



Siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Aplet](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

Źródło: Matthew T. Rader, dostępny w internecie: www.unsplash.com.

Aby zbudować model wielościanu najpierw przedstawiamy go na kartce w postaci siatki. Wycinając taką siatkę, składając wzdłuż krawędzi i sklejając otrzymujemy trójwymiarowy model wielościanu. Na tej lekcji zajmiemy się siatkami graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.

Twoje cele

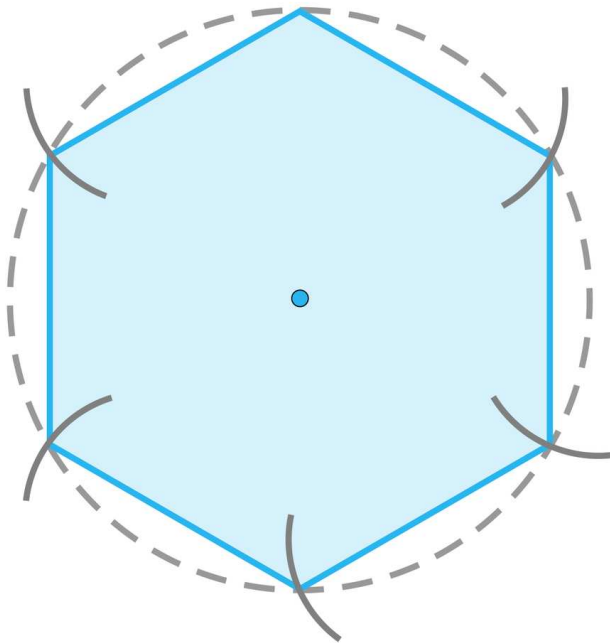
- Rozpoznaś siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.
- Narysujesz siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.
- Obliczysz objętość, pole powierzchni, długości odcinków na podstawie siatki graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.
- Rozpoznaś odcinki zaznaczone w siatce graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.

Przeczytaj

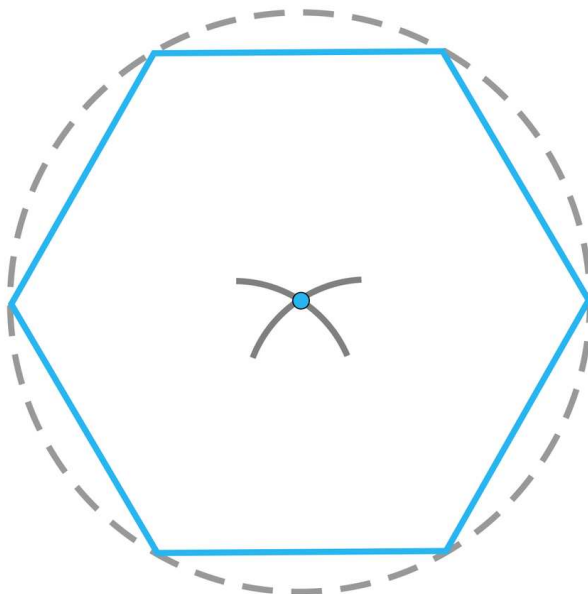
Siatka bryły jest jej przedstawieniem na płaszczyźnie w taki sposób, aby po wycięciu dało się złożyć model tej bryły.

Siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego składa się z dwóch przystających sześciokątów foremnych i sześciu przystających prostokątów.

Przypomnijmy, że aby skonstruować sześciokąt foremny o boku a za pomocą cyrkla kreślimy okrąg o promieniu a . Na okręgu zaznaczamy punkt i kreślimy łuk o promieniu a , który przecina okrąg, łuk o tym samym promieniu kreślimy z powstałego punktu przecięcia itd., aż na okręgu powstanie 6 punktów. Łączymy kolejne punkty, aż powstanie sześciokąt.

