




Równania wymierne, w których licznik i mianownik to jednomiany

- [Wprowadzenie](#)
- [Przeczytaj](#)
- [Infografika](#)
- [Sprawdź się](#)
- [Dla nauczyciela](#)



Równania wymierne, w których licznik i mianownik to jednomiany

Źródło: Thomas Breher, dostępny w internecie: pixabay.com, domena publiczna.

W tym materiale zajmiemy się rozwiązywaniem równań wymiernych, w których licznik zapisany jest w postaci jednomianu oraz mianownik zapisany jest w postaci jednomianu. Nie zapomnimy oczywiście o wyznaczeniu dziedziny takiego równania. Zwróć uwagę, że dziedziną równania wymiernego, w którym mianownik jest jednomianem, jest najczęściej zbiór liczb rzeczywistych pomniejszony o liczbę zero.

Twoje cele

- Rozwiążesz równanie wymierne, w którym zarówno licznik zapisany jest za pomocą jednomianu, jak i mianownik zapisany jest za pomocą jednomianu.
- Wyznaczysz dziedzinę równania wymiernego.
- Przekształcisz równoważnie równanie wymierne, wykorzystując własności potęg.

Przeczytaj

Definicja: Równanie wymierne

Jeżeli $W(x)$ i $P(x)$ to wielomiany, $P(x)$ nie jest wielomianem zerowym ($P(x) \neq 0$) to równanie

$$\frac{W(x)}{P(x)} = 0$$

nazywamy równaniem wymiernym z jedną niewiadomą x .

Rozwiązać równanie to znaleźć takie pierwiastki wielomianu $W(x)$, które nie są miejscami zerowymi wielomianu $P(x)$.

Przed przystąpieniem do rozwiązywania równania wymiernego należy określić jego dziedzinę.

Dziedziną równia wymiernego jest zbiór liczb rzeczywistych pomniejszony o zbiór pierwiastków wielomianu $P(x)$.

Pokażemy przykłady rozwiązań równań wymiernych, w których licznik i mianownik są **jednomianami**.

Definicja: Jednomian

Jednomianem nazywamy takie wyrażenie algebraiczne, które jest liczbą, literą lub iloczynem liczb i liter.

Przykład 1

Rozwiążemy równanie $\frac{2}{x} = 0$.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ułamek algebraiczny jest równy zero, jeżeli licznik tego ułamka jest równy zero.

$2 = 0$ – sprzeczność

Równanie nie posiada rozwiązania.

Przykład 2

Rozwiążemy równanie $\frac{x}{2} = 0$.

Jest to **równanie wymierne** $\frac{W(x)}{P(x)} = 0$, gdzie $P(x) = 2$.

Dziedzina równania: \mathbb{R} .

$$\frac{x}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Rozwiązanie równania to $x = 0$.

Przykład 3

Rozwiążemy równanie $\frac{-4}{5x} = 1$.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Skorzystamy z własności proporcji:

$$5x = -4$$

$$x = -\frac{4}{5}$$

Rozwiązanie równania: $x = -\frac{4}{5}$.

Przykład 4

Rozwiążemy równanie $\frac{(2x)^3 \cdot x^2}{(3x^2)^2} = 0$.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Przekształcimy równoważnie równanie, wykorzystując własności potęg.

$$\frac{8x^5}{9x^4} = 0$$

$$\frac{8}{9}x = 0$$

$$x = 0 \notin D$$

Równanie nie posiada rozwiązania.

Przykład 5

Rozwiążemy równanie $\frac{1}{x} = \frac{x}{2}$.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Z własności proporcji otrzymujemy:

$$x^2 = 2$$

$$x^2 - 2 = 0$$

$$(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$$

$$x = \sqrt{2} \text{ lub } x = -\sqrt{2}$$

Rozwiązanie równania to $x = -\sqrt{2}$, $x = \sqrt{2}$.

Przykład 6

Rozwiążemy równanie $\frac{2}{x} + \frac{3}{x} = 1 + \frac{1}{x}$.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Sprowadzimy lewą i prawą stronę równania do wspólnego mianownika.

$$\frac{5}{x} = \frac{x+1}{x}$$

$$5x = x(x+1)$$

$$5x - x(x+1) = 0$$

Wyłączamy x przed nawias.

$$x[5 - (x+1)] = 0$$

$$x(4 - x) = 0$$

$$x = 0 \text{ lub } x = 4$$

$$0 \notin D, 4 \in D$$

Rozwiązanie równania: $x = 4$.

