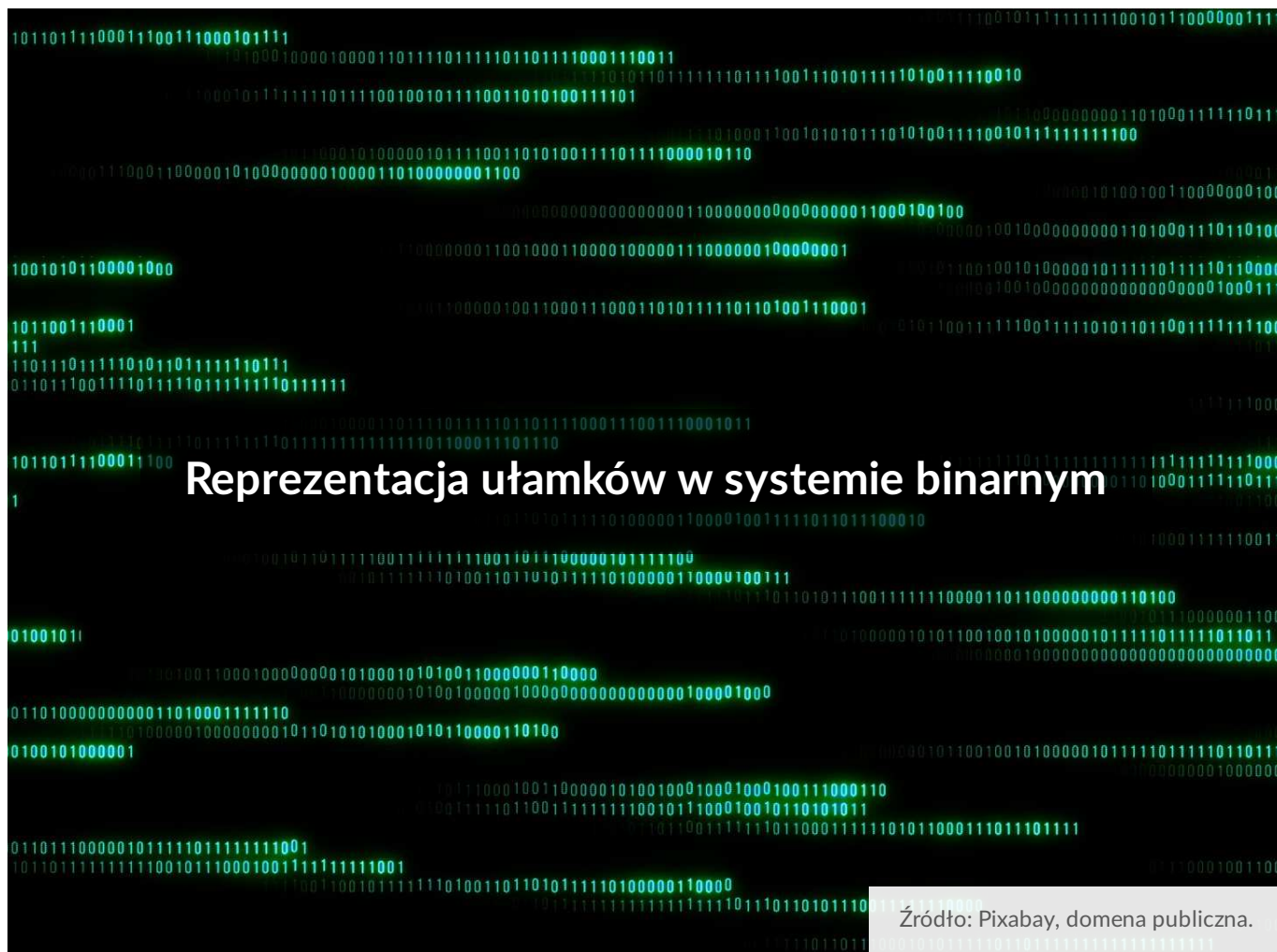




Reprezentacja ułamków w systemie binarnym

- Wprowadzenie
- Przeczytaj
- Prezentacja multimedialna
- Sprawdź się
- Dla nauczyciela



W tym e-materiale powtarzamy wiadomości ze szkoły podstawowej.

