



Pole powierzchni sześcianu

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Animacja 3D](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Pakowałeś kiedyś prezent świąteczny w papier ozdobny?
Zastanawiałeś się ile papieru zużywasz?
Czym jest zużyty papier (poza zakładkami) dla pudełka, które pakujesz?

Ten coroczny niepozorny rytuał ma swoje odzwierciedlenie w matematyce. Podobnie jak budowa pudełek, karmników, malowanie pomieszczeń, ocieplanie bloków itp. Wszystkie te codzienne czynności, do których należy oszacować przybliżoną powierzchnię lub ilość zużytego materiału mają bezpośredni związek z powierzchnią brył, w szczególności wielościanów.

Na początek zajmiemy się polem powierzchni jednego z najbardziej rozpowszechnionych wielościanów – sześcianu.

Twoje cele

- Obliczysz pole powierzchni sześcianu znając długość krawędzi, przekątnej ściany bocznej, przekątnej sześcianu, objętość sześcianu.
- Obliczysz długości odcinków w sześcianie znając jego pole powierzchni.
- Przeanalizujesz jak zmienia się pole powierzchni sześcianu przy zmianie długości odcinków w sześcianie.

Przeczytaj

Pole powierzchni całkowitej wielościanu to suma pól jego wszystkich ścian. Sześcian ma sześć przystających ścian, które są kwadratami. Jeżeli krawędź sześcianu oznaczymy przez a to

$$P_c = 6a^2$$

Wiemy już, że pomiędzy odcinkami w sześcianie: krawędzią, [przekątną ściany](#), [przekątną sześcianu](#) są pewne zależności. Dzięki tym zależnościom możemy obliczyć [pole powierzchni sześcianu](#) znając długość jednego z tych odcinków.

Przykład 1

Obliczymy pole powierzchni sześcianu, którego przekątna ma długość 12 cm.

Rozwiązanie

Wiemy, że $d = a\sqrt{3}$.

Mamy więc $12 = a\sqrt{3}$.

A stąd $a = 4\sqrt{3}$.

Czyli $P_c = 6 \cdot (4\sqrt{3})^2 = 288 [\text{cm}^2]$.

Znając pole powierzchni sześcianu możemy obliczyć długości odcinków w tym sześcianie.

Przykład 2

Pole powierzchni sześcianu wynosi 120 cm^2 . Obliczymy długość przekątnej ściany bocznej tego sześcianu.

Rozwiązanie

Mamy $P_c = 120$.

Czyli $6a^2 = 120$.

Stąd $a^2 = 20$, co daje nam $a = 2\sqrt{5}$.

Wiemy, że $p = a\sqrt{2}$, a zatem $p = 2\sqrt{10}$ cm.

Warto zastanowić się, jak zmienia się [pole powierzchni sześcianu](#) przy zmianie długości odcinków w tym sześcianie.

Przykład 3

Krawędź sześcianu zwiększyła się dwukrotnie, sprawdzimy jak zmieniło się pole powierzchni tego sześcianu.

Rozwiązanie

Oznaczmy początkową krawędź sześcianu przez a . Wówczas $P_{c_1} = 6a^2$.

Wówczas krawędź większego sześcianu ma długość $2a$, a jego pole całkowite

$$P_{c_2} = 6 \cdot (2a)^2 = 24a^2 = 4P_{c_1}.$$

A zatem, jeżeli krawędź sześcianu zwiększy się dwukrotnie, to jego pole powierzchni zwiększy się czterokrotnie.

Ważne!

Można wyciągnąć ogólny wniosek:

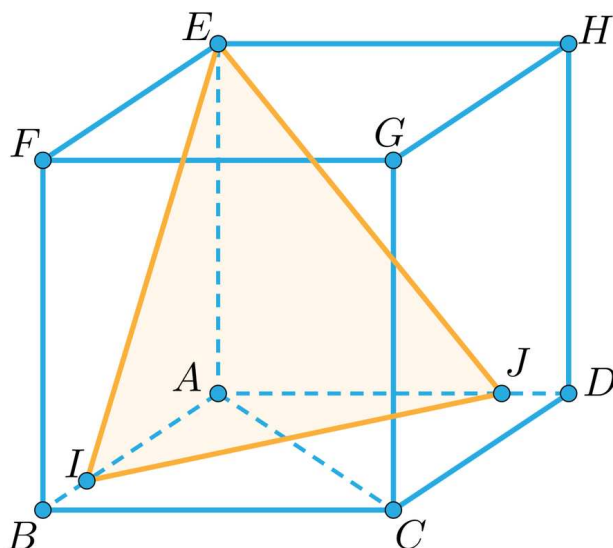
Jeżeli krawędź sześcianu zwiększy się (odpowiednio zmniejszy się) k -krotnie, to jego pole powierzchni zwiększy się (odpowiednio zmniejszy się) k^2 -krotnie.

