



## Stopień wielomianu

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Symulacja interaktywna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



## Stopień wielomianu

Źródło: Wu Yi, dostępny w internecie: [www.unsplash.com](http://www.unsplash.com).

W tym materiale zajmiemy się wielomianami jednej zmiennej. Wiesz już wiele o funkcji liniowej i kwadratowej. To szczególne przypadki wielomianów, w których niewiadoma występuje co najwyżej w potęgze drugiej. Wiele własności funkcji wielomianowej, np. kształt wykresu, czy liczba możliwych miejsc zerowych, jest bezpośrednio związanych z najwyższym wykładnikiem potęgi, do której podnosimy niewiadomą.

### Twoje cele

- Określisz stopień wielomianu jednej zmiennej.
- Ustalisz, czym różni się wielomian zerowy od wielomianu stopnia zero.

# Przeczytaj

## Definicja: Stopień wielomianu

Dany jest wielomian  $W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ , przy czym  $a_n \neq 0$ .

- **Stopniem wielomianu** nazywamy liczbę  $n$  odpowiadającą najwyższemu wykładnikowi potęgi o podstawie  $x$ .
- Jeżeli  $W(x) = a_0$  i  $a_0 \neq 0$ , to wielomian jest stopnia 0.
- Jeżeli  $W(x) = 0$ , to jest [wielomianem zerowym](#) i nie ma określonego stopnia.

$$W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

Stopień wielomianu  $W(x)$  możemy oznaczać symbolem  $\text{st}(W(x))$  lub  $\text{deg}(W(x))$ .

## Przykład 1

- $W_1(x) = 32x^5 - 80\sqrt{2}x^4 + 160x^3 - 80\sqrt{2}x^2 + 40x - 4\sqrt{2}$ ,  
wtedy  $\text{deg}(W_1(x)) = 5$ .
- $W_2(x) = (3x^2 + 1)^{12}$ ,  
wtedy  $\text{deg}(W_2(x)) = 24$
- $W_3(x) = (5x^6 - 2x^5 + 3x^2 - 11) - 5x^3(x^3 + 3x - 1)$ ,  
wtedy  $\text{deg}(W_3(x)) = 5$ , ponieważ współczynnik przy  $x^6$  po redukcji wyrazów podobnych wyniesie 0.

## Przykład 2

Określmy [stopień podanych wielomianów](#)

## Przykład 3

Dany jest wielomian trzeciego stopnia  $W(x)$ . Wiadomo, że

- $W(1) = -11$
- $W(2) = -22$
- $W(3) = 1$
- $W(4) = 88$

Czy na tej podstawie można określić wzór [wielomianu](#)?

## Trwa wczytywanie danych ..

Film dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/D1AQZ7w2f>

Film nawiązujący do treści materiału dotyczącego stopnia wielomianu.

---

## Słownik

### stopień wielomianu jednej zmiennej

dla wielomianu  $W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  (przy założeniu, że  $a_n \neq 0$ ) to liczba  $n$  odpowiadająca najwyższemu wykładnikowi potęgi wielomianu; jeśli wielomian jest stałą niezerową, to jego stopień wynosi 0; wielomian zerowy nie ma określonego stopnia. Symbol stopnia wielomianu  $W(x)$ :  $\text{st}(W(x))$  lub  $\text{deg}(W(x))$ .

### wielomian

wyrażenie, które jest sumą jednomianów;

wielomian można zapisać w postaci

$$W(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0.$$

## wielomian zerowy

wielomian określony wzorem  $W(x) = 0$  (czyli funkcja stała przyjmująca wartość 0 dla każdej liczby rzeczywistej); wielomian ten nie ma określonego stopnia

# Symulacja interaktywna

## Polecenie 1

W zadaniach z funkcją kwadratową często pojawiał się parametr. Podobnie może być przy wielomianach stopnia innego niż 2.

Przeanalizuj, jak zmieniają się współczynniki podanego wielomianu  $W(x)$  w zależności od parametru  $m$ . Zobacz, jakie wartości może przyjmować stopień wielomianu.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/a/DmGdGCitw>

## Polecenie 2

## Polecenie 3

Ustal stopień wielomianu w zależności od parametru  $m$ .

$$W(x) = (m^2 + 3m - 10)x^3 - (m^2 - m - 2)x^2 + (m^2 + 5m)x + 4m - 8$$

#### Polecenie 4

Ustal, jaki jest stopień wielomianu

$$W(x) = (3p^2 - 5p - 2)x^4 + (3p^2 - 2p - 1)x^2 - (9p^2 - 1)x + (3p + 1)$$

w zależności od parametru  $p$ .