Masz już pewną wiedzę o zagadnieniach związanych z systemami liczbowymi. Wiesz, jak przedstawiać te same liczby dziesiętkowe w systemie binarnym, ósemkowym i szesnastkowym.

W tym e-materiale zajmiemy się przekształcaniem ułamków dziesiętnych do postaci dwójkowej i odwrotnie. Omówimy kilka przykładów takiej zmiany zapisu.

Więcej informacji o systemach liczbowych znajdziesz w e-materiałach:

- [Systemy liczbowe](#),
- [Reprezentacja liczb ujemnych w systemie binarnym](#),
- [Konwersje liczb pomiędzy systemami liczbowymi](#).

Więcej zadań dotyczących systemów liczbowych? [Systemy liczbowe – zadania maturalne](#).

Twoje cele

- Uporządkujesz i utrwalisz wiedzę na temat systemu binarnego.
- Wyjaśnisz, jak zapisywać wartości ułamkowe w systemie dwójkowym.
- Rozwiążesz kilka zadań wymagających przekształcenia ułamków z postaci dziesiętnej do binarnej oraz zapisania ułamków dwójkowych w systemie dziesiętnym.

Przeczytaj

Powtórzenie informacji o systemie binarnym

System dwójkowy (binarny) jest pozycyjnym systemem zapisu liczb, w którym używane są dwa symbole (dwie cyfry) – 0 oraz 1. Stąd też wzięła się jego nazwa.

Ważne!

Komputery podczas przetwarzania danych używają właśnie systemu binarnego.

Dlaczego procesory przetwarzają informacje zapisane w systemie dwójkowym? Odpowiedź jest bardzo prosta. Skonstruowanie urządzenia potrafiącego wykonywać operacje na liczbach binarnych jest najłatwiejsze i najtańsze.

Z czego to wynika? Procesory składają się z tranzystorów. Te możemy traktować jako przełączniki, które przepuszczają lub nie przepuszczają prądu, reprezentując odpowiednio jedynki i zera. Przy założeniu, że komputer interpretowałby liczby zapisane w systemie dziesiętnym, byłoby wtedy dziesięć cyfr (od 0 do 9). Musiałoby zatem współistnieć 10 stanów napięcia (np. stan niski, wyższy, jeszcze wyższy itd.). Takie rozwiązanie byłoby nieefektywne i nieekonomiczne.

Zapisywanie liczb dziesiętnych w postaci binarnej

Dokonajmy [konwersji](#) liczby 52 zapisanej w systemie dziesiętnym do postaci dwójkowej. Omówimy dwa sposoby wykonania takiej operacji.

I metoda: dzielenie liczby przez 2 i wyznaczanie reszty z dzielenia

W tym przypadku dzielimy całkowicie przekształcaną liczbę przez 2 do momentu, w którym iloraz osiągnie wartość 0, a reszta wyniesie 1:

- 1 52 / 2 = 26, reszta 0
- 2 26 / 2 = 13, reszta 0
- 3 13 / 2 = 6, reszta 1

$$4 \mid 6 / 2 = 3, \text{ reszta } 0$$

$$5 \mid 3 / 2 = 1, \text{ reszta } 1$$

$$6 \mid 1 / 2 = 0, \text{ reszta } 1 \rightarrow \text{wynik to } 0 \text{ i reszta } 1, \text{ więc kończymy dzielenie}$$

Wynikiem konwersji, czyli dwójkową postacią liczby, jest ciąg złożony z reszt z dzielenia (odczytywany od dołu do góry).

$$\text{Wynik : } 52_{(10)} = 110100_{(2)}$$

Przedstawiona metoda konwersji jest relatywnie prosta (wymaga tylko obliczania kolejnych ilorazów i reszt). Istnieje jednak inny sposób przekształcania liczb dziesiętnych do postaci dwójkowej.