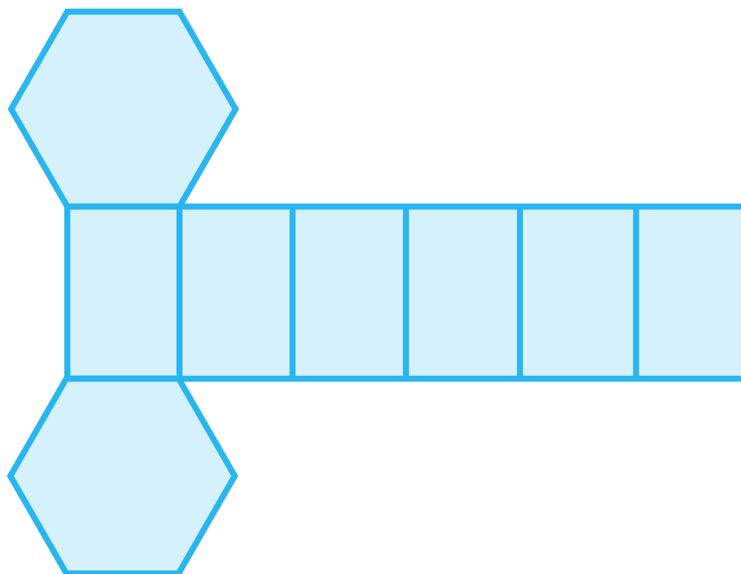


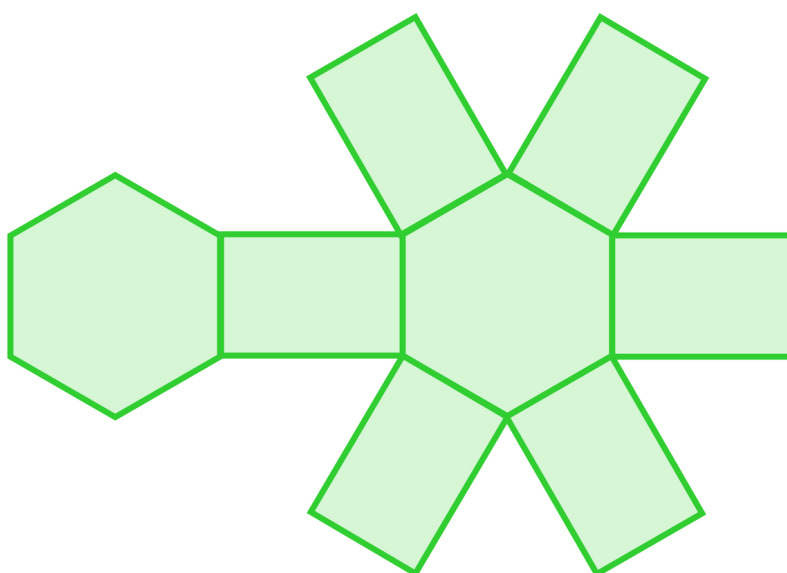
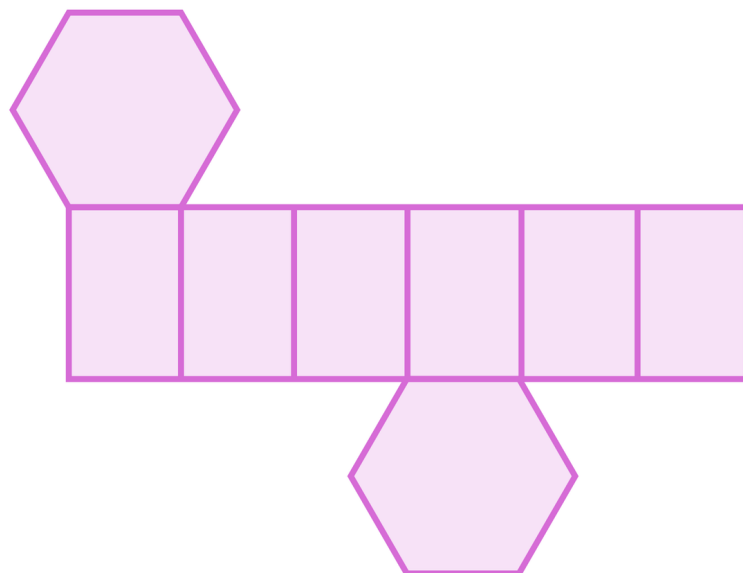
Jeżeli zaczynamy konstrukcję sześciokąta foremnego od boku długości a , to, aby znaleźć środek okręgu opisanego z końców odcinka prowadzimy łuki – punkt przecięcia łuków będzie środkiem okręgu opisanego na sześciokącie.



Przykład 1

Poniżej przedstawione zostały przykładowe siatki graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych.

