



Promile

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Film edukacyjny](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Źródło: Karim Manjra, dostępny w internecie: www.unsplash.com, domena publiczna.

Być może zdarzyło ci się zastanawiać, co oznacza dziwny symbol ‰ – podobny do symbolu procenta, a jednak trochę inny. Symbol, który widnieje na znakach określających spadek terenu albo zapisach dotyczących zasolenia mórz.

Znak ‰ to symbol 0,001 danej wielkości, czyli symbol **promila**.

W tym materiale poznasz bliżej promil i jego własności.



Źródło: Wikipedia.org, dostępny w internecie: https://en.wikipedia.org/wiki/Per_mille, licencja: CC BY 4.0.

Twoje cele

- Zapiszesz promil w postaci ułamka i odwrotnie.
- Zastosujesz promile w obliczeniach z kontekstem realistycznym.

Przeczytaj

Wyraz promil pochodzi od łacińskich słów *pro mile*, oznaczających „na tysiąc”.

Ważne!

Jeden **promil** danej wielkości to $\frac{1}{1000}$ tej wielkości.

Jeden promil oznaczamy: 1 ‰.

a ‰ danej wielkości to $\frac{a}{1000}$ tej wielkości.

Promile możemy zamieniać na ułamki (i odwrotnie). Jednak, podobnie jak w przypadku procentów, promili nie możemy utożsamiać z ułamkami, gdyż promil jest zawsze częścią jakiejś całości.

Przykład 1

Przyjmując, że dana całość jest równa 1, zapiszemy promile w postaci ułamków.

$$1‰ = \frac{1}{1000} = 0,001$$

$$6‰ = \frac{6}{1000} = 0,006$$

$$39‰ = \frac{39}{1000} = 0,039$$

$$780‰ = \frac{780}{1000} = 0,780$$

Przykład 2

W postaci promili możemy przedstawiać ułamki.

$$0,007 \cdot 1000‰ = 7‰$$

$$0,069 \cdot 1000‰ = 69‰$$

$$0,678 \cdot 1000‰ = 678‰$$

Promile możemy przedstawiać również w postaci procentów, a procenty w postaci promili.

Ważne!

$$1‰ = 0,1\%$$

$$1\% = 10‰$$

Przykład 3

Zapiszemy promile w postaci procentów.

$$43‰ = 0,043 \cdot 100\% = 4,3\%$$

$$9‰ = 0,009 \cdot 100\% = 0,9\%$$

Przykład 4

Zapiszemy procenty w postaci promili.

$$7\% = 0,07 \cdot 1000‰ = 70‰$$

$$358\% = 3,58 \cdot 1000‰ = 3580‰$$

Obliczenia z wykorzystaniem promili, wykonujemy podobnie, jak obliczenia z wykorzystaniem procentów.

Przykład 5

Obliczymy 2‰ liczby 165.

Zamieniamy **promil** na ułamek i obliczamy ułamek danej liczby.

$$0,002 \cdot 165 = 0,33$$

Odpowiedź:

2‰ liczby 165 jest 0,33.

Przykład 6

Znajdziemy liczbę, której 12‰ jest równe 6.

Oznaczmy:

x – szukana liczba.

$$0,012x = 6$$

$$x = \frac{6}{0,012} = 500$$

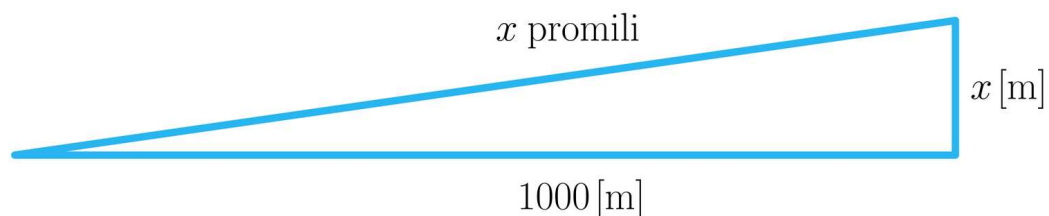
Odpowiedź:

Liczba, której 12‰ jest równe 6 to 500.