Przykład 4

W sześcianie $ABCDEFGH$ na krawędziach AB i AD wybrano punkty I i J , które dzielą krawędzie podstawy w stosunku 3 : 1 licząc od wierzchołka A . Pole trójkąta IJE wynosi $6\sqrt{41}$. Obliczmy pole całkowite tego sześcianu.

Rozwiązanie

Zróbmy rysunek pomocniczy.



Oznaczmy

$$|BI| = |JD| = x.$$

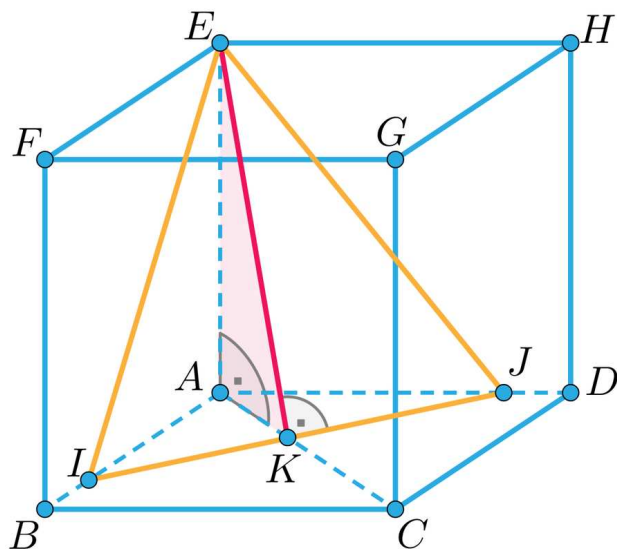
Wtedy

$$|IA| = |AJ| = 3x.$$

A zatem

$$|IJ| = 3x\sqrt{2}.$$

Wyraźmy długość wysokości trójkąta IJE w zależności od x .



Wysokość trójkąta IJE jest przeciwprostokątną trójkąta EAK . Przy czym

$$|AE| = 4x$$

oraz

$$|AK| = \frac{3\sqrt{2}}{2}x.$$

Z twierdzenia Pitagorasa otrzymujemy

$$(4x)^2 + \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}x\right)^2 = |EK|^2.$$

A stąd

$$|EK|^2 = \frac{41}{2}x^2.$$

Czyli

$$|EK| = \frac{\sqrt{82}}{2}x.$$

Mamy więc

$$P_{\triangle IJE} = \frac{3x\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{82}}{2}x}{2} = \frac{3\sqrt{41}x^2}{2}.$$

Podstawiając pole, mamy

$$6\sqrt{41} = \frac{3\sqrt{41}}{2}x^2.$$

Czyli

$$x^2 = 4,$$

a stąd

$$x = 2,$$

więc krawędź sześcianu jest równa

$$a = 8,$$

a jego pole całkowite wynosi

$$P_c = 6 \cdot 8^2 = 384.$$

Słownik

pole powierzchni sześcianu

suma pól wszystkich ścian sześcianu

przekątna ściany sześcianu

odcinek łączący dwa wierzchołki tej samej ściany sześcianu, nie będący jej krawędzią

przekątna sześcianu

odcinek łączący wierzchołek dolnej podstawy z wierzchołkiem górnej podstawy sześcianu nie należącym do tej samej ściany

Animacja 3D

Polecenie 1

Zapoznaj się z animacją 3D, a następnie rozwiąż polecenia poniżej.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D19cWR0eb>

Film nawiązujący do treści lekcji dotyczącej pola powierzchni sześcianu.

Polecenie 2

Zapoznaj się z animacją 3D. Zwróć uwagę na wzór łączący objętość i pole całkowite sześcianu. Korzystając z tego wzoru oblicz pole całkowite sześcianu o objętości 4. Wynik zapisz w najprostszej postaci.

