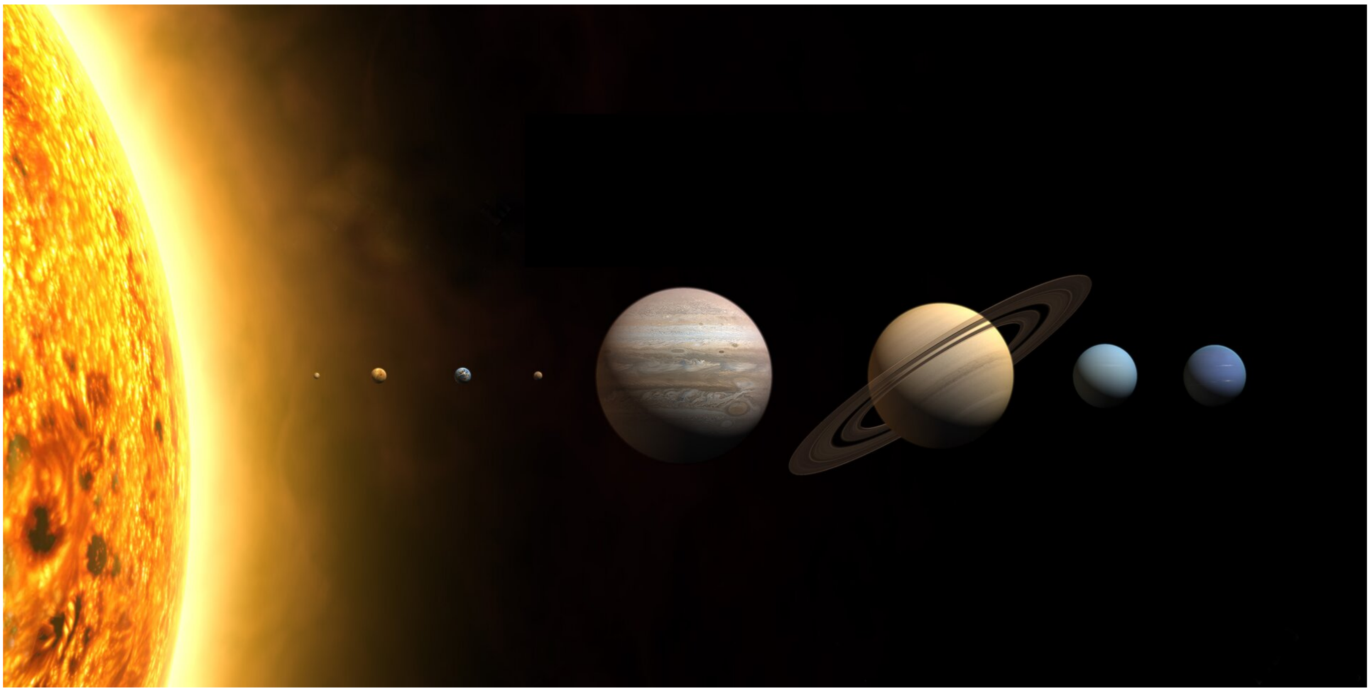


Jaki jest związek między II prawem Keplera a zasadą zachowania momentu pędu?

Czy to nie ciekawe?

Johannes Kepler już na przełomie XVI i XVII wieku badał ruch planet wokół Słońca. Odkrył on trzy prawa opisujące Układ Słoneczny. Pierwsze prawo Keplera mówi o tym, że planety poruszają się po orbitach w kształcie elips, a Słońce znajduje się w jednym z ognisk. Na pozór banalne stwierdzenie na początku XVII wieku było przełomem w astronomii. Kepler analizował również ruch planet po takich orbitach i zauważył prawidłowości w prędkościach planet. Było to ogromne odkrycie! Więcej o dokonaniach Keplera możesz dowiedzieć się w e-materiale „Kim był Johannes Kepler?”.

Rys. a. Johannes Kepler.

Były to czasy, w których nie znano zasad rządzących ruchem ciał, takich jak zasada zachowania energii lub pędu. Dopiero 13 lat po śmierci Keplera urodził się Isaac Newton. To on odkrył prawo powszechnej grawitacji oraz zasady dynamiki, które rządzą ruchem wszystkich ciał! Newton znał prawa Keplera oparte na danych obserwacyjnych. Jak bez fundamentalnej wiedzy fizycznej Kepler wyznaczył prawdziwe zależności możliwe do zaobserwowania w Układzie Słonecznym? Jaki związek z ruchem planet ma ich moment pędu? O tym wszystkim dowiesz się w tym e-materiale.