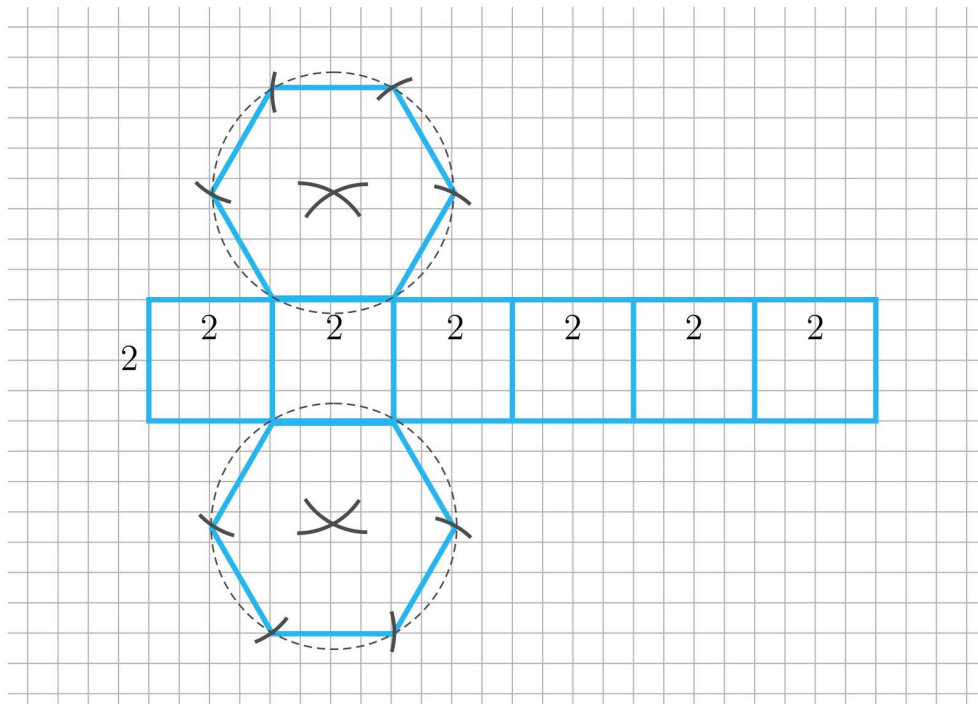




Przykład 2

Narysujemy siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, którego ściany boczne są kwadratami o boku 2 (tak jak w zeszyte szkolnym jedna jednostka będzie tu dwiema kratkami).

Aby narysować siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, najpierw rysujemy jego powierzchnię boczną, a następnie konstruujemy jego podstawę na jednej z krawędzi u góry i u dołu powierzchni bocznej.



Przykład 3

Narysuj siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, w którym stosunek krawędzi podstawy do krawędzi bocznej wynosi $2 : 3$, a objętość wynosi $144\sqrt{3}$.

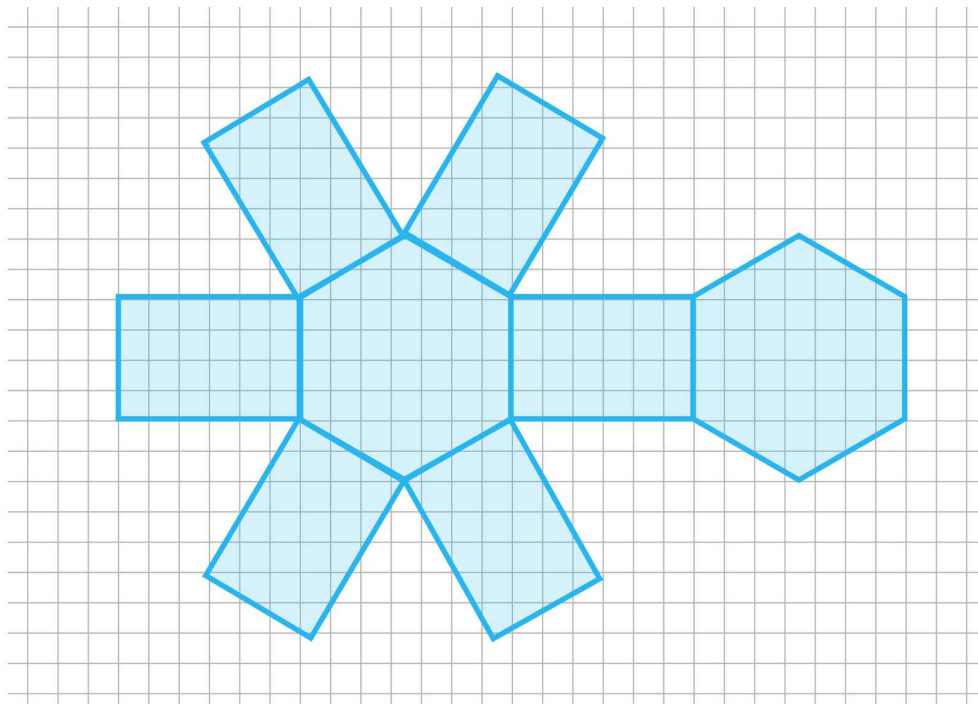
Mamy $\frac{a}{H} = \frac{2}{3}$, czyli $H = \frac{3}{2}a$.

Podstawiając do wzoru na objętość mamy $144\sqrt{3} = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{3}{2}a$.

Czyli $144 = \frac{9}{4}a^3$, a stąd $a^3 = 64$.

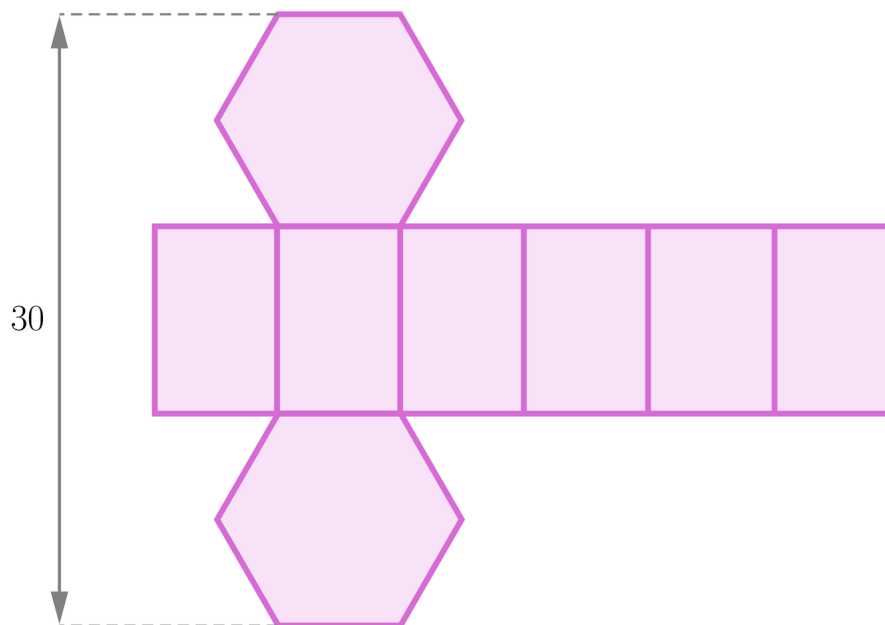
Ostatecznie $a = 4$ i $H = \frac{3}{2} \cdot 4 = 6$.