II metoda: obliczenia z zastosowaniem wag

W przypadku tego sposobu konwersji wykorzystuje się fakt, że system dwójkowy jest systemem pozycyjnym. Pozycje cyfr składających się na liczbę odpowiadają kolejnym wartościom potęgi liczby 2:

... 7 pozycja | 6 pozycja | 5 pozycja | 4 pozycja | 3 pozycja | 2 pozycja | 1 pozycja

$$\dots 2^6 2^5 2^4 2^3 2^2 2^1 2^0$$

Przedstawiony zapis oznacza, że cyfra 1 umieszczona na pierwszej pozycji odpowiada wartości 1, na drugiej – wartości 2, na trzeciej – wartości 4, na czwartej – wartości 8 itd.

Sama konwersja polega na zapisaniu liczby jako sumy potęg liczby 2, z których każda występuje co najwyżej raz. Na pozycjach odpowiadających wykładnikom tych potęg wpisujemy cyfry 1; pozostałe miejsca zapełniamy zerami.

Stosując opisywaną metodę konwersji, jeszcze raz znajdziemy wartość liczby 52 w systemie dwójkowym. Zaczynamy od znalezienia największej potęgi liczby dwa mniejszej od konwertowanej liczby. W naszym przypadku będzie to wartość 32 (czyli 2^5), ponieważ kolejna potęga liczby 2 - czyli wartość 64 jest większa od 52. Potęgę tę odejmujemy następnie od przekształcanej liczby.

1 Konwertowana liczba: 52

2

3 Krok 1. Wartość 64 jest większa od 52, więc zapisujemy cyfrę 0

4 liczby 'bin': ... 0 | | | | | |

5 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

6

7 Krok 2. Wartość 32 jest mniejsza od 52, więc zapisujemy cyfrę 1

8 $52 - 32 = 20$

9 liczby 'bin': ... 0 | 1 | | | | |

10 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

11

12 Krok 3. Wartość 16 jest mniejsza od 20, więc zapisujemy cyfrę 1

13 $20 - 16 = 4$

14 liczby 'bin': ... 0 | 1 | 1 | | | |

15 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

16

17 Krok 4. Wartość 8 jest większa od 4, więc zapisujemy cyfrę 0

18 liczby 'bin': ... 0 | 1 | 1 | 0 | | |

19 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

20

21 Krok 5. Wartość 4 jest równa wartości 4, więc zapisujemy cyfrę 1

22 $4 - 4 = 0$

23 liczby 'bin': ... 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | |

24 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

25

26 Krok 6. Wartość 2 jest większa od 0, więc zapisujemy cyfrę 0

27 liczby 'bin': ... 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

28 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1

29

```
30 Krok 7. Wartość 1 jest większa od 0, więc zapisujemy cyfrę 0
31 liczby 'bin': ... 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0
32 potegi 'dzi': ... 64| 32| 16| 8 | 4 | 2 | 1
33
34 Wynik: 32 + 16 + 4 = 52
```

$$Wynik : 52_{(10)} = 110100_{(2)}$$

Wynik jest oczywiście taki sam jak poprzednio.

Zapis liczb ułamkowych w systemie binarnym

Zajmiemy się teraz przekształcaniem części ułamkowych liczb z postaci binarnej do dziesiętnej i odwrotnie.

System binarny → system dziesiętny

Przeanalizujemy proces konwersji przykładowego ułamka dwójkowego:

$$0,1001_{(2)}$$

Wykonujemy następujące czynności:

