



Czym jest przemieszczenie kątowe, a czym przyspieszenie kątowe?

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Symulacja
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Czym jest przemieszczenie kątowe, a czym przyspieszenie kątowe?

Źródło: dostępny w internecie: <https://pixabay.com/pl/photos/diabelski-m%c5%82yn-jazda-3869397/> [dostęp 1.08.2022], domena publiczna.

Czy to nie ciekawe?

Wyobraźmy sobie satelitę geostacjonarnego, tj. takiego, który cały czas znajduje się w jednym punkcie nad powierzchnią Ziemi. Gdybyśmy chcieli zmienić położenie satelity, tj. pozycję kątową względem nieruchomego obserwatora znajdującego się na Ziemi, oznaczałoby to, że musiałby zmienić prędkość, z jaką porusza się wokół środka Ziemi. W związku z tym satelita musi przez pewien czas poruszać się po orbicie kołowej ruchem niejednostajnym. W tym materiale dokonamy opisu takiego ruchu, wykorzystując parametry nazywane przemieszczeniem i przyspieszeniem kątowym.

Twoje cele

- dowiesz się, czym jest przyspieszenie kątowe;
- poznasz związek między przyspieszeniem kątowym i przyspieszeniem stycznym w ruchu po okręgu;
- zrozumiesz, dlaczego przyspieszenie kątowe jest wielkością wektorową.

Przeczytaj

Warto przeczytać

Ruch przyspieszony po okręgu

Rozpatrując ruch ciała po okręgu, nie zawsze analizujemy przypadek, w którym zmiana położenia kąowego $\Delta\alpha$ ciała w jednostce czasu jest taka sama. Wyobraźmy sobie na przykład sprintera, który rozpędza się po fragmencie toru w kształcie okręgu.

Ciekawostka

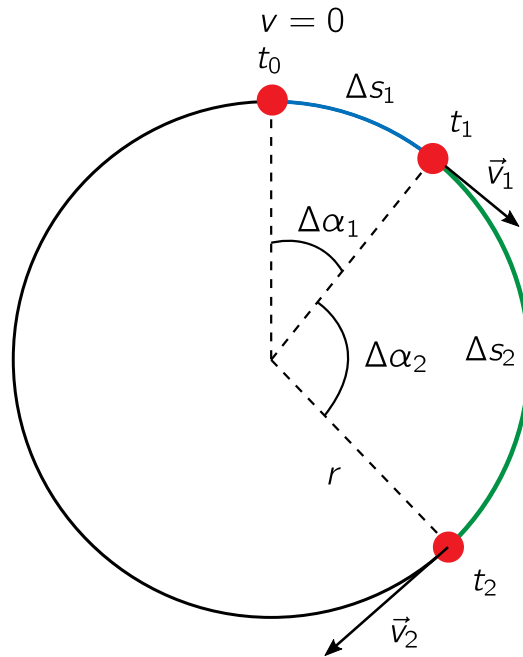
W lekkoatletyce start do biegów sprinterskich na 200 metrów i 400 metrów odbywa się na łuku bieżni. Sprinter na wewnętrznym torze ma do pokonania - po starcie - ponadstumetrowy odcinek po łuku będącym połową okręgu o promieniu ponad 36 metrów. W ciągu dwóch-trzech pierwszych sekund po starcie osiąga on prędkość rzędu 10 metrów na sekundę - jego ruch jest ruchem przyspieszonym krzywoliniowym. Umiejętność przyspieszania na zakręcie, przy asymetrycznej pracy nóg, jest ceniona nie tylko w lekkoatletyce - pomyśl o prowadzeniu piłki nożnej przez napastnika, gdy mija on obrońcę.