Narysujemy siatkę tego graniastosłupa. Przyjmiemy jedną kratkę, jako jedną jednostkę.



Przykład 4

Oblicz objętość graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, którego siatka została przedstawiona poniżej, wiedząc, że **pole powierzchni bocznej** tego graniastosłupa wynosi $108\sqrt{3}$.



Oznaczmy przez a krawędź podstawy i przez H wysokość graniastosłupa.

Mamy, że $6aH = 108\sqrt{3}$, czyli $a = \frac{18\sqrt{3}}{H}$.

Z rysunku wynika, że $2a\sqrt{3} + H = 30$.

Dokonując podstawienia otrzymujemy $\frac{36\sqrt{3}}{H} \cdot \sqrt{3} + H = 30$.

Skoro $H \neq 0$, to możemy obie strony równania pomnożyć przez H .

A zatem $108 + H^2 = 30H$.

Mamy do rozwiązania równanie kwadratowe $H^2 - 30H + 108 = 0$.

Stąd $\Delta = 900 - 432 = 468$.

$$\sqrt{\Delta} = 6\sqrt{13}$$

$$H_1 = \frac{30-6\sqrt{13}}{2} = 15 - 3\sqrt{13}, H_2 = \frac{30+6\sqrt{13}}{2} = 15 + 3\sqrt{13}$$

Mamy więc dwa takie graniastosłupy o krawędzi podstawy i wysokości:

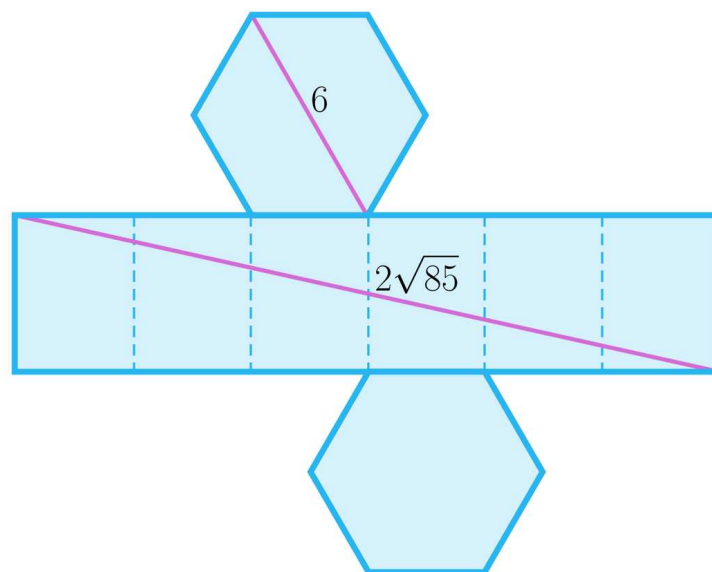
$$\begin{cases} H = 15 - 3\sqrt{13} \\ a = \frac{18\sqrt{3}}{15-3\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{39}+5\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

lub

$$\begin{cases} H = 15 + 3\sqrt{13} \\ a = \frac{18\sqrt{3}}{15+3\sqrt{13}} = \frac{-\sqrt{39}+5\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Przykład 5

Oblicz pole powierzchni graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego o siatce jak na rysunku poniżej.



Dłuższa przekątna podstawy ma długość 6, a zatem $2a = 6$.

Stąd $a = 3$.

Obliczamy wysokość graniastosłupa z twierdzenia Pitagorasa:

$$H^2 + 18^2 = (2\sqrt{85})^2$$

A stąd $H^2 = 16$ i ostatecznie $H = 4$.

Obliczmy pole powierzchni tego graniastosłupa

$$P_c = 3 \cdot 3^2\sqrt{3} + 6 \cdot 3 \cdot 4 = 27\sqrt{3} + 72.$$

Słownik

siatka bryły

przedstawienie bryły na płaszczyźnie w taki sposób, aby po wycięciu dało się złożyć model tej bryły

pole powierzchni bocznej

suma pól ścian bocznych

Aplet

Polecenie 1

Zapoznaj się z apletem poniżej. Sprawdź jak siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego składa się w jego model.

Polecenie 2

Ustaw wartość a na 2 i H na 4, a następnie odwrotnie. Oceń na podstawie siatki, który graniastosłup będzie miał większe pole powierzchni. Co powiesz o polach powierzchni bocznej tych graniastosłupów?