Pierwszą cyfrę dwójkową po przecinku (w omawianym przykładzie jest to 1) mnożymy przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -1:

$$0,1001_{(2)} = 1 \cdot 2^{-1}$$

Kolejną cyfrę (0) mnożymy przez następną ujemną potęgę liczby 2 (czyli przez 2 do potęgi - 2), a wynik dodajemy do poprzedniego iloczynu:

$$0,1001_{(2)} = 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2}$$

Postępujemy tak ze wszystkimi cyframi po przecinku, za każdym razem zmniejszając o jeden potęgę liczby 2 i sumując kolejne iloczyny:

$$\begin{aligned}
 0,1001_{(2)} &= 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} = \\
 &= 1 \cdot \frac{1}{2} + 0 + 0 + 1 \cdot \frac{1}{16} = \frac{1}{2} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{1}{16} = \frac{9}{16} = 0,5625
 \end{aligned}$$

$$Wynik : 0,1001_{(2)} = 0,5625_{(10)}$$

Kolejnym przykładem będzie liczba $1011,1011_{(2)}$,

Poniższa grafika przedstawia potęgi liczby 2, przez które należy pomnożyć poszczególne bity liczby binarnej. Następnie uzyskane wartości sumujemy i uzyskujemy liczbę dziesiętną.

$$\begin{array}{cccccccc}
 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 & & 2^{-1} & 2^{-2} & 2^{-3} & 2^{-4} \\
 1 & 0 & 1 & 1 & , & 1 & 0 & 1 & 1
 \end{array}$$

Źródło: Contentplus.pl Sp. z o.o., licencja: CC BY-SA 3.0.

Praca domowa

Oblicz wartość $1011,1011_{(2)}$ w systemie dziesiętnym. Skorzystaj z powyższej grafiki.

System dziesiętny → system binarny

Przekształcenie ułamka dziesiętnego do postaci dwójkowej jest trochę trudniejsze. Polega ono na odejmowaniu od konwertowanego ułamka kolejnych ujemnych potęg liczby 2.

Jeżeli różnica jest nieujemna, to po przecinku ułamka dwójkowego dopisywana jest cyfra 1; następnie od obliczonej różnicy odejmuje się kolejne ujemne potęgi liczby 2.

Gdy różnica jest ujemna, do ułamka binarnego dopisuje się cyfrę 0; od poprzedniej różnicy odejmuje się kolejną ujemną potęgę liczby 2.

Opisane czynności powtarza się do momentu, w którym różnica osiągnie wartość 0.

Przekształćmy dziesiętny ułamek 0,78125 do postaci dwójkowej.

1. Od liczby 0,78125 odejmujemy 0,5 (czyli 2 do potęgi -1). Wynik jest dodatni, więc po przecinku ułamka dwójkowego dopisujemy cyfrę 1:

1 Konwertowana wartość: 0,78125

2

3 $0,78125 - 0,5 = 0,28125$

4

5 Wynik: 0,1

2. Od liczby 0,28125 odejmujemy 0,25 (czyli 2 do potęgi -2). Wynik jest dodatni, więc do ułamka dwójkowego dopisujemy cyfrę 1:

1 Konwertowana wartość: 0,78125

2

3 $0,78125 - 0,5 = 0,28125$

4 $0,28125 - 0,25 = 0,03125$

5

6 Wynik: 0,11

3. Od liczby 0,03125 odejmujemy 0,125 (czyli 2 do potęgi -3). Wynik jest ujemny, więc w ułamku binarnym pojawia się cyfra 0:

1 Konwertowana wartość: 0,78125

2

3 $0,78125 - 0,5 = 0,28125$

4 $0,28125 - 0,25 = 0,03125$

5 $0,03125 - 0,125 = -0,09375$

6

7 Wynik: 0,110

4. Od liczby 0,03125 odejmujemy 0,0625 (czyli 2 do potęgi -4). Wynik jest ujemny, więc do ułamka dwójkowego dopisujemy kolejną cyfrę 0:

1 Konwertowana wartość: 0,78125

2

3 $0,78125 - 0,5 = 0,28125$ 4 $0,28125 - 0,25 = 0,03125$ 5 $0,03125 - 0,125 = -0,09375$ 6 $0,03125 - 0,0625 = -0,03125$

7

8 Wynik: 0,1100

5. Od liczby 0,03125 odejmujemy 0,03125 (czyli 2 do potęgi -5). Wynik jest równy 0, więc dopisujemy do ułamka dwójkowego cyfrę 1:

1 Konwertowana wartość: 0,78125

2

3 $0,78125 - 0,5 = 0,28125$ 4 $0,28125 - 0,25 = 0,03125$ 5 $0,03125 - 0,125 = -0,09375$ 6 $0,03125 - 0,0625 = -0,03125$ 7 $0,03125 - 0,03125 = 0$

8

9 Wynik: 0,11001

$$\text{Wynik} : 0,78125_{(10)} = 0,11001_{(2)}$$

Ważne!