Twoje cele

- poznasz treść II prawa Keplera,
- zdefiniujesz prędkość polową występującą w II prawie Keplera,
- objaśnisz zależność pomiędzy II prawem Keplera a zasadą zachowania momentu pędu,
- zastosujesz II prawo Keplera do rozwiązania problemów związanych z ruchem planet.

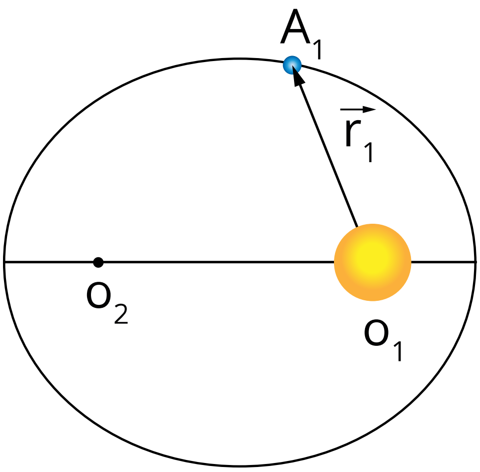
Przeczytaj

Warto przeczytać

Johannes Keplera był znakomitym uczonym. Podobnie jak wielu astronomów i filozofów przed nim, Kepler przekonany był o doskonałej harmonii przyrody, której przejawów szukał w związkach liczbowych między wielkościami opisującymi ruch planet. Wnikliwa analiza wieloletnich obserwacji zebranych przez Tychona Brahe sprawiła, że Kepler znalazł kilka prawidłowości w ruchu planet. Analizował m. in. zmiany szybkości w ruchu planety po elipsie. Zauważył, że im bliżej Słońca znajduje się planeta, tym szybciej się porusza.

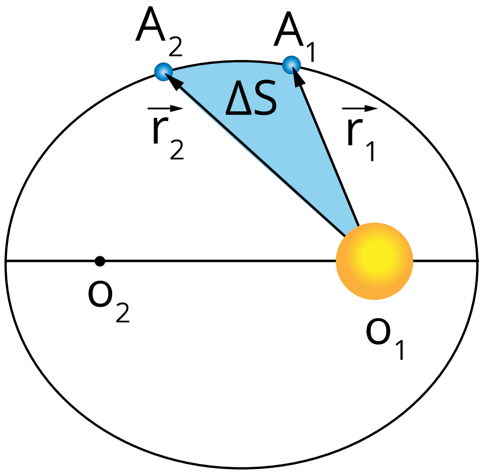
Prędkość polowa

Kepler wprowadził pojęcie prędkości polowej i za jej pomocą sformułował swoje drugie prawo. Punktem wyjścia do zdefiniowania prędkości polowej jest wektor wodzący $\vec{r}$, zaczepiony w Słońcu i wskazujący chwilowe położenie planety na orbicie (Rys. 1a.).



Rys. 1a. Planeta w umownej początkowej chwili t_1 zajmuje położenie A_1 na eliptycznej orbicie wokół Słońca, znajdującego się w jednym z dwóch ognisk elipsy. Promień wodzący $\vec{r}_1$ łączy Słońce z planetą, wskazując jej położenie w chwili t_1.

Prędkość polową można sobie wyobrażać jako tempo zakreślania czy zaznaczania powierzchni przez wybraną linię. W ruchu planety tą linią jest wektor wodzący, który śledząc planetę obraca się i zakreśla coraz większą powierzchnię wycinka elipsy (Rys. 1b.).



Rys. 1b. Planeta w późniejszej chwili t_2 znajduje się w położeniu A_2 na swej orbicie. Jej położenie jest teraz wskazywane przez promień wodzący $\overrightarrow{r}_2$. W czasie Δt promień wodzący zakreślił figurę, przypominającą trójkąt, o powierzchni ΔS. Prędkość polowa planety v_s to iloraz $\frac{\Delta S}{\Delta t}$.