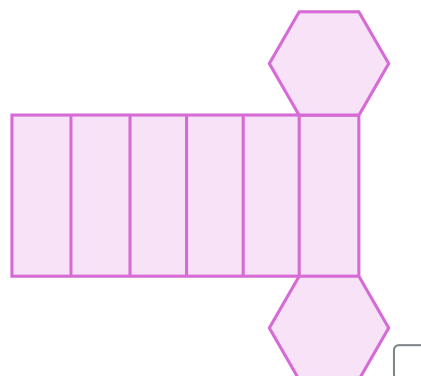
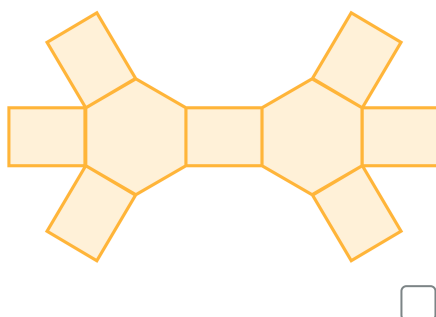
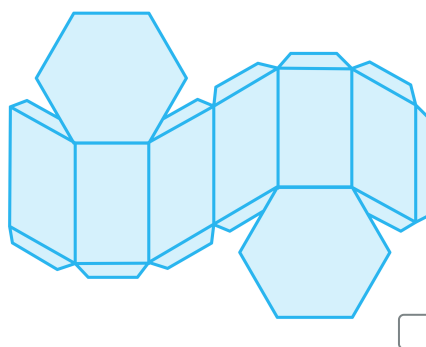
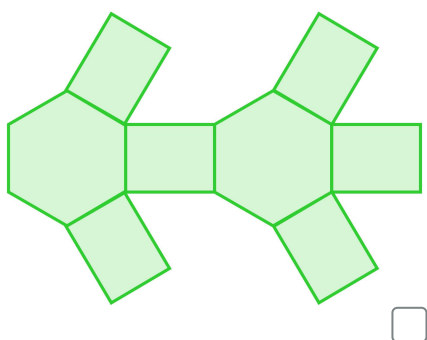
Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



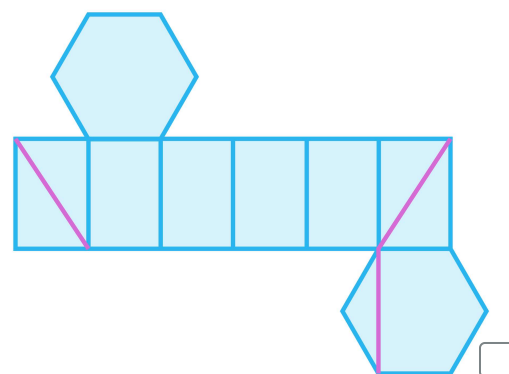
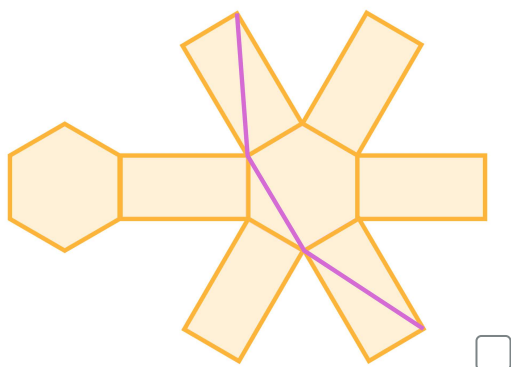
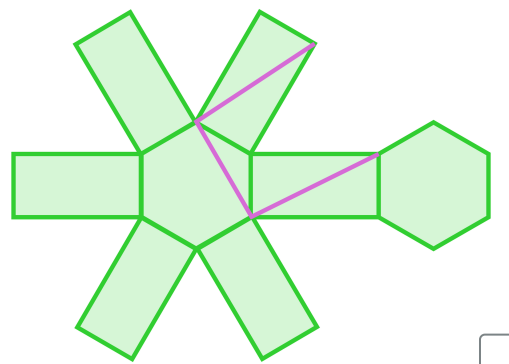
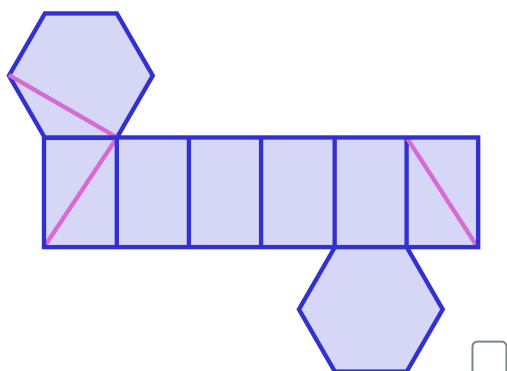
Na których z poniższych rysunków przedstawione są siatki graniastostupów prawidłowych sześciokątnych? Zaznacz poprawne odpowiedzi.



