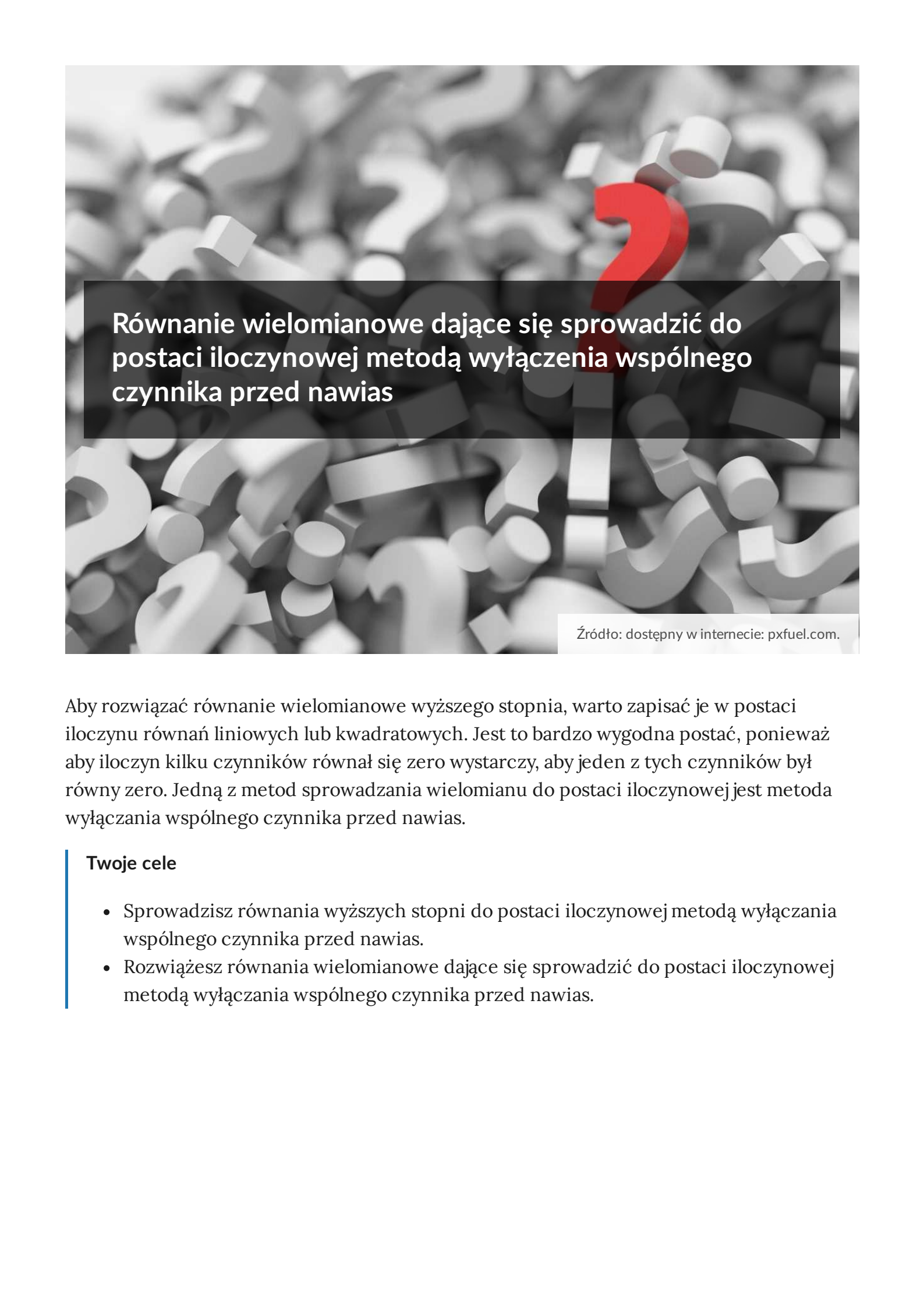




Równanie wielomianowe dające się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film samouczek](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



## Równanie wielomianowe dające się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias

Źródło: dostępny w internecie: pxfuel.com.