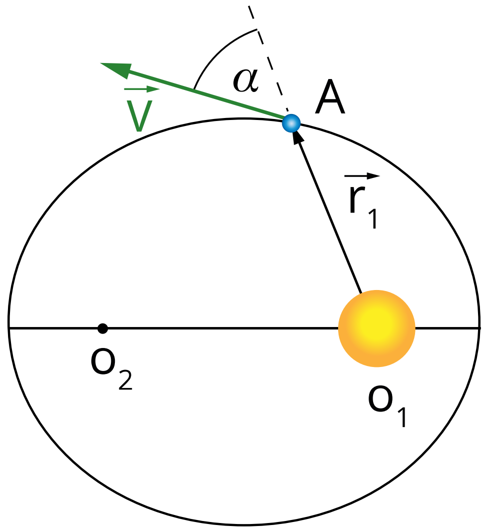
Należy więc wskazać dwa umowne położenia planety - początkowe w chwili t_1 i końcowe w chwili t_2. Po obliczeniu zakreślonej powierzchni ΔS należy podzielić ją przez czas Δt, równy $t_2 - t_1$:

$$v_s = \frac{\Delta S}{\Delta t}.$$

Jest to średnia wartość prędkości polowej na odcinku od A_1 do A_2. Chwilową wartość prędkości polowej uzyskamy, gdy czas Δt będzie możliwie krótki, to znaczy kiedy będzie dążył do zera. Punkt A_2 będzie zbliżał się do A_1, wektor wodzący $\overrightarrow{r}_2$ będzie dążył do $\overrightarrow{r}_1$ – którykolwiek z nich niech będzie wektorem $\overrightarrow{r}$ opisującym chwilowe położenie planety. Powierzchnia ΔS także będzie dążyła do zera, ale iloraz $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ będzie dążył do chwilowej wartości v_s:

$$v_s = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r v \sin \alpha.$$

W powyższym wzorze (Rys. 1c.) r to długość chwilowego wektora wodzącego, v to wartość wektora chwilowej prędkości liniowej planety, α to miara chwilowego kąta pomiędzy wektorem wodzącym a wektorem prędkości. Wyprowadzenie tego wyrażenia znajdziesz w słowniczku pod hasłem prędkość polowa.



Rys. 1c. Planeta w dowolnym położeniu A na orbicie, wskazywanym przez promień wodzący $\vec{r}$. Jej chwilowa prędkość liniowa w tym punkcie jest opisana wektorem $\vec{v}$. Kąt α pomiędzy tymi wektorami na ogół nie jest prosty, co wynika z eliptycznego kształtu orbity.

Drugie prawo Keplera

Na podstawie analizy zmian prędkości planety oraz jej odległości od Słońca, Kepler podał empiryczne prawo:

Promień wodzący, poprowadzony od Słońca do planety, w równych odstępach czasu zakreśla równe pola.

Oznacza to, że prędkość polowa planety jest stała, że ma jednakową wartość w każdym punkcie orbity oraz że nie ma potrzeby rozróżniania pomiędzy chwilową a średnią wartością prędkości polowej planety.

Ciekawostka

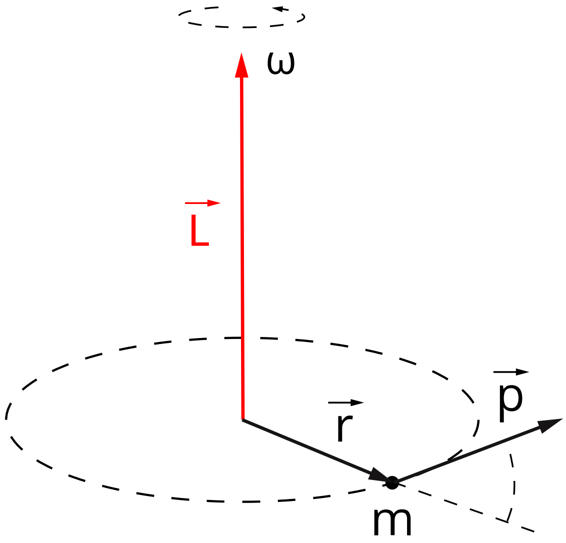
Obecnie nie stosujemy w astronomii prędkości polowej ani zasady jej stałości do opisu ruchu planet. Nie ma ona nawet ogólnie przyjętego oznaczenia. Stosujemy w to miejsce pojęcie momentu pędu planety oraz zasadę jego zachowania.