Zdarzają się liczby zapisane w systemie dziesiętnym, których dokładne przedstawienie w systemie dwójkowym nie jest możliwe. Wówczas otrzymujemy

nieskończone rozwinięcie dziesiętne. W takich sytuacjach najczęściej określa się dokładność żądanej liczby, np. do szóstego miejsca po przecinku.

Przykład:

Dokonajmy konwersji liczby $0,34_{(10)}$ do systemu dwójkowego.

1	$0,34 - 0,5 = -0,16$
2	$0,34 - 0,25 = 0,09$
3	$0,09 - 0,125 = -0,035$
4	$0,09 - 0,0625 = 0,0275$
5	$0,0275 - 0,03125 = -0,00375$
6	$0,0275 - 0,015625 = 0,011875$
7	
8	Wynik: $0,010101$

Uzyskany wynik $0,010101_{(2)}$ nie jest dokładną reprezentacją liczby $0,34_{(10)}$. Jest jej przybliżeniem. Zastosowaliśmy dokładność do szóstego miejsca po przecinku. Mimo zauważalnej powtarzalności cyfr po przecinku, nie można mieć pewności, że każde następne cyfry będą się w ten sam sposób zachowywały.

Praca domowa

Kontynuuj rozpisaną konwersję do systemu dwójkowego, aby uzyskać liczbę o dokładności 12 miejsc po przecinku.

Słownik

konwersja liczb

operacja polegająca na zamianie postaci zapisu liczby (przykładowo, zapisanie liczby dziesiętkowej w postaci dwójkowej, liczby szesnastkowej w dziesiętnej itp.)

Prezentacja multimedialna

Polecenie 1

Zapoznaj się ze sposobem przekształcania przykładowej liczby dziesiętnej do postaci dwójkowej.

$$0,90625_{(10)} = ?$$

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

1

Zapiszemy liczbę 0,90625 w postaci binarnej.
Najpierw odejmujemy od niej liczbę 2
podniesioną do potęgi -1:

1 $0,90625 - 0,5 = 0,40625$

2

3 Zapis binarny: $0,1$

Różnica jest dodatnia, więc pierwszą po
przecinku cyfrą części ułamkowej jest 1.

2

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Od liczby 0,40625 odejmujemy liczbę 2
podniesioną do potęgi -2:

1 $0,90625 - 0,5 = 0,40625$

2 $0,40625 - 0,25 = 0,15625$

3

4 Zapis binarny: 0,11

Różnica znowu jest dodatnia, więc dopisujemy do wyniku cyfrę 1.

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

3

Od liczby 0,15625 odejmujemy liczbę 2 podniesioną do potęgi -3:

1 0,90625 - 0,5 = 0,40625
2 0,40625 - 0,25 = 0,15625
3 0,15625 - 0,125 = 0,03125
4
5 Zapis binarny: 0,111

Różnica jest dodatnia, więc dopisujemy do wyniku cyfrę 1.

4

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Od liczby 0,03125 odejmujemy liczbę 2 podniesioną do potęgi -4:

1
2 0,90625 - 0,5 = 0,40625
3 0,40625 - 0,25 = 0,15625
4 0,15625 - 0,125 = 0,03125
5 0,03125 - 0,0625 =
-0,03125
6
7 Zapis binarny: 0,1110

Różnica jest tym razem ujemna, więc dopisujemy do wyniku cyfrę 0.