Aby rozwiązać równanie wielomianowe wyższego stopnia, warto zapisać je w postaci iloczynu równań liniowych lub kwadratowych. Jest to bardzo wygodna postać, ponieważ aby iloczyn kilku czynników równał się zero wystarczy, aby jeden z tych czynników był równy zero. Jedną z metod sprowadzania wielomianu do postaci iloczynowej jest metoda wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias.

### Twoje cele

- Sprowadzisz równania wyższych stopni do postaci iloczynowej metodą wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias.
- Rozwiążesz równania wielomianowe dające się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączenia wspólnego czynnika przed nawias.

# Przeczytaj

---

## Definicja: Równanie wielomianowe

Równaniem wielomianowym stopnia  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ), nazywamy równanie, które można zapisać w postaci  $W(x) = 0$ , gdzie  $W(x)$  jest wielomianem stopnia  $n$ .

Aby wyznaczyć pierwiastki wielomianu  $W(x)$  stopnia wyższego niż 2, z reguły rozkładamy go na czynniki stopnia co najwyżej drugiego.

Równanie wielomianowe możemy sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias. Przed nawias możemy wyciągnąć liczbę, jednomian zawierający zmienną lub sumę algebraiczną.

## Przykład 1

Rozwiążemy równanie  $12x^4 - 3x^2 = 0$  metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.

$$12x^4 - 3x^2 = 0$$

Zauważymy, że ze wszystkich wyrazów wielomianu możemy włączyć przed nawias wspólny czynnik  $3x^2$ .

$$3x^2 \cdot (4x^2 - 1) = 0$$

Otrzymaliśmy [postać iloczynową równania](#).

Iloczyn dwóch wyrażeń jest równy zero, jeżeli przynajmniej jeden z czynników jest równy zero.

$$3x^2 = 0 \text{ lub } 4x^2 - 1 = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } (2x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = \frac{1}{2} \text{ lub } x = -\frac{1}{2}$$

Równanie ma trzy rozwiązania  $x = -\frac{1}{2}$ ,  $x = 0$ ,  $x = \frac{1}{2}$ .

## Przykład 2

Rozwiążemy równanie  $x^4 + 6x^2 = 5x^3$ .

$$x^4 + 6x^2 = 5x^3$$

Najpierw uporządkujemy równanie, doprowadzając je do postaci  $W(x) = 0$ .

$$x^4 - 5x^3 + 6x^2 = 0$$

Zauważymy, że możemy wyłączyć przed nawias jednomian  $x^2$ .

$$x^2(x^2 - 5x + 6) = 0$$

Czyli

$$x^2 = 0 \text{ lub } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = 0$$

Równanie kwadratowe  $x^2 - 5x + 6 = 0$  możemy rozwiązać korzystając z obliczenia wyróżnika trójmianu kwadratowego i pierwiastków równania, lub zgadując pierwiastki  $x_1$  i  $x_2$  ze wzorów Viète'a

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ lub } x = 3.$$

Rozwiązaniem równania są liczby  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 3$ .

### Przykład 3

Rozwiążemy równanie  $(x + 2)(x^2 - 1) = (x + 2)(x + 3)$  wyłączając wspólny czynnik przed nawias.

$$(x + 2)(x^2 - 1) = (x + 2)(x + 3)$$

$$(x + 2)(x^2 - 1) - (x + 2)(x + 3) = 0$$

W obu składnikach wielomianu powtarza się  $(x + 2)$ . Zatem sumę algebraiczną  $(x + 2)$  możemy wyłączyć przed nawias.

$$(x + 2) \cdot [x^2 - 1 - (x + 3)] = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - 1 - x - 3) = 0$$

$$(x + 2)(x^2 - x - 4) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ lub } x^2 - x - 4 = 0$$

$$x = -2$$

lub

$$\Delta = 1 + 16 = 17 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{17}$$

$$x_1 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2}$$

$$x_2 = \frac{1+\sqrt{17}}{2}$$

Równanie ma trzy rozwiązania  $-2, \frac{1-\sqrt{17}}{2}, \frac{1+\sqrt{17}}{2}$ .

#### Przykład 4

Rozwiążemy równanie  $x^5 - 2x^3 - 8x = 0$ .