# Sprawdź się

---

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dany jest wielomian  $W(x) = (m^4 + 2m^3 - m^2 - 2m)x^5 + (m^3 + m^2 - 2m)x^4 + (m^3 + 2m^2 - m - 2)x^3 + (m^3 + m^2 - 2m)x^2 + (m^2 - 1)x + (m^2 + 3m + 2)$

Ustal stopień wielomianu  $W(x)$  dla podanych wartości parametru  $m$ .

# Dla nauczyciela

---

**Autor:** Michał Niedźwiedź

**Przedmiot:** Matematyka

**Temat:** Stopień wielomianu

**Grupa docelowa:**

III etap edukacyjny, liceum ogólnokształcące, technikum, poziom rozszerzony

**Podstawa programowa:**

Treści nauczania – wymagania szczegółowe:

II. Wyrażenia algebraiczne. Zakres podstawowy. Uczeń:

2) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany jednej i wielu zmiennych;

**Kształtowane kompetencje kluczowe:**

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

**Cele operacyjne:**

Uczeń:

- określa stopień wielomianu jednej zmiennej
- rozróżnia wielomian zerowy od wielomianu stopnia zero
- analizuje wielomiany z parametrem, tworzy algorytm w celu ustalenia stopnia wielomianu

**Strategie nauczania:**

- konstruktywizm;
- konektywizm.

**Metody i techniki nauczania:**

- dyskusja;
- rozmowa kierowana;
- mapa myśli.

## **Formy pracy:**

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

## **Środki dydaktyczne:**

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

## **Przebieg lekcji**

### **Faza wstępna:**

1. Nauczyciel prosi wybraną osobę o odczytanie tematu lekcji, a następnie wraz z uczniami określa cele i kryteria sukcesu.
2. Prowadzący prosi uczniów, aby zgłaszali swoje propozycje pytań do tematu. Jedna osoba może zapisywać je na tablicy. Gdy uczniowie wyczerpią pomysły, a pozostały jakieś ważne kwestie do poruszenia, nauczyciel je dopowiada.

### **Faza realizacyjna:**

1. Uczniowie w 5-osobowych grupach zapoznają się z informacjami zapisanymi w sekcji „Przeczytaj”. Każda z grup tworzy własną mapę myśli na temat stopnia wielomianu. Uczniowie porównują swoje prace i omawiają z nauczycielem różnice w interpretacji zagadnienia.
2. Uczniowie w parach analizują symulację interaktywną i wykonują Polecenie 2. Następnie w parach wykonują Polecenie 3. Na forum klasy wspólnie wyjaśniają ewentualne wątpliwości.
3. Prowadzący zapowiada uczniom, że w kolejnym kroku będą rozwiązywać ćwiczenia nr 1 i 2 z sekcji „Sprawdź się”. Każdy z uczniów robi to samodzielnie. Po ustalonym czasie wybrani uczniowie przedstawiają rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.
4. W następnym kroku uczniowie wykonują w grupach zadania numer 3, 4 i 5. Następnie wybrana grupa prezentuje swoje rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby uzupełnia informacje.
5. Uczniowie wykonują ćwiczenia interaktywne 6-8 z sekcji „Sprawdź się”. Wyniki pracy komentowane są przez nauczyciela po ich zakończeniu.

### **Faza podsumowująca:**

1. Omówienie ewentualnych problemów z rozwiązaniem ćwiczeń z sekcji „Sprawdź się”.

2. Nauczyciel ponownie odczytuje temat lekcji: „Stopień wielomianu” i inicjuje krótką rozmowę na temat kryteriów sukcesu. Czego się uczniowie nauczyli? Na koniec prosi chętnego ucznia o podsumowanie.

**Praca domowa:**

Uczniowie rozwiązują Polecenie 4 oraz opracowują algorytm mający na celu ustalenie stopnia wielomianu w zależności od podanego parametru.

**Materiały pomocnicze:**

- [Pierwiastki równań](#)
- [Jednomiany i sumy algebraiczne](#)
- [Dodawanie i odejmowanie sum algebraicznych](#)

**Wskazówki metodyczne:**

Symulacja interaktywna może zostać wykorzystana jako materiał powtórzeniowy przed sprawdzianem.