Polecenie 3

Zwróć uwagę na ostatnie zadanie w animacji. Niech kąt ma tę samą miarę 30° , ale tym razem $|EC| = 2$. Oblicz pole powierzchni takiego sześcianu.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Oceń prawdziwość poniższych zdań.

	Prawda	Fałsz
Pole powierzchni sześcianu o krawędzi 6 jest dwukrotnie większe od pola powierzchni sześcianu o krawędzi 3.	☐	☐
Jeżeli długość przekątnej sześcianu jest liczbą niewymierną, to pole powierzchni również jest liczbą niewymierną.	☐	☐

Ćwiczenie 2



Zaznacz poprawną odpowiedź. Pole powierzchni sześcianu o przekątnej ściany bocznej równej $2\sqrt{6}$ wynosi:

☐ 72

☐ $24\sqrt{3}$

☐ $24\sqrt{6}$

☐ 24

Ćwiczenie 3



Zaznacz poprawną odpowiedź. Przekątna sześcianu o polu powierzchni 36 wynosi:

☐ $6\sqrt{3}$

☐ $3\sqrt{2}$

☐ $6\sqrt{6}$

☐ $2\sqrt{3}$

Ćwiczenie 4



Uzupełnij tabelę. Wpisz poprawne liczby.

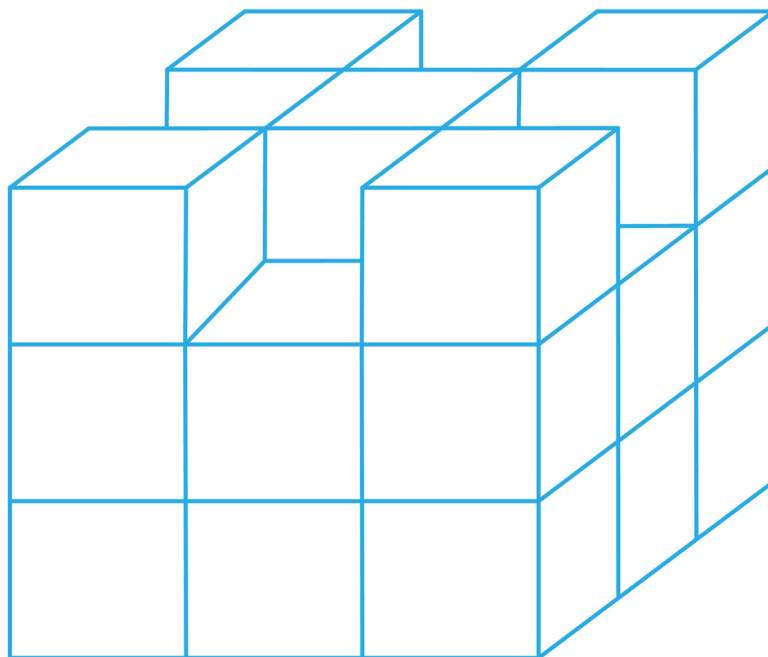
L.p.	a	P_c	V
1	5		
2		54	
3			64

Ćwiczenie 5



Z sześciątów o krawędzi jednostkowej zbudowano sześcian o krawędzi równej 3 jednostki, a następnie usunięto z niego 4 jednostkowe sześciany, jak na rysunkach. Uzupełnij zdania jedną z podanych możliwości.

a)



Objętość powstałej bryły w stosunku do objętości sześcianu o krawędzi 3.

Pole powierzchni powstałej bryły w stosunku do pola powierzchni sześcianu o krawędzi 3.