Kepler swoje prawa opierał na obserwacjach. Fundamentalne zasady rządzące ruchami ciał zostały odkryte ponad pół wieku później przez Newtona. Obecnie wiemy, że II prawo Keplera jest związane z ogólniejszą zasadą zachowania momentu pędu. Aby się o tym przekonać, przypomnimy tę zasadę w odniesieniu do ruchu punktu materialnego.

Moment pędu punktu materialnego

Wektor pędu $\vec{p}$ ciała zawsze ma ten sam kierunek i zwrot co jego prędkość $\vec{v}$. Moment pędu $\vec{L}$ jest wielkością określoną przez iloczyn wektorowy pędu oraz promienia wodzącego $\overrightarrow{r}$ zaczepionego w wybranym punkcie (Rys. 2.):

$$\overrightarrow{L} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{p} = \overrightarrow{r} \times (m\overrightarrow{v}).$$



Rys. 2. Ruch ciała o masie m po płaskiej krzywej. Oś obrotu zaznaczono na czerwono; pokrywa się ona z wektorem momentu pędu $\overrightarrow{L}$. Jako punkt zaczepienia wektora położenia $\overrightarrow{r}$ przyjęto przecięcie osi obrotu z płaszczyzną krzywej

Jeżeli mamy do czynienia z ruchem po okręgu, to wektory pędu i promienia wodzącego są zawsze ustawione pod kątem prostym, a co za tym idzie, sinus kąta α pomiędzy tymi wektorami jest zawsze równy 1 (kąt α wynosi 90°). W takim przypadku możemy zapisać, że wartość momentu pędu jest równa iloczynowi wartości promienia i pędu ciała.

Jeżeli jednak mamy do czynienia z krzywą inną niż okrąg, wartość momentu pędu wynosi:

$$L = pr\sin(\alpha),$$

gdzie p jest iloczynem masy i prędkości liniowej ciała, więc

$$L = mvr\sin(\alpha).$$

Wartości wszystkich trzech wielkości: $\overrightarrow{r}$, $\overrightarrow{p}$ oraz α są zmienne w czasie. Pomijając ruch obiegowy Słońca wokół wspólnego środka masy układu, taka właśnie jest wartość momentu pędu układu Słońce-planeta, gdy traktujemy je jak punkty materialne.

Porównajmy teraz wyrażenia (1) oraz (2). Prawe ich strony są bardzo do siebie podobne. Wynika z tego związek pomiędzy wartością momentu pędu L a prędkością polową planety v_s:

$$L = 2mv_s.$$

Stałość wartości momentu pędu planety jest równoważna stałości jej prędkości polowej, przy założeniu, że stała jest także masa planety.

Zasada zachowania momentu pędu punktu materialnego a prawo powszechnego ciążenia

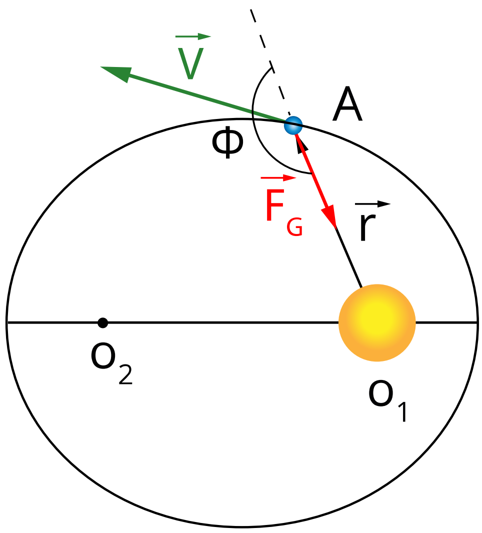
Zasada ta mówi o tym, że **moment pędu punktu materialnego jest stały, jeśli nie działają na niego zewnętrzne momenty sił lub ich suma jest równa zeru**.

W celu sprawdzenia więc, czy moment pędu punktu materialnego nie ulega zmianie, musimy sprawdzić, jak zachowuje się wypadkowy moment siły $\overrightarrow{M}$, ponieważ:

$$\overrightarrow{M} = \frac{\Delta \overrightarrow{L}}{\Delta t}.$$

Jeżeli wypadkowy moment zewnętrznych sił działających na ciało jest równy zero, to również zmiana momentu pędu tego ciała będzie równa zeru. W takiej sytuacji jego moment pędu będzie zachowany: stała będzie jego wartość (L = const), a także jego kierunek i zwrot.