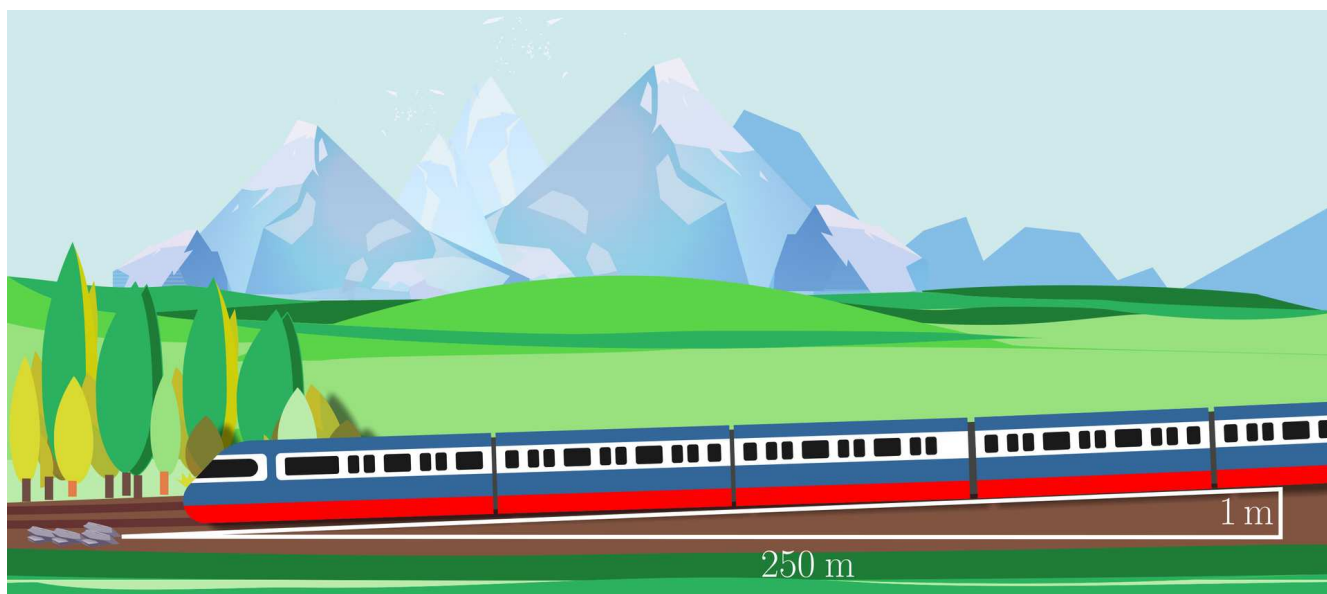
Promile w praktyce nie mają tak szerokiego zastosowania jak procenty. Najczęściej wykorzystuje się je do określania prób wyrobów ze złota i srebra, zasolenia mórz, zawartości alkoholu we krwi u kierowców, pochylenia linii kolejowej.

Przykład 7

Pochylenie linii kolejowej na danym odcinku, to stosunek różnicy wysokości do długości tego odcinka. Pochylenie wyraża się w promilach.



Obliczymy pochylenie linii kolejowej przy różnicy wysokości wynoszącej 1 m na odcinku długości 250 m.



$$\frac{1}{250} \cdot 1000\text{‰} = 4\text{‰}$$

Odpowiedź:

Pochylenie linii kolejowej wynosi 4‰.

Przykład 8

Jednym z najbardziej słonych zbiorników wodnych na świecie jest jezioro Patience w Kanadzie. Jego zasolenie wynosi około 425‰. Obliczymy, ile kilogramów soli znajduje się w 4 kg wody z jeziora Patience.

Zasolenie jeziora wynosi 425‰, czyli w 1 kg wody jest $\frac{425}{1000}$ kg soli.

$$4 \cdot \frac{425}{1000} = 1,7$$

Odpowiedź:

W 4 kg wody znajduje się 1,7 kg soli.

Słownik

promil

to $\frac{1}{1000}$ danej wielkości

Film edukacyjny

Polecenie 1

Zapoznaj się z filmem pokazującym różne zastosowania promili. Znajdź w dostępnych źródłach informacje o jeszcze innych wykorzystaniach promili.

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DKmZD4LKI>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącej promili.

Polecenie 2

Średnie zasolenie Morza Bałtyckiego wynosi 7‰. W środkowej części Bałtyku nie przekracza 10 g soli na kilogram wody. W Cieśninach Duńskich zasolenie wynosi około 25 g na kilogram wody.

a) Zapisz średnie zasolenie Morza Bałtyckiego w procentach.

b) Zapisz w promilach zasolenie w środkowej części Bałtyku i zasolenie w Cieśninach Duńskich.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Jedna tabletka preparatu odmładzającego o masie 1,5 g zawiera 3 mg smocznego sadła. Jakim promilem masy tabletki jest masa zawartego w niej smocznego sadła? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 3‰

☐ 4,5‰

☐ 5,5‰

☐ 2‰

Ćwiczenie 2



Zaznacz poprawną odpowiedź. Spadek rzeki wyraża się w promilach. Największe spadki mają rzeki górskie – np. Dunajec ma spadek wynoszący 25‰. Ten spadek zapisany w procentach jest równy:

☐ 0,25%

☐ 2,5%

☐ 250%

☐ 0,025%

Ćwiczenie 3



Połącz obliczenia z wynikami.

