



Symetralna odcinka. Symetralne boków trójkąta

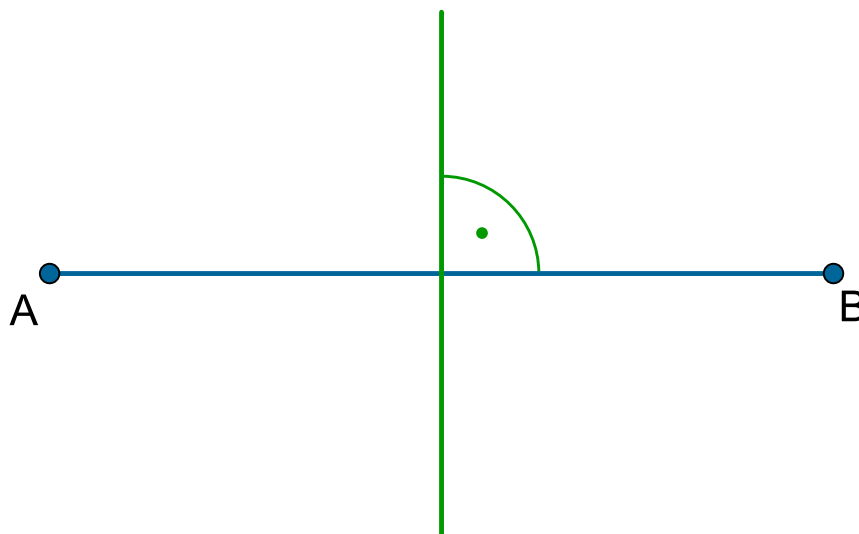
Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie. Okrąg wpisany i opisany na czworokącie. Pole trapezu. Prezentacja interaktywna: odległość punktów leżących na symetralnej od końców odcinka. Ilustracja interaktywna - pole powierzchni trójkąta, pole równoległoboku, pole trapezu. Prezentacje interaktywne: okrąg wpisany w czworokąt, okrąg opisany na czworokącie.

Symetralna odcinka. Symetralne boków trójkąta

W tym materiale przypomnisz sobie definicję symetralnej odcinka i wzory na pola niektórych wielokątów. Poznasz własności symetralnej i jej zastosowania w zadaniach geometrycznych.

Definicja: Symetralna odcinka

Symetralną odcinka AB nazywamy prostą prostopadłą do tego odcinka i przechodzącą przez jego środek.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Twierdzenie: o punkcie leżącym na symetralnej odcinka

Jeżeli punkt leży na symetralnej odcinka, to jest równoodległy od końców tego odcinka.

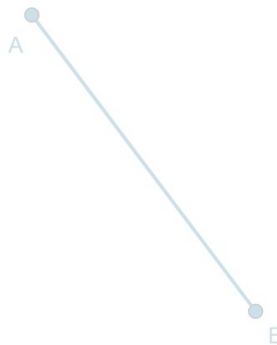
Jeżeli punkt płaszczyzny jest równoodległy od końców odcinka, to leży na symetralnej tego odcinka.

Odległość punktów leżących na symetralnej odcinka od jego końców

etap 1 z 7



Dany jest odcinek AB.



Uwaga:

Zmieniając położenie punktów A, B i C możesz zaobserwować czy nadal wszystkie opisane wyżej własności są prawdziwe.