W układzie Słońce – planeta (pomijamy oddziaływanie pozostałych planet) jedyną siłą działającą na planetę jest siła grawitacji Słońca. Jest ona siłą centralną – kierunek jej działania pokrywa się z kierunkiem wektora wodzącego łączącego Słońce z planetą (Rys. 3.).



Rys. 3. Siła grawitacji $\overrightarrow{F}_G$ jest siłą centralną: jej kierunek pokrywa się z kierunkiem wektora wodzącego $\overrightarrow{r}$. Wektory te mają przeciwne zwroty, dlatego kąt φ pomiędzy nimi jest kątem półpełnym.

Moment tej siły względem osi obrotu planety w ruchu orbitalnym to iloczyn wektorowy promienia wodzącego planety $\overrightarrow{r}$ i wektora siły grawitacji $\overrightarrow{F}_G$:

$$\overrightarrow{M} = \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{F}_G.$$

Wartość iloczynu wektorowego równa jest iloczynowi wartości wektorów i sinusa kąta między nimi:

$$M = rF_G \sin\Phi,$$

gdzie kąt Φ między wektorami $\overrightarrow{r}$ i $\overrightarrow{F}_G$ równy jest 180°, ponieważ wektory te mają ten sam kierunek lecz przeciwny zwrot. Tak więc jego sinus jest równy zero, co powoduje, że moment siły grawitacji $\overrightarrow{M}$ także wynosi zero.

Z powyższej analizy momentów siły i pędu wynika, że w układach planetarnych moment pędu każdej planety oddzielnie jest zachowany. Pamiętajmy jednak, że uwzględniliśmy wyłącznie oddziaływanie każdej z nich ze Słońcem, a pominęliśmy wzajemne oddziaływania pomiędzy nimi.

Podsumowanie

Wykazaliśmy, że stałość momentu pędu planety jest równoważna stałości jej prędkości polowej w ruchu orbitalnym wokół Słońca, co stanowi treść II prawa Keplera. Wykazaliśmy także, że stałość momentu pędu planety jest równoważna jednej z właściwości siły grawitacji – jej centralnemu charakterowi.

Możemy przypuszczać, że Newton przeszedł drogę „od stałości prędkości polowej przez stałość momentu pędu planety do centralnego charakteru siły grawitacji". Uogólnił on w ten sposób empiryczne II prawo Keplera i określił na tej podstawie jedną z cech siły grawitacji. Cecha ta – działanie wzdłuż linii łączącej dwa ciała – bywa uważana dziś za oczywistą. Tak oczywistą, że zapominamy, iż sformułowanie jej wymagało podobnego wysiłku intelektualnego, jak określenie jej zależności od odległości czy od mas oddziałujących ciał.

Słowniczek

Wektor wodzący

(ang. *position vector, location vector, radius vector*) także: promień wodzący. Wektor zaczepiony w początku układu współrzędnych. Koniec wektora wodzącego wskazuje położeniu punktu materialnego, którego ruch jest opisywany.

Prędkość polowa

(ang. *areal velocity; sector velocity*) – tempo, w którym zmienia się pole powierzchni figury ograniczonej torem ruchu ciała, początkowym jego wektorem wodzącym oraz wektorem wodzącym w chwili późniejszej o Δt.

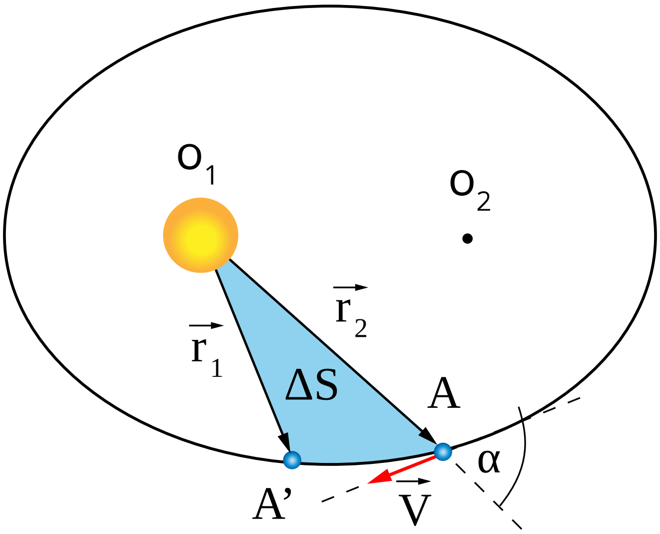
Średnia wartość prędkości polowej jest ilorazem przyrostu powierzchni ΔS i czasu Δt, w którym ten przyrost nastąpił:

$$v_{S(średnie)} = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

W przypadku ruchu planet po eliptycznych orbitach wokół Słońca prędkość polowa jest stała. Oznacza to, że jej średnia wartość jest równa chwilowej. Tę ostatnią można powiązać z chwilowym wektorem wodzącym planety $\overrightarrow{r}$ i chwilową jej prędkością $\overrightarrow{v}$.