Ćwiczenie 2



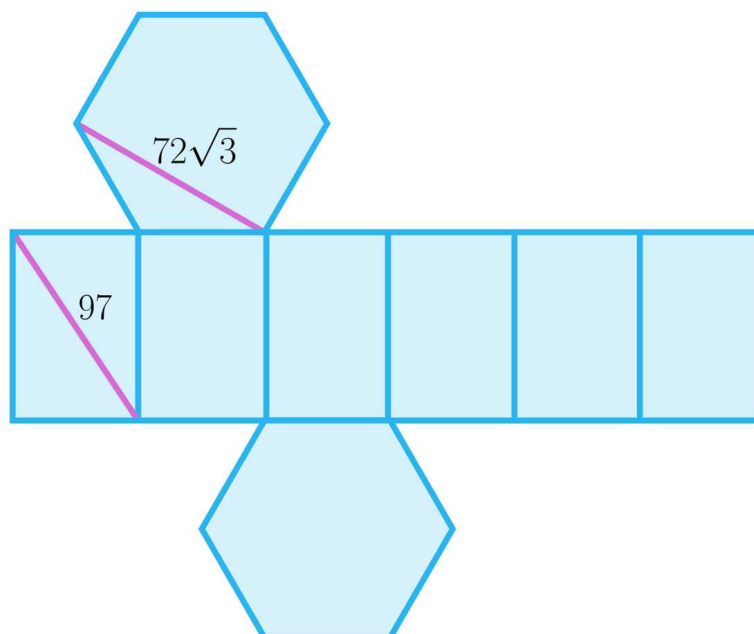
Na których rysunkach odcinki zaznaczone w siatce graniastostupa prawidłowego sześciokątnego są bokami tego samego trójkąta w graniastostupie? Zaznacz poprawne odpowiedzi.



Ćwiczenie 3



Dana jest siatka graniastopu prawidłowego sześciokątnego. Jaką długość ma wysokość tego graniastopu?



Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ $65\sqrt{3}$

☐ 72

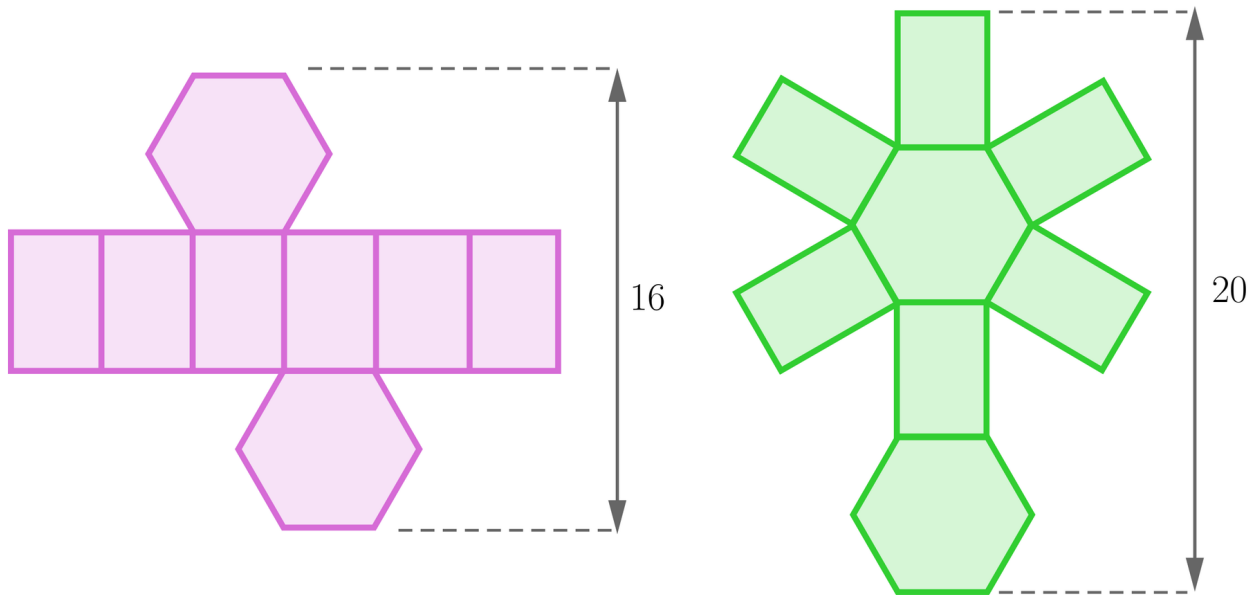
☐ $72\sqrt{2}$

☐ 65

Ćwiczenie 4



Siatki poniżej przedstawiają ten sam graniastosłup prawidłowy sześciokątny.



