wyznacz wyraz wolny b równania prostej $y = kx + b$ o danym współczynniku kierunkowym k przechodzącej przez punkt o danych współrzędnych.

Współczynnik kierunkowy prostej	Współrzędne punktu, przez który przechodzi dana prosta	Wyraz wolny prostej
$\frac{1}{2}$	$A = (4; 2)$	
$-\frac{1}{2}$	$B = (2; 1)$	
$\frac{2}{3}$	$C = (-3; 2)$	
$-\frac{2}{3}$	$D = (6; 0)$	

Ćwiczenie 3



Rozwiąż test. Wskaż wszystkie poprawne odpowiedzi.

Pytania	Odpowiedzi	
Równanie prostej przechodzącej przez środki boków AB i BC trójkąta o wierzchołkach $A = (1; -4)$, $B = (3; 2)$, $C = (-2; 3)$ to	$y = \frac{7}{3}x + \frac{11}{3}$ ☐	$y = -\frac{7}{3}x + \frac{11}{3}$ ☐
Równanie prostej przechodzącej przez środki boków AB i AC trójkąta o wierzchołkach $A = (1; -4)$, $B = (3; 2)$, $C = (-2; 3)$ to	$y = -0,2x - 0,6$ ☐	$y = 0,2x + 0,6$ ☐
Równanie prostej przechodzącej przez środki boków BC i AC trójkąta o wierzchołkach $A = (1; -4)$, $B = (3; 2)$, $C = (-2; 3)$ to	$y = 4x + 1$ ☐	$y = 3x + 1$ ☐

Ćwiczenie 4



Wyznacz równanie prostej przechodzącej przez środki ramion trapezu o wierzchołkach $A = (-5; -6)$, $B = (7; 2)$, $C = (3; 3)$, $D = (0; 1)$.

Ćwiczenie 5



Rozwiąż test.

Równanie prostej przechodzącej przez punkt $P = (3; -1)$ nachylonej do osi X pod kątem 45° to

☐ $y = x - 4$

☐ $y = x - 2$

☐ $y = x - 3$

Ćwiczenie 6



Dany jest równoległobok $ABCD$ o wierzchołkach $A = (-5; 3)$, $B = (-2; 4)$, $C = (1; -2)$. Wyznacz współrzędne punktu D .

Ćwiczenie 7



Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (4; 5)$, $B = (5; 1)$, $C = (1; 3)$. Wyznacz równania prostych, które dzielą trójkąt ABC na trapez i trójkąt podobny do trójkąta ABC w skali $1 : 4$.

Ćwiczenie 8



Rozwiąż test.

Dany jest trójkąt o wierzchołkach $A = (2; 6)$, $B = (6; 2)$, $C = (-2; -2)$.
Równanie prostej dzielącej trójkąt ABC na trapez i trójkąt podobny do ABC w skali $1 : 4$ ma postać

☐ $y = 0,5x + 3,5$

☐ $y = 0,5x + 0,5$

Dla nauczyciela

Autor: Sebastian Guz

Przedmiot: Matematyka

Temat: Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

IX. Geometria analityczna na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zakres podstawowy. Uczeń:

2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie, w postaci kierunkowej i ogólnej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostopadłość do innej prostej, styczność do okręgu);

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

- Wyznaczysz równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt.
- Zastosujesz poznaną zależność do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;
- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- odwrócona klasa;
- giełda pomysłów;

- dyskusja.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z zagadnieniami, które będą poruszane podczas lekcji.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel prosi o przygotowanie w parach pytań związanych z tematem. Czego się uczniowie chcą dowiedzieć? Co ich interesuje w związku z tematem lekcji?

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi, aby wybrany uczeń przeczytał polecenie numer 1 z sekcji „Animacja”
– „Obejrzyj animację i dowiedz się, jak wyznaczyć równania kierunkowej prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt.” Następnie prosi uczniów, aby zapoznali się z materiałem. Po ustalonym wcześniej czasie pyta czy były wątpliwości z jego zrozumieniem i tłumaczy je.
2. Nauczyciel przechodzi do sekcji „Sprawdź się”. Zapowiada uczniom, że w kolejnym kroku będą rozwiązywać ćwiczenia numer 1 i 2, i będą to robić wspólnie. Wybrana osoba czyta po kolei polecenia. Po każdym przeczytanym poleceniu ochotnik udziela odpowiedzi. Reszta uczniów ustosunkowuje się do niej, proponując swoje pomysły. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.
3. W następnym kroku uczniowie wykonują w grupach ćwiczenia numer 3, 4 i 5. Następnie wybrana grupa prezentuje swoje rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby uzupełnia informacje.
4. Uczniowie wykonują indywidualnie ćwiczenia numer 6, 7 i 8 po wykonaniu każdego z nich następuje omówienie rozwiązania przez nauczyciela.

Faza podsumowująca:

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne, które nie zostały dokończone na zajęciach.

Materiały pomocnicze:

Proste równoległe, proste prostopadłe

Wskazówki metodyczne:

- Medium w sekcji „Animacja” można wykorzystać jako materiał służący powtórzeniu materiału w temacie „Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym, do której należy dany punkt”.