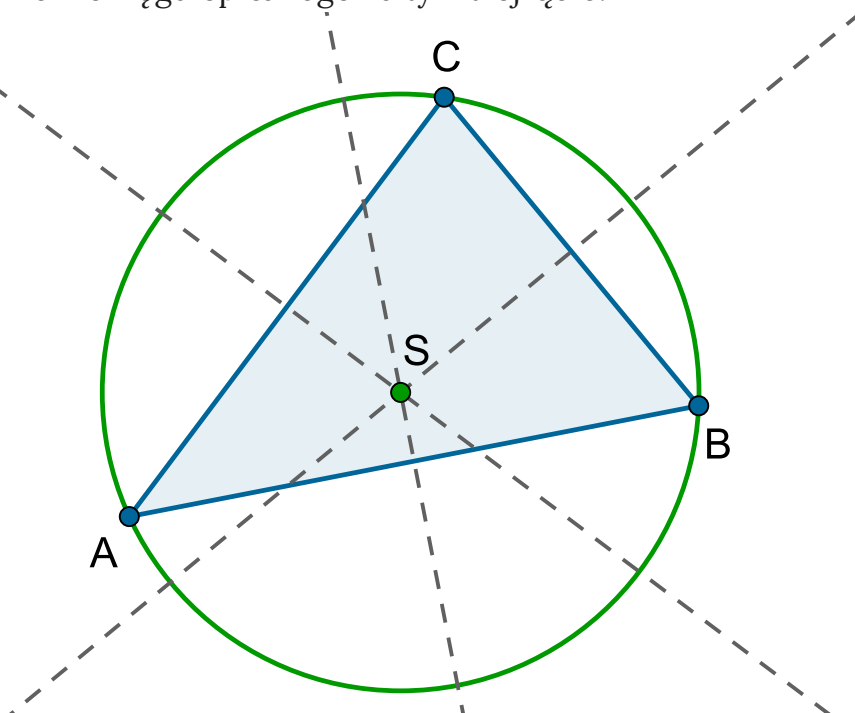
Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Prawdziwe jest też twierdzenie odwrotne.

Twierdzenie: o symetrycznych boków trójkąta

Symetralne trzech boków trójkąta przecinają się w jednym punkcie.
Punkt ten jest środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Dowód

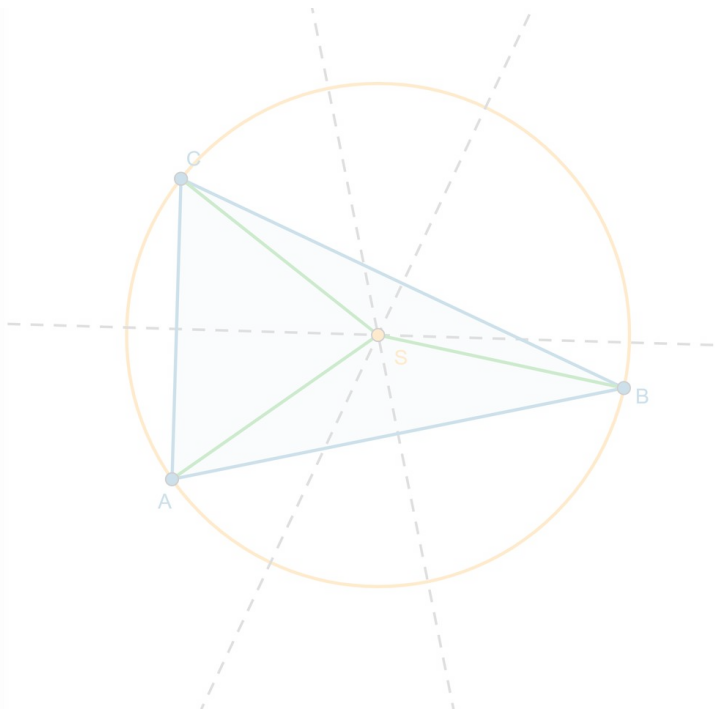
Okrąg opisany na trójkącie
etap 8 z 8

←

Jeżeli poprowadzimy okrąg o środku w punkcie S i promieniu równym $|AS|$, będzie on przechodził przez wszystkie wierzchołki trójkąta ABC .

Jest to okrąg opisany na trójkącie ABC .

↻



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

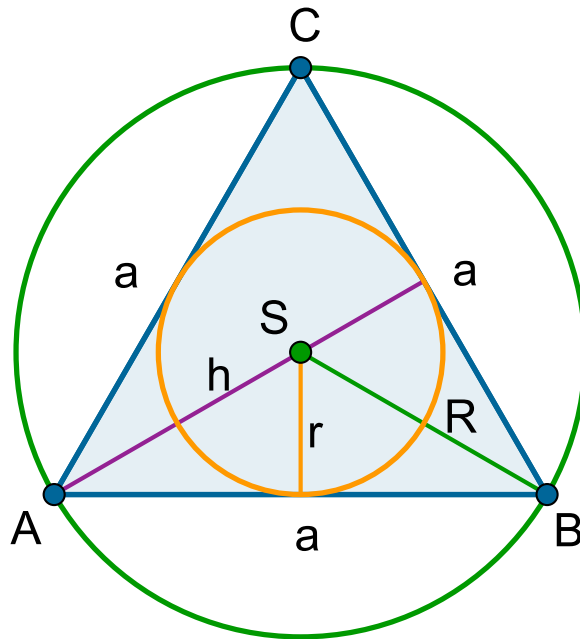
Uwaga!