9‰ liczby 600	0,003
0,2‰ liczby 15	5,4
$33\frac{1}{3}\%$ liczby 60	5
20‰ liczby 250	2

Ćwiczenie 4



Punkt bazowy to termin bankowy, oznaczający 0,1‰ pewnej wielkości pieniężnej. Bank zaoferował panu Julinowi możliwość otrzymania 50 punktów bazowych redukcji pożyczki. O ile procent obniży się wartość bieżącej raty, którą będzie płacił pan Julek? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ 5%

☐ 0,05%

☐ 50%

☐ 0,5%

Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Tabela przedstawia największe dopuszczalne pochylenie w zależności od kategorii linii kolejowej.

Kategoria linii kolejowej	Największe dopuszczalne pochylenie
Linie magistralne (linie o dużym natężeniu przewozów pasażerskich i towarowych)	6‰
Linie o znaczeniu miejscowym	20‰

Na podstawie tabelki określ czy dane stwierdzenie jest prawdziwe, czy fałszywe.

	Prawda	Fałsz
Na odcinku długości 500 m różnica wysokości trasy kolejowej wynosi 7 m. Trasa ta może być wykorzystana jako magistrala kolejowa.	☐	☐
Na trasie pociągów podmiejskich na odcinku długości 2000 m różnica wysokości może wynosić 38 m.	☐	☐

Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Wodę mineralną można zaliczyć do kategorii wysokomineralizowanych, gdy w kilogramie wody zawartych jest co najmniej 1500 mg rozpuszczonych składników mineralnych.

Oblicz w promilach stężenie składników mineralnych w wodzie wysokomineralizowanej.

Dla nauczyciela

Autor: Justyna Cybulska

Przedmiot: Matematyka

Temat: Promile

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

I. Liczby rzeczywiste. Zakres podstawowy.

Uczeń:

1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, logarytmowanie) w zbiorze liczb rzeczywistych.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- zapisuje promil w postaci ułamka i odwrotnie
- oblicza promil danej liczby
- stosuje promile w obliczeniach z kontekstem realistycznym
- dobiera odpowiedni model matematyczny do sytuacji z życia codziennego, wymagającej wykorzystania promili

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- rybi szkielet

- praca z ekspertem

Formy pracy:

- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z dostępem do Internetu w takiej liczbie, żeby każdy uczeń miał do dyspozycji komputer

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Przed lekcją nauczyciel prosi 4 uczniów, aby zapoznali się z materiałem zapisanym w sekcji „Przeczytaj” i pełnili na lekcji rolę ekspertów.
2. Uczniowie wspólnie oglądają film, będący wprowadzeniem do tematyki związanej w promilami.
3. Uczniowie proponują temat zajęć i wspólnie ustalają kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Uczniowie pracują w grupach pod kierunkiem ekspertów.
2. Eksperci proponują grupom rozwiązywanie zadań, które przygotowali w domu (zadania oparte na przykładach z sekcji „Przeczytaj”). W razie problemów – służą pomocą, wyjaśniają niezrozumiałe elementy.
3. Pod kierunkiem ekspertów, uczniowie kolejno rozwiązują po jednym wybranym zadaniu z sekcji „Sprawdź się”.
4. Kończącym elementem tej lekcji jest wspólne sporządzenie na tablicy „rybiego szkieletu”, na ościach którego uczniowie zapisują typy zadań związanych z obliczeniami z wykorzystaniem promili. Następnie do każdej „osi” dopisują odpowiedni problem z kontekstem realistycznym.

Faza podsumowująca:

1. Wskazany przez nauczyciela uczeń przedstawia krótko najważniejsze elementy zajęć, poznane wiadomości, ukształtowane umiejętności.
2. Eksperci omawiają pracę swoich grup, dokonują samooceny i oceny prac grup.
3. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, komentuje sposób i wartość zadań zapisanych na tablicy.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest zebranie informacji na temat zastosowania promili w obliczeniach jubilerskich.

Materiały pomocnicze:

[Procent i promil](#)

Wskazówki metodyczne:

Film może być inspiracją dla uczniów do przygotowania podobnego filmu na temat procentów.