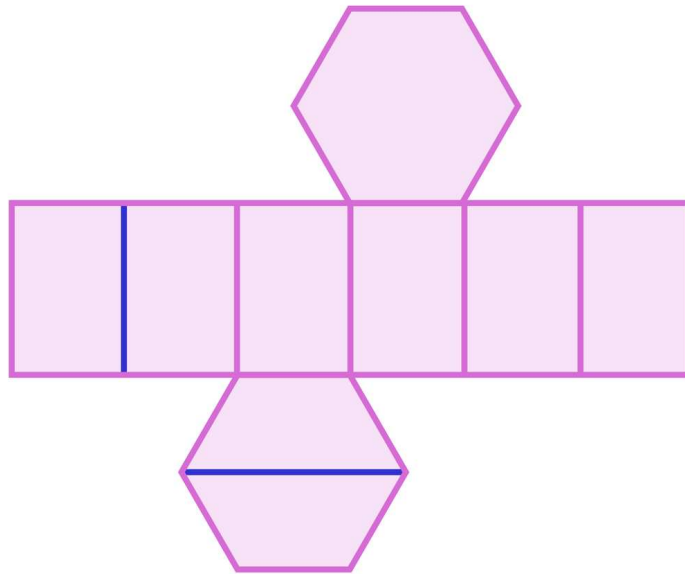
Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

- ☐ Krawędź podstawy ma długość, która jest liczbą niewymierną.
- ☐ Krótsza przekątna podstawy ma długość, która jest liczbą wymierną.
- ☐ Wysokość graniastosłupa jest o 1 dłuższa od krawędzi podstawy.
- ☐ Dłuższa przekątna podstawy jest o 1 krótsza od wysokości graniastosłupa.

Ćwiczenie 5



Odcinki zaznaczone w siatce graniastostupa prawidłowego sześciokątnego na rysunku są bokami tego samego trójkąta.



Który z podanych niżej odcinków jest trzecim bokiem tego trójkąta? Zaznacz poprawną odpowiedź.

☐ krótsza przekątna graniastostupa

☐ przekątna ściany bocznej

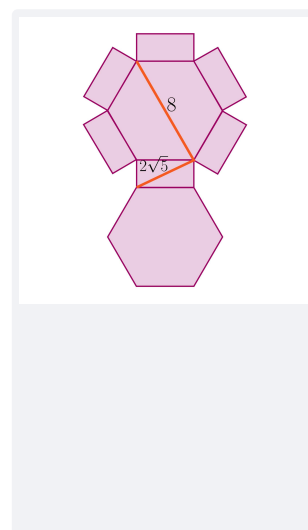
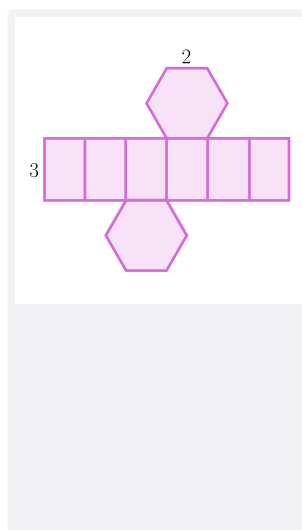
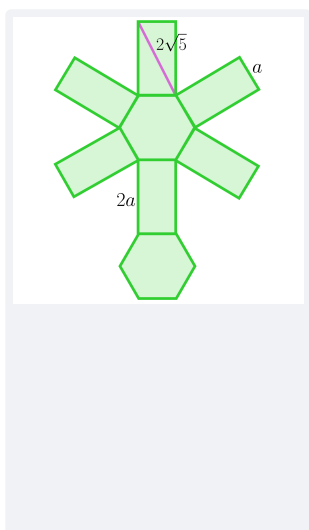
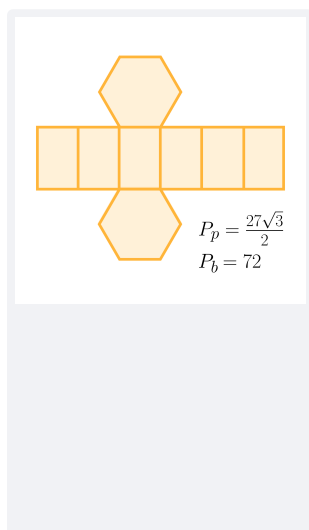
☐ dłuższa przekątna graniastostupa

☐ krawędź podstawy

Ćwiczenie 6



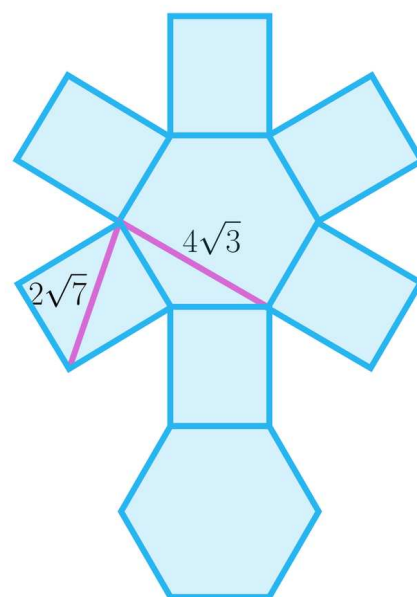
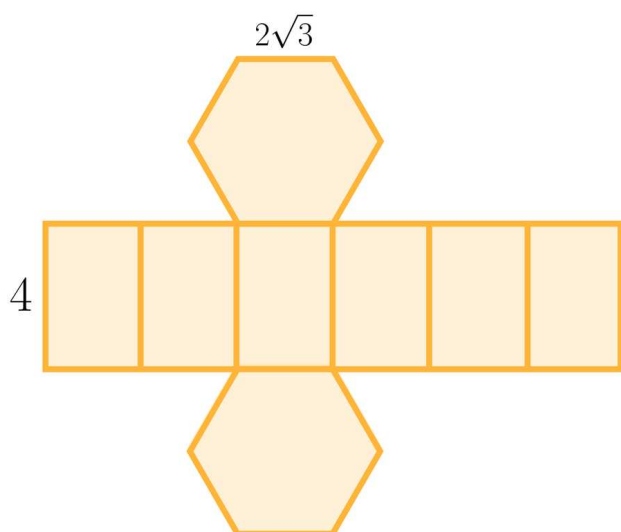
Poniżej przedstawiono cztery siatki graniastosłupów. Ustaw podane siatki w kolejności rosnącej objętości. Złap element i przesuń go w prawo lub w lewo.