Przykład 7

Obliczymy, dla jakich wartości parametru m równanie $\frac{4 \cdot (2x^3)^4}{(4x^m)^3} = 1$ jest tożsamościowe.

Dziedzina równania: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Zapiszemy równanie w postaci równoważnej

$$\frac{4 \cdot 16x^{12}}{64x^{3m}} = 1$$

$$\frac{64x^{12}}{64x^{3m}} = 1$$

$$\frac{x^{12}}{x^{3m}} = 1$$

Czyli

$$3m = 12 \quad | : 3$$

$$m = 4$$

Dla $m = 4$ równanie jest tożsamościowe.

Słownik

równanie wymierne

równanie $\frac{W(x)}{P(x)} = 0$ z jedną niewiadomą x , gdzie $W(x)$ i $P(x)$ są wielomianami, $P(x)$ nie jest wielomianem zerowym ($P(x) \neq 0$)

jednomian

takie wyrażenie algebraiczne, które jest liczbą, literą lub iloczynem liczb i liter

Infografika

Polecenie 1

Zapoznaj się z poniższą infografiką i przeanalizuj sposób rozwiązania równania wymiernego.

Polecenie 2

Rozwiąż równanie wymierne $\frac{1}{x} - \frac{x}{2} = 1 + \frac{x}{2} + \frac{x}{8}$.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Ćwiczenie 2



Ćwiczenie 3



Ćwiczenie 4



Ćwiczenie 5



Ćwiczenie 6



Ćwiczenie 7



Ćwiczenie 8



Dla nauczyciela

Autor: Jolanta Schilling

Przedmiot: Matematyka

Temat: Równanie wymierne, w których licznik i mianownik to jednomiany

Grupa docelowa:

III etap edukacyjny, liceum, technikum, zakres rozszerzony

Podstawa programowa:

III. Równania i nierówności. Zakres podstawowy.

Uczeń:

7) rozwiązuje równania wymierne $\frac{V(x)}{W(x)} = 0$, gdzie wielomiany $V(x)$ i $W(x)$ są zapisane w postaci iloczynowej.

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje w zakresie rozumienia i tworzenia informacji
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii
- kompetencje cyfrowe
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się

Cele operacyjne:

Uczeń:

- rozwiązuje równanie wymierne, w którym licznik i mianownik to jednomiany
- wyznacza dziedzinę równania wymiernego, w którym licznik i mianownik to jednomiany
- przekształca równoważnie równanie wymierne, wykorzystując własności potęg
- przeprowadza rozumowania związane z analizą równania wymiernego, formułuje wnioski i uzasadnia ich poprawność

Strategie nauczania:

- konstruktywizm

Metody i techniki nauczania:

- stoliki zadaniowe
- dyskusja
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem animacji

Formy pracy:

- praca indywidualna
- praca w grupach
- praca całego zespołu klasowego

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami i dostępem do Internetu, słuchawki
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda

Przebieg lekcji

Faza wstępna:

1. Nauczyciel podaje temat i cele zajęć oraz wspólnie z uczniami ustala kryteria sukcesu.
2. Uczniowie przypominają w grupach definicję równania wymiernego.

Faza realizacyjna:

1. Nauczyciel prosi uczniów o samodzielne rozwiązanie trzech przykładów z sekcji „Przeczytaj”.
2. Uczniowie podzieleni na grupy 6 osobowe omawiają rezultaty swojej pracy i porównują rozwiązania.
3. Następnie wspólnie omawiają kolejne przykłady.
4. Uczniowie oglądają infografikę i analizują ją wraz z nauczycielem.
5. Uczniowie w parach rozwiązują zadania metodą stolików zadaniowych. Na każdym stoliku zadaniowym znajdują się 2 zadania interaktywne. Warunkiem przejścia do następnego stolika jest poprawne rozwiązanie danych zadań. Para, która najszybciej rozwiąże wszystkie zadania otrzymuje bardzo dobrą ocenę.

Faza podsumowująca:

1. Jako podsumowanie nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ćwiczeń interaktywnych.
2. Nauczyciel omawia przebieg zajęć, wskazuje mocne i słabe strony pracy uczniów, udzielając im tym samym informacji zwrotnej.

Praca domowa:

Uczniowie rozwiązują Przykład 2 umieszczony pod infografiką.

Materiały pomocnicze:

[Wyrażenia wymierne. Równania wymierne](#)

Wskazówki metodyczne:

Przykład zawarty w infografice uczniowie mogą przeanalizować przed sprawdzianem.