Weźmy pod uwagę mały odstęp czasu Δt. Im mniejszy odstęp czasu tym bardziej łuk Δs zbliża się do odcinka AA', natomiast wycinek elipsy ograniczony punktami O_1AA' do trójkąta. Dzięki takiemu przybliżeniu kąt O_1AA' zbliża się do kąta α.

Rysunek przedstawia elipsę z dwoma ogniskami O_1 i O_2. W ognisku O_1 znajduje się Słońce, a na orbicie krąży ciało o masie m (niebieska kropka). Zaznaczono pole powierzchni ΔS, które zakreślił promień wodzący w czasie Δt. Łuk – fragment elipsy – zakreślony w tym czasie oznaczono jako Δs. Punkt A orbity jest punktem początkowym (w czasie t = 0), natomiast punkt A' jest położeniem ciała na orbicie po upływie czasu Δt.



Tak więc w bardzo krótkich odstępach czasu pole powierzchni ΔS można przedstawić w postaci:

$$\Delta S = \frac{1}{2} r \Delta s \sin(\alpha),$$

czyli wzorem na pole trójkąta.

Ponadto długość łuku $\Delta s = AA' = v\Delta t$, ponieważ to droga przebyta przez ciało w krótkim czasie Δt z praktycznie stałą prędkością v. Przedstawiając pole powierzchni zakreślone przez promień wodzący w czasie Δt przy pomocy powyższych zależności otrzymujemy:

$$v_{S(chwilowe)} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} r \frac{\Delta s}{\Delta t} \sin(\alpha) = \frac{1}{2} r v \sin(\alpha).$$

Film samouczek

Czy w jednym układzie planetarnym prędkości polowe różnych planet mogą być jednakowe?

Polecenie 1

Zapoznaj się z fragmentem lekcji o prawach Keplera i z wypowiedziami dwojga uczniów oraz rozstrzygnięciem nauczyciela.

Przytaczając brzmienie II i III praw Keplera, uczeń użył zbliżonej składni:

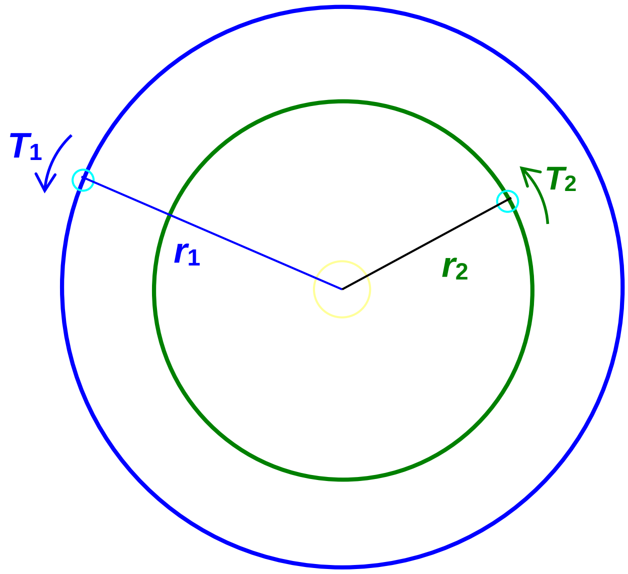
II praw Keplera: „Dla wszystkich planet w ich obiegu wokół Słońca stały jest moment pędu, czyli stała jest prędkość polowa”.

III prawo Keplera: „Dla wszystkich planet w ich obiegu wokół Słońca stały jest stosunek trzeciej potęgi promienia obiegu (dokładniej: trzeciej potęgi długości wielkiej półosi orbity) do kwadratu okresu obiegu”.

Wskaż niejednoznaczność, jaka może wyniknąć z takiego sformułowania każdego z praw. Zaproponuj takie ujęcie każdego z nich, by uniknąć wskazanej niejednoznaczności.