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Od liczby 0,03125 odejmujemy liczbę 2 podniesioną do potęgi -5:

```

1 0,90625 - 0,5 = 0,40625
2 0,40625 - 0,25 = 0,15625
3 0,15625 - 0,125 = 0,03125
4 0,03125 - 0,0625 =
  -0,03125
5 0,03125 - 0,03125 = 0
6
7 Zapis binarny: 0,11101

```

Różnica jest równa 0, więc dopisujemy do wyniku cyfrę 1.

Rezultat przekształcenia ułamka 0,90625 do postaci dwójkowej to 0,11101.

Polecenie 2

Zapoznaj się z przykładem konwersji liczby binarnej do postaci dziesiętnej.

$$0,11010_{(2)} = ?$$

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Zamienimy wartość liczby 0,11010 z dwójkowego na dziesiętny.

Najpierw mnożymy pierwszą cyfrę po przecinku przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -1:

Zapis dziesiętny:

$$1 \cdot 2^{-1}$$

2

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Mnożymy drugą cyfrę po przecinku przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -2:

Zapis dziesiętny:

$$1 \cdot 2^{-1} +$$

$$1 \cdot 2^{-2} +$$

3

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Mnożymy trzecią cyfrę po przecinku przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -3:

Zapis dziesiętny:

$$1 \cdot 2^{-1} +$$

$$1 \cdot 2^{-2} +$$

$$0 \cdot 2^{-3} +$$

4

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Mnożymy czwartą cyfrę po przecinku przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -4:

Zapis dziesiętny:

$$1 \cdot 2^{-1} +$$

$$1 \cdot 2^{-2} +$$

$$0 \cdot 2^{-3} +$$

$$1 \cdot 2^{-4} +$$

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

5

Mnożymy piątą cyfrę po przecinku przez liczbę 2 podniesioną do potęgi -5. Była to już ostatnia cyfra w zapisie binarnym. Sumujemy iloczyny obliczone wcześniej i otrzymujemy rezultat przekształcenia:

Zapis dziesiętny:

$$1 \cdot 2^{-1} +$$

$$1 \cdot 2^{-2} +$$

$$0 \cdot 2^{-3} +$$

$$1 \cdot 2^{-4} +$$

$$0 \cdot 2^{-5} = 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,25 + 1 \cdot 0,0625 = 0,8125$$

Zapis dziesiętny dwójkowego ułamka 0,11010 to 0,8125.

Polecenie 3

Zapoznaj się z alternatywną metodą konwersji ułamka z systemu dziesiętnego do binarnego.

1

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Alternatywna metoda polega na wykorzystaniu następującego algorytmu:

1. Pomnóż część ułamkową liczby przez podstawę systemu liczbowego, z którego konwertujesz (w naszym przypadku dwa).
2. Część całkowitą uzyskanego iloczynu dopisz na koniec dotychczasowego wyniku.
3. Jeżeli ułamek z kroku drugiego jest równy 0 lub otrzymany wynik ma określoną dokładność, zakończ algorytm. W przeciwnym wypadku wróć do punktu pierwszego algorytmu, podstawiając za część ułamkową uzyskany ułamek w kroku drugim.

2

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Przykład: dokonajmy konwersji liczby $0,645_{(10)}$ do systemu binarnego.

Krok	Ułamek	Wynik	Wynik
1	0,645	$0,645 \cdot 2 = 1,29$	0,1
2	0,29	$0,29 \cdot 2 = 0,58$	0,10

Krok	Ułamek	Wynik	Wynik
3	0,58	$0,58 \cdot 2 = 1,16$	0,101

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

3

Zwróć uwagę, że w zależności od liczby wykonanych kroków, osiągamy coraz większą dokładność liczby. Zdarza się, że nie jest możliwe dokładne przedstawienie liczby w systemie binarnym. Wówczas należy przyjąć pewną dokładność, np. do pięciu miejsc po przecinku.

4

Materiał audio dostępny pod adresem:

<https://zpe.gov.pl/b/PLsYqTaMb>

Wykonajmy dalsze kroki konwersji liczby z pierwszego przykładu.