Przypadki szczególne

a. Trójkąt równoboczny

W trójkącie równobocznym wysokości, dwusieczne kątów, symetralne boków i środkowe pokrywają się. Stąd:

- środek okręgu wpisanego w trójkąt i środek okręgu opisanego na trójkącie pokrywają się,
- środek okręgu wpisanego w trójkąt i środek okręgu opisanego na trójkącie leżą w punkcie przecięcia się wysokości,
- środki okręgów wpisanego i opisanego na trójkącie leżą w punkcie przecięcia środkowych. Punkt przecięcia środkowych dzieli każdą z nich w stosunku $2 : 1$, licząc od wierzchołka.

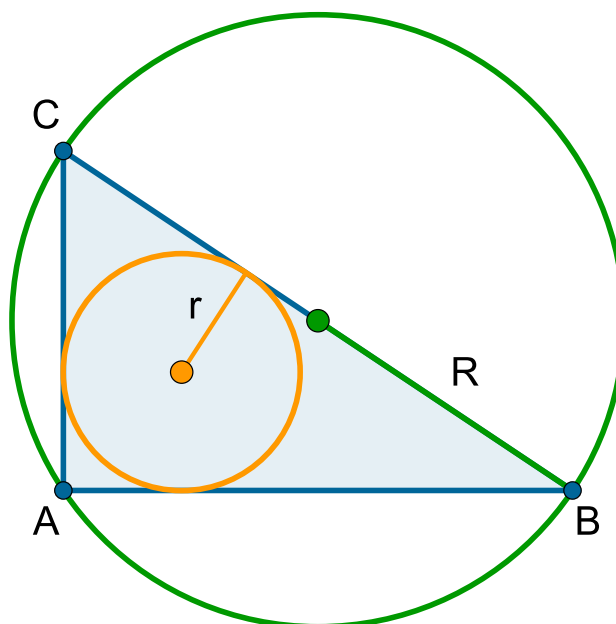


Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

$$2 : 1, r = \frac{1}{3}h, h = \frac{a\sqrt{3}}{2}, P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

a. Trójkąt prostokątny

Środek okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym leży na przeciwprostokątnej i dzieli ją na dwa odcinki równej długości. Wynika stąd, że długość promienia okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest równa połowie długości przeciwprostokątnej tego trójkąta.



Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Już wiesz

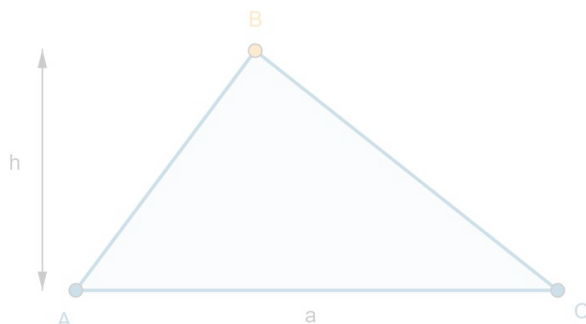
Wzory na pola wielokątów

Dany jest trójkąt ABC
o podstawie a i wysokości h .

Przesuń suwak.



Czy potrafisz napisać wzór
na pole trójkąta?



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

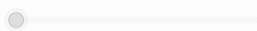
Pole trapezu

etap 1 z 4

Dany jest trapez o podstawach
długości a i b i wysokości h .

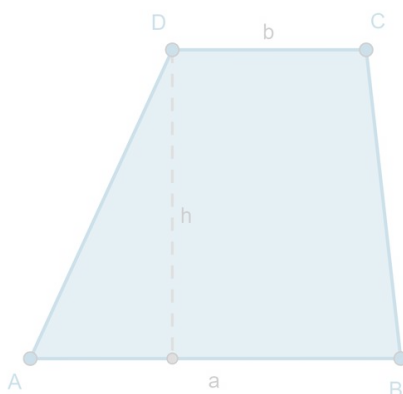
Aby wyznaczyć pole trapezu,
obróć go za pomocą suwaka α
o 180° wokół środka boku BC.