Polecenie 2

Koleżanka ucznia (z poprzedniego polecenia) chciała wykazać, że wbrew informacji zawartej w odpowiedzi możliwe jest, by prędkości polowe dwóch planet obiegających Słońce po różnych orbitach kołowych były jednakowe. Naszkicowała rysunek, na którym pokazane są te orbity (promienie i okresy obiegu tych planet wynoszą, odpowiednio, r_1 i T_1 oraz r_2 i T_2) ...



Schematyczne przedstawienie orbit dwóch planet wokół Słońca o różnych promieniach i okresach obiegu.

... i przedstawiła następujące rozumowanie:

1. Wiemy, że pod wpływem siły grawitacji Słońca każda z planet porusza się ze stałą prędkością polową. Nie ma więc znaczenia, czy obliczymy chwilową czy średnią prędkość polową – są one sobie równe.

2. Prędkość polowa to stosunek zakreślonego przez promień wodzący pola powierzchni do czasu, w jakim zostało ono zakreślone. Przyjmijmy więc, że czas ten, to okres obiegu planety wokół Słońca T. Zakreślona w tym czasie powierzchnia to pole koła ograniczonego orbitą, równe $\pi \cdot r^2$, gdzie r to promień kołowej orbity. Prędkość polowa każdej z planet wyraża się więc jako $\frac{\pi r^2}{T}$.

3. Porównajmy wyrażenia na prędkości polowe każdej z planet i zadajmy pytanie, czy może zachodzić równość:

$$\frac{\pi r_1^2}{T_1} = \frac{\pi r_2^2}{T_2} \text{ (?)}$$

4. Tak, może. Niezależnie od relacji pomiędzy promieniami orbit $r_1 > r_2$, można tak dobrać okresy obiegu, by spełniały podobną nierówność: $T_1 > T_2$. Wtedy okaże się, że prędkości polowe planet mogą być jednakowe.

5. Nieco zwiększając lub zmniejszając jedną z dobranych w punkcie 4. wartości można także spowodować, że prędkość polowa jednej z planet będzie nieco mniejsza lub nieco większa od drugiej.

Wciel się w rolę ich nauczyciela i wskaż punkt, w którym rozumowanie koleżanki jest niewłaściwe. Podaj prawidłową jego wersję i doprowadź do końca rozpoczęte rozumowanie. Porównaj swoje myśli z odpowiedzią wzorcową.

Polecenie 3

Koleżanka i kolega (z poprzednich dwóch poleceń) przyjęli podaną przez nauczyciela argumentację. Zwrócili jednak uwagę, że dotyczy ona orbit kołowych. Jak zaś jest z orbitami eliptycznymi? Czy prędkości polowe planet krążących po różnych elipsach wokół Słońca muszą być różne?

Obejrzyj film samouczek, które przedstawia analizę tego problemu.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:

Ćwiczenie 1

Ćwiczenie 2

Ćwiczenie 3

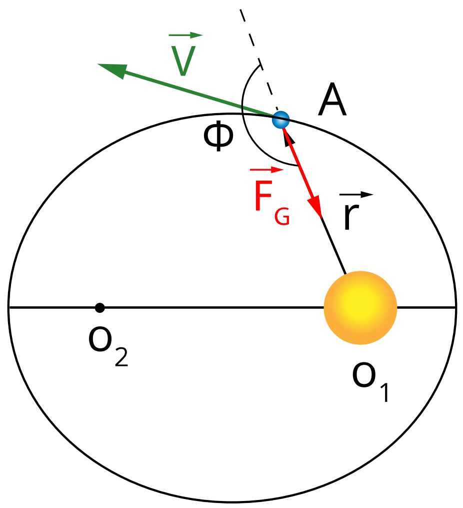
Ćwiczenie 4

Ćwiczenie 5

Ćwiczenie 6

Ćwiczenie 7

Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Scenariusz lekcji:

Imię i nazwisko autora:	Monika Sitek, Włodzimierz Natorf
Przedmiot:	fizyka
Temat zajęć:	**Czy istnieje związek między zachowaniem momentu pędu w układzie odosobnionym a drugim prawem Keplera?**
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony; rozszerzenie zapisów podstawy programowej dla tego zakresu