Krok	Ułamek	Wynik	Wynik
1	0,645	$0,645 \cdot 2 = 1,29$	0,1
2	0,29	$0,29 \cdot 2 = 0,58$	0,10
3	0,58	$0,58 \cdot 2 = 1,16$	0,101
4	0,16	$0,16 \cdot 2 = 0,32$	0,1010
5	0,32	$0,32 \cdot 2 = 0,64$	0,10100

Krok	Ułamek	Wynik	Wynik
6	0,64	$0,64 \cdot 2$ $= 1,28$	0,101001

Konwersję możemy kontynuować tak długo, aż nie uzyskamy oczekiwanej dokładności lub uzyskany iloczyn wyniesie wartość 1.

Polecenie 4

Specyfikacja problemu:

Wykonaj konwersję liczb do systemu binarnego z dokładnością do 5 miejsc po przecinku.

Dane:

- użyj liczb: 0,495; 0,233; 0,810.

Sprawdź się

Pokaż ćwiczenia:   

Ćwiczenie 1



Wskaż zapis dziesiętny liczby dwójkowej 0,01011.

☐ 0,31245

☐ 0,34375

☐ 0,34114

Ćwiczenie 2



Wskaż zapis dziesiętny liczby dwójkowej 0,1111.

☐ 0,9367

☐ 0,9375

☐ 0,9422

Ćwiczenie 3



Wskaż postać dwójkową liczby dziesiętnej 0,625.

☐ 0,1001

☐ 0,1010

☐ 0,1011

Ćwiczenie 4



Wskaż zapis dziesiętny liczby dwójkowej 0,100111.

☐ 0,634234

☐ 0,623980

☐ 0,609375

Ćwiczenie 5



Wskaż postać dwójkową liczby dziesiętnej 69,1875.

☐ 101001,01001

☐ 1000111,01010

☐ 1000101,00110

Ćwiczenie 6



Zapisz postać dwójkową liczby dziesiętnej 15,5.

Ćwiczenie 7



Do odpowiednich postaci dwójkowych liczb dopisz ich postaci dziesiętne.

zapis dziesiętny	zapis binarny
0,75	
0,5	
0,375	

Ćwiczenie 8



Połącz w pary odpowiednie zapisy dziesiętne i dwójkowe.

1,10100011110101110001

1,64676575

10.110111

2,859375

1101111,0111

111,4375

Ćwiczenie 9



Wyjaśnij, co zrobić w sytuacji, w której przedstawienie dokładnej wartości liczby zapisanej w systemie dziesiętnym w systemie dwójkowym jest niemożliwe.

Dla nauczyciela

Autor: Maurycy Gast

Przedmiot: Informatyka

Temat: Reprezentacja ułamków w systemie binarnym

Grupa docelowa:

Szkoła ponadpodstawowa, liceum ogólnokształcące, technikum, zakres podstawowy i rozszerzony

Podstawa programowa:

Cele kształcenia – wymagania ogólne

- I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów na bazie logicznego i abstrakcyjnego myślenia, myślenia algorytmicznego i sposobów reprezentowania informacji.
- II. Programowanie i rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem komputera oraz innych urządzeń cyfrowych: układanie i programowanie algorytmów, organizowanie, wyszukiwanie i udostępnianie informacji, posługiwanie się aplikacjami komputerowymi.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

- I. Rozumienie, analizowanie i rozwiązywanie problemów.

Zakres podstawowy. Uczeń:

- 2) stosuje przy rozwiązywaniu problemów z różnych dziedzin algorytmy poznane w szkole podstawowej oraz algorytmy:

a) na liczbach: badania pierwszości liczby, zamiany reprezentacji liczb między pozycyjnymi systemami liczbowymi, działań na ułamkach z wykorzystaniem NWD i NWW,

Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

1) w zależności od problemu rozwiązuje go, stosując metodę wstępującą lub zstępującą;

I + II. Zakres rozszerzony. Uczeń spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:

2) wykorzystuje znane sobie algorytmy przy rozwiązywaniu i programowaniu rozwiązań następujących problemów:

b) wykonywania działań na liczbach w systemach innych niż dziesiętny,

Kształtowane kompetencje kluczowe:

- kompetencje cyfrowe;
- kompetencje osobiste, społeczne i w zakresie umiejętności uczenia się;
- kompetencje matematyczne oraz kompetencje w zakresie nauk przyrodniczych, technologii i inżynierii.