$\alpha = 0^\circ$



Uwaga:

Zmieniając położenie wierzchołków,
możesz zmieniać kształt trapezu.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

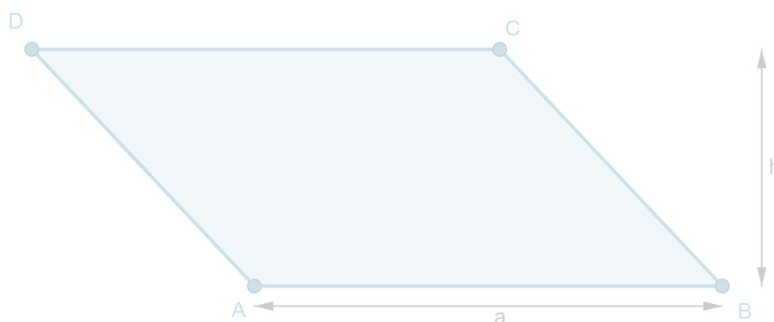
Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Pole równoległoboku (1)

etap 1 z 3



Dany jest równoległobok ABCD o podstawie długości a i wysokości h .



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

Przykład 1

Okrąg wpisany w czworokąt

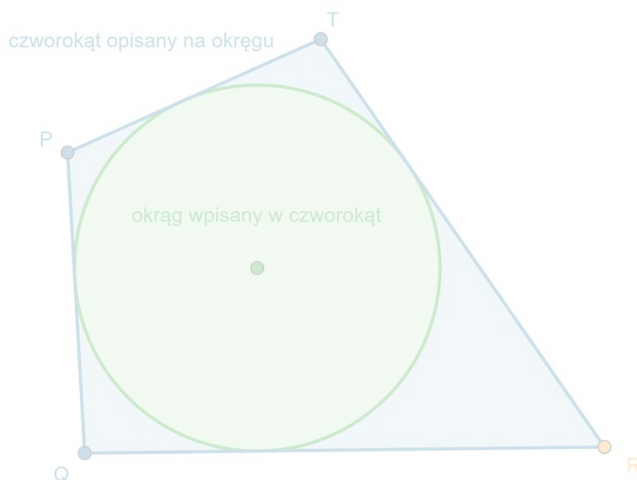
etap 1 z 4



Jeżeli dla dowolnego okręgu utworzymy czworokąt, którego boki są styczne do tego okręgu, to mówimy, że okrąg ten jest wpisany w czworokąt, albo czworokąt jest opisany na okręgu.

Dla każdego okręgu znajdzie się zawsze co najmniej jeden czworokąt na nim opisany.

Poruszaj wierzchołkiem R czworokąta.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.

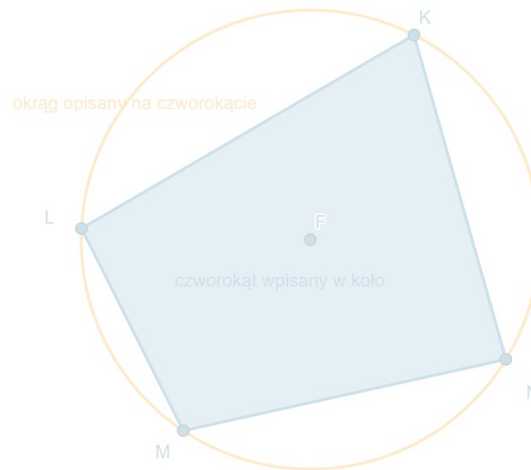
Przykład 2

Okrąg opisany na czworokącie

etap 1 z 5



Jeśli na okręgu obierzemy cztery dowolne punkty i utworzymy czworokąt, którego wierzchołkami są te punkty, to powiemy, że czworokąt został wpisany w koło, albo że okrąg jest opisany na tym czworokącie.



Zasób interaktywny dostępny pod adresem <https://zpe.gov.pl/b/PLtp39PJX>

Źródło: Zespół autorski Politechniki Łódzkiej, licencja: CC BY 3.0.