zwiększyło się

pozostała bez zmian

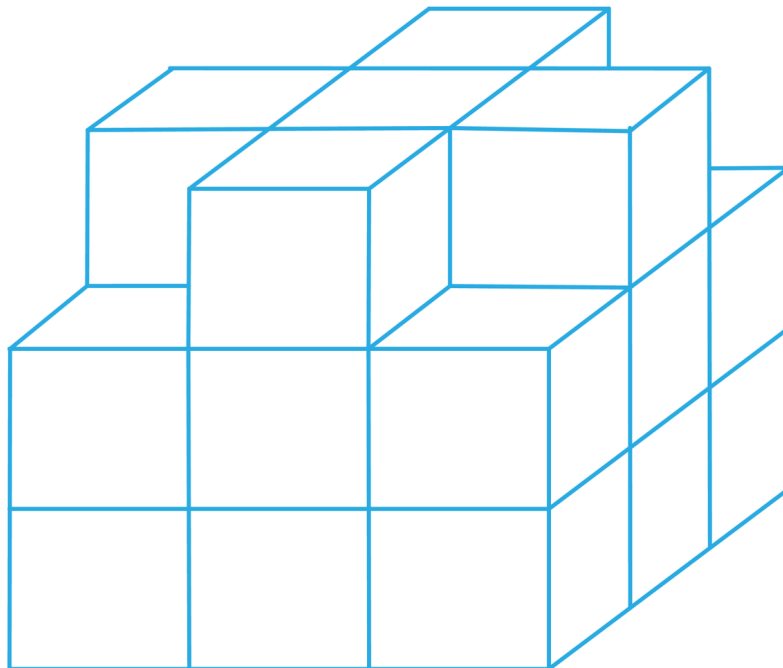
zmniejszyła się

zmniejszyło się

pozostało bez zmian

zwiększyła się

b)



Objętość powstałej bryły w stosunku do objętości sześcianu o krawędzi 3.

Pole powierzchni powstałej bryły w stosunku do pola powierzchni sześcianu o krawędzi 3.

pozostało bez zmian

zwiększyło się

pozostała bez zmian

zmniejszyło się

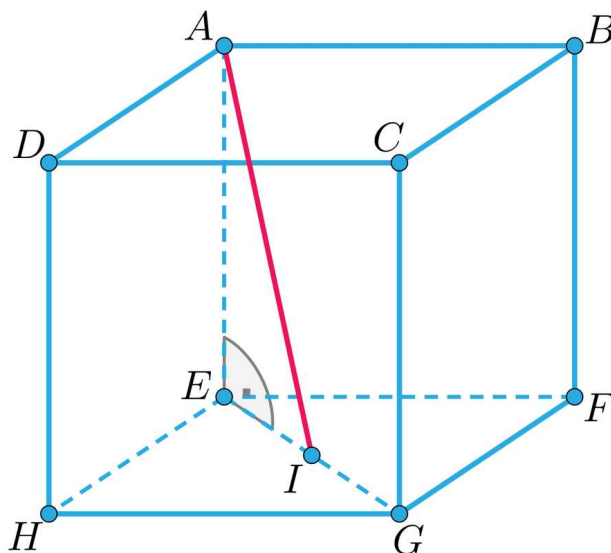
zmniejszyła się

zwiększyła się

Ćwiczenie 6



Punkt I jest środkiem przekątnej podstawy sześcianu. Odcinek AI ma długość $\sqrt{6}$ cm. Ile wynosi pole powierzchni tego sześcianu? Wpisz wynik w wyznaczonym miejscu.

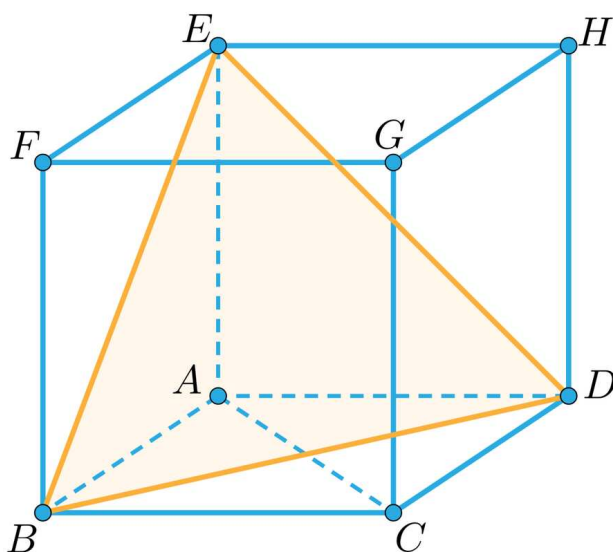


Pole powierzchni tego sześcianu wynosi cm².