Ćwiczenie 7



Dane są siatki dwóch graniastosłupów prawidłowych sześciokątnych jak na rysunku poniżej.



Oceń prawdziwość poniższych zdań. Przy każdym zdaniu w tabeli zaznacz „Prawda” albo „Fałsz”.

	Prawda	Fałsz
Graniastosłupy powstałe po złożeniu tych siatek mają takie samo pole powierzchni bocznej.	☐	☐
Przekątne ścian bocznych obu graniastosłupów są tej samej długości.	☐	☐
Objętość obu graniastosłupów wyraża się liczbą wymierną.	☐	☐
W obu graniastosłupach jedna przekątna podstawy wyraża się liczbą wymierną, a druga niewymierną.	☐	☐

Ćwiczenie 8



Wszystkie wielokąty, z których składa się siatka graniastopu prawidłowego sześciokątnego są wielokątami foremnymi, o równej długości krawędzi.

Oceń, czy poniższe zdania są prawdziwe, czy fałszywe. Zaznacz wszystkie zdania prawdziwe.

☐ Kąt nachylenia dłuższej przekątnej do podstawy ma miarę 60° .

☐ Trójkąt, którego bokami są przekątne sąsiednich ścian bocznych i krótsza przekątna podstawy jest równoboczny.

☐ Stosunek pola podstawy do pola powierzchni bocznej w tym graniastopie wynosi $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

☐ Kąt nachylenia krótszej przekątnej do podstawy ma miarę 30° .

Dla nauczyciela

Autor: Magdalena Wojciechowska-Rysiawa

Przedmiot: Matematyka

Temat: Siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum lub technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

X. Stereometria. Zakres podstawowy.

Uczeń:

6) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozpoznaje siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego
- rysuje siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego
- oblicza objętość, pole powierzchni, długości odcinków na podstawie siatki graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego
- rozpoznaje odcinki zaznaczone w siatce graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- burza mózgów

- rozmowa nauczająca
- dyskusja

Formy pracy:

- praca całą klasą
- praca w parach
- praca indywidualna

Środki dydaktyczne:

- komputer z dostępem do Internetu, głośników i tablicy interaktywnej lub projektora
- materiały zawarte w e-podręczniku
- modele wykonane przez uczniów, słomki
- przezroczyste modele sześciątów z zaznaczonymi odcinkami

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel wraz z uczniami przypominają czym jest siatka bryły i odpowiadają na pytanie z czego składa się siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.
2. Uczniowie dyskutują nad tym, co możemy zaznaczyć na siatce i co na jej podstawie obliczyć.
3. Nauczyciel wraz z uczniami formułuje temat i kryteria sukcesu.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prezentuje, jak narysować siatkę graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego, w której powierzchnia boczna jest prostokątem.
2. Uczniowie zastanawiają się w parach jak inaczej może wyglądać siatka graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.
3. Nauczyciel prezentuje Aplet z siatką graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego i pokazuje, jak składa się ona w graniastosłup.
4. Uczniowie wykonują w parach ćwiczenia z sekcji „Sprawdź się”.
5. Nauczyciel prezentuje odpowiedzi. W razie potrzeby wybrany uczeń rozwiązuje zadanie na tablicy. Uczniowie dokonują samooceny.

Faza podsumowująca:

1. Uczniowie wykonują samodzielnie polecenia z sekcji „Aplet”.
2. Nauczyciel prezentuje właściwe odpowiedzi. Uczniowie dokonują samooceny.
3. Uczniowie wraz z nauczycielem sprawdzają zrealizowanie kryteriów sukcesu ustalonych na początku lekcji.

Praca domowa:

Zadaniem uczniów jest narysowanie siatki graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego. Następnie sklejenie modelu i obliczenie jego objętości i pola powierzchni.

Materiały pomocnicze:

- [Siatki i modele brył](#)
- [Siatki i modele graniastosłupów](#)

Wskazówki metodyczne:

Uczniowie mogą wykorzystać Aplet w domu jako pomoc w odrobieniu pracy domowej.