Cele operacyjne (językiem ucznia):

- Uporządkujesz i utrwalisz wiedzę na temat systemu binarnego.
- Wyjaśnisz, jak zapisywać wartości ułamkowe w systemie dwójkowym.
- Rozwiążesz kilka zadań wymagających przekształcenia ułamków z postaci dziesiętnej do binarnej oraz zapisania ułamków dwójkowych w systemie dziesiętnym.

Strategie nauczania:

- konstruktywizm;

- konektywizm.

Metody i techniki nauczania:

- dyskusja;
- rozmowa nauczająca z wykorzystaniem multimediu i ćwiczeń interaktywnych.

Formy pracy:

- praca indywidualna;
- praca w parach;
- praca w grupach;
- praca całego zespołu klasowego.

Środki dydaktyczne:

- komputery z głośnikami, słuchawkami i dostępem do internetu;
- zasoby multimedialne zawarte w e-materiale;
- tablica interaktywna/tablica, pisak/kreda.

Przebieg lekcji

Przed lekcją:

1. **Przygotowanie do zajęć.** Nauczyciel loguje się na platformie i udostępnia e-materiał: „Reprezentacja ułamków w systemie binarnym”. Nauczyciel prosi uczniów o zapoznanie się z treściami w sekcji „Przeczytaj”.

Faza wstępna:

1. Nauczyciel inicjuje rozmowę wprowadzającą w temat lekcji. Przedstawia cele zajęć oraz kryteria sukcesu.

2. **Rozpoznanie wiedzy uczniów.** Nauczyciel zadaje uczniom pytania dotyczące ich aktualnego stanu wiedzy w obszarze poruszanego tematu, np.
- jakie znasz metody zapisywania liczb dziesiętnych w postaci binarnej?
 - na czym polega konwersja liczb?
- Chętni lub wybrani uczniowie udzielają na nie odpowiedzi.

Faza realizacyjna:

1. **Praca z tekstem.** Nauczyciel ocenia, na podstawie informacji na platformie, stan przygotowania uczniów do zajęć. Jeżeli jest ono niewystarczające prosi o ciche zapoznanie się z treścią w sekcji „Przeczytaj”.
2. **Praca z multimediami.** Uczniowie w zespołach dwuosobowych zapoznają się z treścią polecenia nr 1: „Zapoznaj się ze sposobem przekształcenia przykładowej liczby dziesiętnej do postaci dwójkowej.” z sekcji „Prezentacja multimedialna” i wspólnie analizują kolejne kroki rozwiązania postawionego problemu.
3. **Ćwiczenie umiejętności.** Prowadzący zapowiada uczniom, że w kolejnym kroku będą rozwiązywać ćwiczenia nr 1-8 z sekcji „Sprawdź się”. Każdy z uczniów robi to samodzielnie. Po ustalonym czasie wybrani uczniowie przedstawiają rozwiązania. Nauczyciel w razie potrzeby koryguje odpowiedzi, dopowiada istotne informacje, udziela uczniom informacji zwrotnej.

Faza podsumowująca:

1. Na koniec zajęć nauczyciel prosi uczniów o rozwinięcie zdania: „Na dzisiejszych zajęciach nauczyłam/łem się jak...”.

Praca domowa:

1. Uczniowie wykonują zadanie z sekcji „Przeczytaj”: „Kontynuuj wyżej rozpisaną konwersję do systemu dwójkowego, aby uzyskać liczbę o dokładności 12 miejsc po przecinku.”

Wskazówki metodyczne:

- Uczniowie mogą wykorzystać treści w sekcjach: „Przeczytaj”, „Prezentacja multimedialna”, „Sprawdź się” jako materiał do lekcji powtórkowej.