Ćwiczenie 7



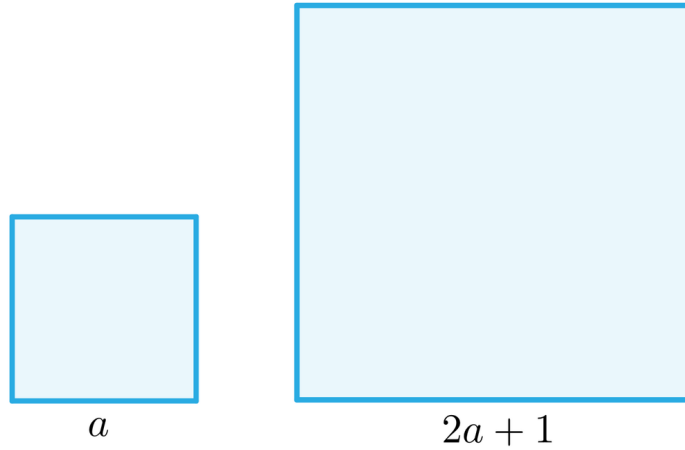
Pole trójkąta BDE na rysunku wynosi $4\sqrt{3}$ cm². Ile wynosi pole powierzchni tego sześcianu?



Ćwiczenie 8



Ściany dwóch sześcianów są kwadratami jak na rysunku. Różnica pól powierzchni tych sześcianów wynosi 1056. Oblicz długość krawędzi większego sześcianu.



Dla nauczyciela

Autor: Magdalena Wojciechowska-Rysiawa

Przedmiot: Matematyka

Temat: Pole powierzchni sześcianu

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum lub technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

X. Stereometria.

Zakres podstawowy. Uczeń:

6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- oblicza pole powierzchni sześcianu mając daną długość krawędzi, przekątnej ściany bocznej przekątnej sześcianu lub objętość sześcianu
- oblicza długości odcinków w sześcianie mając daną jego pole powierzchni
- analizuje zmianę pola powierzchni sześcianu przy zmianie długości odcinków w sześcianie

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów

- dyskusja

Formy pracy:

- praca z całą klasą
- praca w parach
- praca w grupach

Środki dydaktyczne:

- komputer z dostępem do Internetu, głośników i tablicy interaktywnej lub projektora
- materiały zawarte w e-podręczniku
- przezroczyste modele sześciąt z zaznaczonymi odcinkami

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel przypomina zależności pomiędzy długościami odcinków w sześciacie.
2. Nauczyciel wraz z uczniami metodą burzy mózgów wymieniają zastosowanie pola powierzchni w życiu codziennym (pakowanie prezentu, malowanie budynków, budowanie pudełek).
3. Nauczyciel formułuje kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel przypomina wzór na pole powierzchni sześcianu i pokazuje przykłady z sekcji „Przeczytaj” jak znajdować pole powierzchni przy znanej długości odcinka w sześciacie i odwrotnie.
2. Nauczyciel prezentuje animację 3D, uczniowie metodą burzy mózgów wykonują polecenia do niej.
3. Uczniowie wykonują w parach ćwiczenia 2, 3 i 4. Następnie przedstawiają rozwiązania, dyskutują pomiędzy parami nad ich poprawnością, ustalają prawidłowe rozwiązania.
4. Nauczyciel prezentuje prawidłowe rozwiązania.
5. Nauczyciel przeprowadza dyskusję na temat tego, jak się zmienia pole powierzchni sześcianu przy zmianie jego krawędzi. Prezentuje Przykład z sekcji „Przeczytaj”.
6. Uczniowie (w razie potrzeby nauczyciel przedstawia wniosek, który znajduje się w sekcji „Przeczytaj”) formułują wniosek dotyczący zmiany pola powierzchni i krawędzi sześcianu.
7. Nauczyciel dzieli uczniów na grupy 4-osobowe. Każda z grup rozwiązuje ćwiczenia 5 – 8 z sekcji „Sprawdź się”.
8. Wybrani przedstawiciele grup przedstawiają rozwiązanie na tablicy.

Faza podsumowująca:

1. Uczniowie wykonują Ćwiczenie 1 z sekcji „Sprawdź się”.
2. Uczniowie dokonują samooceny opanowania przez siebie kryteriów sukcesu (np. metodą świateł – czerwone-nic nie rozumiem, żółte-mam niewielkie pytania i wątpliwości, zielone-wszystko jest jasne).

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest wymyślenie i rozwiązanie zadania praktycznego z zastosowaniem pola powierzchni sześcianu.

Materiały pomocnicze:

- [Pole powierzchni prostopadłościanu i sześcianu](#)
- [Pole powierzchni prostopadłościanu](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać animację 3D w domu jako utrwalenie materiału. Lekcję można połączyć z tematem dotyczącym siatek sześcianu lub objętości sześcianu.