Podstawa programowa:	**Cele kształcenia – wymagania ogólne** I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. **Zakres rozszerzony** **Treści nauczania - wymagania szczegółowe** I. Wymagania przekrojowe. Uczeń: 2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym tablicami fizycznymi i chemicznymi oraz kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; 7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach; 17) przedstawia wybrane informacje z historii odkryć kluczowych dla rozwoju fizyki. III. Mechanika bryły sztywnej. Uczeń: 6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego i bryły; stosuje do obliczeń związek między momentem pędu i prędkością kątową; 7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu IV. Grawitacja i elementy astronomii. Uczeń: 1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego; wskazuje siłę grawitacji jako przyczynę spadania ciał; 3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców; 6) interpretuje II prawo Keplera jako konsekwencję zasady zachowania momentu pędu.
Kształtowane kompetencje kluczowe:	**Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.:** • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe, • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:	Uczeń: 1. analizuje moment pędu planety poruszającej się po torze eliptycznym, 2. wiąże stałość tego momentu pędu z centralnym charakterem siły grawitacji, 3. przedstawia i omawia związek pomiędzy prawem Keplera a zasadą zachowania momentu pędu.
Strategie nauczania:	flipped classroom, nauczanie problemowe
Metody nauczania:	indywidualne wypowiedzi uczniów
Formy zajęć:	praca w zespole klasowym, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	urządzenia multimedialne dla każdego ucznia w celu rozwiązywania zadań
Materiały pomocnicze:	e-materiały: „Jaka jest treść II prawa Keplera?”, „Prawa Keplera w obliczeniach”, „Zasada zachowania momentu pędu” , „Moment pędu punktu materialnego oraz moment pędu bryły sztywnej”, „Prawo powszechnego ciążenia”.
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
Uczniowie samodzielnie w domu zapoznają się z tekstem e-materiału, wspomagając się w razie potrzeby tekstami materiałów pomocniczych. Nauczyciel prosi uczniów o przypomnienie: - pojęcia momentu pędu w ruchu punktu materialnego, - brzmienia zasady zachowania momentu pędu w takim ruchu, - centralnego charakteru siły grawitacji. Na tablicy nauczyciel rysuje ruch ciała po okręgu i zaznacza na nim wektor wodzący, pęd i moment pędu. Obok rysunek Słońca i planety z siłami grawitacji skierowanymi wzdłuż promienia wodzącego. Nauczyciel zadaje uczniom pytanie, które jest tematem lekcji.	
Faza realizacyjna:	

<table>
<tr><td colspan="2">Uczniowie rysują trzeci rysunek, ilustrujący II prawo Keplera. Podają także jego treść. Nauczyciel prosi uczniów – w trakcie tego etapu lub na jego zakończenie – o podanie odpowiedzi do zadań 2, 3, 4 i 5, traktując to jako pytania kontrolne.
W drugim etapie uczniowie podają matematyczne związki niezbędne do określenia zależności pomiędzy II prawem Keplera, zasadą zachowania momentem pędu i centralnym charakterem siły grawitacji. W razie potrzeby nauczyciel komentuje lub uzupełnia wypowiedzi uczniów, objaśnia kroki niezrozumiałe. Dba także o właściwe sformułowanie logicznych związków (równoważność, wynikanie) pomiędzy tymi trzema elementami, by doprowadzić do pełnej struktury logicznej w obrębie „prawo powszechnego ciążenia – zasada zachowania momentu pędu – II prawo Keplera”, opisanej w tekście, w punkcie „Podsumowanie”. Nauczyciel kładzie również nacisk na prawidłowe operowanie zależnościami wektorowymi w przedstawianiu problematyki momentu siły grawitacji i zasady zachowania momentu pędu, w tym w odniesieniu do ruchu po elipsie.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Faza podsumowująca:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uczniowie samodzielnie rozwiązują zadania sprawdzające 6, 7 i 8. Nauczyciel sprawdza poprawność każdego rozwiązania.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Praca domowa:</td></tr>
<tr><td colspan="2">Uczniowie wykonują polecenia związane z samouczkiem. Dzięki temu nie tylko utrwalają wiadomości i umiejętności nabyte podczas lekcji, ale zapoznają się z nietypowym problemem wynikającym z II prawa Keplera i jego interpretacji.</td></tr>
<tr><td>Wskazówki metodyczne opisujące różne zastosowania danego multimedium</td><td>Uczniowie mogą wykorzystać samouczek w domu, przygotowując się do lekcji o podobnej strukturze.</td></tr>
</table>