W chwili początkowej, t_0 , prędkość sprintera jest równa zero. W chwili t_1 stwierdzamy, że sprinter przebiegł dystans Δs_1 . Oznaczmy czas, jaki upłynął od startu przez $\Delta t = t_1 - t_0$. Niech $t_2 = t_1 + \Delta t$. Jeśli droga przebyta przez biegacza wynosi w tym drugim przedziale czasu Δs_2 , przy czym

$$\Delta s_2 > \Delta s_1 ,$$

(1)

to ruch biegacza na pewno nie jest jednostajny. Przedstawia to Rys. 1.:



Rys. 1. Ruch sprintera po torze kołowym. W jednakowych odcinkach czasu sprinter przebywa różne odcinki toru.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Na tej podstawie na pewno możemy stwierdzić, że prędkość liniowa biegacza nie tylko zmienia kierunek (co musi zawsze mieć miejsce w ruchu po okręgu!), ale także jej długość jest zmienna w czasie, skoro średnie prędkości na tych odcinkach spełniają nierówność

$$v_{1-0} < v_{2-1} .$$

(2)

Przyspieszenie styczne

Oznacza to, że niezerowa jest **składowa przyspieszenia styczna do toru**. W sytuacji opisanej przez Rys. 1. możemy napisać, że w czasie $t_0 \leq t \leq t_1$ średnie przyspieszenie styczne ma wartość

$$a_{1-0} = \frac{v(t_1) - v(t_0)}{t_1 - t_0} = \frac{v(t_1)}{\Delta t} ,$$

skoro założyliśmy $v(t_1) = 0$. Natomiast dla drugiego przedziału czasu - analogicznie

$$a_{2-1} = \frac{v(t_2) - v(t_1)}{\Delta t} .$$

Relacji między a_{2-1} i a_{1-0} - przy tych danych - nie znamy. Nie możemy np. wnioskować o jakiegokolwiek nierówności między tymi wielkościami tylko z faktu, że np. $v(t)$ wzrasta. Jeśli, na przykład, $v(t)$ wzrasta jednostajnie, to przyspieszenia te są sobie równe. Ale tak być nie musi - prędkość sprintera, po początkowej kilkusekundowej fazie przyspieszania, na ogół ustala się.

Przemieszczenie kątowe

Możemy także opisać zmienność v , wykorzystując parametry kątowe. Zmiany kąta, pod jakim obserwator stojący w centralnym punkcie toru widzi biegacza po kolejnych odcinkach czasowych Δt nie są takie same, skoro zadeklarowaliśmy, że odcinki toru są różne. Oznaczmy odpowiednie zmiany położeń kątowych (wyrażonych w radianach) przez $\Delta\alpha_1$ i $\Delta\alpha_2$. Wiemy, że długość łuku to iloczyn jego promienia przez miarę kąta, jaki ten łuk określa, tj.

$$s = r\Delta\alpha .$$

(3)

Mamy zatem, po podzieleniu (1) przez r

$$\frac{\Delta\alpha_1}{\Delta t} < \frac{\Delta\alpha_2}{\Delta t} .$$

Prędkość kątowa

Stosunek zmiany kąta do odpowiadającego mu przedziału czasu to wartość średniej prędkości kątowej ω . Mamy więc

$$\omega_2 > \omega_1 ,$$

w zgodzie z (2) i faktem, że $v = \omega r$ i $r = \text{const}$.

Przyspieszenie kątowe

Stosunek zmiany prędkości kątowej do czasu, w którym zmiana ta jest obserwowana, to przyspieszenie kątowe, typowo oznaczane grecką literą ε (epsilon). Np. jeśli $\Delta\omega_{2-1} = \omega(t_2) - \omega(t_1)$, to średnie przyspieszenie kątowe na tym odcinku wynosi

$$\varepsilon_{2-1} = \frac{\Delta\omega_{2-1}}{\Delta t} ,$$

przy czym $[\varepsilon] = \text{rad/s}^2$.

Przeanalizujmy jeszcze związek pomiędzy przyspieszeniem kątowym ε i przyspieszeniem stycznym a_s , jakiego doznaje ciało w ruchu niejednostajnym po okręgu. Skoro

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\Delta(v/r)}{\Delta t} = \frac{1}{r} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{a_s}{r} .$$

(4)

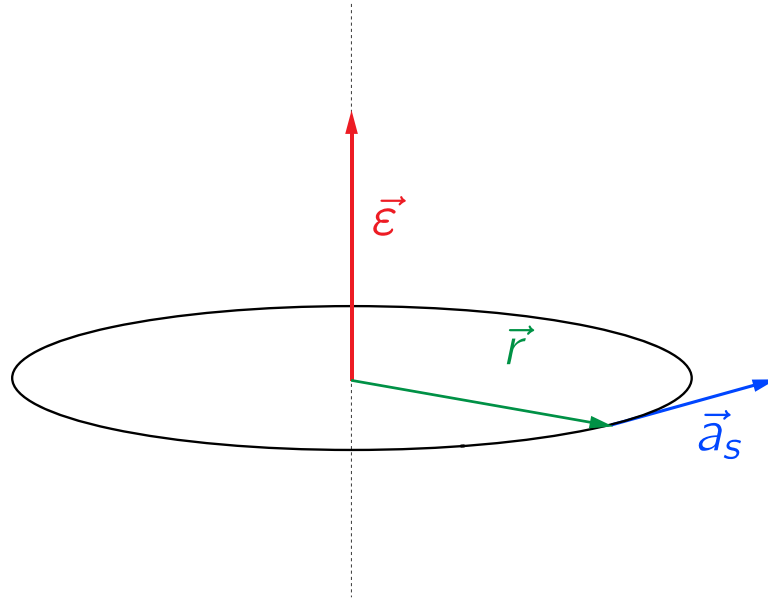
Zatem wartość przyspieszenia stycznego jest iloczynem promienia toru przez wartość przyspieszenia kątowego.

Dla zainteresowanych

Warto pamiętać o tym, że przyspieszenie kątowe, podobnie jak prędkość kątowa, jest wielkością wektorową. Jego kierunek pokrywa się z osią obrotu, zwrot wynika z reguły śruby prawoskrętnej (Rys. 2.).

Związek (4) pochodzi od zapisu wektorowego definicji przyspieszenia kątowego

$$\vec{\epsilon} \times \vec{r} = \vec{a}_s .$$



Rys. 2. Określenie wektora przyspieszenia kątowego.

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Słowniczek

Przyspieszenie styczne

(ang. *tangential acceleration*), przyspieszenie liniowe obserwowane w ruchu niejednostajnym po dowolnym torze (w szczególności okręgu), odpowiedzialne za zmianę długości wektora prędkości. Za zmianę jego kierunku odpowiada przyspieszenie normalne (dośrodkowe), dla ruchu prostoliniowego tożsamościowo równe zero.

Symulacja

Co to jest przemieszczenie kątowe i przyspieszenie kątowe?

Symulacja przedstawia bieżnię w kształcie okręgu, po której poruszają się dwaj biegacze. Początkowo znajdują się oni w różnych punktach na bieżni – mają różne położenie kątowe. Jest to związane z udzieleniem forów jednemu z nich.

Uruchom symulację i obserwuj, jak przebiega zmiana położenia kąтового każdego z biegaczy. Czy ich prędkości kątowe są jednakowe? A czy prędkości te są stałe? Czym różnią się dwie fazy symulacji?



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DIUOzD66q>

Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Polecenie 1

Polecenie 2

Uzasadnij prawidłowe wskazanie w powyższym ćwiczeniu. Na jego podstawie opisz, jakie jeszcze fory zostały udzielone zawodnikowi czerwonemu, prócz różnicy w początkowych położeniach kątowych.

Zapisz swoją wypowiedź w przygotowanym polu.

Polecenie 3

Włącz kątomierz dostępny w symulacji i uruchom ją. Zatrzymaj ją dwukrotnie: w chwili, gdy zawodnik niebieski rozpoczyna fazę ruchu przyspieszonego oraz gdy dogania on zawodnika czerwonego. Określ i zapisz położenia kątowe obu zawodników w każdej z tych chwil. Wyraź ich przemieszczenia kątowe $\Delta\alpha_c$ oraz $\Delta\alpha_n$. Wyraź, za pomocą tych kątów, iloraz prędkości kątowych zawodnika niebieskiego: końcowej ω_k (w chwili wyprzedzania) i początkowej ω_0 (w chwili rozpoczęcia ruchu przyspieszonego).

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3

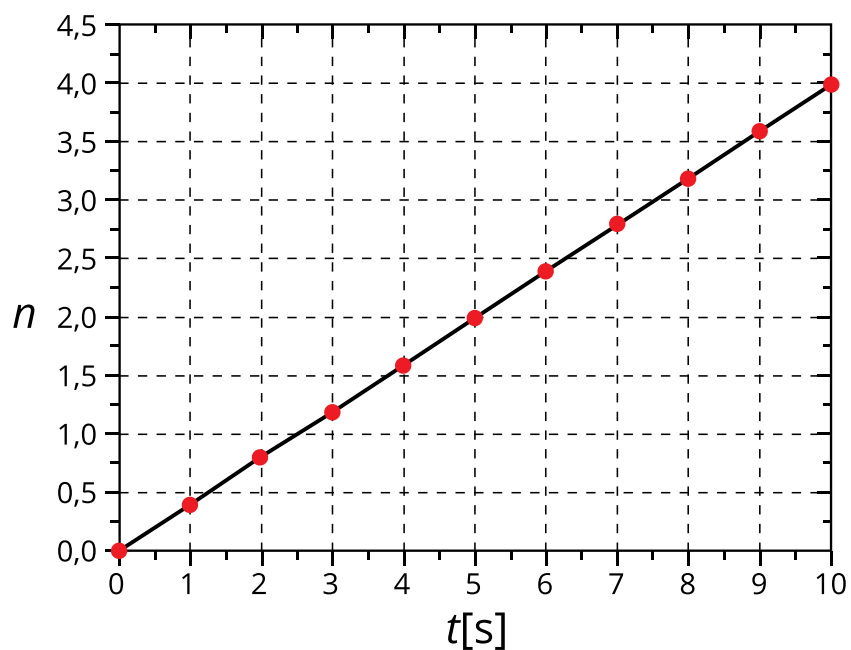


Ćwiczenie 4



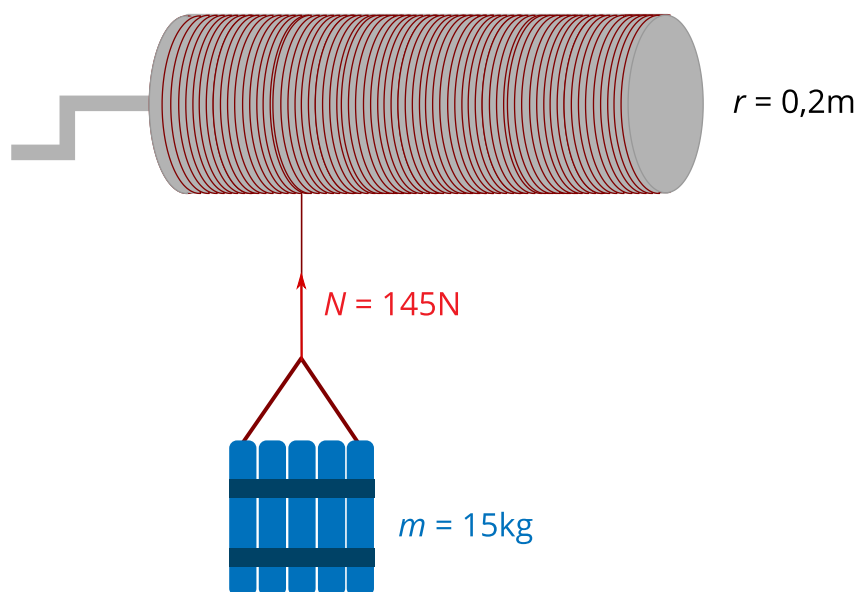
Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 5



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 6



Źródło: Politechnika Warszawska, Wydział Fizyki, licencja: CC BY 4.0.

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Imię i nazwisko autora:	Bartłomiej Klus
Przedmiot:	Fizyka
Temat zajęć:	Co to jest przyspieszenie kątowe?
Grupa docelowa:	III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony
Podstawa programowa:	<p>Cele kształcenia – wymagania ogólne</p> <p>II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.</p> <p>III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników.</p> <p>Zakres rozszerzony</p> <p>Treści nauczania – wymagania szczegółowe</p> <p>I. Wymagania przekrojowe. Uczeń:</p> <p>4) przeprowadza obliczenia liczbowe posługując się kalkulatorem;</p> <p>7) wyodrębnia z tekstów, tabel, diagramów lub wykresów, rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach;</p> <p>11) opisuje przebieg doświadczenia lub pokazu; wyróżnia kluczowe kroki i sposób postępowania oraz wskazuje rolę użytych przyrządów i uwzględnia ich rozdzielczość.</p> <p>II. Mechanika. Uczeń:</p> <p>8) opisuje ruch jednostajny po okręgu, posługując się pojęciami: okresu, częstotliwości, prędkości liniowej oraz przemieszczenia kąтового, prędkości kątovej i przyspieszenia dośrodkowego wraz z ich jednostkami.</p>

Kształtowane kompetencje kluczowe:	Zalecenia Parlamentu Europejskiego i Rady UE z 2018 r.: <ul style="list-style-type: none"> • kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji, • kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii, • kompetencje cyfrowe; • kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.
Cele operacyjne:	<p>Uczeń:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. wie czym jest przyspieszenie kątowe; 2. zna związek pomiędzy przyspieszeniem kątowym i przyspieszeniem stycznym; 3. rozumie, dlaczego przyspieszenia kątowe jest wielkością wektorową.
Strategie nauczania:	IBSE (Inquiry-Based Science Education - nauczanie/uczenie się przez odkrywanie/dociekanie naukowe)
Metody nauczania:	burza mózgów, pokaz multimedialny, analiza pomysłów, poszukująca
Formy zajęć:	praca w grupach, praca indywidualna
Środki dydaktyczne:	interaktywna animacja / model 3D, zestaw zadań
Materiały pomocnicze:	e-materiał: „Co to jest przyspieszenie kątowe?”
PRZEBIEG LEKCJI	
Faza wprowadzająca:	
<p>Nauczyciel na początku lekcji prezentuje ruch zmienny po okręgu na przykładzie walca, na który nawinięty jest sznurek. Pociągając energicznie za sznurek, wprawia walec w obrót wokół osi. Uczniowie zwracają uwagę, że prędkość kąтова walca początkowo rośnie, a po rozwinięciu całego sznurka zaczyna maleć. Nauczyciel wprowadza pojęcie i definicję przyspieszenia kąowego.</p>	
Faza realizacyjna:	
<p>Uczniowie czytają tekst e-materiału oraz zapoznają się z dołączoną symulacją. Uczniowie wspólnie dyskutują nad pojęciem przyspieszenia kąowego i jego związku z prędkością kąową i przyspieszeniem stycznym w ruchu po okręgu. Uczniowie na tablicy rozwiązują zadania 5 i 8. W zadaniu 5 wykorzystują dane zawarte na wykresie w celu wyznaczenia wartości przyspieszenia kąowego. W zadaniu 8 zapoznają się z relacją, jaka wiąże przyspieszenie kąowe i zmianę częstotliwości obrotu.</p>	

Faza podsumowująca:

Uczniowie odnoszą się do postawionych sobie celów lekcji, ustalają, które osiągnęli, a które wymagają jeszcze pracy, jakiej i kiedy. W razie potrzeby nauczyciel dostarcza im informację zwrotną kształtującą.

Praca domowa:

Uczniowie utrwalają wiedzę, czytając tekst e-materiału oraz rozwiązują w domu zadania 1-4 i 7.

**Wskazówki
metodyczne
opisujące różne
zastosowania danego
multimedium**

Multimedium bazowe może być wykorzystane przed lekcją i połączone z dyskusją na temat przyspieszenia kąowego w czasie lekcji.
Zadanie 6 może stanowić dodatkową pracę domową dla zainteresowanych uczniów.