Najpierw wyłączymy  $x$  przed nawias

$$x(x^4 - 2x^2 - 8) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

Zajmiemy się rozwiązaniem równania czwartego stopnia.

$$x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

Niech  $x^2 = t, t \geq 0$

$$t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$\Delta = 4 + 4 \cdot 8 = 36 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 6$$

$$t_1 = \frac{2-6}{2}$$

$t_1 = -2 < 0$  - nie spełnia warunków zadania

$$t_2 = \frac{2+6}{2} = 4$$

Wracamy do podstawienia  $x^2 = t$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ lub } x = -2$$

Równanie ma trzy rozwiązania  $x = -2, x = 0, x = 2$ .

#### Przykład 5

Rozwiążemy równanie  $x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0$ .

W tym równaniu nie znajdziemy wspólnego czynnika który się powtarza w każdym wyrazie wielomianu. Połączymy wyrazy wielomianu w pary i w parach wyłączymy wspólny czynnik.

$$(x^3 - 2x^2) + (4x - 8) = 0$$

$$x^2(x - 2) + 4 \cdot (x - 2) = 0$$

Pogrupowaliśmy wyrazy równania tak, aby miały wspólny czynnik. Sumę algebraiczną  $(x - 2)$  możemy teraz wyłączyć przed nawias.

$$(x - 2)(x^2 + 4) = 0$$

Rozłożyliśmy lewą stronę równania na czynniki

$$x - 2 = 0 \text{ lub } x^2 + 4 = 0$$

$$x = 2$$

lub

$x^2 + 4 > 0$  dla  $x \in \mathbb{R}$  - równanie nie posiada rozwiązań

Równanie ma jedno rozwiązanie  $x = 2$ .

## Słownik

### postać iloczynowa równania

zapisanie równania za pomocą iloczynu czynników, z których każdy jest niższego stopnia niż dane równanie

# Film samouczek

---

## Polecenie 1

Przeanalizuj film samouczek i zapoznaj się z metodą sprowadzania równań wielomianowych do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D2pNLAhbb>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej wyłączania czynnika przed nawias w równaniu wielomianowym.

---

## Polecenie 2

Rozwiąż równanie  $2x^5 - 34x^3 + 32x = 0$ .

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Jolanta Schilling

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat:** Równanie wielomianowe dające się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

**Podstawa programowa:**

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

6) rozwiązuje równania wielomianowe postaci  $W(x) = 0$  dla wielomianów doprowadzonych do postaci iloczynowej lub takich, które się dają doprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias lub metodą grupowania.

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- sprowadza równania wyższych stopni do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
- rozwiązuje równania wielomianowe dające się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias
- tworzy algorytmy rozwiązywania równań różnych typów

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm

## **Metody i techniki nauczania:**

- konkurs zadaniowy
- dyskusja

## **Formy pracy:**

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

## **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

## **Przebieg lekcji**

### **Faza wstępna:**

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Wybrani wcześniej przez nauczyciela uczniowie podają przykłady prostych równań, zapisanych w postaci iloczynu dwóch równań liniowych. Uczniowie podają rozwiązania tych równań.

### **Faza realizacyjna:**

1. Uczniowie indywidualnie oglądają film samouczek i rozwiązują polecenie 2.
2. Uczniowie w grupach 4 osobowych rozwiązują ćwiczenia interaktywne 1-6, uczestnicząc w konkursie zadaniowym.
3. Grupa, która pierwsza poprawnie rozwiąże zadania otrzymuje oceny bardzo dobre.
4. Uczniowie wspólnie omawiają odpowiedzi i ewentualne problemy związane z rozwiązaniami.

### **Faza podsumowująca:**

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące sposobów rozwiązywania równań dających się sprowadzić do postaci iloczynowej metodą wyłączania wspólnego czynnika przed nawias.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

### **Praca domowa:**

Uczniowie rozwiązują ćwiczenia 7 i 8 z sekcji „Sprawdź się”.

### **Materiały pomocnicze:**

## Równania stopnia trzeciego w postaci iloczynu

### Pierwiastki równań

#### **Wskazówki metodyczne:**

Film samouczek może być wykorzystany przez chętnych uczniów do samodzielnego przygotowania własnej prezentacji multimedialnej pokazującej sposoby sprowadzania równań wielomianowych do postaci iloczynowej przez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias.