



Bryły obrotowe

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Symulacja interaktywna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



Bryły obrotowe są obecne w życiu każdego człowieka od najmłodszych lat. Miski, kubki, piłka do gry, wiaderko do piasku, dmuchane koło do pływania – to pierwsze bryły obrotowe, z którymi się stykamy. Opływowy, regularny kształt walca, stożka, kuli jest idealny w konstrukcji rur, naczyń, pojemników, kloszy i innych przedmiotów codziennego użytku.

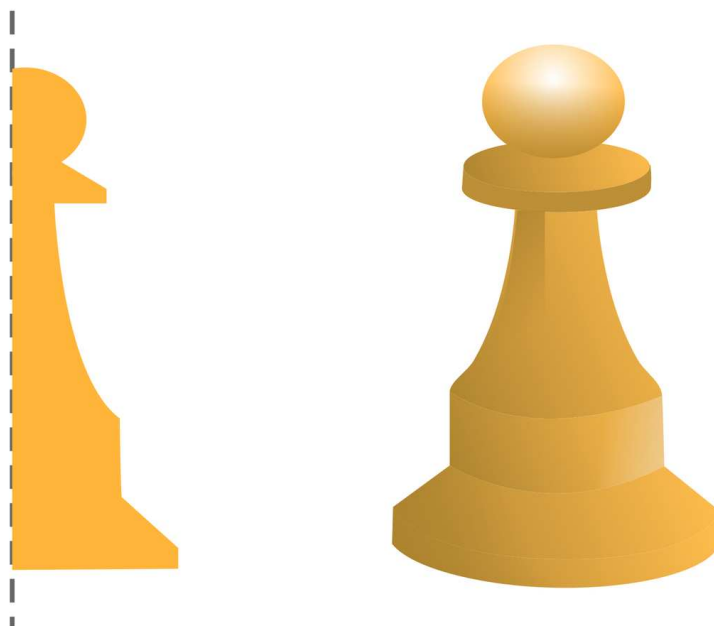
Twoje cele

- Rozpoznaś bryły obrotowe.
- Rozpoznaś figurę geometryczną, przez obrót której powstała bryła obrotowa.
- Przeanalizujesz jaką bryła obrotowa powstanie przez obrót danej figury wokół wskazanej osi obrotu.

Przeczytaj

Definicja: Bryła obrotowa

Bryła obrotowa jest bryłą powstałą z obrotu figury płaskiej wokół prostej leżącej w tej samej płaszczyźnie.



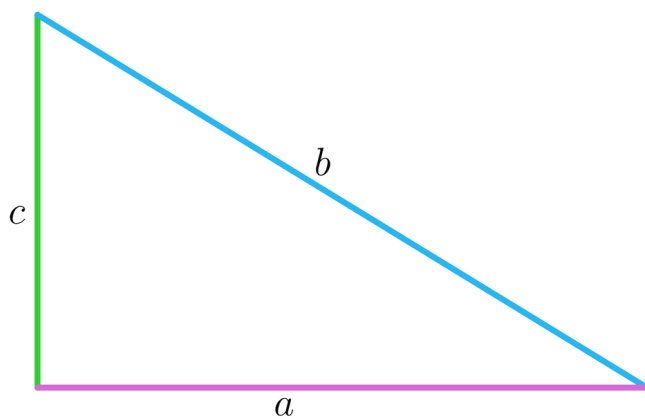
Prostą wokół, której obracamy figurę nazywamy **osią obrotu**.

Ważne!

Obracając tę samą figurę wokół różnych **osi**, możemy otrzymać różne **bryły obrotowe**.

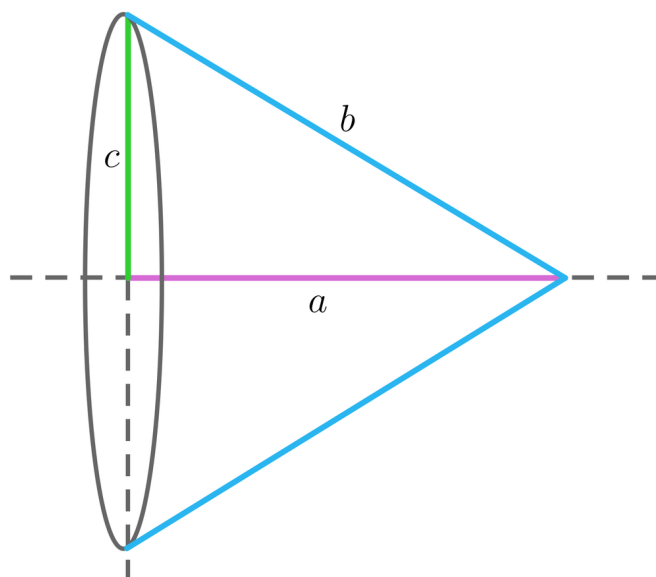
Przykład 1

Weźmy trójkąt prostokątny jak na rysunku:

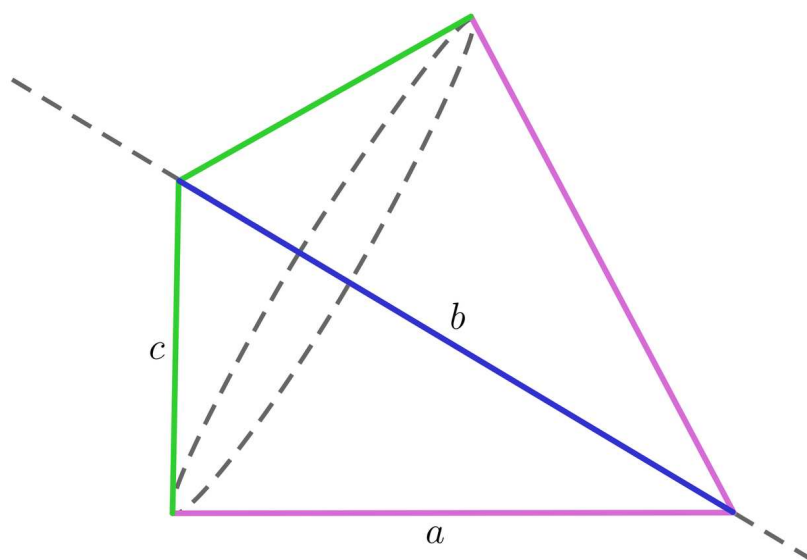


Obróćmy go wokół prostych zawierających boki tego trójkąta.

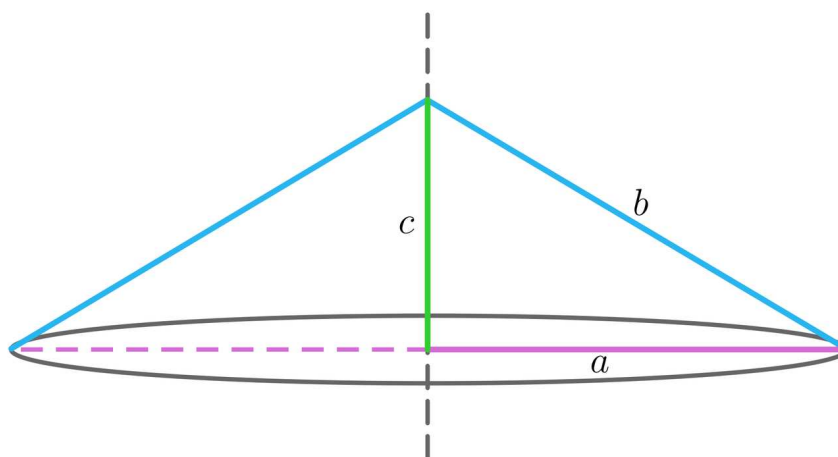
1. Obrót wokół prostej zawierającej bok a .



2. Obrót wokół prostej zawierającej bok b .



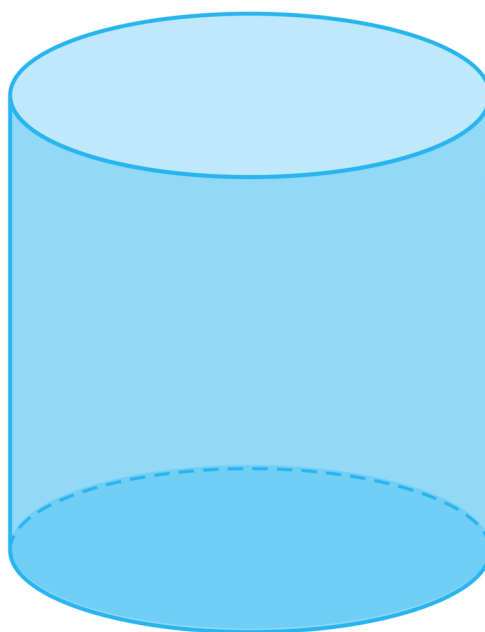
3. Obrót wokół prostej zawierającej bok c .



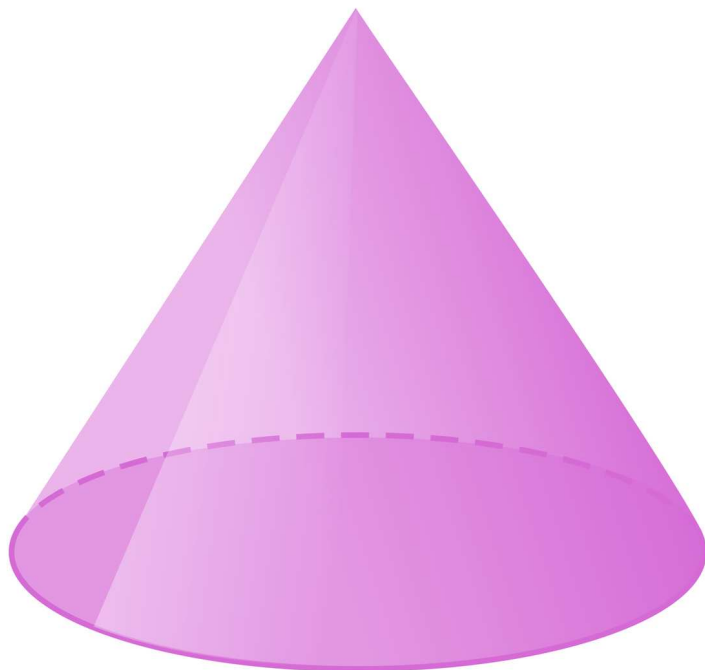
Najczęściej spotykanymi bryłami obrotowymi (zarówno w matematyce, jak i w rzeczywistości) są walec, stożek i kula.

Przykład 2

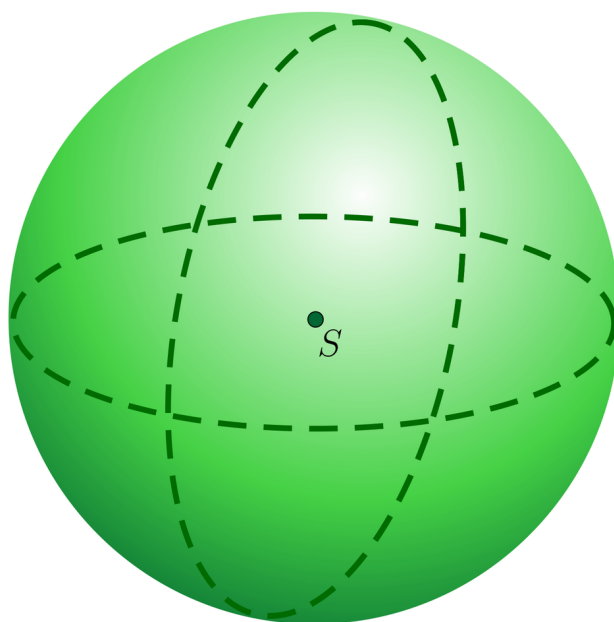
1. Walec powstaje z obrotu prostokąta wokół prostej zawierającej jeden z jego boków lub przechodzącej przez środek równoległych boków.



2. Stożek powstaje przez obrót trójkąta prostokątnego wokół jednej z przyprostokątnych lub trójkąta równoramiennego wokół prostej zawierającej wysokość trójkąta opuszczoną na podstawę.



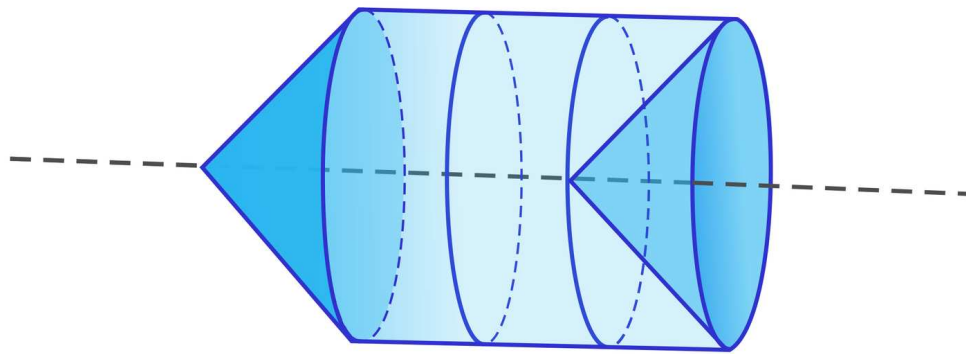
3. Kula powstaje w wyniku obrotu koła lub półkoła wokół prostej zawierającej średnicę.



W wyniku obrotu niektórych figur powstają bryły obrotowe, które są „sklejeniem” podstawami walca i stożka lub „wydrążeniem” jednego w drugim.

Przykład 3

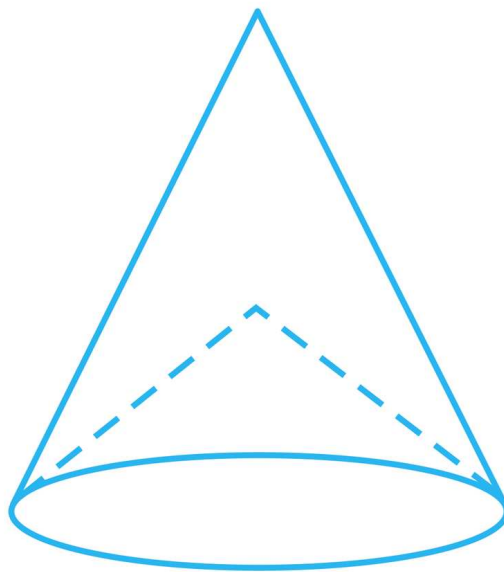
W wyniku obrotu równoległoboku wzdłuż boku powstaje nam stożek o wspólnej podstawie z walcem, w którym „wydrążony” jest stożek.



Bryła, która ma własność, że każdy odcinek, którego końce leżą na tej bryle w całości się w niej zawiera nazywamy bryłą wypukłą. Kula, walec i stożek są bryłami wypukłymi. Nie każda bryła obrotowa jest wypukłą.

Przykład 4

Bryła powstała w wyniku obrotu trójkąta rozwartokątnego wokół prostej zawierającej jeden z boków będącym ramieniem kąta rozwartego nie jest wypukłą.



Słownik

bryła obrotowa

bryła powstała w wyniku obrotu figury płaskiej wokół prostej leżącej w tej samej płaszczyźnie

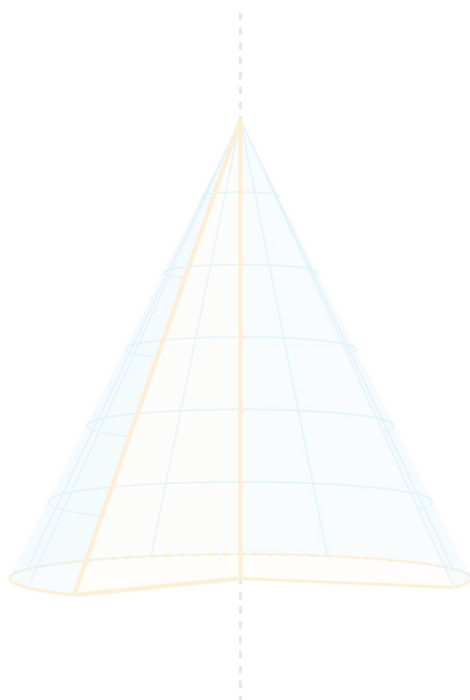
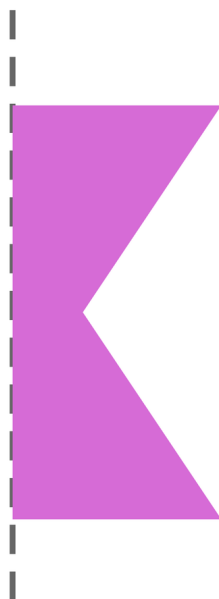
oś obrotu

prosta wokół, której obraca się figura płaska, aby otrzymać bryłę obrotową

Symulacja interaktywna

Polecenie 1

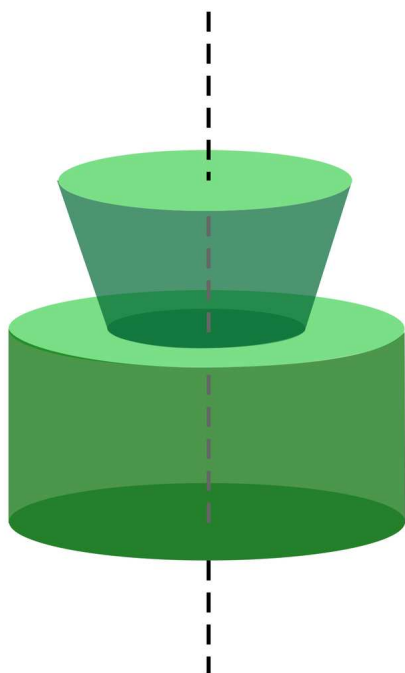
Spróbuj narysować bryłę powstałą w wyniku obrotu narysowanego pięciokąta wokół zaznaczonej osi. Sprawdź odpowiedź z symulacją interaktywną.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DjaTA7SuA>

Polecenie 2

Narysuj figurę wyjściową, z której w wyniku obrotu, której powstała bryła obrotowa jak na rysunku, jeżeli narysowana prosta jest osią obrotu figury.



Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1

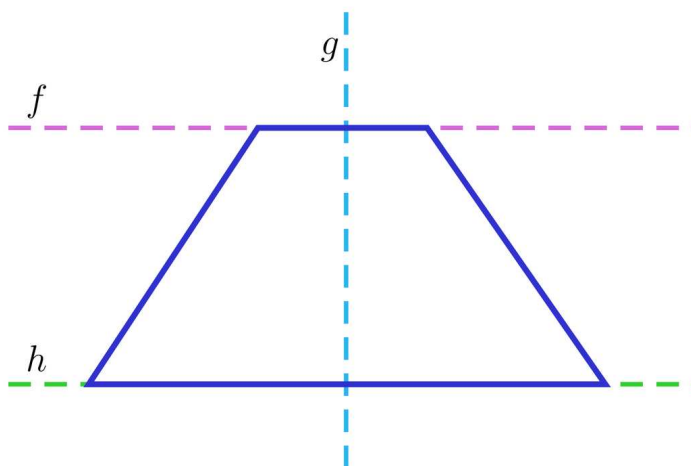


Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3

Dany jest trapez oraz 3 proste, będące różnymi osiami obrotu.



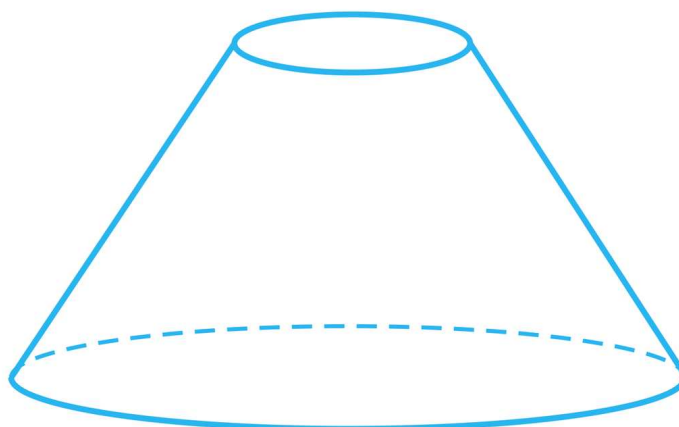
Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Bryłę obrotową na rysunku poniżej nazywamy stożkiem ściętym.



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7

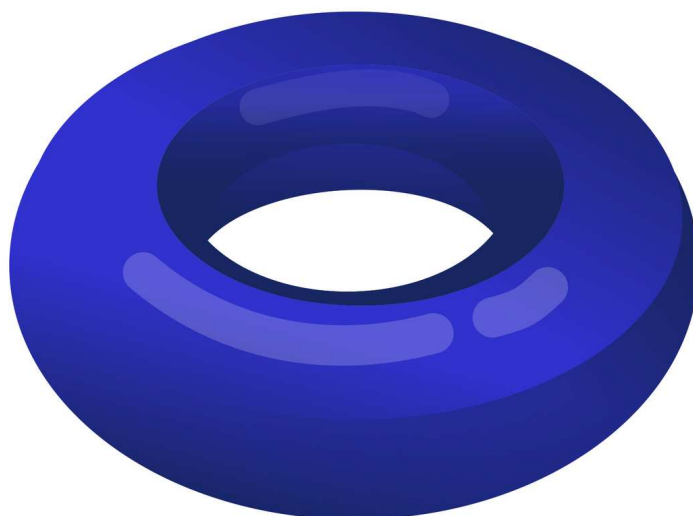


W wyniku obrotu prostokąta wokół pewnej prostej powstaje bryła obrotowa taka, jak na rysunku. A zatem osią obrotu jest prosta:



Ćwiczenie 8

Bryłę na rysunku nazywamy torusem.



Dla nauczyciela

Autor: Magdalena Wojciechowska-Rysiawa

Przedmiot: Matematyka

Temat: Bryły obrotowe

Grupa docelowa: III etap edukacyjny, liceum lub technikum, zakres podstawowy

Podstawa programowa:

X. Stereometria. Poziom podstawowy

Uczeń:

6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji,
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii,
- kompetencje cyfrowe,
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się.

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje bryły obrotowe,
- rozpoznaje figurę geometryczną przez obrót, której powstała bryła obrotowa,
- analizuje jaką bryła obrotowa powstanie przez obrót danej figury wokół wskazanej osi obrotu.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm.

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów,
- rozmowa nauczająca,
- dyskusja.

Formy pracy:

- praca całą klasą,
- praca w parach,
- praca samodzielna.

Środki dydaktyczne:

- komputer z dostępem do Internetu, głośników i tablicy interaktywnej lub projektora,
- materiały zawarte w e-podręczniku,
- przyrząd do demonstrowania powstawania brył obrotowych,
- przezroczyste modele brył obrotowych.

Przebieg zajęć:

Faza wstępna:

1. Nauczyciel przypomina pojęcie bryły obrotowej, a następnie prezentuje powstanie bryły obrotowej za pomocą przyrządu. Wraz z uczniami dyskutuje na temat powstałych brył.
2. Nauczyciel prosi wybranego ucznia o wybranie spośród dostępnych modeli brył obrotowych.
3. Uczniowie wykonują Ćwiczenie 1 z sekcji Sprawdź się.
4. Nauczyciel formułuje kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prezentuje symulację interaktywną i pokazuje inne, mniej standardowe bryły obrotowe, które możemy otrzymać.
2. Uczniowie rozwiązują Polecenia z sekcji Symulacja interaktywna samodzielnie, następnie dyskutują odpowiedzi z sąsiadem z ławki lub ławki obok wypracowując wspólne rozwiązanie. Nauczyciel prezentuje właściwe odpowiedzi. Pary dokonują samooceny.
3. Uczniowie wykonują samodzielnie ćwiczenia (bez ćw. 1 i ćw. 6) z sekcji Sprawdź się.
4. Nauczyciel prezentuje odpowiedzi. W razie potrzeby wybrany uczeń rozwiązuje zadanie na tablicy. Uczniowie dokonują samooceny.

Faza podsumowująca:

1. Uczniowie dokonują samooceny na podstawie sformułowanych kryteriów sukcesu.

Praca domowa

Ćwiczenie 6 z sekcji Sprawdź się.

Materiały pomocnicze:

Bryły obrotowe

Wskazówki metodyczne:

Symulacja interaktywna może zostać wykorzystana jako wprowadzenie do tematu stożków, walców, kul.